

---

## Lezione 1

---

- ① Dimostrare per induzione la seguente formula:

$$1 + 5 + 9 + 13 + \dots + (4n + 1) = (2n + 1)(n + 1)$$

- ② Dimostrare che esiste un  $n \in \mathbb{N}$  tale che:

$$2^n \cdot n! \leq n^n$$

- ③ Dimostrare per induzione la seguente formula:

$$3^n \geq n^2 + 1$$

- ④ Dimostrare che per ogni intero  $n \geq 1$ ,  $2^n - 1$  è divisibile per 3

- ⑤ Dimostrare che il numero  $4^{2n+1} + 3^{n+2}$  è divisibile per 13 per ogni  $n \geq 0$

- ⑥ Dimostrare che il numero  $4^n + 5$  è multiplo di 3 per ogni  $n \geq 0$

- ⑦ Dimostrare che la successione definita ricorsivamente da:

$$\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_{n+1} = \frac{1}{3}a_n + 4 \end{cases}$$

Risulta monotona strettamente crescente e che ogni termine è minore di 6.