Eq. Navier Stokes 1D

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial t}\rho = -\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) \\
&\frac{\partial}{\partial t}u + u\frac{\partial}{\partial x}u = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x}p + \nu\frac{\partial^2}{\partial x^2}u \\
&\frac{\partial}{\partial x}p = c^2\frac{\partial}{\partial x}\rho
\end{aligned}
$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho = -\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}u + u\frac{\partial}{\partial x}u = -\frac{c^2}{\rho}\frac{\partial}{\partial x}\rho + \nu\frac{\partial^2}{\partial x^2}u \tag{2}$$

Consideriamo la dissipazione trascurabile ($\nu = 0$) e linearizziamo intorno ad uno stato di quiete ($U_0 = 0$).

$$
\begin{aligned}
u &= U_0 + \grave{u} \\
\rho &= \rho_0 + \grave{\rho}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t}\grave{\rho} &= -\rho_0\frac{\partial}{\partial x}\grave{u} \\
\frac{\partial}{\partial t}\grave{u} &= -\frac{c^2}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial x}\grave{\rho}
\end{aligned}
$$

Riscalando tutte le variabili, dipendenti ed indipendenti possiamo ottenere:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t}\rho &= -\frac{\partial}{\partial x}u \\
\frac{\partial}{\partial t}u &= -\frac{\partial}{\partial x}\rho
\end{aligned}
$$

Questo sistema si presta ad essere discretizzato su una griglia staggered e risulta semplice se assumiamo condizioni al contorno periodiche.