

TRABAJO PRÁCTICO N°4 – UNIDAD III: Probabilidad, Probabilidad Conjunta, Probabilidad Condicional y Teorema de Bayes

Alumno: Federico Bitsch

Año 2025

1) Cuadro comparativo: Probabilidad conjunta vs Probabilidad condicional

Característica	Probabilidad conjunta	Probabilidad condicional
Definición	Probabilidad de que ocurran simultáneamente los eventos A y B (A y B).	Probabilidad de que ocurra A, dado que B ocurrió B:
Fórmula	$P(A \cap B)$.	$P(A B) = P(A \cap B) / P(B)$.
Ejemplo	$P(\text{llueva y paraguas})=0.2$.	$P(\text{llueva} \text{paraguas})=0.4$.

2) Eventos dependientes e independientes

- **Independientes:** uno no afecta al otro. $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$. Ejemplo: lanzar dos monedas.
- **Dependientes:** la ocurrencia de uno modifica al otro. $P(A | B) \neq P(A)$. Ejemplo: sacar cartas sin reemplazo.

3) Teorema de Bayes

Permite calcular una probabilidad condicional inversa. Se usa para actualizar una probabilidad a partir de nueva información. Fórmula:

$$P(A | B) = [P(B | A) \cdot P(A)] / P(B)$$

Aplicaciones: diagnóstico médico, aprendizaje automático, detección de spam.

4) Condiciones mínimas para una función de probabilidad

1. $0 \leq P(A) \leq 1$ para todo A.
2. $P(\Omega) = 1$ (evento seguro).
3. Si A y B son mutuamente excluyentes: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

5) Eventos mutuamente excluyentes y no mutuamente excluyentes

- Mutuamente excluyentes: no pueden ocurrir juntos. $P(A \cap B)=0$.
- No mutuamente excluyentes: pueden coincidir. $P(A \cap B)>0$.

Regla de adición: $P(A \cup B)=P(A)+P(B)-P(A \cap B)$.

6) Cálculo

$P(P)=0.4$, $P(H)=0.3$, $P(P \cap H)=0.1$.

$P(P \cup H)=0.4+0.3-0.1=0.6 \rightarrow 60\%$.

7) $P(M)=0.65$, $P(K)=0.70$, $P(M \cup K)=0.80 \rightarrow P(M \cap K)=0.65+0.70-0.80=0.55 \rightarrow 55\%$.

8) $P(F \cap C)=0.25$, $P(C)=0.60 \rightarrow P(F | C)=0.25/0.60=0.4167 \rightarrow 41.67\%$.

9) $P(R)=0.76$, $P(E)=0.45$, $P(R \cap E)=0.30 \rightarrow P(E | R)=0.30/0.76=0.3947 \rightarrow 39.47\%$.

10) $P(F)=0.40$, $P(M)=0.10$, $P(F | M)=0.50$.

$P(M | F) = [P(F | M) \cdot P(M)] / P(F) = (0.5 \cdot 0.1) / 0.4 = 0.125 \rightarrow 12.5\%$.