
Lezione 9

① Si calcolino i seguenti limiti:

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x^2};$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^x - 1}{x};$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log\left(\frac{\sin(x)}{x}\right)}{x^2};$

(d) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{1-x^2}}{\arccos(x)};$

② Calcolare i seguenti limiti, utilizzando ove necessario il teorema di de l'Hôpital:

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin(x)}{x^3};$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x)^3}{\sin(5x) + x^{\frac{4}{3}} \cdot \sin(x)}$

E se cambiamo leggermente quest'ultimo caso, considerando:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x)^3 - 3\sin(x) + \frac{3}{2}x^2}{\sin(5x) - 5x \cdot \cos(x)}$$

Cosa succede?

③ (APPELLO 19/01/22) Si studi la funzione

$$f(x) = e^{2x} \cdot \left| \frac{x}{x-2} \right|$$

Discutere:

- (a) Dominio D di f;
- (b) I limiti notevoli di f;
- (c) Gli eventuali asintoti e la loro tipologia;
- (d) I punti di derivabilità e il calcolo della derivata;
- (e) I limiti notevoli della derivata: i limiti destro e sinistro della derivata nei punti di possibile non derivabilità;
- (f) Il segno della derivata e gli intervalli di monotonia di f;
- (g) I punti di estremo locale e la loro natura;
- (h) Tracciare il grafico qualitativo di f;
- (i) L'immagine della funzione e gli eventuali punti di estremo globale.

- ④ Una grondaia è costruita piegando una striscia di larghezza L in modo da ottenere un profilo costituito da una base orizzontale e da due quarti di circonferenza come nella figura sottostante. Trovare quale deve essere la lunghezza della base affinché la capacità sia massima

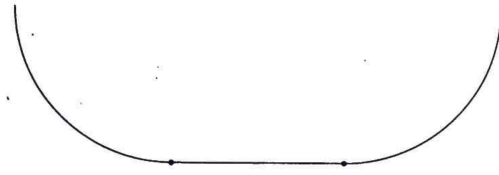


Figura 1: Rappresentazione della situazione descritta dal problema