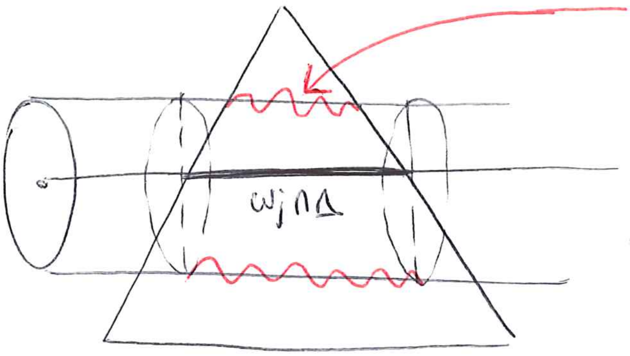
FOGLIO 1



Questo è $\Gamma_{\omega_j \cap \Lambda} \cap \omega_j$.

Se richiediamo che $supp(\overline{T}_\Gamma \varphi_j) \subset (\Gamma_{\omega_j \cap \Lambda} \cap \omega_j)$ automaticamente otteniamo che

$supp(\overline{T}_\Lambda \varphi_j) \subset \omega_j \cap \Lambda \Rightarrow$ $\overline{T}_\Lambda \varphi_j$ e $\overline{T}_\Lambda \varphi_k$ per $k \neq j$ hanno supporto disgiunto perché:

$$supp(\overline{T}_\Lambda \varphi_j) \subset (\omega_j \cap \Lambda)$$
$$supp(\overline{T}_\Lambda \varphi_k) \subset (\omega_k \cap \Lambda)$$

e $\omega_j \cap \Lambda$ e $\omega_k \cap \Lambda$ sono disgiunti.

Per quanto riguarda l'hp $meas(\Gamma_{\omega_j \cap \Lambda} \cap \omega_j) = O(H^2)$, sono d'accordo con lei. Vorrebbe dire $R \approx H$ e potrebbe ovviamente non essere questo il caso. Infatti potremmo avere $R \ll H$. Escludo il caso $R \gg H$ perché: come Burman costruisce i suoi ω_j 2D tali che $meas(\omega_j) = O(H^2)$, possiamo fare lo stesso con i nostri ω_j 3D, ovvero $meas(\omega_j) = O(H^3)$. Essendo $\Gamma \subset \bigcup_j \omega_j$, R deve essere $\leq$ "altezza di ω_j" $= O(H)$

Comunque credo che non ci serva $R \approx H$. Infatti ...

FOGLIO 1 BIS

Noi vogliamo costruire φ_j tale che:

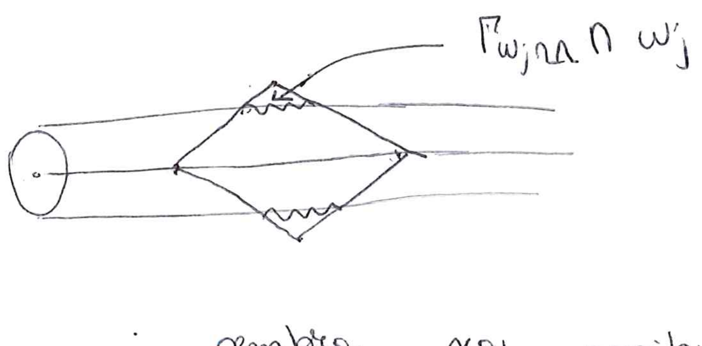
a) $\operatorname{supp}(\varphi_j) \subset \omega_j$

b) $\operatorname{supp}(T_\Gamma \varphi) \subset \Gamma_{\omega_j \cap \Lambda} \cap \omega_j$

c) soddisfi le seguenti proprietà:

(1) $\displaystyle\int_{\omega_j \cap \Lambda} |\partial D| \, \overline{T}_\Lambda \varphi = O(H)$ (2) $\|\nabla \varphi\|_{L^2(\omega_j)} = O(1)$.

Per soddisfare tali proprietà, ω_j non deve essere troppo piccolo (e infatti come Brenner posso costruire ω_j tale che $\operatorname{meas}(\omega_j) = O(H^3)$) ma credo che anche $\Gamma_{\omega_j \cap \Lambda} \cap \omega_j$ non può essere troppo piccolo altrimenti, dovendo rispettare b), $T_\Gamma \varphi = 0$ quasi ovunque e anche $\overline{T}_\Lambda \varphi = 0$ quasi ovunque e non possiamo più ~~rispettare~~ costruire φ tale che la c)-1) sia valida. Quindi vogliamo evitare situazioni di questo tipo:



Quindi secondo me basta richiedere

$$\operatorname{diam}(\Gamma_{\omega_j \cap \Lambda} \cap \omega_j) = O(H)$$

che mi sembra sia possibile dato che $\operatorname{meas}(\omega_j) = O(H^3)$

FOGLIO 2

(4.18) $$\|\underbrace{v}_{\downarrow\,3D} - \underbrace{\Pi_L \overline{T}_\Lambda v}_{\downarrow\,1D}\|_{L^2(\overbrace{\omega_j}^{3D})}$$

P^0 su $\omega_j \cap \Lambda$ $\forall j$

Sono d'accordo, l'avevo scritto così perché $\Pi_L \overline{T}_\Lambda v$ è costante su $\omega_j \cap \Lambda$ ma, se ritiene più corretto, propongo di scriverlo così:

$\|v - \mathcal{E}_{\omega_j} \Pi_L \overline{T}_\Lambda v\|_{L^2(\omega_j)}$ dove $\mathcal{E}_{\omega_j}$ estende a tutto ω_j il valore costante $\Pi_L \overline{T}_\Lambda v_{|\omega_j \cap \Lambda}$. A pag. 18 dove c'è "For the first term...", dovremmo dunque modificare così:

$$\sum_j \|(\Pi_L - I)\overline{T}_\Lambda u_n\|^2_{L^2(\omega_j \cap \Lambda), |\partial D|} = \sum_j \int_{\omega_j \cap \Lambda} |\partial D| \left(\Pi_L \overline{T}_\Lambda u_n - \overline{T}_\Lambda u_n\right)^2$$

$$= \sum_j \int_{\omega_j \cap \Lambda} |\partial D| \left(\overline{\mathcal{E}_\Gamma \Pi_L \overline{T}_\Lambda u_n - T_\Gamma u_n}\right)^2$$

$$\leq (\text{Average ineq}) \sum_j \int_{\omega_j \cap \Gamma} \left(\mathcal{E}_\Gamma \Pi_L \overline{T}_\Lambda u_n - T_\Gamma u_n\right)^2$$

$$\leq (\text{Trace}) \sum_j \frac{1}{H} \int_{\omega_j} \left(\mathcal{E}_{\omega_j} \Pi_L \overline{T}_\Lambda u_n - u_n\right)^2$$

$$\leq (\text{Poincaré}, (4.18)) \sum_j H C_P^2 \|\nabla u_n\|^2_{L^2(\omega_j)}.$$

FOGLIO 3

$\Pi_F v = I_h v + \sum_j \alpha_j \varphi_j$ è definito globalmente su tutto Ω e anche $\varphi_j \ \forall j$ è definita su tutto Ω ma effettivamente $\varphi_j \neq 0$ solo su ω_j.

$$(\overline{T}_\Lambda v - \overline{T}_\Lambda \Pi_F v, e_h)_{\Lambda, |\partial D|} =$$

$$= \sum_j \int_{\omega_j \cap \Lambda} |\partial D| \Big(\overline{T}_\Lambda v - \overline{T}_\Lambda I_h v - \underbrace{\sum_i \alpha_i \overline{T}_\Lambda \varphi_i}\Big)$$

A priori non posso dire che l'unico termine che sopravvive è $\alpha_j \overline{T}_\Lambda \varphi_j$ perché $\mathrm{supp}(\varphi_j) \subset \omega_j \not\Rightarrow \mathrm{supp}(\overline{T}_\Lambda \varphi_j) \subset \omega_j \cap \Lambda$

Per questo faccio l'hp $\mathrm{supp}(T_\Gamma \varphi) \subset (\Gamma_{\omega_j \cap \Lambda} \cap \omega_j)$ e posso in questo modo eliminare la sommatoria su i e ~~[illegible]~~ resta solo il termine per $i = j$.