
Lezione 5

① Verificare i seguenti limiti utilizzando le definizioni viste a lezione:

- (a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{x-1} = 2;$
- (b) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \ln(1 - x^2) = -\infty;$
- (c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{x} = 1;$
- (d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + 1) = +\infty;$

② Calcolare, se esistono, i seguenti limiti:

- (a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x - 1});$
- (b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{2x + 1} - \sqrt{x^2 - 1});$
- (c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^3 + x^2} - \sqrt{x^3 - 2x});$
- (d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + x^2 + x}{2x^2 - x + 3};$
- (e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 5x - 7}{5x^2 - 2x + 3};$
- (f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x} + \sin(x));$
- (g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(x)}{x};$
- (h) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - \sin(x)}{3x + \cos(x)};$
- (i) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos(\frac{\pi}{2}x)}{1-x};$
- (j) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{\sqrt{x}-\sqrt{5}};$
- (k) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3^x + 3^{-x}}{3^x - 3^{-x}};$
- (l) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{e^{3x} - 1};$
- (m) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\pi x + x^{\frac{3}{2}}}{e x^4 + x^9} \sin\left(\frac{3x^5 + 2x^8}{x^2 + 6x^{\frac{5}{2}}}\right);$
- (n) $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-4x} \sin(e^{-4x});$
- (o) $\lim_{x \rightarrow 0} (3x^2 - 5x - 6)e^{\frac{1}{x}};$
- (p) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi \cos(x))}{x \cdot \sin(x)};$

③ (ES. 2 ESAME 28/08/19) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^{3x^3} - 1}{(\tan(4x^3))(\log(x))}$$

- ④ (ES.2 ESAME 17/06/19) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\cos(3x^3)} - e}{x^6}$$

- ⑤ (ES. 2 ESAME 11/02/2019) Calcolare il seguente limite, considerando $\alpha > 0$:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4 + 7x^\alpha}{3 + 7x} \right)^x$$

- ⑥ (QUIZ 4 ESAME 16/06/2021) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+6}{x} \right)^{\frac{x^2+5}{x+3}}$$

- ⑦ (QUIZ 3 ESAME 01/09/2020) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot \log \left(e^{\frac{2}{x}} + \frac{5}{x} \right)$$

- ⑧ Provare a rispondere alle seguenti domande di teoria, tratte da appelli passati:

- (a) Dare la definizione di $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$, con $L \in \mathbb{R}$, e spiegare perché $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos(x)}{x} = 0$
- (b) Enunciare e dimostrare il teorema di permanenza del segno per funzioni continue
- (c) Sia A un insieme. Si completi la definizione: $x_0 \in \dots$ è punto di accumulazione per A se ...