Università Degli Studi di Padova
Dipartimento di Fisica e Astronomia "Galileo Galilei"
Corsi di laurea in Fisica e Astronomia

Studente: Federico Simioni
Email: federico.simioni@studenti.unipd.it
Disciplina: Analisi Matematica 1

Lezione 4

1 Determinare il dominio delle seguenti funzioni:

(a) $\frac{x}{2-x}$;
(b) $\sqrt{x+1}$;
(c) $\sqrt{\frac{x}{2x-3}}$;
(d) $\sqrt{x+1}-x+\sqrt{2-x}$;
(e) $\sqrt{\sin(x)}$;
(f) $\ln(x^2+2x+1)$;
(g) $\ln(\frac{1-3x}{7x+2})$;

2 Calcolare il dominio delle seguenti funzioni:

(a) $2x+\arcsin(\sqrt{x^2-2x})$;
(b) $\frac{\ln(1+x^2)}{\sin(x)-x}$;
(c) $\sin(x^2+x+1)-\arcsin(\frac{1}{2+x^2})$;
(d) $\sqrt{\sin(x)+\frac{1}{2}}$;
(e) $\ln(3+2\cos(x)-\cos^2(x))$;

3 Considerando che:

$$f(x) = 2x - x^2$$

non è iniettiva in $\mathbb{R}$, trovare un intervallo [a,b] tale che la restrizione di f a tale intervallo sia invertibile, e scrivere la funzione inversa

4 Determinare iniettività, suriettività e determinare l'inversa (effettuando opportune restrizioni e corestrizioni ove necessario) delle seguenti funzioni:

(a) $\frac{1}{1-3^x}$;
(b) $\ln(x^2-3x+1)$;
(c) $\frac{1}{x^2-x+3}-\frac{3}{11}$;

5 Dato $A \subseteq \mathbb{R}$, sapendo che $\inf(A) = 0$ allora possiamo dire che:

(a) Esiste $x_0 \in A$ tale che $x_0 = 0$;
(b) Per ogni $x \in A$ si ha $x > 0$;
(c) 0 non è minimo di A;
(d) Per ogni $n \in \mathbb{N}$ esiste $x_0 \in A$ tale che $x_0 \leq \frac{1}{n}$;
(e) Per ogni $\epsilon > 0$ esiste $x \in A$ tale che $x > \epsilon$;

6. Data $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, sapendo che $\lim_{x\to 0} f(x) = -2$ si può affermare che

   (a) $\exists \delta > 0$ tale che $f(x) < -1$ per $x \in]-\delta, \delta[$, con $x \neq 0$;
   (b) $f(0) = -2$;
   (c) $f(x) \neq -2$ per ogni $x \neq 0$;
   (d) $\forall \epsilon > 0$ si ha che $f(x) < 0$ per ogni $x \neq 0$ e $|x| < \epsilon$;
   (e) $\inf\{f(x) | x \in \mathbb{R}\} \geq -2$;

7. Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x\to 0} \frac{6x^6 - \sin^2(2x^2)}{\cos(x^2) - 1 - 5x^5} = ...$$

Se il limite è $+\infty$ scrivere 2022.
Se il limite è $-\infty$ scrivere -2022.

8. Data la seguente equazione:

$$f(x) = \sqrt{\ln\left(\frac{\sqrt{x} + \sqrt{1-x}}{\alpha}\right)}$$

con $\alpha > 0$. Trovare l'insieme di definizione di $f(x)$.