

Controlli Automatici - T

Progetto Tipologia a - Traccia 1

Controllo di due serbatoi d'acqua in cascata

Descrizione del problema

Si consideri il sistema in Figura 1 rappresentante due serbatoi d'acqua in cascata: il primo serbatoio è alimentato da una pompa e scarica nel secondo serbatoio, che a sua volta scarica nel serbatoio di raccolta. Si considerino $a_1(t)$ il livello dell'acqua del primo serbatoio e $a_2(t)$ il livello dell'acqua del secondo serbatoio. Si supponga che la dinamica del sistema sia descritta dalla seguente equazione differenziale

$$\dot{a}_1(t) = -k_1 \sqrt{a_1(t)} + k_4 V(t), \quad (1)$$

$$\dot{a}_2(t) = -k_2 \sqrt{a_1(t)} - k_3 \sqrt{a_2(t)}, \quad (2)$$

in cui

- $V(t) \in \mathbb{R}$ è la tensione applicata alla pompa;
- $k_1, k_2, k_3, k_4 > 0$ sono parametri scalari del sistema legati alla geometria degli orifizi e al guadagno della pompa.

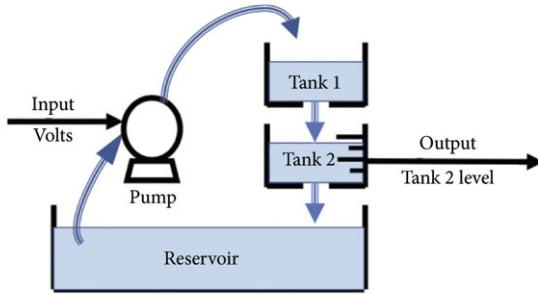


Figura 1: Schema illustrativo dei serbatoi in cascata.

L'input del sistema è la tensione applicata alla pompa $V(t)$, mentre si suppone di misurare, come output del sistema, il livello dell'acqua del secondo serbatoio $a_2(t)$.

Punto 1

Si riporti il sistema (1) nella forma di stato

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (3a)$$

$$y = h(x, u). \quad (3b)$$

In particolare, si dettagli la variabile di stato, la variabile d'ingresso, la variabile d'uscita e la forma delle funzioni f e h . A partire dai valori di equilibrio $a_{1,eq}$, $a_{2,eq}$ (fornito in tabella), si trovi l'intera coppia di equilibrio (x_e, u_e) e si linearizzi il sistema non lineare (3) nell'equilibrio, così da ottenere un sistema linearizzato del tipo

$$\delta \dot{x} = A \delta x + B \delta u \quad (4a)$$

$$\delta y = C \delta x + D \delta u, \quad (4b)$$

con opportune matrici A , B , C e D .

Punto 2

Si calcoli la funzione di trasferimento da δu a δy , ovvero la funzione $G(s)$ tale che $\delta Y(s) = G(s)\delta U(s)$.

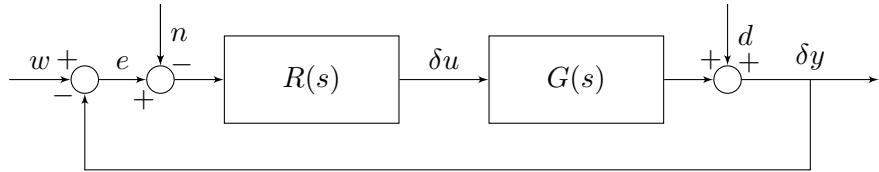


Figura 2: Schema di controllo.

Punto 3

Si progetti un regolatore (fisicamente realizzabile) considerando le seguenti specifiche:

- 1) Errore a regime $|e_\infty| \leq e^* = 0.05$ in risposta a un gradino $w(t) = W \cdot 1(t)$ e $d(t) = D \cdot 1(t)$ con ampiezze $W \leq 3$ e $D \leq 2.5$.
- 2) Per garantire una certa robustezza del sistema si deve avere un margine di fase $M_f \geq 30^\circ$.
- 3) Il sistema può accettare una sovraelongazione percentuale al massimo del 20%: $S\% \leq 20\%$.
- 4) Il tempo di assestamento alla $\epsilon\% = 5\%$ deve essere inferiore al valore fissato: $T_{a,\epsilon} = 0.050s$.
- 5) Il disturbo sull'uscita $d(t)$, con una banda limitata nel range di pulsazioni $[0, 2.0]$, deve essere abbattuto di almeno 40 dB.
- 6) Il rumore di misura $n(t)$, con una banda limitata nel range di pulsazioni $[1 \cdot 10^5, 5 \cdot 10^6]$, deve essere abbattuto di almeno 63 dB.

Punto 4

Testare il sistema di controllo sul sistema linearizzato con $w(t) = 3 \cdot 1(t)$, $d(t) = \sum_{k=1}^4 1.0 \sin(0.1kt)$ e $n(t) = \sum_{k=1}^4 2.5 \sin(10^5 kt)$.

Punto 5

- Testare il sistema di controllo sul modello non lineare (ed in presenza di $d(t)$ ed $n(t)$).
- Supponendo un riferimento $w(t) = 1(t)$, esplorare il range di condizioni iniziali dello stato del sistema non lineare (nell'intorno del punto di equilibrio) tali per cui l'uscita del sistema in anello chiuso converga a $h(x_e, u_e)$.
- Esplorare il range di ampiezza di riferimenti a gradino tali per cui il controllore rimane efficace sul sistema non lineare.

Punti opzionali

Sviluppare (in Matlab o Python) un'animazione in cui si mostri la dinamica del sistema.

Note

1. Ogni gruppo deve essere composto da al massimo 3 studenti (per casi eccezionali contattare il docente).
2. Il report del progetto deve essere scritto in L^AT_EX e seguire la struttura del template fornito.
3. Ogni email relativa al progetto deve avere il seguente oggetto:
“[CAT]-Gruppo X: resto dell'oggetto”.
4. In tutte le email devono essere messi in cc il professor Notarstefano, il professor Carnevale, il dr. Drudi, il dr. Tramaloni e agli altri membri del gruppo.

IMPORTANTE: Istruzioni per la consegna finale

1. La scadenza per la consegna finale è una settimana prima della data dell'esame.
2. Un membro di ogni gruppo deve inviare un'email con oggetto:

“[CAT]-Gruppo X: Consegnna progetto”,

allegando un link a una cartella OneDrive condivisa con il professor Notarstefano, il professor Carnevale, il dr. Drudi, il dr. Tramaloni e gli altri membri del gruppo.

3. La cartella di consegna finale deve contenere:

- **report_gruppo_XX.pdf**
- **report** – una cartella contenente il codice L^AT_EX e una cartella **figs** con le figure (se presenti)
- **code** – una cartella contenente il codice, incluso un file **README.txt** in cui si spiega brevemente quali script eseguire.

k_1	0.10
k_2	1.50
k_3	0.12
k_4	2.50
$a_{1,eq}$	0.0235
$a_{2,eq}$	3.67

Tabella 1: Parametri del sistema.