



L'Amplificatore Operazionale

Buona parte dei circuiti elettronici è costituita da componenti *integrati*, composti ciascuno da numerosi elementi attivi e passivi miniaturizzati, e nei circuiti analogici questi integrati sono quasi tutti amplificatori operazionali.



L'Amplificatore Operazionale

L'Amplificatore operazionale (A.O.) è essenzialmente, un amplificatore di tensione, avente le seguenti caratteristiche:

- alto guadagno;

- ingresso differenziale;

- alta impedenza di ingresso e bassa impedenza di uscita.



Storia

Il termine di amplificatore operazionale deriva dal fatto che, originariamente, tale dispositivo veniva usato nei calcolatori analogici per svolgere operazioni matematiche (come somme, sottrazioni, moltiplicazioni, integrali, derivate, ecc...) su segnali elettrici.

I primi A.O. furono realizzati negli anni '40 con tubi a vuoto; tali dispositivi erano voluminosi e richiedevano una notevole potenza di alimentazione.

L'avvento del transistor bipolare consentì un notevole miglioramento con la realizzazione di A.O. come moduli a componenti discreti.



Storia

Successivamente la realizzazione di A.O. come circuiti integrati monolitici costituì una vera e propria rivoluzione nel campo dell'elettronica analogica.

Il primo di tali dispositivi fu realizzato intorno agli anni 60' dalla Fairchild.

Sempre la stessa casa introdusse sul mercato, nel 1968 l'A.O. $\mu A741$, che divenne ben presto uno standard industriale.

Da allora il numero di A.O. e di case produttrici è cresciuto enormemente, tuttavia il 741 continua ad essere utilizzato



Considerazioni generali

- L'**amplificatore operazionale (AO)** è un circuito integrato costituito da una rete di **resistenze**, **capacità**, **diodi** e **transistori** incapsulati in unico contenitore di plastica o di metallo, che viene collegato normalmente al circuito mediante una *zoccolatura a pressione*.

L'**AO** può essere definito funzionalmente come un **amplificatore differenziale**, cioè un dispositivo attivo a tre terminali che *genera al terminale di uscita una tensione proporzionale alla differenza di tensione fornite ai due terminali di ingresso*.



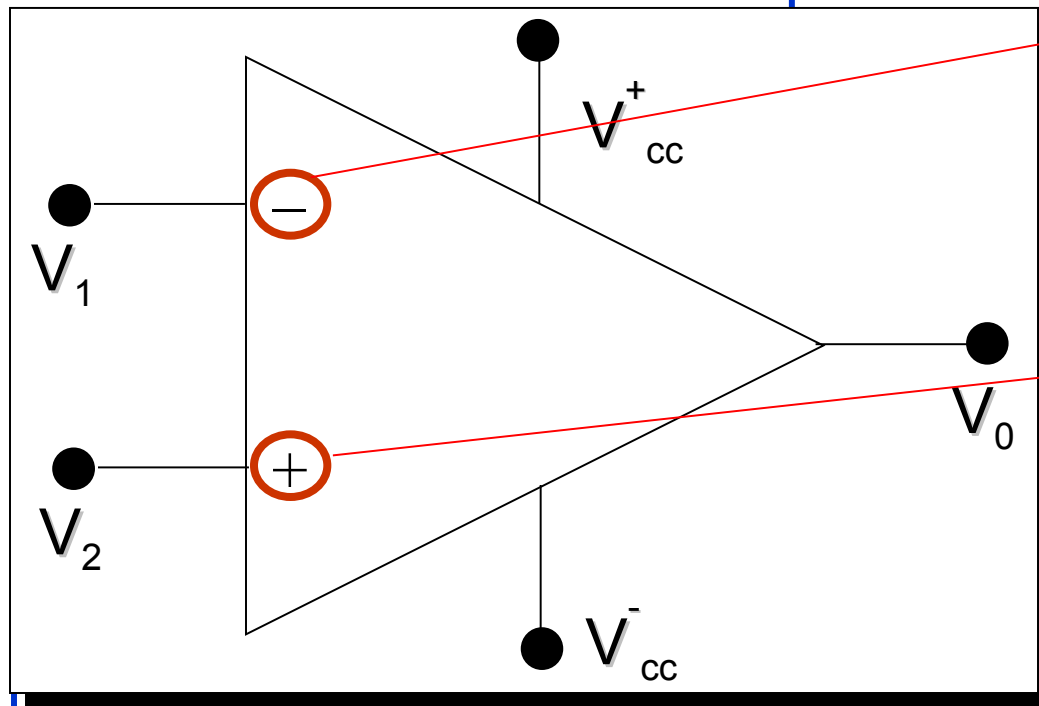
Potenziale di massa

Le tensioni vanno sempre riferite ad un potenziale comune, detto **potenziale di massa**.

Quindi dato un punto di riferimento **B** (massa), se in un punto **A** si dice che c'è una tensione pari a V_a significa che *tra A e B c'è una differenza di potenziale paria V_a .*

Simbologia

Il simbolo grafico, comunemente, utilizzato per rappresentare l'AO è il seguente:

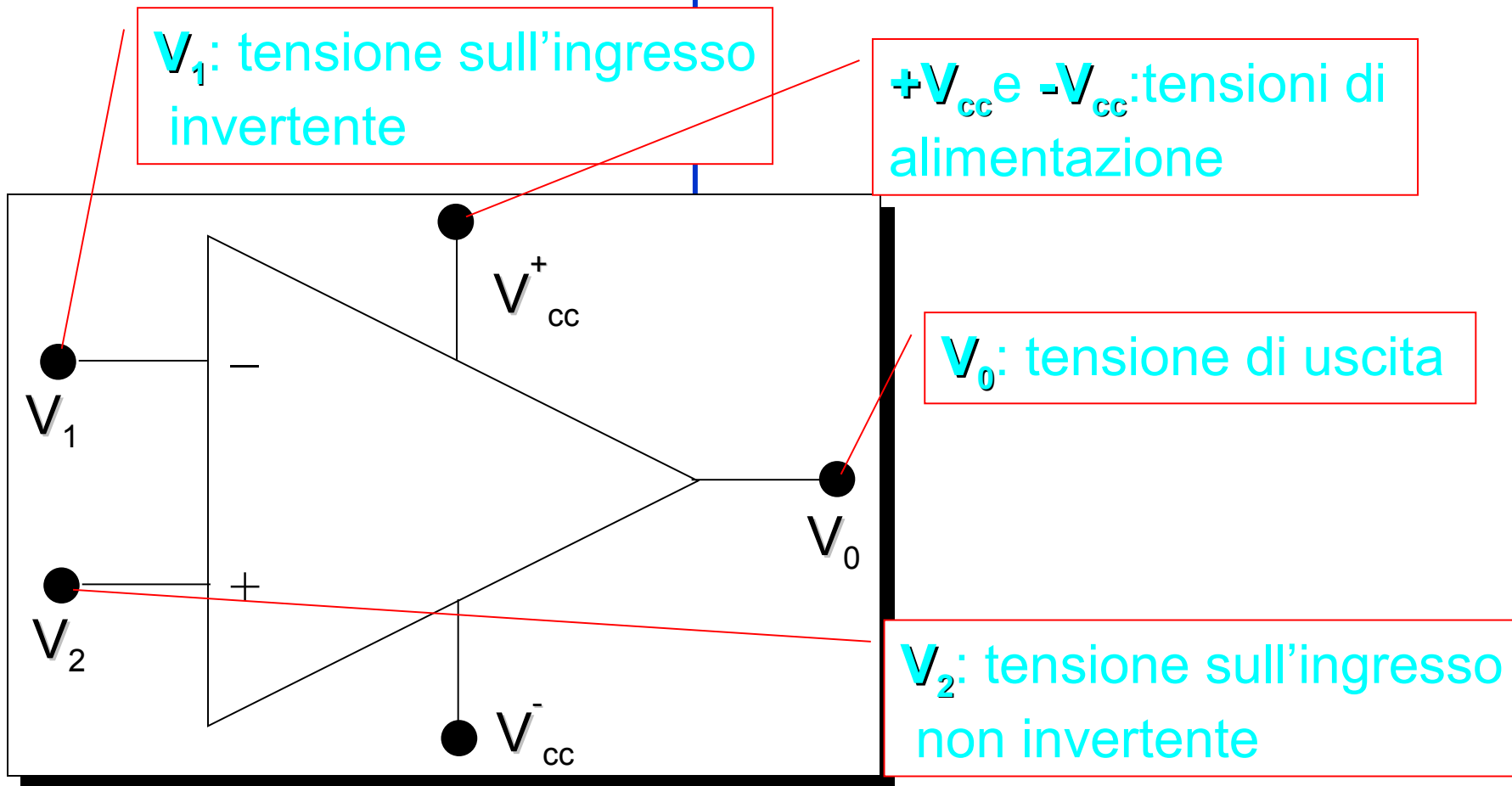


Con il simbolo “-”
si indica il canale
invertente.

Con il simbolo “+”
si indica il canale
non invertente



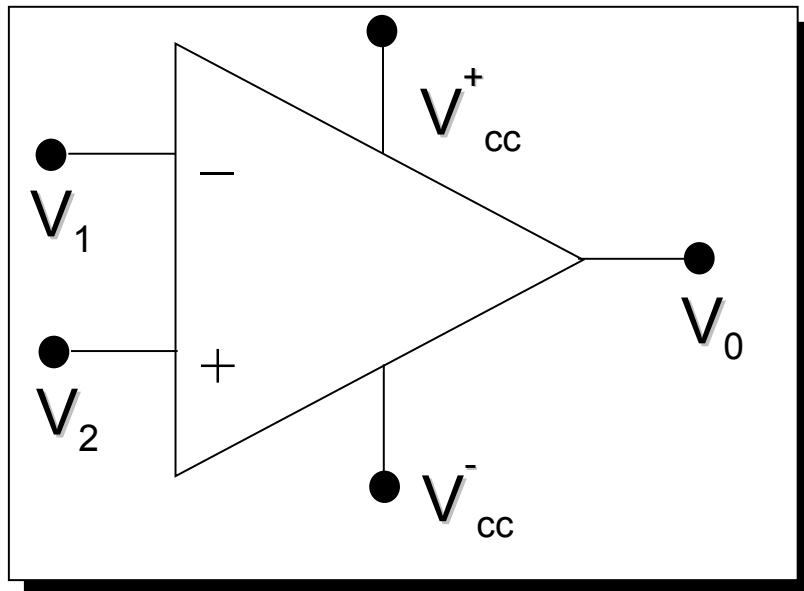
Simbologia





Tensioni di alimentazione

- Le tensioni di alimentazione V_{cc}^+ e V_{cc}^- sono frequentemente omesse negli schemi semplificati e il loro valore può essere:



uguale ed opposto (da ± 5 V a ± 35 V) nelle *alimentazioni duali*;

valgono tipicamente

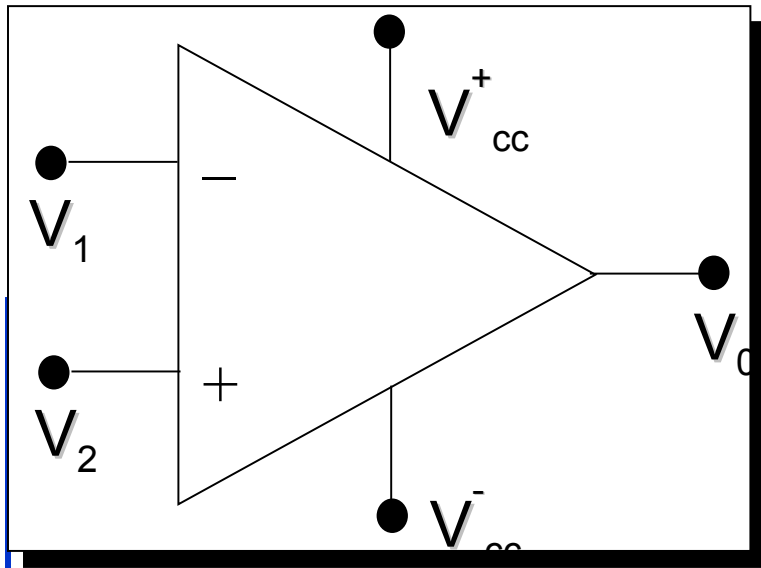
$$V_{cc}^+ = 5 \text{ V} \div 30 \text{ V} \quad \text{e}$$

$$V_{cc}^- = 0$$

nelle *alimentazioni unipolari*.



Tensione di uscita

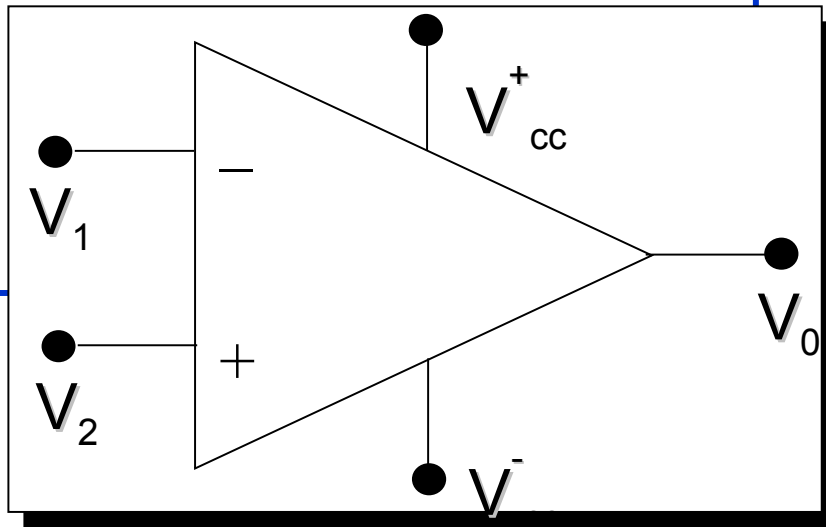


Il segnale di uscita V_0 è il risultato della somma tra il segnale applicato all'ingresso invertente, V_1 , *invertito* di segno e *amplificato* di un fattore A^- , con il segnale all'ingresso non invertente, V_2 , a sua volta *amplificato* di fattore A^+ .

$$V_0 = A^+ V_2 - A^- V_1$$



Definizioni



La differenza tra le tensioni in ingresso è detta **tensione differenziale**:

$$V_d = V_2 - V_1$$

Il valor medio tra le tensioni in ingresso è detto **tensione di modo comune**:

$$V_{cm} = \frac{1}{2} (V_2 + V_1)$$



Guadagno di modo comune

Il valore assoluto della differenza tra le due amplificazioni (A^- e A^+) è definito invece come guadagno in modo comune:

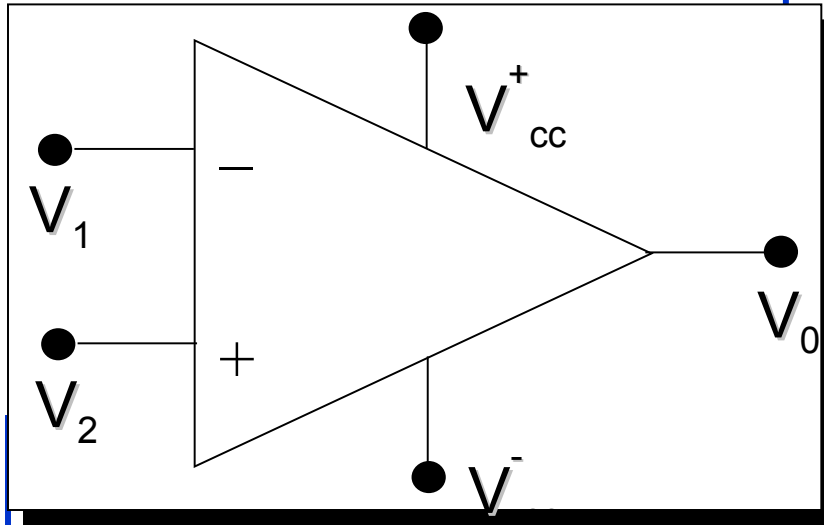
$$A_{cm} = |A^+ - A^-|$$

Poiché il valore assoluto A^- dell'amplificazione del canale invertente è di solito molto vicino a quello dell'amplificazione del canale non invertente A^+ , si può definire il valore medio o guadagno differenziale a circuito aperto (A_d):

$$A_d = \frac{1}{2} (A^+ + A^-)$$



Definizioni



Dalle definizioni precedenti segue che le tensioni in ingresso e di uscita possono essere espresse in termini di tensione differenziale e tensione di modo comune:

$$V_1 = V_{cm} - \frac{1}{2}V_d \text{ e } V_2 = V_{cm} + \frac{1}{2}V_d, \text{ allora}$$

$$V_0 = A^+ V_2 - A^- V_1 = A_{cm} V_{cm} + A_d V_d$$



CMRR

Il rapporto, espresso in decibel (dB), tra A_d e A_{cm} è detto **rapporto di reiezione di modo comune (CMRR)**.

La sigla **CMRR** deriva dalla notazione inglese *Common Mode Rejection Ratio*. Valore tipico di **CMRR** è 100 dB.

$$CMRR = 20 \log_{10} \left(\frac{A_d}{A_{cm}} \right)$$



Zona lineare e saturazione

Si è detto che l'amplificatore operazionale amplifica la differenza di tensione V_d tra le tensioni in ingresso, ma ciò vale solo quando il dispositivo opera in **zona lineare**, ovvero per valori molto piccoli di $|V_2 - V_1|$.

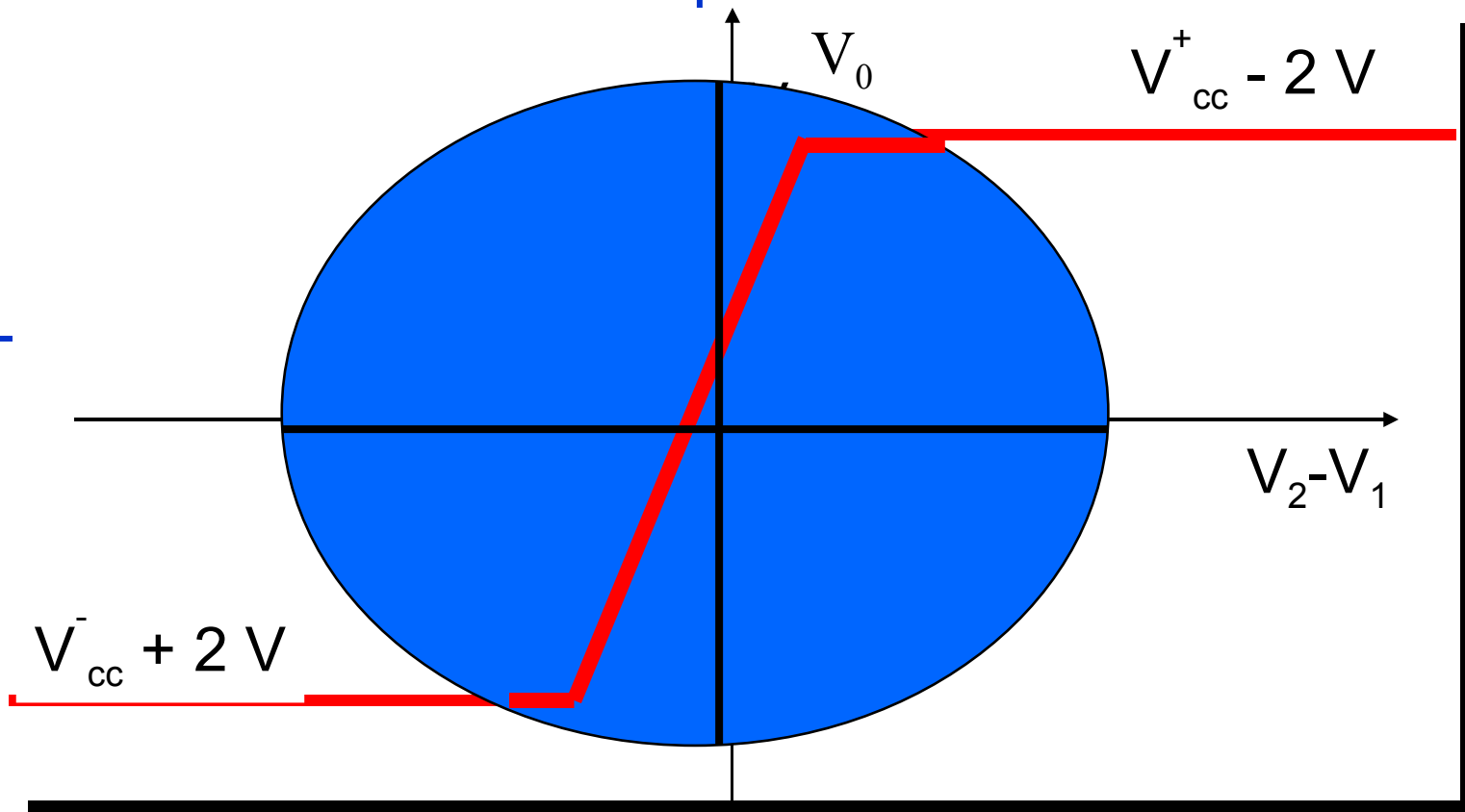
Per valori di $|V_d|$ maggiori si dice che l'amplificatore **satura**, cioè l'uscita si porta

$$\text{a } V_{cc}^+ - 2V \text{ se } V_2 > V_1$$

$$\text{a } V_{cc}^- + 2V \text{ se } V_2 < V_1$$

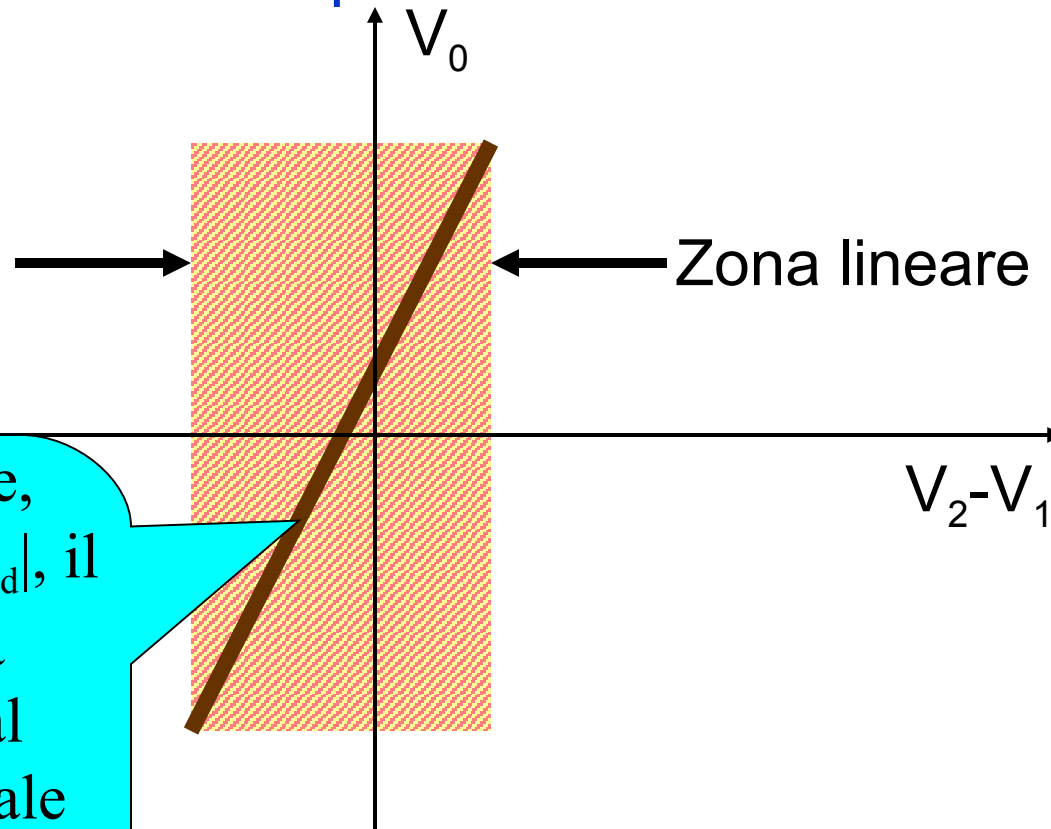


Zona lineare e saturazione





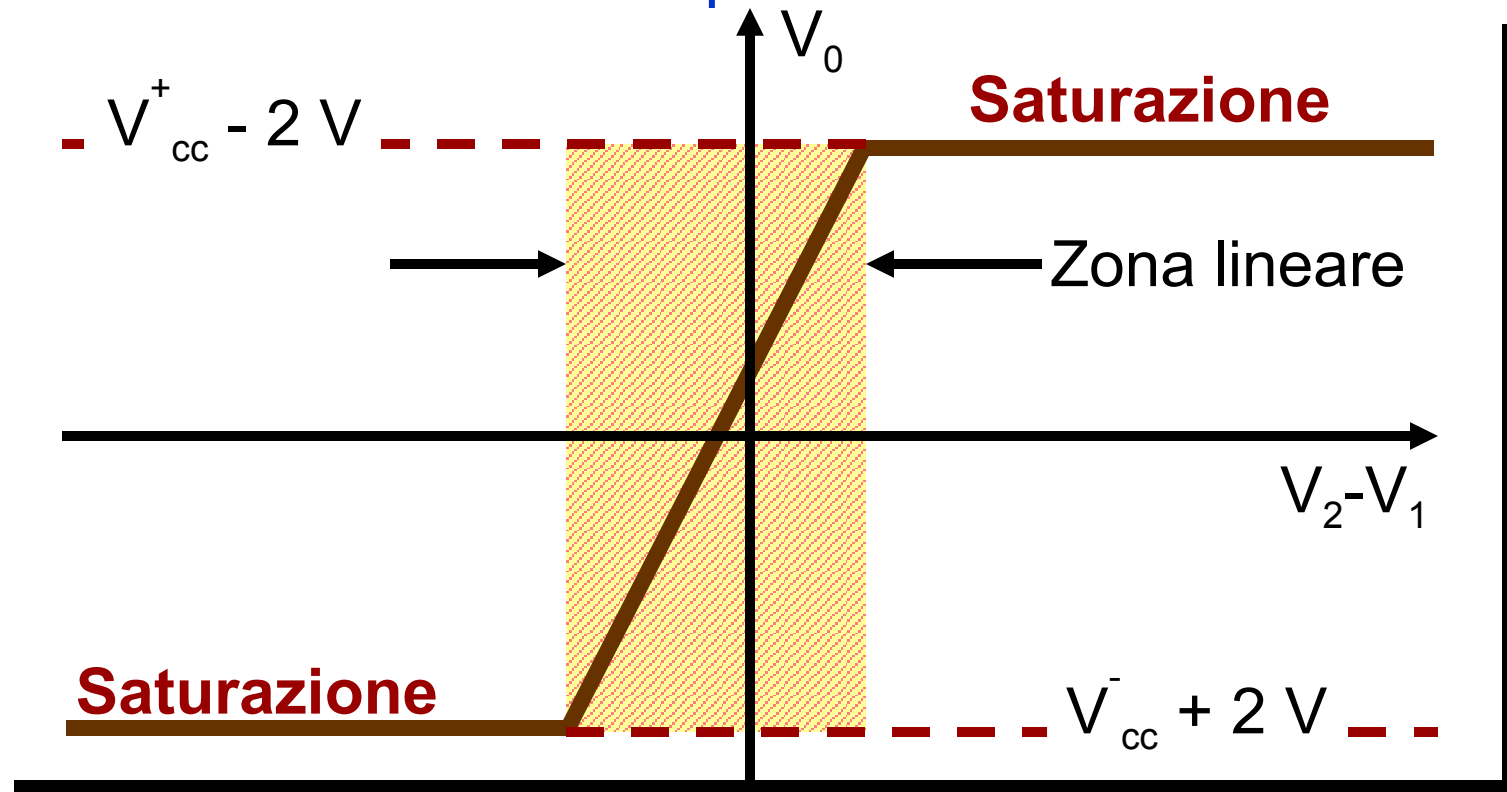
Zona Lineare e saturazione



Nella zona lineare,
per valori piccoli $|V_d|$, il
segnale di uscita
è proporzionale al
segnale differenziale
di ingresso



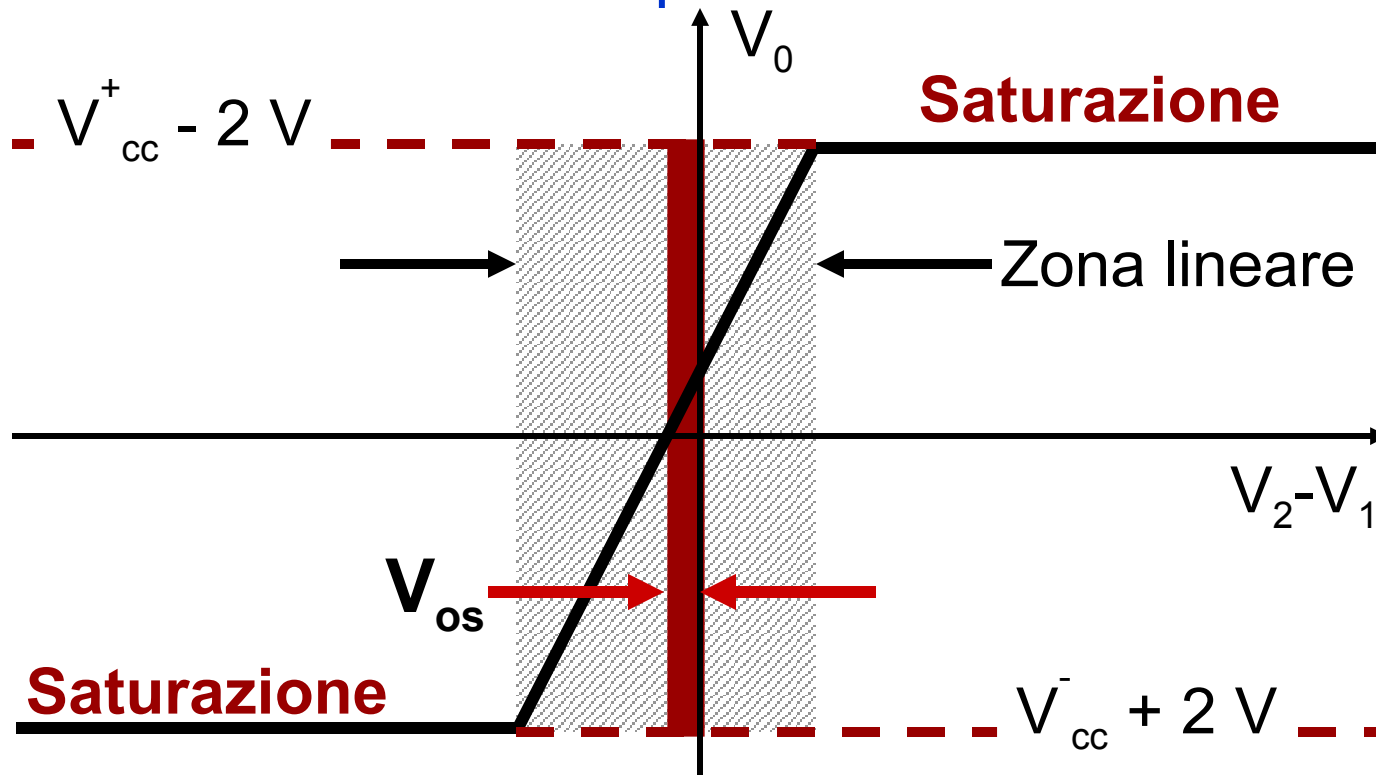
Zona Lineare e saturazione





Input offset voltage

V_{os} (input offset voltage) è la tensione differenziale che si deve fornire all'ingresso per ottenere un segnale di uscita nullo.





Input offset voltage

Nell'analisi semplificata si può trascurare V_{os} che è dell'ordine dei *millivolt*.

Molti operazionali dispongono anche di terminali per l'azzeramento di V_{os} (*terminali di offset null*).



Input offset voltage

Il valore di V_{os} dipende anche dalla *temperatura* e dalla *tensione di alimentazione*, la sensibilità a questi parametri viene misurata rispettivamente come :

$\frac{\partial V_{os}}{\partial T}$: V_{os} *temperature coefficient* tipicamente di qualche $\mu\text{V/K}$

$$\text{PSRR}(\text{Power Supply Rejection Ratio}) = \frac{\Delta V_{cc}}{\Delta V_{os}} \approx 100 \text{ dB}$$



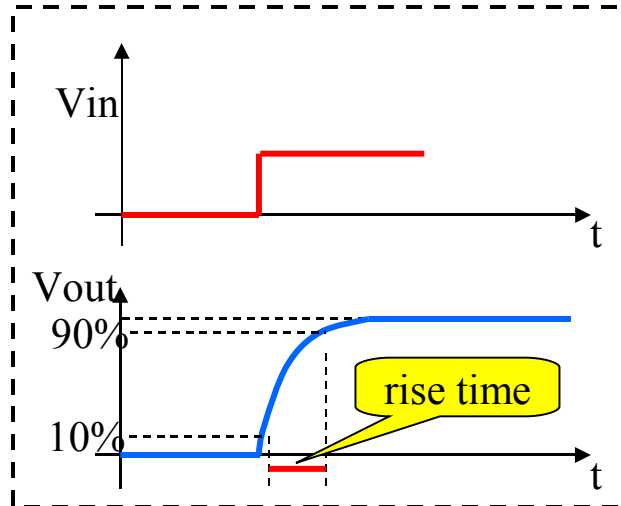
Impedenza

L'AO ha una elevata impedenza di ingresso ($Z_{in} \approx 10 \div 1000 \text{ M}\Omega$) e una bassa impedenza di uscita ($Z_{out} \approx 10 \div 1000 \Omega$).

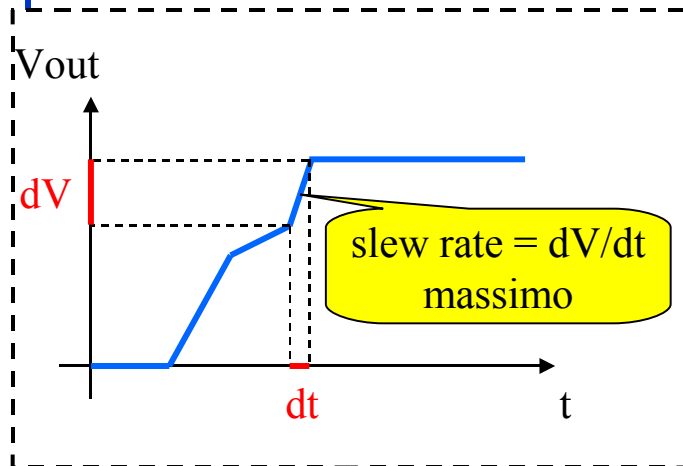
Quindi le **correnti di ingresso** I_b (*input bias current*) possono essere trascurate in prima istanza.



Rise Time e Slew Rate



Il **rise time** è il tempo necessario affinché l'uscita passi dal **10% al 90%** del valore finale quando in ingresso si applica **un segnale a gradino**



Lo **slew rate** e la massima velocità di variazione dell'uscita e si esprime in $V/\mu s$



L'AO ideale

- L'AO ideale utilizzato nell'analisi semplificata consiste nelle seguenti approssimazioni:

	Ideale	Reale
A_d	∞	10^5
V_{os}	0	$10^{-3}V$
$I_{b1} = I_{b2}$	0	$5 - 10^5 \text{ pA}$
Z_{in}	∞	$10 - 10^4 \text{ M}\Omega$
Z_{out}	0	$10 - 1000 \Omega$
CMRR	∞	90 dB
BW	∞	1 - 5 MHz



L'AO ideale

Per capire il funzionamento di un circuito costruito con AO (o per progettare uno) conviene sempre impostare l'analisi partendo dall'approssimazione di AO ideale.

Solo in un secondo tempo si prenderanno in considerazione le caratteristiche *non-ideali* dell'operazionale reale.



L'AO ideale

A prima vista il modello **AO ideale** sembrerebbe inutilizzabile in modo lineare dato che per $A = \infty$ qualsiasi segnale differenziale in ingresso produce saturazione.

Si vedrà di seguito che, utilizzando una *rete di controreazione* che annulla la tensione differenziale all'ingresso, l'AO può essere mantenuto in zona lineare.



L'AO come elemento di circuito

L'AO, lo si può usare per diversi scopi:

- con la **Controreazione** si possono creare operazioni algebriche su segnali di tensione (somme, sottrazioni, derivazioni, ecc...)
- Aggiungendo una **retroazione positiva** a quella negativa , si possono ottenere oscillatori, sfasatori.
- **Facendo lavorare l'AO fuori dalla zona lineare**, lo si può usare come rivelatore di soglia temporizzatore, impulsatore, ecc...



AO come elemento di circuito

Procederemo ora all'analisi delle configurazioni elementari :

- amplificatore invertente
- amplificatore non invertente

Si passerà poi allo studio dell'amplificazione finita e delle correnti di polarizzazione degli operazionali ideali.

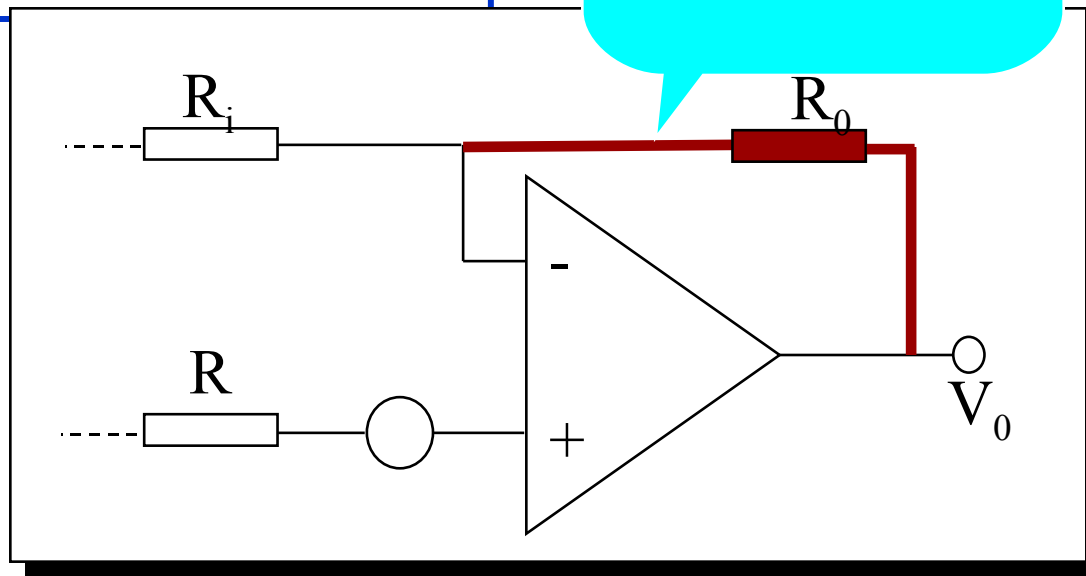


AO Controreazionato

Consideriamo un operazionale come un elemento di un circuito.

Se lo *controreazioniamo*,

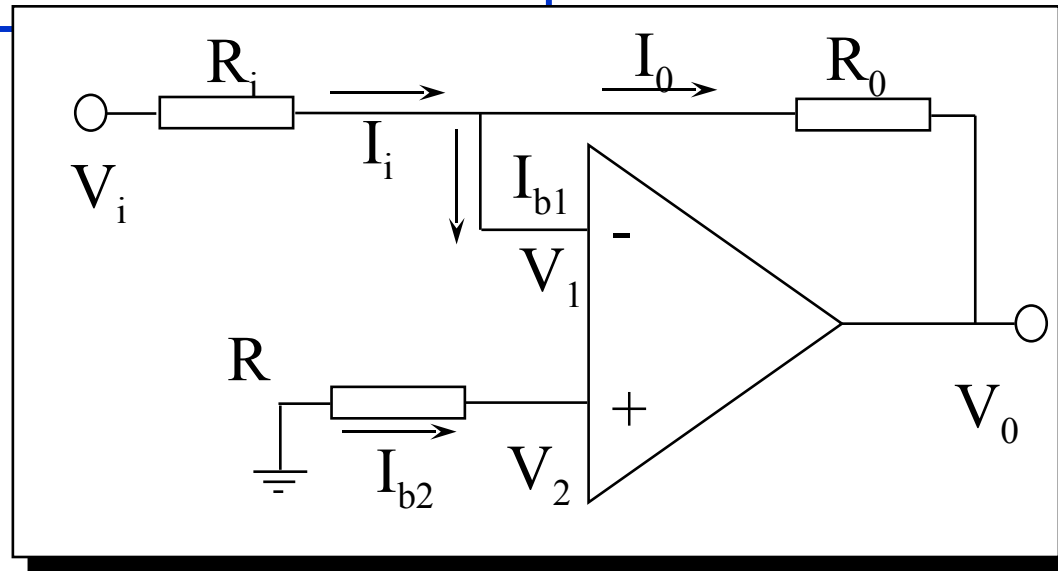
Braccio
controreazione





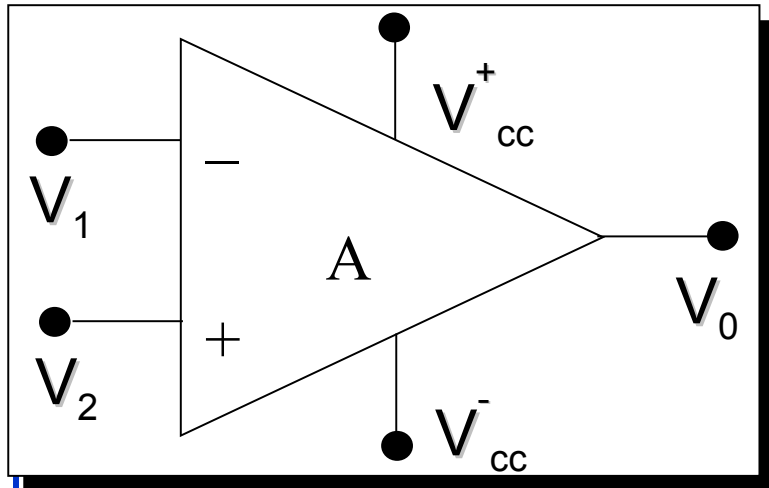
Amplificatore invertente

Consideriamo il seguente circuito detto **amplificatore invertente**, tale circuito ci servirà come modello per diversi studi:





Massa Virtuale



Questa semplice configurazione permette di chiarire un aspetto fondamentale per AO che è quello della *massa virtuale*.

Infatti, se consideriamo l'AO precedente come ideale ($A^+ = A^- = A$), ricordando che

$$V_o = A(V_2 - V_1)$$

otterremo che in zona lineare, :

$$V_2 - V_1 = V_d = V_o / A \quad \xrightarrow{A = \infty} \quad 0$$

↓

$$V_2 = V_1$$



Massa Virtuale

Perciò, in un amplificatore ideale, la retroazione tende a portare l'ingresso **invertente** allo stesso potenziale dell'ingresso **non invertente**.

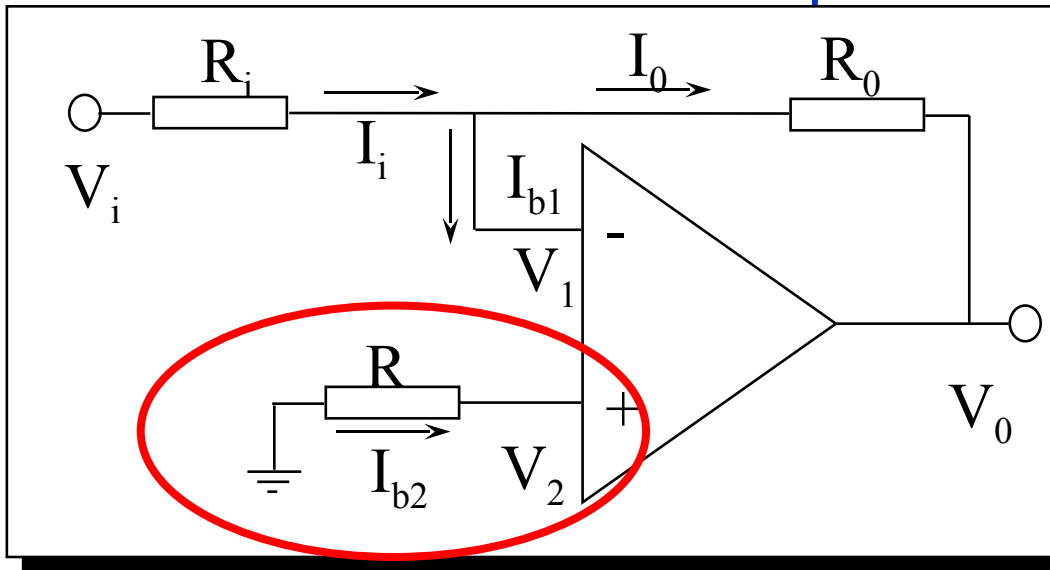
Se l'ingresso **non invertente** è posto a massa, l'ingresso invertente viene detto a *massa virtuale*, in quanto, per effetto della retroazione, ha lo stesso potenziale di quello non invertente senza però che la corrente che fluisce in esso sia effettivamente cortocircuitata a massa.



Applicando il concetto di AO ideale otterremo:

$$I_{B2} = 0 \Rightarrow V_2 = -I_{B2}R = 0$$

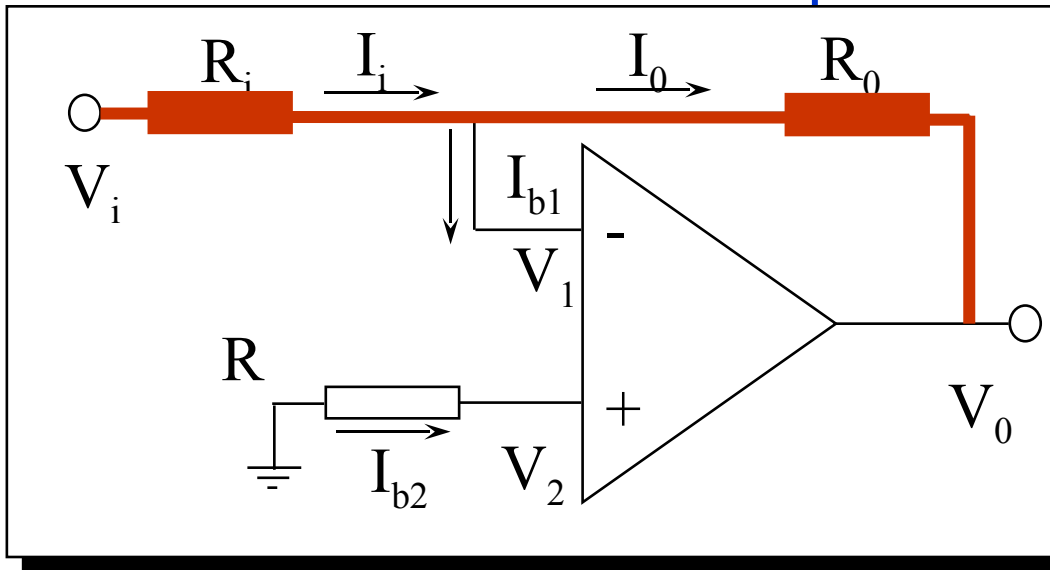
$$V_1 = V_2 = 0$$



$$V_1 = V_2 = 0$$



Per AO ideale $I_{b1} = 0$ allora $I_i = I_o$
 $(V_i - V_1)/R_i = (V_1 - V_o)/R_o$, ma $V_1 = V_2 = 0$ allora
 $V_o = -(R_o/R_i)V_i$, quindi
 $G = -R_o/R_i$



$$V_1 = V_2 = 0$$

$$V_o = -(R_o/R_i)V_i$$



Conclusioni

L'amplificatore invertente, dato un segnale di ingresso, lo amplifica di un fattore R_0/R_i , invertendone la fase di 180° :

$$V_0 = -\frac{R_0}{R_i} V_i$$

Ne deriva che il valore di G , non dipende da A , e quindi non varia con la frequenza, né con il tipo di AO utilizzato: esso è determinato esclusivamente dai valori di R_0 e R_i .



Amplificatore invertente

Lo stesso risultato può essere ricavato più esplicitamente, applicando il principio di sovrapposizione per esprimere V_1 in funzione del segnale di entrata V_i e del segnale di uscita V_0 .

Siccome I_b è molto piccola, trascurabile posso scrivere:

$$V_1 = V_i R_0 / (R_i + R_0) + V_0 R_i / (R_i + R_0) (*)$$

$$V_0 = A(V_1 - V_2) \text{ e } V_2 = I_{b2} R = 0 \text{ da cui}$$

$$V_1 = V_0 / A (**)$$

sostituendo (**) in (*) si ottiene:



$$V_0 = - \frac{V_i \cdot \frac{R_0}{R_i + R_0}}{\frac{1}{A} + \frac{R_i}{R_i + R_0}}$$

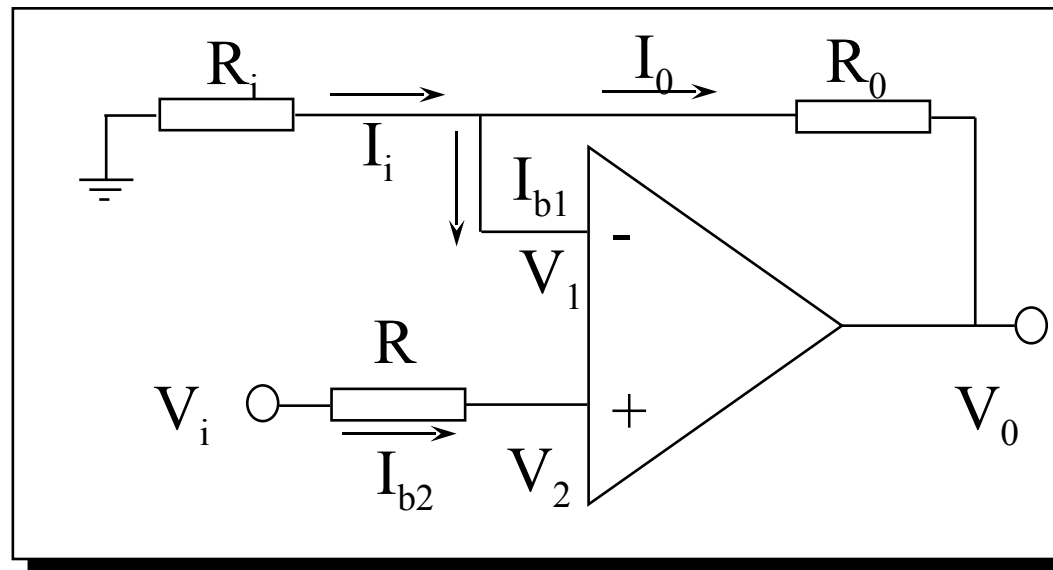
Che per $A \rightarrow \infty$ fornisce ancora la relazione

$$V_0 = - \frac{R_0}{R_i} V_i$$



Amplificatore non invertente

Una seconda configurazione elementare è *l'amplificatore non invertente* ed il suo schema è riportato in figura sotto.

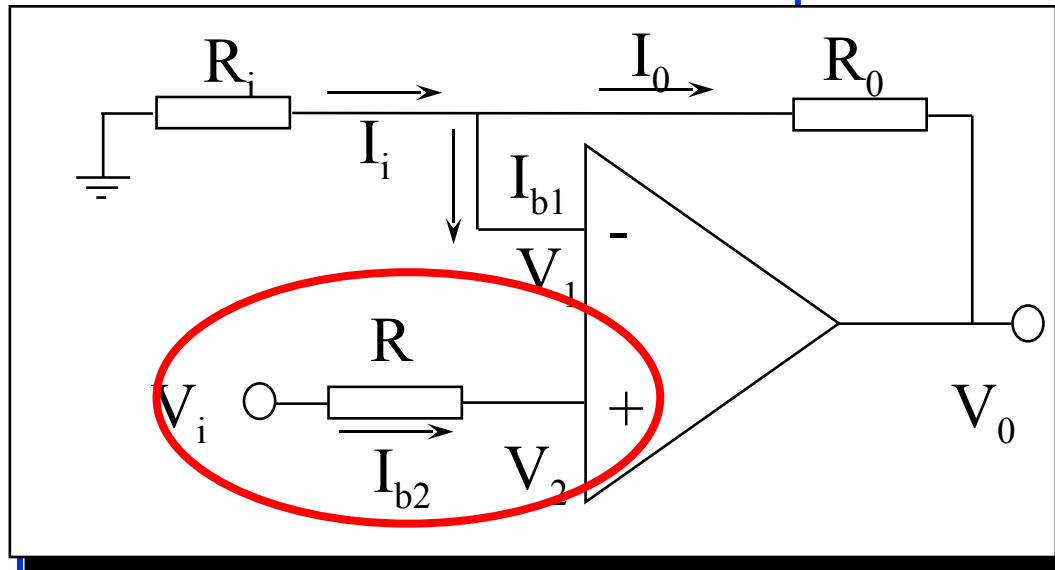




Nell'approssimazione di AO ideale si ha:

$$I_{b2} = 0 \text{ allora } V_2 = V_i$$

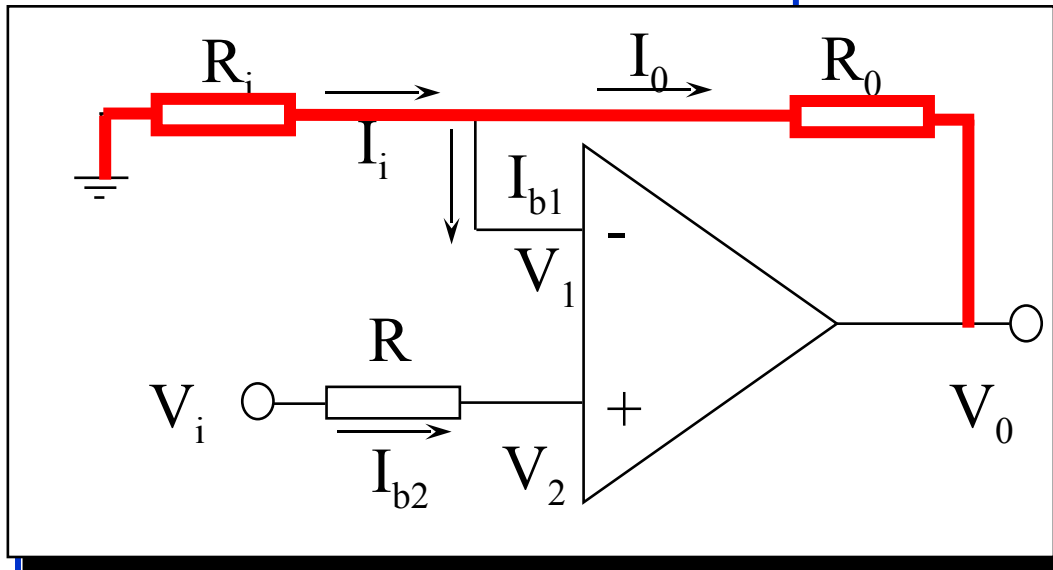
$$A = \infty \text{ allora } V_1 = V_2 = V_i$$



$$V_1 = V_2 = V_i$$



$I_{b1} = 0$ allora $I_i = I_0$
ne deriva: $-V_1/R_i = (V_1 - V_0)/R_0$
Sostituendo V_i ad V_1 ed esplicitando V_0 si ha:
 $V_0 = (1 + R_0/R_i)V_i$



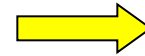
$$V_1 = V_2 = V_i$$

$$V_0 = (1 + R_0/R_i)V_i$$



Guadagno di un AO non invertente

Dalla precedente relazione risulta
quindi che l'uscita dell'amplificatore
non invertente dipende dall'ingresso
in base alla seguente relazione:



$$V_0 = \left(1 + \frac{R_0}{R_i} \right) \cdot V_i$$

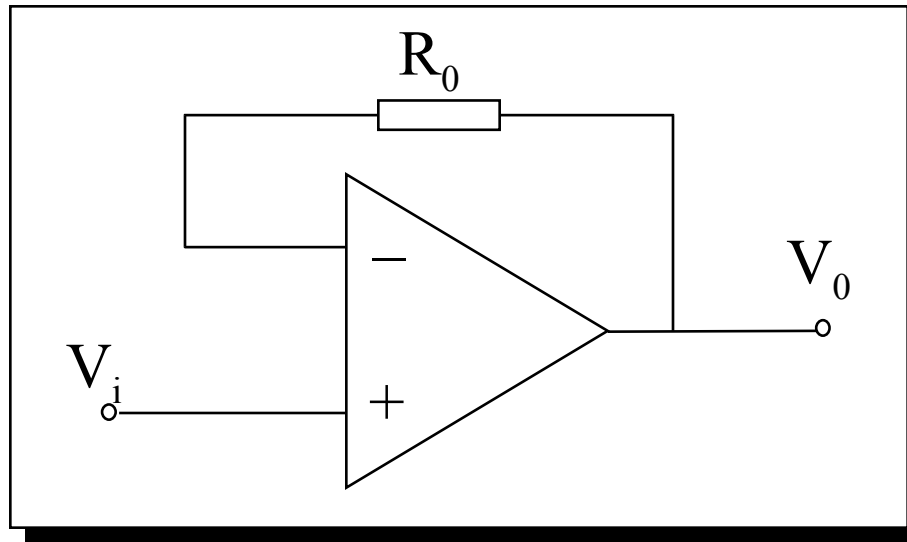
Anche nel non invertente, come nell'invertente, il guadagno è indipendente da A , finché A è abbastanza grande, ed è determinato solo dai valori usati per la rete di reazione.

Questo risultato, comune a tutti i circuiti con retroazione negativa, rende il circuito insensibile ai componenti attivi.



Inseguitore

Un caso semplice di amplificatore non invertente si ha per $R_i = \infty$ (circuitto aperto), tale circuito viene detto inseguitore.



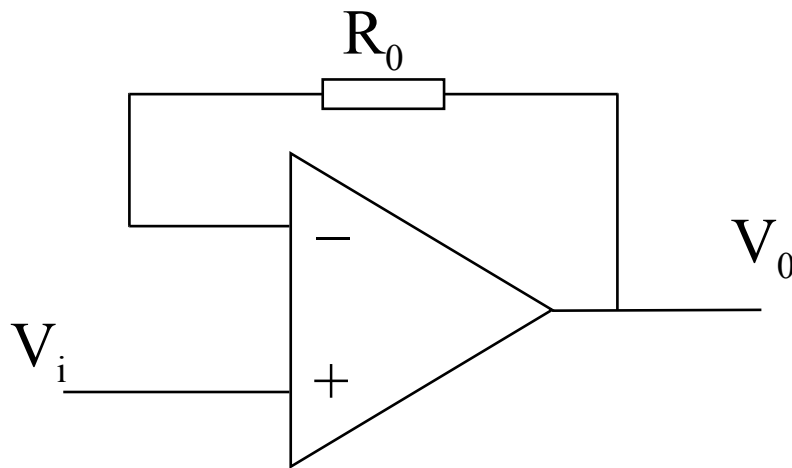


Nell'approssimazione di amplificatore ideale si ha:

$$V_1 = V_i$$

$$I_{B2} = I_{B1} = 0, \text{ allora } V_1 = V_o, \text{ ne deriva:}$$

$$V_o = V_i$$

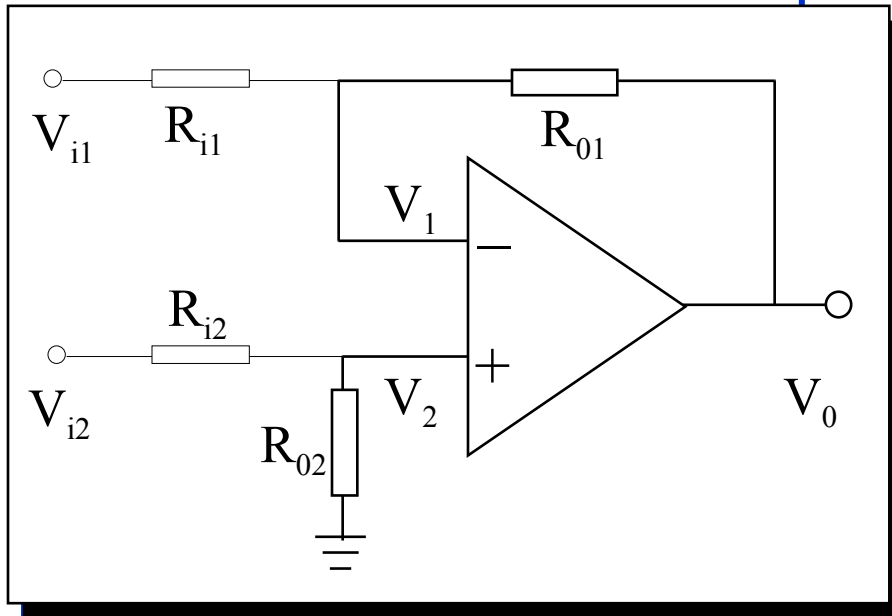


Dall'analisi risulta che per ogni valore di R_0 si ha $V_i = V_o$ e cioè $G = 1$.

Questo circuito è utile come stadio di accoppiamento (buffer): esso ha infatti impedenza di entrata alta e di uscita bassa.



Amplificatore differenziale



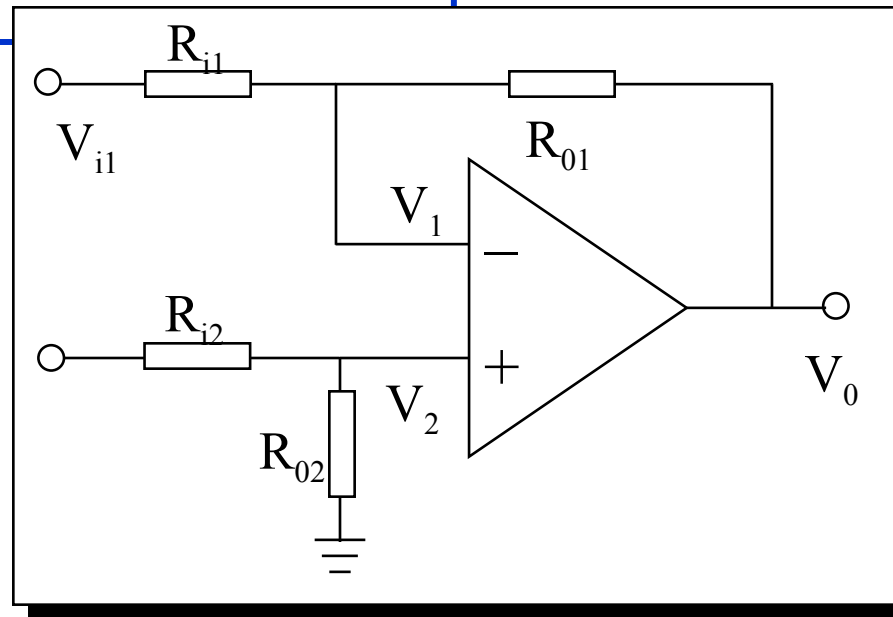
L'amplificatore differenziale può essere visto come la sovrapposizione di due circuiti elementari:

un invertente

un non invertente

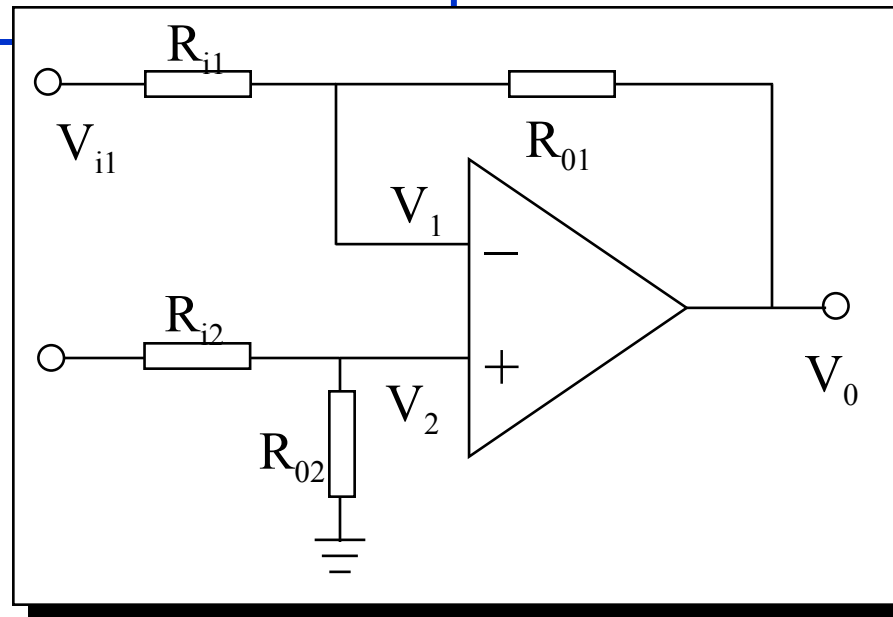
Analisi del circuito.

La tensione in uscita è la somma del contributo dell'invertente con il contributo del non invertente



Contributo dell'invertente (V_{i1} acceso e V_{i2} spento):

$$V_{01} = -(R_{01}/R_{i1})V_{i1} , \text{ (come dimostrato precedentemente)}$$





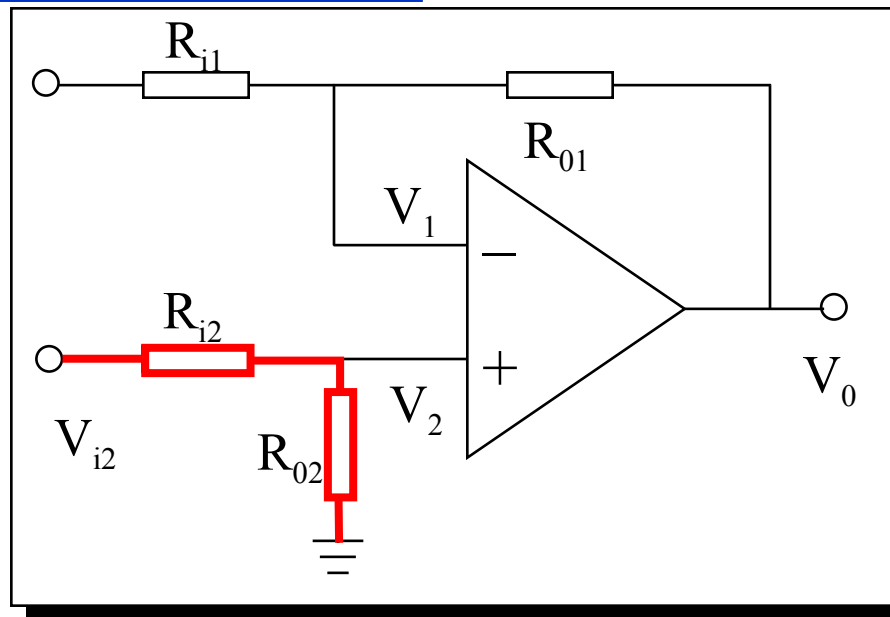
Contributo del non invertente (V_{i2} acceso):

Ricordando che per il non invertente: $V_0 = (1 + R_{01}/R_{i1})V_2$,
occorre calcolare V_2 .

Siccome $I_{i2} = I_{02} = I$ perché $I_{b1} = 0$, allora

$$I = V_{i2} / (R_{i2} + R_{02}), \text{ quindi } V_2 = IR_{02}$$

$$V_2 = V_{i2} (R_{02} / (R_{i2} + R_{02}))$$





Amplificatore differenziale

Dalla precedente analisi risulta che il contributo del non invertente è dato da:

$$V_{02} = \left(1 + \frac{R_{01}}{R_{i1}} \right) V_{i2} \frac{R_{02}}{R_{02} + R_{i2}}$$



Amplificatore differenziale

Per il principio di sovrapposizione degli effetti l'uscita V_0 è data dalla somma dei segnali V_{01} e V_{02} :

$$V_0 = V_{01} + V_{02} = \left(-\frac{R_{01}}{R_{i1}} V_1 \right) + \left(1 + \frac{R_{01}}{R_{i1}} \right) V_2 \frac{R_{02}}{R_{02} + R_{i2}}$$

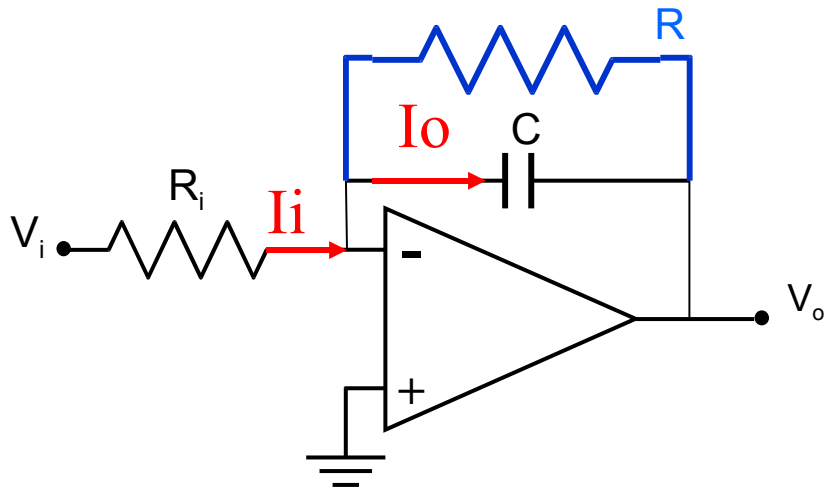
Nel caso $R_{i1} = R_{i2} = R_i$ e $R_{01} = R_{02} = R_0$

(*Amplificatore bilanciato*):

$$V_0 = \frac{R_0}{R_i} (V_{i2} - V_{i1})$$



Circuito Integratore



$$V_o = Q/C \quad \text{e} \quad Q = -\int I_o(t) dt$$

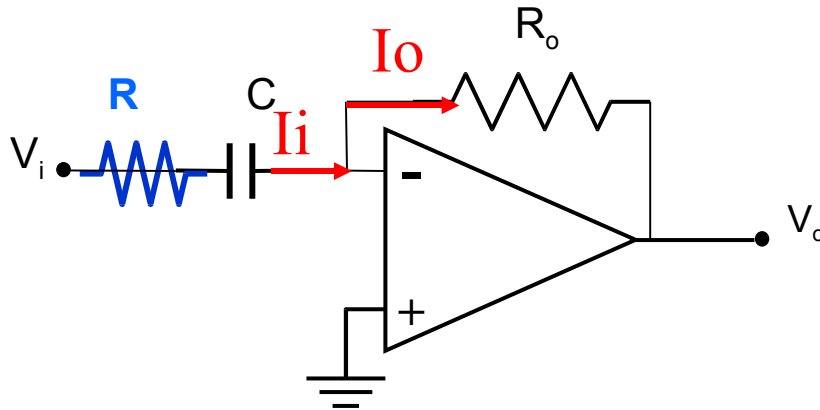
$$\text{ma } I_o(t) = I_i(t) = V_i(t)/R_i$$

$$V_o(t) = -\frac{1}{R_i C} \int V_i(t) dt$$

Nella pratica occorre inserire una resistenza R in parallelo a C perché con tensioni continue manca la controreazione e anche se V_i è nulla, la presenza di V_{os} o correnti in ingresso non nulle carica C



Circuito Derivatore



$$V_o(t) = -R_o I_o(t) \quad \text{ma}$$

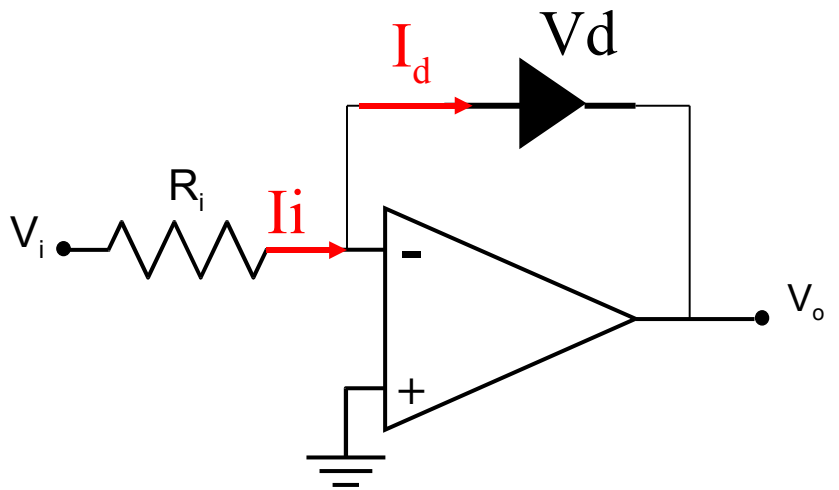
$$I_o(t) = I_i(t) = -\frac{dQ(t)}{dt} = -C \frac{dV_i(t)}{dt}$$

$$V_o(t) = -R_o C \frac{dV_i(t)}{dt}$$

Nella pratica occorre inserire una resistenza R in serie a C per ridurre gli effetti di alta amplificazione dovuta al rumore ad alta frequenza



Amplificatore Logaritmico



$$V_o = -V_d \quad e \quad I_d = I_o e^{KV_d}$$

$$K = q/(\eta K_B T)$$

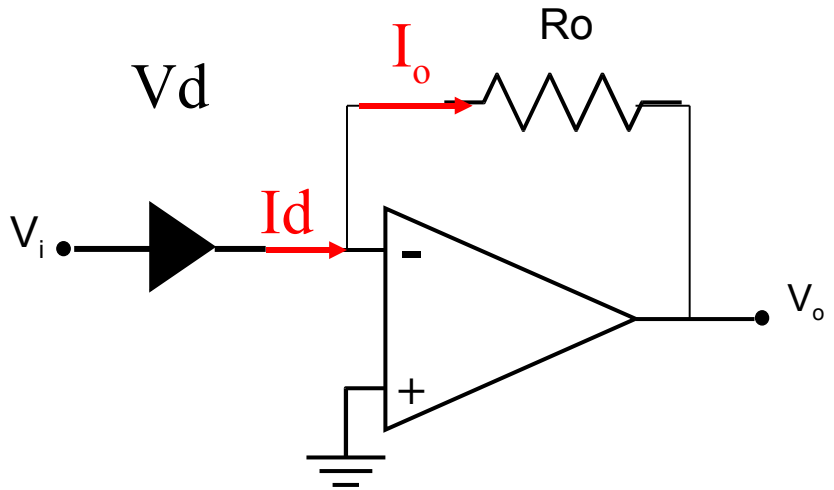
$$V_o = -V_d = -K \ln I_d - K \ln I_o$$

$$I_d = I_i = V_i / R_i$$

$$V_o(t) = K^* - K \ln \frac{V_{i(t)}}{R_i}$$



Amplificatore esponenziale



$$V_i = V_d \quad e \quad I_d = I_o e^{KV_d}$$

$$K = q/(\eta K_B T)$$

$$I_d = I_o = -V_o/R_o$$

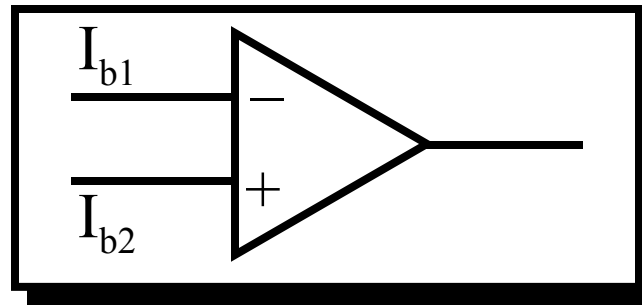
$$V_o(t) = -\frac{K}{R_i} e^{KV_i(t)} = -K * e^{KV_i(t)}$$



Correnti di polarizzazione

Per *correnti di polarizzazione*, I_{b1} e I_{b2} , si intendono rispettivamente la corrente di entrata nel canale invertente e la corrente di entrata nel canale non invertente.

Come si vedrà in seguito nell'approssimazione ideale tali correnti potranno essere considerate nulle.





Effetto delle correnti di polarizzazione I_b e dello sbilanciamento V_{os}

Vediamo ora quale approssimazione si è fatta supponendo che le correnti di polarizzazione siano nulle e trascurando l'

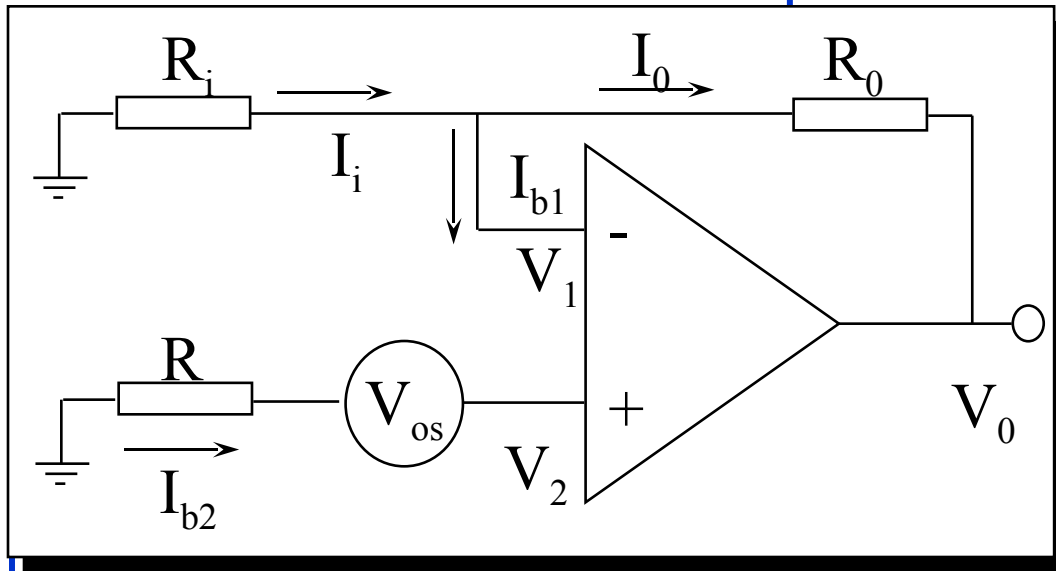
offset voltage V_{os} .

Supponiamo V_{os} e I_b diverse da zero, A sempre infinito.



Per effetto della controreazione si ha :

$$V_1 = V_2$$

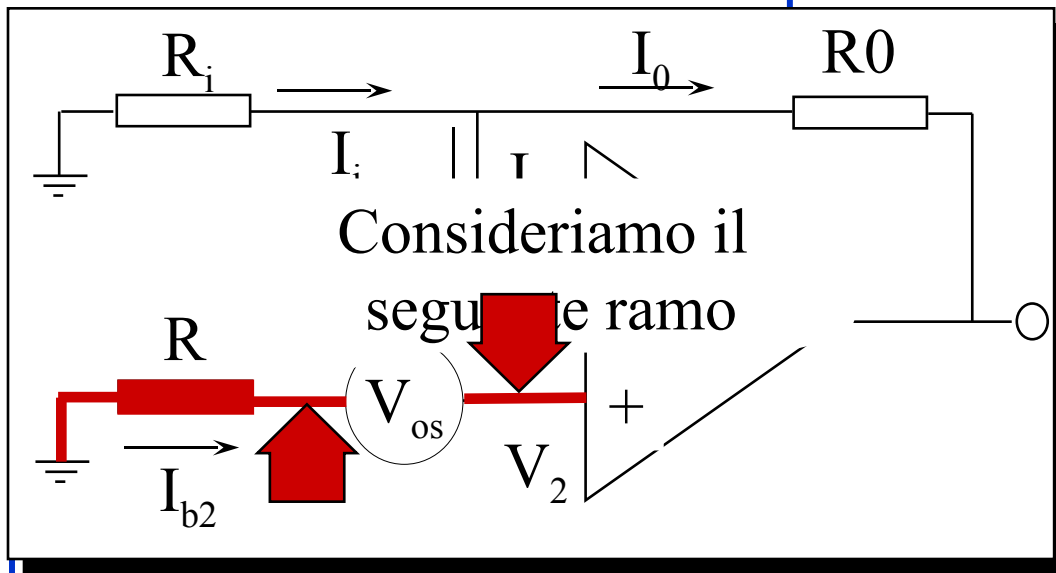


$$V_1 = V_2$$



Calcolo di V_2 :

$$-I_{b2}R$$



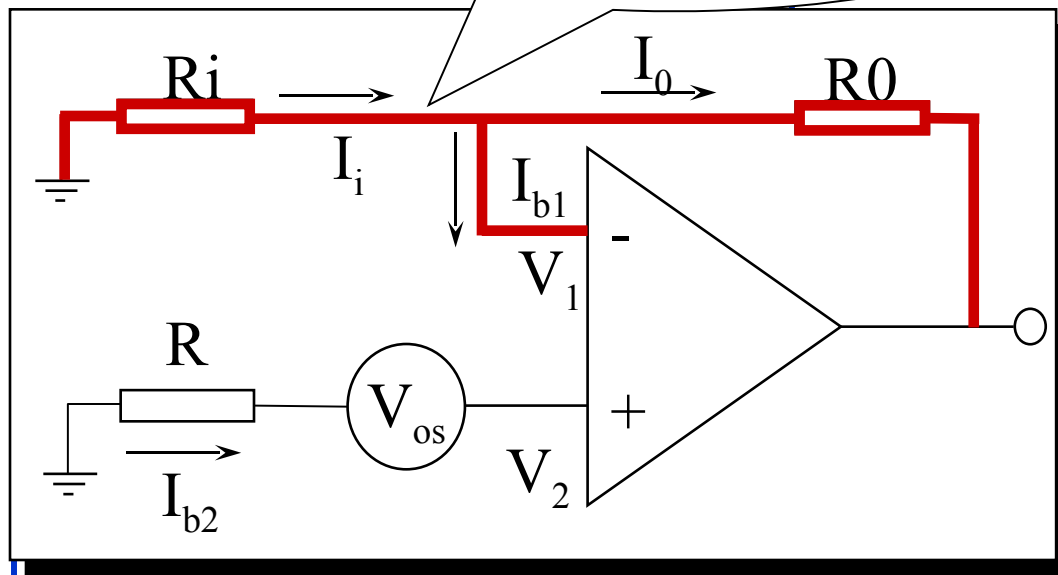
$$V_1 = V_2$$
$$V_2 = -I_{b2}R - V_{os}$$



$$I_i = I_0 + I_{b1}$$

$$\text{allora } -V_1/R_i = (V_1 - V_0)/R_0 + I_{b1}$$

Consideriamo la corrente
in questo ramo



$$V_1 = V_2$$
$$V_2 = -I_{b2}R - V_{os}$$
$$-V_1/R_i = (V_1 - V_0)/R_0 + I_{b1}$$

- Riassumendo:

- 1) $V_2 = V_1$

- 2) $V_2 = -I_{B2}R - V_{OS}$

- 3) $-V_1/R_i = (V_1 - V_0)/R_0 + I_{B1}$

- eliminando V_1 e V_2 :

- $(-I_{B2}R - V_{OS})/R_i = (-I_{B2}R - V_{OS} - V_0)/R_0 + I_{B1}$

- $V_0 = -V_{OS}(1 + R_0/R_i) + R_0I_{B1} - R(1 + R_0/R_i)I_{B2}$

- ed esplicitando V_0 :

- Ponendo $I_{oS} = I_{B2} - I_{B1}$, otterremo

- $V_0 = -V_{OS}(1 + R_0/R_i) - R_0I_{oS} + (R_0 - R(1 + R_0/R_i))I_{B2}$



Effetto di V_{os} e delle correnti I_b

Quindi, la tensione di uscita è influenzata dalla tensione V_{os} e dalle correnti I_b in base alla seguente relazione:

$$V_o = -V_{os} \left(1 + \frac{R_o}{R} \right) - R_o I_{os} + \left[R_o - R \left(1 + \frac{R_o}{R_i} \right) \right] I_{b2}$$

Amplificazione non
invertente di V_{os}

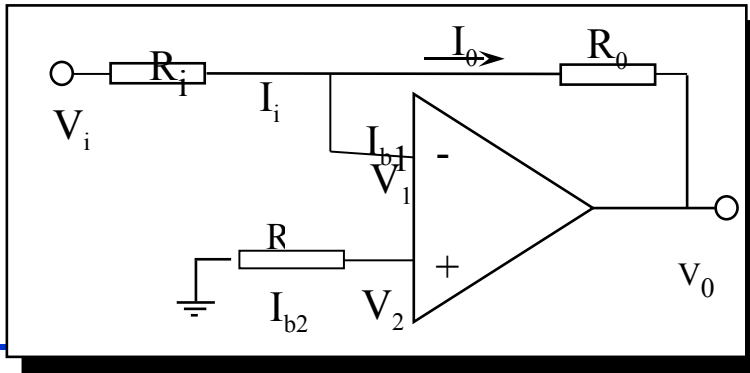
$$I_{os} \ll I_b$$

Si annulla se
 $R = R_o R_i / (R_o + R_i)$

Conclusione: per minimizzare l'effetto delle correnti di polarizzazione conviene aggiustare il circuito in modo che le resistenze “efficaci” viste dai due ingressi, date dal parallelo dei rami connessi a ciascuno ingresso, siano tra loro uguali.



Effetto dell'amplificazione finita



Consideriamo ($A_d = A^+ = A^- = A \neq \infty$) e $I_b = 0$

Ponendo $\beta = R_o / (R_i + R_o)$
avremo $V_2 = 0$ e

$$V_1 = \beta V_o + (1 - \beta)V_i$$

Sostituendo in $V_o = A(V_2 - V_1)$ avremo

$$V_o = \frac{\left(1 - \frac{1}{\beta}\right) V_i}{1 + \frac{1}{A\beta}} = \left(-\frac{R_o}{R_i}\right) \frac{V_i}{1 + \frac{1}{A\beta}} = \frac{G}{1 + \frac{1}{A\beta}} V_i$$

$1/A\beta$ (*loop gain error*) misura quanto è diverso il circuito reale da quello ideale