UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES - Facultad de Ingeniería

Departamento de Gestión

Modelos y Optimización I
(71.14)

Trabajo Práctico N°1

Integrantes

Padrón	*Nombre*	*Email*
96945	Federico Baliña	federicobalina@gmail.com
94258	Gonzalo Guzzardi	gonzaloguzzardi@gmail.com

Fecha de 1ra. entrega:	
Observaciones:	
Nota final:	

Índice

1. Parte A1

1.1. Análisis del Problema

Este problema corresponde al típico problema del viajante (TSP). Mas bien, son 6 problemas del viajante, uno por cada continente: Oceanía, Asia, Europa, América del Sur, América (Norte y Central) y Africa. Son problemas TSP simétricos ya que la distancia entre un par de ciudades es la misma sin importar el sentido en el que la recorra. El tiempo, en cambio, podría no serlo.

Cada uno de estos continentes está compuesto por un grupo de países cuyas capitales deben ser visitadas por equipos de National Geographic (uno por continente). Como mínimo, los equipos deben permanecer 168 hs en cada capital.

Se estima que se tardan 6 hs para recorrer 1000 km. Además, cada 3000 km recorridos, el equipo debe descansar 120 hs en la siguiente capital que visite.

En el caso de América del Sur, existen determinadas restricciones adicionales especificadas en el enunciado.

1.2. Objetivo

Determinar el recorrido que debe realizar cada equipo para su correspondiente grupo de países con el fin de visitar todas las capitales minimizando las distancias recorridas.

1.3. Hipótesis y Supuestos

- La ciudad origen del recorrido se la visita al comenzar el mismo, no al finalizar.
- El recorrido de cada equipo es totalmente independiente al de los demás.
- Se considera como la ciudad más al sur de cada grupo a la que tenga menor latitud según los datos provistos.
- Para calcular las distancias entre ciudades se utiliza la fórmula de MapaNet.[1]
- A partir de la estimación de los 1000 km recorridos cada 6 hs, se establece una velocidad constante de recorrido de 166.67 km/h.

[1] http://www.mapanet.eu/resources/Script-Distance.htm

- Los descansos se dan cada 3000 km recorridos, sin importar si se detuvieron en el camino o no. Es decir, el primer descanso será en la primer capital que visiten una vez superados los 3000 km, el segundo será en la primer capital que visiten superados los 6000 km totales y así...
- Cuando se descansa en una capital, la estadía total en dicha capital debe ser como mínimo de 288 hs (12 días).
- El equipo de América del Sur debe visitar Argentina en cualquier momento durante el mes de Enero de 2017. Esto es, su estadía completa debe ser durante Enero.
- El equipo de América del Sur no debe estar en Perú durante ningún momento de Febrero de 2017.
- El equipo de América del Sur debe visitar Brasil en cualquier momento de Febrero de 2017. Esto es, su estadía completa debe ser durante Febrero.

1.4. Definición de Variables

- $\mathbf{Y_{ij}}$: Si se realiza el trayecto de i a j es igual a 1, sino es igual a 0.
- $\mathbf{U_i}$: Representa el orden en el que es visitada la ciudad i
- $\mathbf{W_{ij}}$: Si la ciudad i fue visitada antes que la j vale 1, sino 0.
- $\mathbf{TE_i}$: Tiempo de estadía en la ciudad i.
- $\mathbf{TEA_j}$: Tiempo de estadía acumulado antes de llegar a la ciudad j.
- $\mathbf{TVA_j}$: Tiempo de viaje acumulado antes de llegar a la ciudad j
- $\mathbf{TTA_j}$: Tiempo total acumulado antes de llegar a la ciudad j
- $\mathbf{T_{ij}}$: Es igual a TE_i si W_{ij} es igual a 1, sino vale 0.
- $\mathbf{D_i}$: Es una variable entera. Representa la cantidad de descansos que debe realizar el equipo en la ciudad i. Si es 0, no se descansa. Si es 1, se quedan un tiempo adicional en dicha ciudad para descansar. Si es 2, el doble, etc...

- $\mathbf{Z_{ijk}}$: Es un and de las variables Y_{ij} y W_{ik}.
- $\mathbf{K_i}$: Es una variable entera. Representa la cantidad de veces que ya se recorrieron 3000km antes de llegar a la ciudad i. Si es 0, significa que todavía no se alcanzaron los 3000. Si es 1, se superaron los 3000 pero no se alcanzaron los 6000 y así...
- **P**: Variable bivalente utilizada solo para el equipo de Sudamérica. Si se visita Perú Antes de Febrero vale 1, si se visita después de Febrero, vale 0.

Además, se definen las siguientes **constantes**:

- N: Es la cantidad de ciudades a visitar, sin contar la inicial. El total de ciudades sería N+1.
- C_{ij}: Es el costo (en este caso distancia) para ir desde i hasta j.
- M_1: Número suficientemente grande que supere la cantidad de ciudades a visitar.
- M_2: Número suficientemente grande que supere la cantidad de días que requiere todo el recorrido.
- M_3: Número suficientemente grande como para que supere la cantidad máxima de tiempo de estadía en una ciudad
- TEF: Es el tiempo de estadía fijo en todas las ciudades
- TD: Es el tiempo de descanso
- VEL: Velocidad constante de traslado
- $K_0 = 0$

1.5. Modelo Matemático

$$Salida: \qquad \sum_{\substack{j=0 \\ j\neq i}}^{N} Y_{ij} = 1 \qquad \forall i = 0, 1, ...N \tag{1}$$

$$Llegada: \quad \sum_{\substack{i=0 \\ i\neq j}}^{N} Y_{ij} = 1 \qquad \forall j = 0,1,...N \tag{2}$$

$$Evitar\ sub-tours: \quad U_i - U_j + N\ Y_{ij} \leq N-1 \qquad \forall i, \forall j = 1,2,...N \qquad i \neq j \tag{3}$$

$$Rango\ del\ orden: \quad 1 \leq U_i \leq N \qquad \forall i = 1,2,...N \tag{4}$$

Las siguientes dos ecuaciones se utilizan para que las variables $\mathrm{W_{ij}}$ tomen el valor que les corresponde:

$$U_j \leq U_i + M_1\ W_{ij} \qquad \forall i, \forall j = 1,2,...N \qquad i \neq j \tag{5}$$

$$U_i \leq U_j + M_1\ (1 - W_{ij}) \qquad \forall i, \forall j = 1,2,...N \qquad i \neq j \tag{6}$$

$$Definicion\ Z_{ijk}: \quad 2Z_{ijk} \leq Y_{ij} + W_{ik} \leq 1 + Z_{ijk} \qquad \forall i, \forall j, \forall k = 1,2,...N \tag{7}$$

$$Tiempo\ de\ viaje\ antes\ de\ la\ ciudad\ k: \quad TVA_k = \sum_{j=1}^{N} \frac{C_{0j}}{VEL} Y_{0j} + \sum_{i=1}^{N} \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{N} \frac{C_{ij}}{VEL} Z_{ijk} \qquad \forall k = 1,2,...N \tag{8}$$

$$Definicion\ K_i: \quad 3000K_i = TVA_i VEL \qquad \forall i = 1,2,...N \tag{9}$$

$$Definicion\ D_i: \quad D_i = K_i - K_{i-1} \qquad \forall i = 1,2,...N \tag{10}$$

$$Tiempo\ de\ estadia\ en\ la\ ciudad\ i: \quad TE_i \geq TEF + TD\ D_i \qquad \forall i = 0,1,...N \tag{11}$$

$$Definicion1\ T_{ij}: \quad TE_i - (1 - W_{ij})M3 \leq T_{ij} \leq M3W_{ij} \qquad \forall i, \forall j = 1,2,...N \qquad i \neq j \tag{12}$$

$$Definicion2\ T_{ij}: \qquad 0 \leq T_{ij} \leq TE_i \qquad \forall i, \forall j = 1, 2, ...N \qquad i \neq j \tag{13}$$

$$Tiempo\ de\ estadia\ antes\ de\ la\ ciudad\ j: \qquad TEA_j = \sum_{\substack{i=0 \\ i \neq j}}^{N} T_{ij} \qquad \forall j = 1, 2, ...N \tag{14}$$

$$Tiempo\ total\ antes\ de\ la\ ciudad\ j: \qquad TTA_j = TEA_j + TVA_j \qquad \forall j = 1, 2, ...N \tag{15}$$

A continuación se establecen las restricciones correspondientes al equipo que recorre Sudamérica. Sea el índice 'a' el correspondiente a Argentina, 'b' el correspondiente a Brasil y 'p' el correspondiente a Perú.

$$Estadia\ Argentina: \qquad TTA_a + TE_a \leq 31 \tag{16}$$

$$Estadia\ Brasil: \qquad TTA_b \geq 31 \qquad \wedge \qquad TTA_b + TE_b \leq 59 \tag{17}$$

$$Estadia\ Peru: \qquad TTA_p + TE_p \leq 31 + M_2(1 - P) \qquad \wedge \qquad TTA_p \geq 59 - M_2 P \tag{18}$$

$$Z_{MIN} = \sum_{i=0}^{N} \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{N} C_{ij} Y_{ij} \tag{19}$$

1.6. Solución

Para el equipo de Sudamérica, se ejecutó el modelo del viajante con memoria como el que se desarrolló anteriormente, pero luego de más de 21 hs, glpk no logró encontrar ninguna solución entera factible.

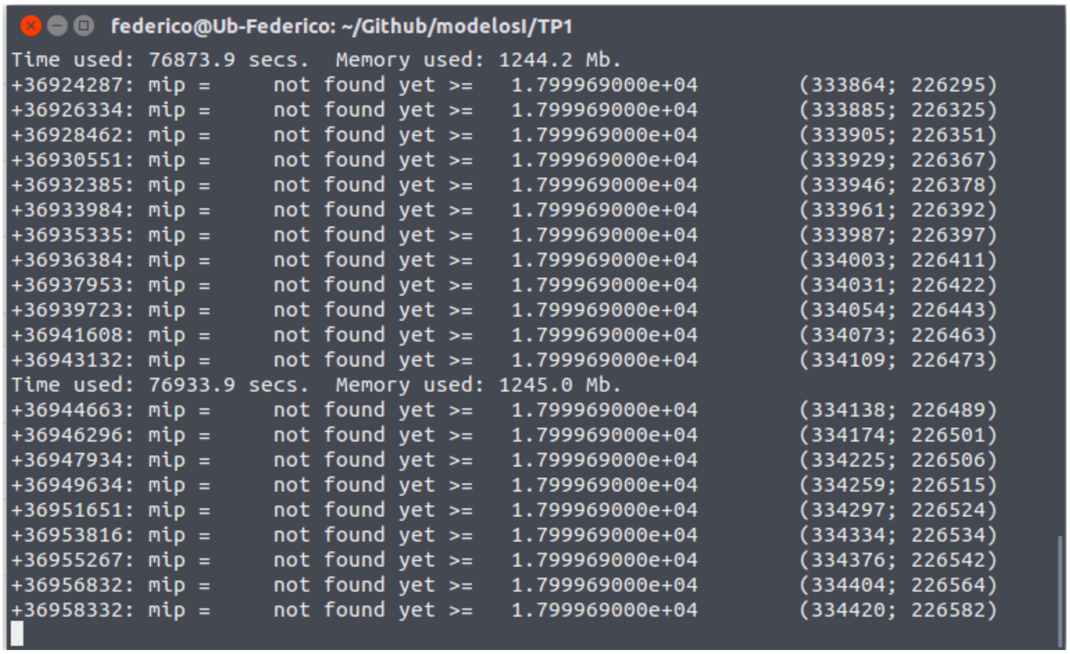

Figura 1: Salida de glpk obtenida al correr el modelo para América del Sur.

Cabe aclarar que para probar que el modelo realizado del viajante con memoria funcionara, se probó sobre un set de datos reducido y se verificó así su correcto funcionamiento.

Para el equipo de Europa, se modificó el modelo, simplificándolo al problema del viajante más básico: se le quitaron todas las variables asociadas a las restricciones temporales ya que para este continente no hay restricciones de este tipo. Cabe aclarar, que una vez obtenido el tour que minimice las distancias, no es nada difícil calcular los tiempos que se permanece en cada ciudad. Sin embargo, más allá de esta simplificación, no se pudo llegar a la solución óptima. Esto no debería extrañar dada la naturaleza del problema TSP (es NP-Hard).

Lo que se hizo entonces fue acotar el tiempo de ejecución de resolución del modelo a un tiempo razonable. Se corrió una vez el modelo sin límite de tiempo y se observó que alrededor de las 2-3 horas se estancaba en un gap de aproximadamente 9 %. Por lo que en la siguiente corrida, se limitó a ese tiempo y obtuvimos así la siguiente solución aproximada:

```
0. Cyprus(Nicosia)
1. Romania(Bucharest)
2. Moldova(Chi in u)
3. Ukraine(Kiev)
```

```
4. Russia(Moscow)
5. Belarus(Minsk)
6. Lithuania(Vilnius)
7. Latvia(Riga)
8. Poland(Warsaw)
9. Germany(Berlin)
10. Denmark(Copenhagen)
11. Norway(Oslo)
12. Sweden(Stockholm)
13. Estonia(Tallinn)
14. Finland(Helsinki)
15. Svalbard and Jan Mayen(Longyearbyen)
16. Iceland(Reykjav k)
17. Faroe Islands(T rshavn)
18. Isle of Man(Douglas)
19. Ireland(Dublin)
20. Netherlands(Amsterdam)
21. Belgium(Brussels)
22. Luxembourg(Luxembourg)
23. France(Paris)
24. United Kingdom(London)
25. Guernsey(St Peter Port)
26. Jersey(Saint Helier)
27. Spain(Madrid)
28. Portugal(Lisbon)
29. Gibraltar(Gibraltar)
30. Andorra(Andorra la Vella)
31. Monaco(Monaco)
32. Switzerland(Berne)
33. Liechtenstein(Vaduz)
```

```
34. Czech Republic(Prague)
35. Austria(Vienna)
36. Slovakia(Bratislava)
37. Hungary(Budapest)
38. Serbia(Belgrade)
39. Albania(Tirana)
40. Montenegro(Podgorica)
41. Kosovo(Pristina)
42. Macedonia(Skopje)
43. Bulgaria(Sofia)
44. Bosnia and Herzegovina(Sarajevo)
45. Croatia(Zagreb)
46. Slovenia(Ljubljana)
47. San Marino(San Marino)
48. Italy(Rome)
49. Vatican(Vatican)
50. Malta(Valletta)
51. Greece(Athens)
52. Cyprus(Nicosia)
Distancia total del tour: 24440.3 km
```

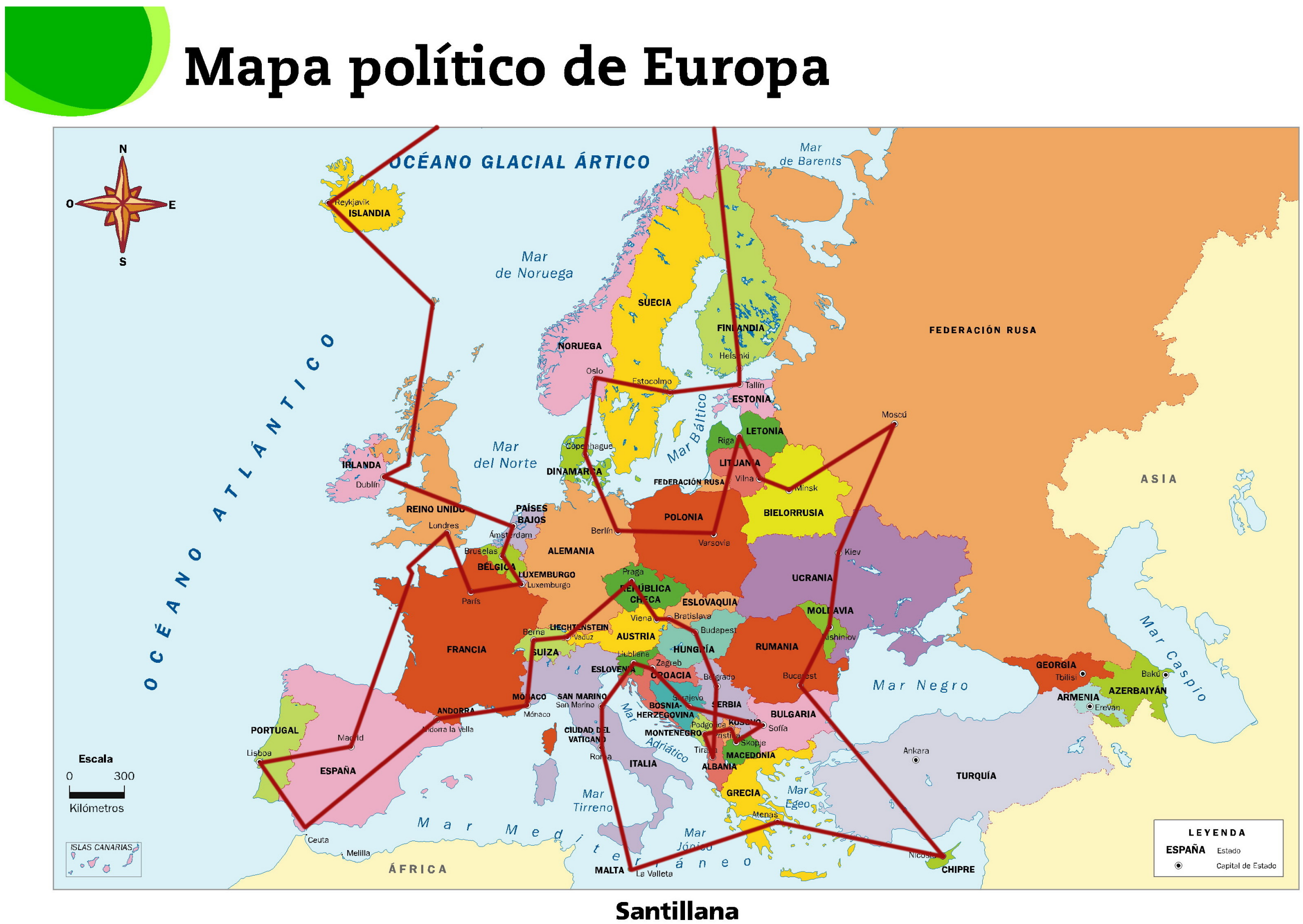

Figura 2: Tour obtenido para Europa mediante el modelo matemático.

1.7. Análisis de la Solución

Respecto a lo obtenido para Sudamérica, no hay mucho para analizar ya que justamente no se obtuvo ninguna solución. Podemos destacar que al reducir el set de datos a unas 7 ciudades, el modelo corre en unos pocos minutos, pero al aumentar la cantidad a 13, en casi un día entero no se obtuvo ninguna solución. Esto revela la complejidad del problema del viajante con memoria y no debería extrañar a nadie ya que el TSP común es NP-Hard y al agregarle la memoria, la complejidad aumenta considerablemente.

En cuanto a la solución obtenida para el continente europeo, visualmente parece ser una muy buena solución, cercana a la óptima. Al graficarla en el mapa, se puede ver que en la zona alrededor de Serbia, el tour hace una especie de rulo que seguramente podría ser optimizado. Como ya se dijo, para poder llegar a una solución, no se consideraron para este modelo ni las variables ni las restricciones temporales, pero si esto se quisiera calcular con el tour ya armado, sería bastante sencillo de hacer con un programa muy simple.

Teniendo en cuenta la complejidad de este problema y el número elevado de ciudades para este continente, nos llevamos una grata sorpresa al encontrar una solución bastante buena en un tiempo acotado.

1.8. Problemas encontrados

- En primer lugar desarrollamos nuestro modelo en CPLEX, pero una vez terminado, cuando lo quisimos probar no pudimos, ya que nuestra versión de CPLEX (trial) no era compatible con la dimensión del problema. Por lo que tuvimos que pasar el modelo a GLPK.

- Como se mencionó ya anteriormente, el problema del viajante es de tipo NP-Hard. Esto se ve reflejado en que al aumentar la cantidad de ciudades a visitar o al complejizar el modelo (i.e. para soportar las restricciones temporales), los tiempos de resolución ascienden abruptamente. Esto hace más complicado probar el modelo por lo que se utilizaron sets de datos reducidos para verificar el correcto funcionamiento.

- Se encontaron algunas ciudades con datos erróneos: la latitud y la longitud estaban intercambiadas. Donde se notó esto, los datos fueron corregidos: este es el caso de Tokelau y Nauru, por ejemplo. Es posible que se hayan corregido los datos de otras ciudades, de las cuales no se tomó nota.

2. Parte A2

2.1. Análisis del Problema

Desarrollado en A1.

2.2. Objetivo

El objetivo es idéntico al descripto en A1, solo que aquí no buscamos llegar al óptimo, sino a una buena solución.

2.3. Hipótesis y Supuestos

Desarrollado en A1.

2.4. Heurística

Se desarrolló una heurística de construcción, es decir, se busca una solución del problema, intentando que esta sea lo más cercana al óptimo que se pueda.

En el caso de nuestra heurística, la podemos dividir en dos grandes partes para explicarla.

En primer lugar, cómo se busca minimizar la distancia recorrida del tour. Para esto, decidimos utilizar la estrategia del **Vecino más próximo**. La misma consiste en realizar los siguientes pasos:

1. Se empieza por un tour que contenga únicamente la ciudad origen.
2. La próxima ciudad elegida es la más cercana a la última del tour siempre que no esté aún incluida en el tour.
3. Repetir el paso 2, hasta que todas las ciudades estén en el tour.
4. Finalmente, para cerrar el tour, se agrega el camino desde la última ciudad hasta la ciudad de origen.

Por otro lado, había que definir alguna estrategia para hacer que se cumplan las restricciones temporales del problema (Para el caso de Sudámerica en particular). Cabe destacar que la elección de utilizar el Vecino más próximo está relacionada con la presencia de estas restricciones temporales, ya que al comenzar en la ciudad de origen e ir avanzando progresivamente, se puede calcular el tiempo transcurrido en cualquier momento. Esto resulta clave para verificar que se cumplan dichas restricciones.

La estrategia utilizada para hacer que se cumplan dichas restricciones fue **Backtracking**. La idea es ir avanzando en el armado del tour, agregando caminos de acuerdo con lo descripto anteriormente, verificando antes de agregar cualquier camino que el mismo sea posible. Un camino es posible si su destino no fue visitado todavía y si no viola ninguna restricción temporal. El backtracking aparece cuando llegado un punto del tour armado, no puedo agregar ningún otro camino, entonces se quita el último camino que se había agregado y se continúa analizando los otros caminos desde la ciudad origen del último camino removido.

De esta forma, esta heurística finaliza de dos maneras posibles:

- Cuando encuentra la primera solución que verifica todas las restricciones.
- Cuando probó todos los caminos posibles y no encontró ninguna solución posible.

2.5. Solución

A continuación se adjunta la solución hallada para Sudamérica:

```
0. Falkland Islands(Stanley)
1. Uruguay(Montevideo)
2. Argentina(Buenos Aires)
3. Paraguay(Asunci n)
4. Bolivia(Sucre)
5. Brazil(Bras lia)
6. French Guiana(Cayenne)
7. Suriname(Paramaribo)
8. Guyana(Georgetown)
9. Venezuela(Caracas)
10. Colombia(Bogot )
11. Ecuador(Quito)
```

```
12. Peru(Lima)
13. Chile(Santiago)
14. Falkland Islands(Stanley)
Distancia total del tour: 17962.58 km
```

Figura 3: Tour obtenido para Sudamérica mediante la heurística.

A continuación se adjunta la solución hallada para Europa:

```
0. Cyprus(Nicosia)
1. Greece(Athens)
```

2. Macedonia(Skopje)
3. Kosovo(Pristina)
4. Montenegro(Podgorica)
5. Albania(Tirana)
6. Bosnia and Herzegovina(Sarajevo)
7. Serbia(Belgrade)
8. Hungary(Budapest)
9. Slovakia(Bratislava)
10. Austria(Vienna)
11. Czech Republic(Prague)
12. Germany(Berlin)
13. Denmark(Copenhagen)
14. Norway(Oslo)
15. Sweden(Stockholm)
16. Estonia(Tallinn)
17. Finland(Helsinki)
18. Latvia(Riga)
19. Lithuania(Vilnius)
20. Belarus(Minsk)
21. Ukraine(Kiev)
22. Moldova(Chi in u)
23. Romania(Bucharest)
24. Bulgaria(Sofia)
25. Croatia(Zagreb)
26. Slovenia(Ljubljana)
27. San Marino(San Marino)
28. Vatican(Vatican)
29. Italy(Rome)
30. Monaco(Monaco)
31. Switzerland(Berne)

```
32. Liechtenstein(Vaduz)
33. Luxembourg(Luxembourg)
34. Belgium(Brussels)
35. Netherlands(Amsterdam)
36. United Kingdom(London)
37. Guernsey(St Peter Port)
38. Jersey(Saint Helier)
39. France(Paris)
40. Andorra(Andorra la Vella)
41. Spain(Madrid)
42. Gibraltar(Gibraltar)
43. Portugal(Lisbon)
44. Ireland(Dublin)
45. Isle of Man(Douglas)
46. Faroe Islands(T rshavn)
47. Iceland(Reykjav k)
48. Svalbard and Jan Mayen(Longyearbyen)
49. Russia(Moscow)
50. Poland(Warsaw)
51. Malta(Valletta)
52. Cyprus(Nicosia)
Distancia total del tour: 26376.17 km
```

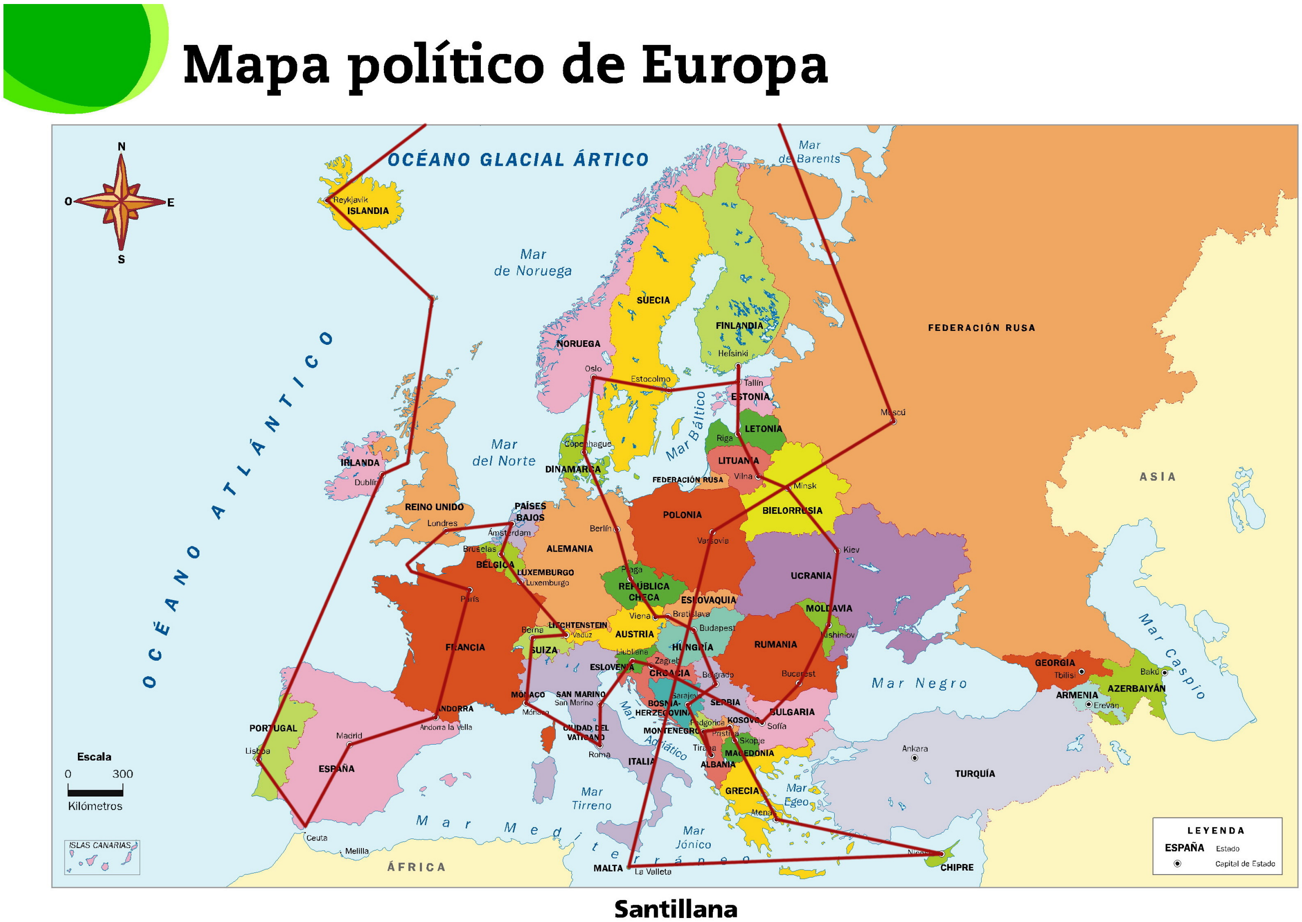

Figura 4: Tour obtenido para Europa mediante la heurística.

2.6. Análisis de la Solución

Para el caso de América del Sur, se puede apreciar a simple vista en el mapa del tour hallado que el mismo debe estar muy cerca del óptimo. Esta es una apreciación natural al ver el mapa ya que no parece estar recorriendo mucha distancia de más. El único cambio posible intuitivo que surge al mirar el mapa es el de tomar el camino de Asunción a Brasilia, en lugar del de Asunción a Sucre, y agregar a Sucre como punto medio entre Lima y Santiago.

Más allá de esto, la solución hallada parece ser muy buena, sobre todo teniendo en cuenta que el tiempo de ejecución de la heurística para hallarla fue tan solo de unos pocos segundos. Más aún, comparando con el modelo matemático a partir del cuál no pudimos obtener ninguna solución viable luego de casi un día de ejecución del mismo.

En el caso de Europa, la solución hallada no resulta tan intuitiva como para Sudamérica.

Parecen estarse desaprovechando algunas distancias y la forma del tour final es un poco extraña. Comparada con la solución hallada por el modelo matemático, esta recorre casi 2000 km más en total, esto es, aproximadamente un 8 % mayor. Sin embargo, comparando el tiempo que tomó alcanzar cada solución: mientras que esta fue encontrada en algunos segundos, la hallada por simplex demoró un par de horas.

Partiendo de ambos casos podemos concluir que las soluciones encontradas por la heurística no son tan buenos como los hallados mediante el modelo matemático, pero sí encuentran la solución significativamente más rápido. El caso extremo de esto lo representa Sudamérica, para el cual mediante la heurística se encontró rápidamente una muy buena solución, mientras que con el modelo matemático ni siquiera pudimos encontrar una.

2.7. Problemas encontrados

- El problema más grande con el que nos topamos fue el de coordinar el armado del tour con las verificaciones de las restricciones temporales, ya que muchos de los algoritmos que quisimos utilizar, no nos permitían verificar dichas condiciones hasta no tener el tour finalizado o bien, se hacía bastante más complejo verificarlas durante el armado.

3. Parte B

3.1. Análisis del Problema

Este problema, es un problema de toma de decisiones de Marketing, en el cual se busca encontrar la mejor manera de invertir los recursos disponibles, para atraer la mayor cantidad de espectadores posibles.

Para esto se cuenta con la siguiente información:

Tipo de Publicidad	Costo por Unidad	Resultados Estimados	Unidades Disponibles	Publicistas Necesarios
Segundos de Publicidad en TV	50 USD	50 nuevos espectadores	1000	1 cada 100 unidades
Carteles/Gráficas	5 000 USD	150 nuevos espectadores	∞	1 cada 20 unidades
Eventos	100 000 USD	800 nuevos espectadores	∞	1 por unidad

Cuadro 1: Estrategias de Publicidad

Recurso	Cantidad
Dinero para Inversión	10 000 000 USD
Publicistas	300 unidades

Cuadro 2: Recursos Disponibles

3.2. Objetivo

Determinar la cantidad de segundos de publicidad en televisión, gráficas y eventos a contratar en un período anterior al lanzamiento de la serie, para obtener la mayor cantidad de espectadores posible.

3.3. Hipótesis y Supuestos

- Si bien la empresa tiene pensado invertir 10 millones de dolares en publicidad, puede invertir menos.
- Se dispone de tiempo suficiente para llevar a cabo todas las actividades de publicidad contratadas, previo al lanzamiento de la serie.

- Se pueden contratar tantas gráficas y eventos como los recursos lo habiliten.
- Se reconocen en total 194 países soberanos y una capital por país, es decir, 194 capitales.
- Se reconocen como principales capitales, a la principal capital de cada país. De esta forma, colocará al menos una gráfica en la principal capital de cada país.
- Como un publicista puede ocuparse de hasta 20 gráficas, se considera que los publicistas pueden trabajar a distancia. De esta forma, no hay problemas si un publicista trabaja simultaneamente en una gráfica en Argentina y con otra en Japón.

3.4. Definición de Variables

Para la realización del modelo, se definieron las siguientes variables:

- **TV:** cantidad de segundos de publicidad en televisión contratados.
- **GR:** cantidad de gráficas/carteles contratadas en unidades.
- **EV:** cantidad de eventos contratados en unidades.
- **P:** cantidad de personas que mirararán la serie gracias a la campaña publicitaria, en unidades.
- **CST:** costos de la contratación de las distintas actividades de publicidad, en dolares.

Además, para hacer más flexible al modelo, se definieron las siguientes constantes. Nótese que algunos valores, como los costos, no fueron asignados a una constante, ya que se priorizó dejar de forma clara en las ecuaciones, que no se están multiplicando variables.

- **DINERO_DISPONIBLE:** cantidad de dinero disponible para la inversión en la campaña publicitaria, en dolares.
- **SEGUNDOS_TV_DISPONIBLES:** cantidad de segundos de publicidad en televisión que se pueden contratar como máximo, en unidades.
- **CANTIDAD_PUBLICISTAS:** cantidad de publicistas que se dispone en la campaña publicitaria, en unidades.

- **CANTIDAD_PRINCIPALES_CAPITALES:** cantidad de capitales en las que se debe colocar al menos una gráfica durante la campaña publicitaria, en unidades.

Cabe destacar que las variables definidas anteriormente, contienen valores contemplados en el período de tiempo precedente al lanzamiento de la serie, en el que se realiza la campaña publicitaria.

3.5. Modelo Matemático

Constantes

- DINERO_DISPONIBLE = 10000000
- SEGUNDOS_TV_DISPONIBLES = 1000
- CANTIDAD_PUBLICISTAS = 300
- CANTIDAD_PRINCIPALES_CAPITALES = 194

Recursos Disponibles

- **SegundosDisponibles:** TV <= SEGUNDOS_TV_DISPONIBLES
- **DineroDisponible:** CST <= DINERO_DISPONIBLE
- **Publicistas:** (GR / 20) + (TV / 100) + EV <= CANTIDAD_PUBLICISTAS

Gráficas por Capitales

- **GráficasMinimas:** GR >= CANTIDAD_PRINCIPALES_CAPITALES

Atracción de Espectadores

- **Espectadores:** P = TV * 50 + GR * 150 + EV * 800

Costos

- **Costos:** CST = TV * 5000 + GR * 20000 + EV * 100000

Funcional

Maximizar: Zmax = P

3.5.1. Adaptación del modelo a CPLEX

```
//Constantes
 dvar float+ DINERO_DISPONIBLE;
 dvar float+ SEGUNDOS_TV_DISPONIBLES;
 dvar float+ CANTIDAD_PUBLICISTAS;
 dvar float+ CANTIDAD_PRINCIPALES_CAPITALES;

//Variables
dvar float+ TV; // cantidad de segundos de publicidad en
   televisi n contratados
dvar float+ GR; // cantidad de gr ficas contratadas en unidades
dvar float+ EV; // cantidad de eventos contratados en unidades

dvar float+ P; // cantidad de personas que mirarar n la serie
   gracias a la campa a publicitaria, en unidades

dvar float+ CST; // costos de la contrataci n de las distintas
   actividades de publicidad, en dolares

//Funcional
 maximize
        P;

//Restricciones
subject to
{
        //Inicializaci n de constantes
        DINERO_DISPONIBLE == 10000000;
        SEGUNDOS_TV_DISPONIBLES == 1000;
```

```
        CANTIDAD_PUBLICISTAS == 300;
        CANTIDAD_PRINCIPALES_CAPITALES == 194;

        //Recursos Disponibles
        SegundosDisponibles: TV <= SEGUNDOS_TV_DISPONIBLES;
        DineroDisponible: CST <= DINERO_DISPONIBLE;
        Publicistas: (GR / 20) + (TV / 100) + EV <=
           CANTIDAD_PUBLICISTAS;

        //1 Grafica por capital
        GraficasMinimas: GR >= CANTIDAD_PRINCIPALES_CAPITALES;

        //Atraccion de Espectadores
        Espectadores: P == TV * 50 + GR * 150 + EV * 800;

        //Costos
        Costos: CST == TV * 5000 + GR * 20000 + EV * 100000;
}
```

3.6. Solución

Con este modelo, se halló la solución óptima en Zmax = 88060, con los siguientes valores para cada variable:

- TV = 1000
- GR = 194
- EV = 11,2
- CST = 10 000 000
- P = 88060

3.6.1. Salida de CPLEX

```
// solution (optimal) with objective 88060
// Quality There are no bound infeasibilities.
// There are no reduced-cost infeasibilities.
// Max. unscaled (scaled) Ax-b resid.          = 9.31323e-010
   (2.30926e-014)
// Max. unscaled (scaled) c-B'pi resid.        = 0 (0)
// Max. unscaled (scaled) |x|                  = 1e+007 (1e+007)
// Max. unscaled (scaled) |slack|              = 269.1 (269.1)
// Max. unscaled (scaled) |pi|                 = 10 (1048.58)
// Max. unscaled (scaled) |red-cost|           = 0 (0)
// Condition number of scaled basis            = 7.1e+000
//

P = 88060;
DINERO_DISPONIBLE = 1e+7;
SEGUNDOS_TV_DISPONIBLES = 1000;
CANTIDAD_PUBLICISTAS = 300;
CANTIDAD_PRINCIPALES_CAPITALES = 194;
TV = 1000;
CST = 1e+7;
GR = 194;
EV = 11.2;
```

3.7. Análisis de la Solución

Se pudo encontrar una solución óptima con éxito, la cual consiste en contratar los 1000 segundos de publicidad en televisión, 194 gráficas y 11,2 eventos. Esto tendría un resultado de 88060 personas nuevas que mirarán la serie.

Analizando las variables slacks, se tiene:

- Se utilizan los 1000 segundos disponibles de publicidad en televisión.
- 269,1 publicistas quedan ociosos.
- Se utiliza la totalidad del dinero disponible para invertir.

Si se analiza el costo de conversión de espectador para cada opción publicitaria, se realizan las siguientes observaciones:

- Segundos en televisión: 100 USD / nuevo espectador
- Gráficas: 133,33 USD / nuevo espectador
- Eventos: 125 USD / nuevo espectador

De esta forma, se puede observar claramente, que la opción más eficiente son los segundos en televisión, seguido por la contratación de eventos y, finalmente, por la contratación de gráficas.

3.8. Problemas encontrados

1. Uno de los problemas que surgió en la interpretación del problema y formulación del modelo, fue interpretar que es lo que quiere decir el enunciado cuando habla de principales capitales del mundo. Entre las interpretaciones más lógicas se tenían:
   - las principales capitales son las capitales de los países más importantes e influentes del mundo.
   - las principales capitales son las capitales que poseen un número considerable de habitantes, de tal forma que la campaña llegue a más gente.
   - las principales capitales son las capitales de cada país del mundo, sin contar capitales múltiples. Esta interpretación fue la que se tomó en cuenta para realizar el modelo.
2. Otro problema que se puede considerar en este modelo, fue el uso de variables continuas para la resolución de los mismos. Si bien por la magnitud de los valores que se manejan, las diferencias que se obtienen son pequeñas, lo mas correcto conceptualmente, hubiese sido usar variables enteras para variables como gráficas y eventos, ya que realizar 11,2 eventos no sería

correcto llevado a la realidad.

En caso que se hubiesen usado variables enteras, la solución óptima se hubiese alcanzado para 88050 nuevos espectadores, invirtiendo en 1000 segundos de televisión, 195 gráficas y 11 eventos. Sin embargo, como se puede observar, las diferencias son pequeñas y utilizando variables continuas se obtiene una buena aproximación.