Linea Guida Report
Controlli Automatici - T

Progetto Tipologia A- Traccia 1
Controllo di due serbatoi d'acqua in cascata
Gruppo 35

Marco Calabri, Federico Porpora, Tommaso Portolani

Il progetto riguarda il controllo di due serbatoi d'acqua in cascata, la cui dinamica viene descritta dalle seguenti equazioni differenziali

$$\dot{a}_1(t) = -k_1\sqrt{a_1(t)} + k_4 V(t) \tag{1a}$$
$$\dot{a}_2(t) = k_2\sqrt{a_1(t)} - k_3\sqrt{a_2(t)}, \tag{1b}$$

dove $a_1(t)$ e $a_2(t)$ rappresentano i livelli dei serbatoi, $V(t)$ la tensione della pompa e k_i sono parametri geometrici.

1 Espressione del sistema in forma di stato e calcolo del sistema linearizzato intorno ad una coppia di equilibrio

Innanzitutto, esprimiamo il sistema (1) nella seguente forma di stato

$$\dot{x} = f(x, u) \tag{2a}$$
$$y = h(x, u). \tag{2b}$$

Pertanto, andiamo individuare lo stato x, l'ingresso u e l'uscita y del sistema come segue

$$x := \begin{bmatrix} a_1(t) \\ a_2(t) \end{bmatrix}, \quad u := V(t), \quad y := a_2(t).$$

Coerentemente con questa scelta, ricaviamo dal sistema (1) la seguente espressione per le funzioni f ed h

$$f(x, u) := \begin{bmatrix} -k_1\sqrt{x_1} + k_4 u \\ k_2\sqrt{x_1} - k_3\sqrt{x_2} \end{bmatrix}$$
$$h(x, u) := x_2.$$

Una volta calcolate f ed h esprimiamo (1) nella seguente forma di stato

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_1\sqrt{x_1} + k_4 u \\ k_2\sqrt{x_1} - k_3\sqrt{x_2} \end{bmatrix} \tag{3a}$$
$$y = x_2. \tag{3b}$$

Per trovare la coppia di equilibrio (x_e, u_e) di (3), andiamo a risolvere il seguente sistema di equazioni imponendo $\dot{x} = 0$

$$\begin{cases} -k_1\sqrt{x_{1,e}} + k_4 u_e = 0 \\ k_2\sqrt{x_{1,e}} - k_3\sqrt{x_{2,e}} = 0 \end{cases} \tag{4}$$

dal quale, utilizzando i parametri $a_{1,eq} = 0.0235$ e $a_{2,eq} = 3.67$ forniti dalla traccia, otteniamo

$$x_e := \begin{bmatrix} 0.0235 \\ 3.67 \end{bmatrix}, \quad u_e = 0.00613. \tag{5}$$

Definiamo le variabili alle variazioni δx, δu e δy come

$$\delta x = x - x_e, \quad \delta u = u - u_e, \quad \delta y = y - y_e.$$

L'evoluzione del sistema espressa nelle variabili alle variazioni può essere approssimativamente descritta mediante il seguente sistema lineare

$$\delta \dot{x} = A\delta x + B\delta u \tag{6a}$$
$$\delta y = C\delta x + D\delta u, \tag{6b}$$

dove le matrici A, B, C e D vengono calcolate come

$$A = \dots \tag{7a}$$
$$B = \dots \tag{7b}$$
$$C = \dots \tag{7c}$$
$$D = \dots. \tag{7d}$$

2 Calcolo Funzione di Trasferimento

In questa sezione, andiamo a calcolare la funzione di trasferimento $G(s)$ dall'ingresso δu all'uscita δy mediante la seguente formula

$$G(s) = \dots = \dots. \tag{8}$$

Dunque il sistema linearizzato (6) è caratterizzato dalla funzione di trasferimento (8) con ... poli $p_1 = \cdots, \cdots$ e ... zeri $z_i = \cdots$. In Figura ... mostriamo il corrispondente diagramma di Bode.

...

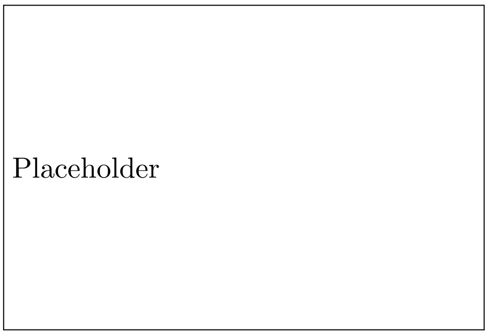

Figura 1: Caption.

...

Inoltre, ...

...

...

...

3 Mappatura specifiche del regolatore

Le specifiche da soddisfare sono

1) ...

2) ...
   ....

6) ....

Andiamo ad effettuare la mappatura punto per punto le specifiche richieste. ...

Pertanto, in Figura ..., mostriamo il diagramma di Bode della funzione di trasferimento $G(s)$ con le zone proibite emerse dalla mappatura delle specifiche.

...

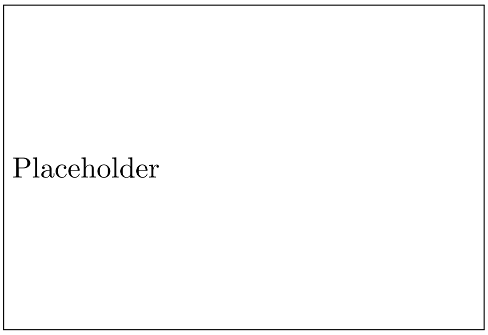

Figura 2: Caption.

...

Si può notare che ...

...

4 Sintesi del regolatore statico

In questa sezione progettiamo il regolatore statico $R_s(s)$ partendo dalle analisi fatte in sezione 3.

...

Dunque, definiamo la funzione estesa $G_e(s) = R_s(s)G(s)$ e, in Figura ..., mostriamo il suo diagramma di Bode per verificare se e quali zone proibite vengono attraversate.

...

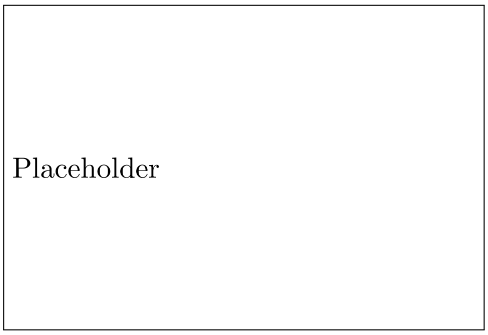

Figura 3: Caption.

...

Da Figura ..., emerge ...

...

Inoltre, possiamo notare che ...

...
...
...

5 Sintesi del regolatore dinamico

In questa sezione, progettiamo il regolatore dinamico $R_d(s)$. Dalle analisi fatte in Sezione 4, notiamo di essere nello Scenario di tipo .... Dunque, progettiamo $R_d(s)$ riccorrendo a ...
In Figura ..., mostriamo il diagramma di Bode della funzione d'anello $L(s) = R_d(s)G_e(s)$

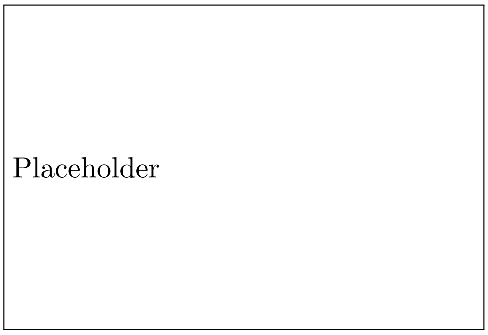

Figura 4: Caption.

...
Possiamo notare che ...
...
...
...

6 Test sul sistema linearizzato

In questa sezione, testiamo l'efficacia del controllore progettato sul sistema linearizzato con ...
In Figura ..., mostriamo lo schema a blocchi del sistema in anello chiuso. ...

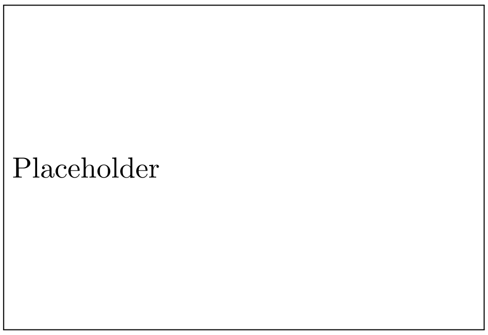

Figura 5: Caption.

...
Di seguito è riportato ... in merito alla risposta del sistema a fronte di un ingresso ...
... Si nota che ...
...
Inoltre possiamo notare dalle seguenti figure ... che i disturbi ...
In seguito, ...
...

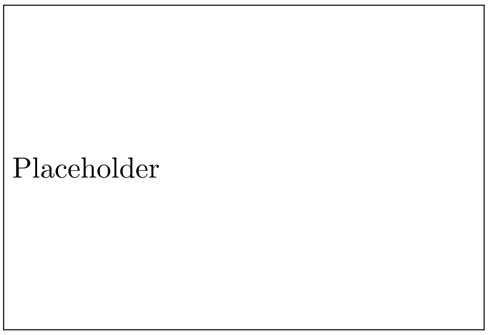

Figura 6: Caption.

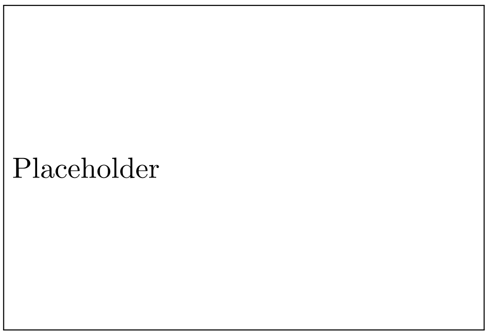

Figura 7: Caption.

...
...

7 Test sul sistema non lineare

In questa sezione, testiamo l'efficacia del controllore progettato sul modello non lineare con ...

In Figura ..., mostriamo lo schema a blocchi del sistema in anello chiuso. ...

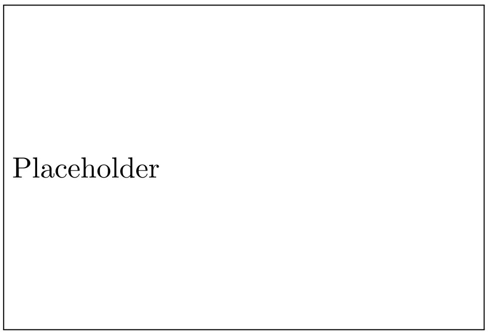

Figura 8: Caption.

...
Di seguito è riportato ... in merito alla risposta del sistema a fronte di un ingresso ...
... Si nota che ...

...
Rispetto alle simulazioni riguardanti il sistema linearizzato emerge ...

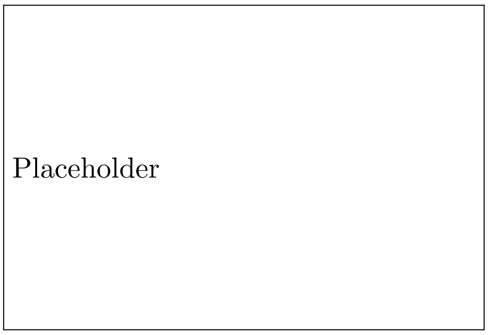

Figura 9: Caption.

...

Inoltre, è possibile osservare ...

...

...

...

8 Punti opzionali

8.1 Primo punto

...

8.2 Secondo punto

...

8.3 Terzo punto

...

9 Conclusioni

...