La matematica è un linguaggio

proposizione = affermazione (frase) che può essere vera o falsa

esempio

"20 è un numero primo" F

"Parigi è una città francese" V

Indichiamo le proposizioni con le lettere maiuscole.

"tutti i numeri dispari sono primi" F

es. 9 è un numero dispari, ma non è un numero primo

Simboli

quantificatore universale $\forall$ ("per ogni")

quantificatore esistenziale $\exists$ ("esiste")

" $\forall x \in \mathbb{N} \; \exists y \in \ldots$ "

Congiunzione "e" $\wedge$

$A \wedge B$

A = "6 è un numero pari" V

B = "6 è un multiplo di 2" V

$A \wedge B$ V

C = "6 è un numero dispari" F

$B \wedge C$ F

| A | B | $A \wedge B$ |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | F |
| F | F | F |

## Negazione $\neg$

A = "i numeri primi sono infiniti"

$\neg$A = "i numeri primi NON sono infiniti"

= i numeri primi sono finiti

## Disgiunzione "o" $\vee$

A = "6 è dispari" F

B = "6 è primo" F

$A \vee B$ F

C = "6 è pari"

$B \vee C$ V

| A | B | $A \vee B$ |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | V |
| F | V | V |
| F | F | F |

## Implicazione materiale $\Longrightarrow$

$A \Longrightarrow B$

"x è divisibile per 6" $\Longrightarrow$ "x è pari"

Dimostrazione

$x = 6 \cdot n = 3 \cdot 2 \cdot n = 2(3 \cdot n)$ x è pari

c.v.d

"x è pari" $\not\Rightarrow$ x è divisibile per 6" F

es. 2 è numero pari, ma non è divisibile per 6

$\not\Rightarrow$ non vale l'implicazione

| A | B | $A \Rightarrow B$ |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | V |
| F | F | V |

$\Rightarrow$ è F solo quando la 1ª è F e la 2ª è V

$\Rightarrow$ è equivalente a scrivere $\neg A \vee B$

## Doppia implicazione $\Leftrightarrow$

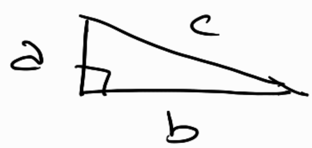
$A \Leftrightarrow B$ si legge "A se e solo se B"

$$\begin{tikzcd} A \arrow[r, bend left, "\text{implica}"] & B \arrow[l, bend left, "\text{implica}"] \end{tikzcd}$$

| A | B | $A \Leftrightarrow B$ |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | F |
| F | F | V |

La doppia implicazione è V solo se entrambe le proposizioni hanno lo stesso valore di verità. Altrimenti $\Leftrightarrow$ è F.

es. Teorema di Pitagora




$A\hat{B}C$ è un triangolo rettangolo $\Leftrightarrow a^2 + b^2 = c^2$

# CRITERI DI DIVISIBILITÀ

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ insieme dei numeri naturali

$\mathbb{R} =$ insieme dei numeri reali

$\mathbb{Q}$ insieme dei numeri razionali relativi

es. $\frac{3}{2} \in \mathbb{Q}$

$\mathbb{Z} =$ insieme dei numeri interi relativi $\quad -3 \in \mathbb{Z}$

$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

$n \div d \quad$ n è divisibile per d se $\frac{n}{d}$ non ha resto in $\mathbb{N}$

es. $6/2 = 3$ resto $= 0$ $\quad$ 6 è divisibile per 2

$15/2 = 7$ c'è il resto $\quad$ 15 non è disibile per 2

n è sempre divisibile per se stesso e per 1

$\frac{n}{n} = 1 \qquad \frac{n}{1} = n$

regole per verificare se è divisibile $\Rightarrow$ CRITERI DI DIVISIBILITÀ

divisibilità per 2 $\Rightarrow$ se termina con una cifra pari

n $\quad$ per 3 $\Rightarrow$ se la somma delle cifre è 3 o un multiplo di 3

es. 750 $\quad 7+5+0 = 12 \quad 12 = 3 \cdot 4 \quad$ 750 è divisibile per 3

750 è un multiplo di 3

divisibilità per 5 $\Rightarrow$ se l'ultima cifra è 0 o 5

Massimo comune divisore $\quad$ MCD

||

è il più grande divisore comune dei numeri considerati es. 24 e 36

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$24 = 2^3 \cdot 3$$
$$36 = 2^2 \cdot 3^2$$

$$MCD(24, 36) = 2^2 \cdot 3 = 4 \cdot 3 = 12$$

prendo i fattori primi <u>comuni</u> che compaiono in entrambe le scomposizioni con l'esponente <u>PIÙ PICCOLO</u>.

Minimo comune multiplo mcm

$\Downarrow$

è il più piccolo multiplo di ognuno dei numeri considerati

es m.c.m (360, 300)

$$\begin{array}{r|l} 360 & 2 \\ 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 300 & 2 \\ 150 & 2 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$$
$$300 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$$

$$mcm(360, 300) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 8 \cdot 9 \cdot 25 = 1800$$

$$MCD(360, 300) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 4 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

esercizio

Scrivere 1211 in base 4

$$[1211]_{10} = [\ \cdot\ ]_4$$

$$1211 : 4 = 302 \cdot 4 + 3$$

$$302 : 4 = 75 \cdot 4 + 2$$

$$75 : 4 = 18 \cdot 4 + 3$$

$18 : 4 = 4 \cdot 4 + 2$

$4 : 4 = 1 \cdot 4 + 0$

$1 : 4 = 0 \cdot 4 + 1$

$(102323)_4 = (1211)_{10}$

# Insiemi $\Rightarrow$ COLLEZIONI DI OGGETTI

si indicano con le lettere maiuscole A, B, C, ...

gli elementi degli insiemi si indicano con le lettere minuscole

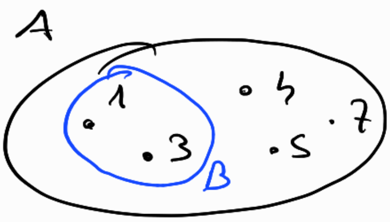
es. $A = \{0, 2, 4, 6, \dots\}$

$A = \{1, 3, 4, 5, 7\}$

$\in$ "appartiene" $\qquad \notin$ "non appartiene"

$3 \in A \qquad 6 \notin A$

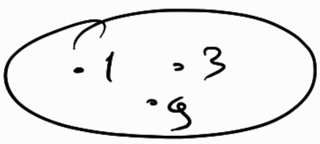
$B = \{1, 3\} \qquad B \subset A$ sottoinsieme




$A = B$ se hanno gli stessi elementi

$\emptyset$ = insieme vuoto

$C = \{1, 3, 9\}$




intersezione $A \cap C = \{1, 3\}$

Unione $A \cup C = \{1, 3, 4, 5, 7, 9\}$


differenza $A \setminus C$ "A senza C"

$A \setminus C = \{4, 5, 7\}$

In modo formale

tale che

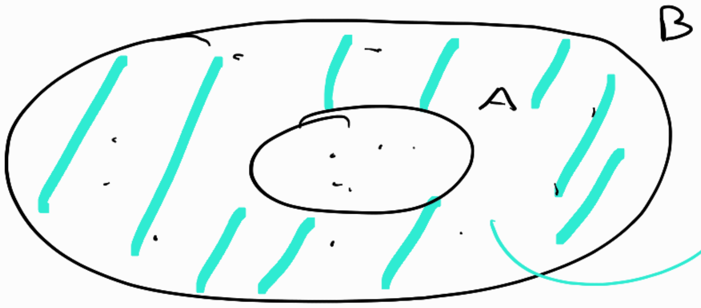
$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$

$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$

Regole di De Morgan

si legge complementare

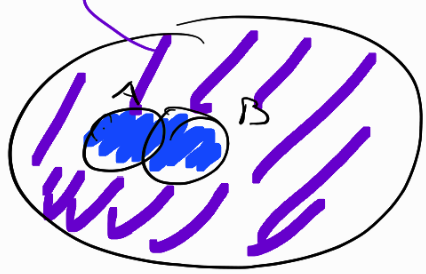
$(A \cup B)^{c} = A^{c} \cap B^{c}$




è il complementare di A rispetto a B

$(A \cup B)^{c}$

$(A \cap B)^{c} = A^{c} \cup B^{c}$




$(A \cap B)^{c}$