

## Calcolo integrale

*Solvere gli esercizi indicati in rosso*

**Esercizio 1.** Senza calcolarli, ricondurre il calcolo dei seguenti integrali indefiniti a quello dell'integrale indefinito di una opportuna funzione razionale.

1.  $\int \frac{e^{5x} + 6e^x}{e^{2x} + 2e^x + 8} dx;$

2.  $\int \frac{3x + \sqrt{x^2 - 2x + 8}}{x + (x^2 - 2x + 8)^4 + 2x + 1} dx;$

3.  $\int \frac{3x + \sqrt{-x^2 + 4x - 3}}{x + \sqrt{(-x^2 + 4x - 3)^3} + 2x + 1} dx$

4.  $\int \frac{\cos x + \sin^2 x}{\cos x + 2 \cos^2 x + \sin x + 5} dx;$

5.  $\int (x^2 - x) \left( \frac{2x + 5}{x - 2} \right)^{5/3} dx;$

6.  $\int x^{3/8} (4 - x)^{13/8} dx.$

**Esercizio 2.** calcolare i seguenti integrali indefiniti:

1.  $\int \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} dx;$

2.  $\int \frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{x}}} dx;$

3.  $\int \frac{1}{\sin x} dx;$

4.  $\int \sqrt{1+x^2} dx;$

5.  $\int \frac{1}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}} dx;$

6.  $\int \frac{2 - \sin^2 x}{\sin 2x} dx;$

7.  $\int \frac{1-x^2}{\sqrt{1+x^2}} dx;$

8.  $\int \frac{\sin x}{1 - \sin x} dx.$

**Esercizio 3.** Calcolare i seguenti integrali definiti:

1.  $\int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{x \cos x}{\sin^2 x} dx;$

2.  $\int_0^1 \frac{e^x + 2}{e^x(e^x + 1)} dx;$



$$3. \int_0^{5/4} \frac{x + \sqrt{x+1}}{2x - 3\sqrt{x+1}} dx;$$

$$4. \int_0^1 \frac{\sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x} + 1)(x + 1)} dx.$$

**Esercizio 4.** Calcolare  $\int_0^{1/2} \frac{x^2 + x + 1}{(x + 2)(x^2 - 1)} dx.$

**Esercizio 5.** Determinare gli integrali indefiniti

$$1. \int \frac{x + 2}{x^4 + x^3 + x^2 + x} dx;$$

$$2. \int \frac{x^3 + 1}{x(x^2 + x + 1)} dx;$$

$$3. \int \frac{1}{x^2(x^2 + 1)^2} dx;$$

$$4. \int \frac{x^3 - 5x + 2}{(x - 1)^3} dx;$$

$$5. \int \frac{x^3}{(x^2 + 1)^2} dx;$$

**Esercizio 6.** Determinare i seguenti integrali indefiniti:

$$1. \int \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x - 3}} dx;$$

$$2. \int \frac{x^2}{\sqrt{-x^2 + 3x - 2}} dx;$$

$$3. \int \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} dx;$$

**Esercizio 7.** Determinare i seguenti integrali indefiniti

$$1. \int x \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} dx;$$

$$2. \int \frac{\sqrt{1+x}}{1 + (1+x)^{1/3}} dx;$$

$$3. \int \frac{1}{\sqrt{x} + x^{1/3}} dx;$$

**Esercizio 8.** Calcolare  $\int \frac{1}{2 \cosh x + \sinh x + 1} dx.$

**Esercizio 9.** Calcolare  $\int \sqrt{\tan x} dx.$

**Esercizio 10.** Calcolare  $\int x^{1/3} (2 + 3\sqrt{x})^2 dx.$

**Esercizio 11.** Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  periodica di periodo  $T > 0$ . Provare che per ogni  $a \in \mathbb{R}$  si ha

$$\int_a^{a+T} f(x) dx = \int_0^T f(x) dx.$$

**Esercizio 12.** Calcolare i seguenti integrali:

$$1. \int \frac{1}{1 + \cos x} dx;$$



$$\textcircled{2.} \int_0^{\pi/4} \frac{1}{\cos^4 x} dx;$$

$$\textcircled{3.} \int_0^{\pi/2} \frac{\sin x + \cos x}{1 + \sin x} dx;$$

$$4. \int_0^{3\pi} \frac{2}{2 + \sin x + \cos x} dx \text{ (attenzione agli estremi di integrazione quando si effettua il cambio di variabile } t = \tan x/2!);$$

**Esercizio 13.** Determinare i seguenti integrali indefiniti:

$$1. \int \frac{\sin x}{\sqrt{2 + 4 \cos x - \sin^2 x}} dx;$$

$$2. \int \frac{\sqrt{\cos x}}{\sin x} dx;$$

$$\textcircled{3.} \int \frac{\sin x}{\sin 2x - \tan 2x} dx;$$

$$4. \int \sin 2x \log \frac{1 + \sin x}{\sin x} dx;$$

**Esercizio 14.** Determinare i seguenti integrali indefiniti:

$$\textcircled{1.} \int \frac{1}{3e^{2x} + e^x + 1} dx;$$

$$2. \int \sqrt{\frac{e^x}{e^x + e^{-x}}} dx;$$

$$3. \int \frac{\log x}{x \sqrt{1 - 4 \log x - \log^2 x}} dx;$$

$$4. \int (2 - x^2)^{3/2} (1 - x^2) dx;$$

$$5. \int \frac{x}{1 - x^{3/2}} dx;$$

$$6. \int \frac{\sin x \cos x}{\sqrt{2 + \sin x - \sin^2 x}} dx.$$