

2) DIMOSTRAZIONE PIÙ RIGOROSA DEL FATTO CHE $\sin(x) = x \Leftrightarrow x = 0$

A) CONSIDERIAMO $f(x) = x - \sin(x)$

QUESTA FUNZIONE RISULTA DERIVABILE SU \mathbb{R}

$$\frac{df(x)}{dx} = 1 - \cos(x) \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

DUINQUE $f(x)$ RISULTA CRESCENTE NEL SUO DOMINIO. CONSIDERANDO QUINDI CHE

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

SI AGGIUNTA AL FATTO CHE LA FUNZIONE È CONTINUA E MONOTONA CRESCENTE, ALLORA ESISTE UNA E UNA SOLA SOLUZIONE DELL'EQUAZIONE $f(x) = 0$.