

Lezione 6

- 1) Un corpo puntiforme di massa $m_1 = 0.5 \text{ kg}$ poggia sul tratto orizzontale di una guida e viene lanciato orizzontalmente, con velocità \vec{v}_0 , verso un secondo corpo di massa $m_2 = 1 \text{ kg}$ che è posto in quiete all'inizio del tratto curvo della guida. Tale tratto finisce a una quota $h_0 = 50 \text{ cm}$ con una pendenza rispetto all'orizzontale pari a $\theta = 45^\circ$. Sapendo che dopo l'urto il corpo che prosegue verso destra raggiunge la sommità della guida e ricade al suolo a una distanza $d = 1 \text{ m}$ da essa, determinare il modulo di \vec{v}_0 a seconda che l'urto sia:

1. perfettamente elastico;
2. completamente anelastico.

[Trascurare ogni tipo di attrito.]



Figura 1: Rappresentazione grafica problema 1

- 2) Un corpo agganciato a una molla di costante elastica $k = 4 \cdot 10^4 \text{ N/m}$ e inizialmente a riposo esplode dividendosi in due frammenti. Di questi, il primo, di massa $m_1 = 4 \text{ kg}$, viene proiettato in avanti con velocità $v_1 = 12 \text{ m/s}$; il secondo, di massa $m_2 = 1 \text{ kg}$, rimanendo vincolato alla molla, viene proiettato all'indietro (verso la molla stessa) e, dopo averla compressa, inizia a oscillare. Determinare:
1. il valore Δx della massima compressione della molla;
 2. l'energia meccanica totale del sistema dopo l'esplosione.
- 3) Una cassa piena di sabbia di massa $M = 50 \text{ kg}$ poggia su un piano orizzontale con coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = 0.7$ ed è in quiete. Contro la cassa viene sparato orizzontalmente un proiettile di massa $m = 1000 \text{ g}$. Il proiettile si conficca nella cassa alla velocità $v_0 = 300 \text{ m/s}$ e ne emerge dalla parete opposta alla velocità (sempre orizzontale) $v_1 = 50 \text{ m/s}$; la cassa, invece, dopo l'urto si mette in moto. Determinare:
1. l'energia W_1 dissipata nel processo d'urto;
 2. il tempo impiegato dalla cassa per fermarsi;
 3. l'energia W_2 dissipata per attrito.

- ④ Un proiettile di massa $m = 150$ g colpisce orizzontalmente, con velocità v_0 , un corpo di massa $M = 600$ g, appeso a un perno orizzontale per mezzo di un filo ideale di lunghezza $l = 100$ cm. Sapendo che l'urto tra i due corpi è completamente anelastico, si determini:

1. il minimo valore, $v_{0,min}$, della velocità del proiettile in corrispondenza del quale il sistema corpo+proiettile riesce a fare un giro completo intorno al perno senza che il filo si allenti;
2. la percentuale ϵ di energia persa nella collisione.

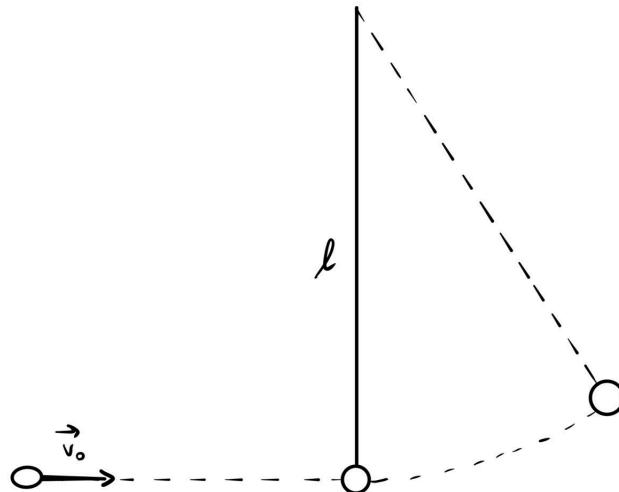


Figura 2: Rappresentazione grafica problema 4

- ⑤ Come indicato in Figura 3, i corpi 1, di massa $m_1 = m = 1.5$ kg, e 2, di massa $m_2 = 2m$, si trovano su uno stesso piano orizzontale. A un certo istante il corpo 1 viene lanciato con velocità iniziale $v_0 = 6$ m/s verso il corpo 2, inizialmente in quiete; l'urto tra i due è perfettamente elastico. A destra del corpo 2 vi è una molla ideale (di massa trascurabile), di costante elastica $k = 300$ N/m, il cui estremo destro è vincolato al piano di appoggio; la molla è inizialmente a riposo e il suo estremo sinistro si trova a una distanza $d = 80$ cm dalla posizione iniziale del corpo 2. Sapendo che il piano di appoggio è liscio (attrito trascurabile) e trattando i due corpi come puntiformi, determinare:

1. le velocità v_1 e v_2 dei due corpi subito dopo l'urto (specificandone anche il segno);
2. la massima compressione Δl della molla;
3. dire se dopo l'urto menzionato i corpi 1 e 2 si incontrano di nuovo e, nel caso, determinare l'intervallo di tempo Δt tra il primo e il secondo urto.

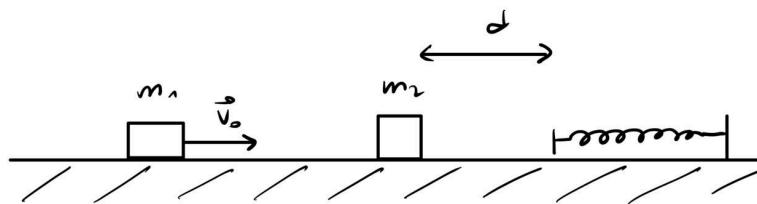


Figura 3: Rappresentazione grafica problema 5

- ⑥ Una pallina di massa $m_1 = 100$ g muovendosi su un piano orizzontale liscio con velocità $v_0 = 0.1$ m/s urta centralmente una seconda pallina di massa $m_2 = 200$ g poggiata sullo stesso piano e in quiete. La pallina 2 è ancorata all'estremo libero di una molla ideale (l'altro estremo è fissato al piano), di costante elastica $k = 1$ N/m, disposta lungo la direzione di moto (vedi Figura 4). Determinare la massima compressione della molla a seconda che l'urto tra le due sia:

1. elastico;
2. perfettamente anelastico.



Figura 4: Rappresentazione grafica problema 6

- 7) Un cuneo ha altezza massima $h = 200$ cm. La superficie piana superiore del cuneo è inclinata di un angolo $\theta = 25^\circ$ rispetto all'orizzontale (vedi Figura 5) e su di essa, nel suo punto centrale, è appoggiato un corpo di massa $m_2 = 5$ kg in quiete. Dalla sommità del cuneo viene lanciato verso il corpo 2 un corpo di massa $m_1 = 1$ kg con una velocità $v_0 = 5$ m/s. La collisione tra i due corpi è perfettamente elastica. Sapendo che quando i corpi sono in movimento risentono di attrito caratterizzato da un coefficiente di attrito dinamico pari a $\mu_d = 0.6$ e che il cuneo rimane fermo, determinare:

1. la velocità con cui il corpo 1 urta il corpo 2;
2. la velocità dei due corpi immediatamente dopo l'urto;
3. la velocità finale o la quota di arresto del corpo 2, a seconda che raggiunga o meno il punto più basso del cuneo.

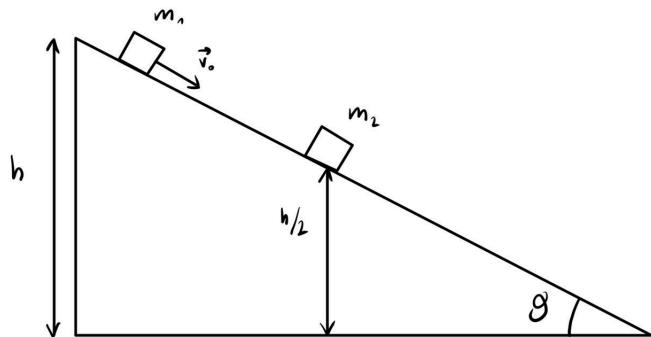


Figura 5: Rappresentazione grafica problema 7

Primo di procedere con gli esercizi, vediamo un breve riplogo delle considerazioni valide per gli urti tra più corpi:

URTI

In questo capitolo sono trattati esclusivamente gli urti tra due punti materiali. Durante l'urto si sviluppano forze notevoli che però sono interne e non modificano il moto del centro di massa. In tali urti pertanto si conserva sempre la quantità di moto: il valore prima dell'urto e quello dopo l'urto sono eguali. Il risultato resta vero anche se durante l'urto agiscono forze esterne non impulsive, che cioè non possono variare rapidamente in tempi molto brevi, come sono i tempi di durata degli urti: quindi anche se agiscono ad esempio la forza peso o la forza elastica, queste non fanno praticamente variare la quantità di moto totale nel tempo dell'urto e la legge di conservazione della quantità di moto nell'urto resta valida.

Invece di norma in un urto tra due punti non si conserva l'energia e si dice che l'urto è anelastico; in particolare l'urto è completamente anelastico se i due punti restano attaccati dopo l'urto. Quando l'energia si conserva l'urto è detto elastico. Abbiamo parlato di conservazione o non conservazione dell'energia meccanica: in realtà nel breve istante dell'urto la posizione dei punti non cambia e l'energia potenziale non varia, per cui è l'energia cinetica totale che resta costante o subisce una variazione. In questo secondo caso si tratta sempre di una diminuzione, perché agiscono forze interne dissipative.

È bene quindi fare attenzione all'uso delle leggi di conservazione nei problemi d'urto tra due punti. Ricordando sistematicamente le distinzione:

a) QUANTITÀ DI MOTO TOTALE

PRIMA DELL'URTO: varie se agiscono forze esterne, è costante se $\vec{F}^{(e)} = 0$;

DURANTE L'URTO: è costante $\Rightarrow \vec{P}(t-\Delta t) = \vec{P}(t+\Delta t)$;

DOPPO L'URTO: varie se agiscono forze esterne, è costante se $\vec{F}^{(e)} = 0$;

b) ENERGIA MECCANICA TOTALE

PRIMA DELL'URTO: è costante se tutte le forze sono conservative, con eventuali trasformazioni da una forma d'energia all'altra; non è costante se agiscono forze dissipative;

DURANTE L'URTO: E_k è costante, ma E_k in genere diminuisce; solo se è dello esponente 2 che l'urto è elastico si può assicurare E_k costante;

DOPPO L'URTO: vale quanto scritto per prima dell'urto.

In definitiva, quindi, per un sistema isolato di due corpi vale il seguente tabellone riassuntivo:

	CONSERVAZIONE QUANTITÀ DI MOTO	CONSERVAZIONE ENERGIA MECCANICA TOTALE
URTO ELASTICO	✓	✓
URTO ANELASTICO	✓	✗
URTO COMPLETAMENTE ANELASTICO	✓	✗
S CORPI LUNGANO DENTRO ALL'URTO	←	

ES.1

Dal momento che in questo problema ci rangoano date le condizioni iniziali, partiamo dalla seconda parte del moto, in particolare del moto parabolico che il corpo che prosegue verso destra dopo l'urto effettuerà ascendendo della grida. Indicando con v_0 il modulo della velocità del corpo all'uscita della grida e decomponendo il moto lungo l'orizzontale e la verticale, le equazioni orarie del corpo sono le seguenti:

$$\begin{cases} x(t) = v_0 \cos \theta \cdot t \\ y(t) = h_0 + v_0 \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

Imponendo le condizioni del problema, si ottiene

$$d = v_0 \cos \theta \cdot t \Rightarrow t = \frac{d}{v_0 \cos \theta}$$

e anche

$$0 = h_0 + v_0 \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 = h_0 + d \tan \theta - \frac{g d^2}{2 v_0^2 \cos^2 \theta}$$

$$\Rightarrow v_0^2 = \frac{g d^2}{2(h_0 + d \tan \theta) \cos^2 \theta}$$

Da quest'ultima relazione, ricordando che $\theta = 45^\circ$, si ricava

$$v_0 = \sqrt{\frac{g d^2}{h_0 + d}} = 2.56 \text{ m/s}$$

Ora, se l'urto fra i corpi è perfettamente elastico, è il corpo 2 (da sop) che raggiungerà la sommità della grida. Applichiamo la conservazione dell'energia meccanica fra il punto di collisione e la sommità della grida, dovrà essere

Non agiscono forze esterne

$$\frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_0^2 + m_2 g h_0 \Rightarrow v_2 = \sqrt{v_0^2 + 2gh_0} = 4.04 \text{ m/s}$$

dove v_2 è la velocità del corpo 2 dopo l'urto con il corpo 1.

In tale urto si conserva sia la quantità di moto sia l'energia cinetica del sistema costituito dai due corpi e quindi deve essere

$$\begin{cases} m_1 v_{1,0} = m_1 v_1 + m_2 v_2 \\ \cancel{\frac{1}{2} m_1 v_{1,0}^2} = \cancel{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} + \cancel{\frac{1}{2} m_2 v_2^2} \end{cases}$$

In queste due equazioni, portando i termini con m_1 a primo membro e sottraendo membro a membro le due relazioni ottenute, si ricava lo seguente

$$v_1 = v_2 - v_{1,0}$$

che insieme alla prima equazione debilità nel sistema appena riportato, ci permette di scrivere

$$v_{1,0} = \frac{m_1 + m_2}{2m_1} v_2$$

Quindi, essendo lo quanto privo di attrito, il valore di v_0 è

$$v_0 = v_{1,0} = \frac{m_1 + m_2}{2m_1} v_2 = 6.06 \text{ m/s}$$

dove si è usato il valore di v_2 ottenuto prima.

Assumendo invece che l'urto tra i corpi sia completamente inelastico, sono i corpi uniti che raggiungono la somma delle quote. Applicando la conservazione dell'energia meccanica tra il punto di collisione e la somma delle quote, dovrà essere

$$\frac{1}{2} (m_1 + m_2) V^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_0^2 + (m_1 + m_2) g h_0$$

$$\Rightarrow V = \sqrt{v_0^2 + 2gh_0} = 4.06 \text{ m/s}$$

dove ora V è la velocità del corpo unito al 1 e 2 dopo l'urto. Si noti che V è identico all' v_2 calcolata in precedenza; questo è dovuto all'assenza di attrito.

Nell'urto si conserva solo la quantità di moto del sistema e quindi

$$m_1 v_{1,0} = m_1 v_0 = (m_1 + m_2) V \Rightarrow v_0 = \frac{m_1 + m_2}{m_1} V = 12.1 \text{ m/s}$$

Es. 2

L'esplosione è un fenomeno impulsivo, durante il quale la forza elastica dello scatto può essere trascurata; dunque le conseguenze possono essere valutate considerando l'oggetto come un sistema isolato. Applicando la conservazione della quantità di moto, si ha

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = 0$$

dallo quale si ricava la velocità v_2 dello scatto m_2 con istante dopo l'esplosione e la sua energia cinetica

$$v_2 = \frac{m_1 v_1}{m_2} \Rightarrow K_2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{m_1^2 v_1^2}{2m_2}$$

Quindi, tenendo presente l'energia cinetica dello scatto m_1 , l'energia meccanica totale è

$$E_{\text{tot}} = K_1 + K_2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) = 1440 \text{ J}$$

La massima compressione dello scatto è lo quanto, nella successiva fase di moto, lo scatto m_2 converte tutta la sua energia cinetica in energia elastica dello scatto

$$\frac{1}{2} K (\Delta x)^2 = K_2 = \frac{m_1^2 v_1^2}{2m_2} \Rightarrow \Delta x = \sqrt{\frac{m_1^2 v_1^2}{K m_2}} = 24 \text{ cm}$$

ES. 3

Essendo molto elevate le velocità di entrambi i corpi del proiettile, supponiamo che il processo d'urto con lo scoppio sia sufficientemente rapido da poterlo considerare istantaneo. In tali condizioni, per il sistema proiettile + cassa possiamo imporre la conservazione della quantità di moto e scrivere la seguente:

$$mv_0 = mv_1 + MV \Rightarrow V = \frac{m}{M} (v_0 - v_1) = 5 \text{ m/s}$$

dove V è la velocità dello scoppio subito dopo l'esplosione del proiettile.

La conoscenza di tale velocità ci permette di calcolare l'energia cinetica dello scoppio dopo l'urto e di verificare, come detto nel testo del problema, che l'energia cinetica totale del sistema non è conservata. In effetti, l'energia dissipata nel processo d'urto può essere ricavata come segue:

$$\begin{aligned} W_1 &= K_i - K_f = \frac{1}{2} mv_0^2 - \frac{1}{2} mv_1^2 - \frac{1}{2} MV^2 \\ &= \frac{1}{2} mv_0^2 - \frac{1}{2} mv_1^2 - \frac{1}{2} \frac{m^2}{M} (v_0 - v_1)^2 \\ &= \frac{1}{2} \frac{m}{M} [M(v_0 + v_1) - m(v_0 - v_1)] (v_0 - v_1) = 4.31 \cdot 10^6 \text{ J} \end{aligned}$$

Dopo l'urto lo scoppio si muore di moto uniformemente decelerato con velocità iniziale V e accelerazione $a = -F/m = -\mu_s g$. Il tempo in cui esso si ferma è quindi

$$v(t_1) = V - \mu_s g t_1 = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{V}{\mu_s g} = \frac{m}{\mu_s g M} (v_0 - v_1) = 0.728 \text{ s}$$

In tale intervallo di tempo l'energia cinetica scoppio dello scoppio nell'urto con il proiettile viene totalmente dissipata. Quindi, la risposta alla terza domanda è

$$W_2 = \frac{1}{2} MV^2 = \frac{1}{2} \frac{m^2}{M} (v_0 - v_1)^2 = 62 \text{ S J}$$

ES. 4

Nella collisione tra proiettile e corpo si conserva solo la quantità di moto e quindi

$$mv_0 = (m+M)v_1 \Rightarrow v_1 = \frac{m}{m+M} v_0$$

dove v_1 è la velocità del sistema corpo + proiettile subito dopo l'urto.

Dopo l'urto, la traiettoria del sistema corpo + proiettile sarà circolare, a patto che la tensione del filo non si annulli mai. Conseguentemente, se vogliamo che il sistema corpo + proiettile effettui un giro completo lungo una circonferenza (di raggio R), alla sommità della

trattando il modello della tensione del filo da essere ancora ≥ 0 . Quindi, dato che in tale punto le forze \vec{T} (con modulo pari alla tensione del filo) e $(m+M)\vec{g}$ agente sul corpo sono parallele e dirette verso il basso, dovremo avere che

$$T + (m+M)g = F_c$$

dove F_c è pari alla forza centripeta. Di conseguenza, delle v_2 la velocità del sistema composta più vicina in tale punto, possiamo ricavare

$$T = F_c - (m+M)g \geq 0$$

$$\text{E sapendo che } F_c = (m+M) \frac{v_2^2}{l} \Rightarrow (m+M) \frac{v_2^2}{l} \geq (m+M)g \Rightarrow v_2^2 \geq gl$$

Inoltre, ricordando che lungo la traiettoria si conserva l'energia meccanica, abbiamo

$$\frac{1}{2}(m+M)v_1^2 = 2(m+M)gl + \frac{1}{2}(m+M)v_2^2 \Rightarrow v_1^2 = v_2^2 + 4gl$$

E quindi dalle precedenti relazioni si ricava

$$v_1^2 \geq 5gl \Rightarrow v_0^2 \geq \frac{(m+M)^2}{m^2} 5gl \Rightarrow v_0 \geq v_{0,\min} = \left(1 + \frac{M}{m}\right) \sqrt{5gl} = 35 \text{ m/s}$$

La tensione di energia persa nella collisione è quindi pari a:

$$\epsilon = \frac{\frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}(m+M)v_1^2}{\frac{1}{2}mv_0^2} = \frac{m - \frac{m^2}{(m+M)}}{m} = \frac{M}{m+M} = \frac{4}{5} = 0.8$$

Corrispondente all' 80%

E.S. S

Se il corpo 1 raggiunge il 2 con velocità v_0 . Nell'urto elastico con il corpo 2 si conservano sia le quantità di moto sia l'energia cinetica, possiamo quindi scrivere le seguenti

$$\begin{cases} m_1 v_0 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \\ m_1 v_0^2 = m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_1(v_0 - v_1) = m_2 v_2 \\ m_1(v_0^2 - v_1^2) = m_2 v_2^2 \end{cases}$$

Trovando perante che $v_0^2 - v_1^2 = (v_0 + v_1)(v_0 - v_1)$ e dividendo numero 2 numero 1 le equazioni di destra, si ottiene la seguente

$$v_0 + v_1 = v_2$$

Sostituendo questo nella prima equazione del sistema precedente, si ricava

$$m_1 v_0 = m_1 v_1 + m_2 v_0 + m_2 v_1 \Rightarrow v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_0 = \frac{m - 2m}{m + 2m} v_0 = -\frac{1}{3} v_0 = -2 \text{ m/s}$$

Di conseguenza si avrà: $v_2 = v_0 + v_1 = v_0 - \frac{1}{3} v_0 = \frac{2}{3} v_0 = 6 \text{ m/s}$

Quando il corpo 1 torna indietro con velocità $v_1 = -\frac{1}{3} v_0$. Sinse, il corpo 2 procede verso l'alto con velocità $\frac{2}{3} v_0$ percorrendo il tratto di lunghezza d in un tempo

$$t_1 = \frac{d}{v_2} = \frac{3d}{2v_0} = 0.2 \text{ s}$$

A questo punto, lo scatolo compionendo ridurrà la velocità del corpo 2 fino ad annullarla e, successivamente, lo rilancerà indietro con una velocità speculare a quella con il quale esso è arrivato. Questo è frutto della conservazione dell'energia meccanica, tramite la quale possiamo determinare la massima compressione Δl dello scatolo come segue

$$\frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} K \Delta l^2 \Rightarrow \Delta l = \sqrt{\frac{m_2 v_2^2}{K}} = \sqrt{\frac{8mv_0^2}{9K}} = 40 \text{ cm}$$

S'nota che, durante la compressione e il successivo rallungamento dello scatolo, il moto del corpo è assolutamente identico a quello che esso avrebbe avuto nella prima metà dell'oscillazione che si sarebbe ottenuta nel caso in cui esso fosse rimasto agganciato allo scatolo!

Questa considerazione ci dà per capire che il tempo che intercorre tra l'inizio e la fine della compressione dello scatolo è pari a metà del periodo della scatola oscillazione e cioè

$$t_2 = \frac{T}{2} = \frac{1}{2} \frac{2\pi}{\omega} = \pi \sqrt{\frac{m_2}{K}} = \pi \sqrt{\frac{2m}{K}} = 0.316 \text{ s}$$

Successivamente, il corpo 2 ripercorre a ritroso il tratto di lunghezza d che lo separava inizialmente dello scatolo con la stessa velocità (in modulo) di prima; ovviamente impiegherà lo stesso tempo di prima, t_1 , a coprire tale distanza.

Riassumendo: dopo un tempo $\Delta t = 2t_1 + t_2$ il corpo 2 si trova nella posizione iniziale con velocità $-\frac{2}{3} v_0$; nello stesso istante il corpo 1, che raggiunge alla velocità $-\frac{1}{3} v_0$, si trova ad una distanza

$$d_1 = \frac{1}{3} v_0 (2t_1 + t_2)$$

alla sinistra del corpo 2.

Considerando un asse x diretto verso destra con origine nella posizione attuale del corpo 2 (identico a quella iniziale) e iniziando a misurare il tempo da tale istante, le equazioni orarie dei corpi sono le seguenti

$$\begin{cases} x_1(t) = -d_1 - \frac{1}{3} v_0 t \\ x_2(t) = -\frac{2}{3} v_0 t \end{cases}$$

Conseguentemente, i due corpi si incontreranno di nuovo quando

$$x_1(t^*) = x_2(t^*) \Rightarrow -d_1 - \frac{1}{3}v_0 t^* = -\frac{2}{3}v_0 t^*$$

$$\Rightarrow d_1 = \frac{1}{3}v_0 t^* \Rightarrow t^* = \frac{3d_1}{v_0} = 2t_1 + t_2 = 0.714 \text{ s}$$

Tenendo conto del tempo in cui il corpo 2 è andato avanti e indietro, l'intervallo di tempo tra i due colpi è quindi

$$\Delta t = 2(2t_1 + t_2) = 1.43 \text{ s}$$

ED 6

Nel caso di colpo elastico la conservazione delle quantità di moto e dell'energia cinetica impone che

$$\begin{cases} m_1 v_0 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \\ \frac{1}{2}m_1 v_0^2 = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 \end{cases}$$

Ricavando v_1 dalla prima equazione e sostituendo nella seconda, otteniamo la velocità v_2 delle palline 2 subito dopo il colpo come segue

$$m_1(m_1 + m_2)v_2^2 - 2m_1m_2v_0v_2 = 0 \Rightarrow v_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}v_0$$

Negli istanti successivi, la molla si contrae e, dato l'assenza di attriti, applicando la conservazione dell'energia meccanica, in corrispondenza del suo massimo accorciamento avremo

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}m_2 v_2^2 &= \frac{1}{2}K \Delta x_{max}^2 \Rightarrow \Delta x_{max}^2 = \frac{m_2}{K} v_2^2 \\ \Rightarrow \Delta x_{max} &= \sqrt{\frac{m_2}{K}} v_2 = \sqrt{\frac{m_2}{K}} \cdot \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_0 = 2.98 \text{ cm} \end{aligned}$$

Invece, nel caso di colpo completamente inelastico siamo solo a conservare delle quantità di moto e perciò

$$m_1 v_0 = (m_1 + m_2) v \Rightarrow v = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_0$$

dove ora v è la velocità subita dopo il colpo del corpo formato dalle due palline.

Perciò, riapplicando la conservazione dell'energia meccanica ottieniamo

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2) v^2 = \frac{1}{2}K \Delta x_{max}^2 \Rightarrow \Delta x_{max}^2 = \frac{m_1 + m_2}{K} v^2$$

$$\Rightarrow \Delta x_{max} = \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{K}} v = \frac{m_1}{\sqrt{K(m_1 + m_2)}} v_0 = 1.82 \text{ cm}$$

Nella discesa del corpo 1 la sua energia meccanica non è conservata, ma la sua variazione dovrà essere pari al lavoro compiuto dalla forza di attrito. Pertanto, dato che la sua quota si riduce di $\frac{1}{2}h$ e il corpo percorre un tratto di lunghezza $\frac{h}{\sin \theta}$, possiamo scrivere

$$\Delta K + \Delta U = L_2$$

Con

$$\Delta K = \frac{1}{2}m_1(v_{0,1}^2 - v_1^2); \quad \Delta U = -\frac{1}{2}m_1gh; \quad L_2 = -\mu_2 m_1 g \cos \theta \cdot \frac{h}{\sin \theta}$$

$$\text{Quindi: } v_{0,1}^2 = v_0^2 + gh - \mu_2 g h \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \Rightarrow v_{0,1} = \sqrt{v_0^2 - \left(\frac{\mu_2 \cos \theta}{\sin \theta} - 1 \right) gh} = 6.4 \text{ m/s}$$

In queste relazioni $v_{0,1}$ è la velocità del corpo 1 subito prima dell'impatto con il corpo 2. Nel successivo colpo elastico si conservano sia le quantità di moto sia l'energia cinetica e quindi valgono le seguenti:

$$\begin{cases} m_1 v_{0,1} = m_1 v_1 + m_2 v_2 \\ m_1 v_{0,1}^2 = m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 \end{cases}$$

dove ora v_1 e v_2 sono le velocità dei due corpi dopo l'urto. Risolvendo si ha

$$v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{0,1} = -2.93 \text{ m/s}; \quad v_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{0,1} = 1.47 \text{ m/s}$$

Inoltre, il corpo 2 prende a scendere lungo la seconda metà del carosello, se v_2 è sufficientemente grande, potrebbe raggiungere il punto più basso. Per verificare se le cose stanno così applichiamo ancora la conservazione dell'energia (malgrado a quanto fatto per la discesa del corpo 1) e scriviamo

$$\frac{1}{2}m_2(v_{2,f}^2 - v_2^2) - \frac{1}{2}m_2gh = -\mu_2 m_2 g \cos \theta \cdot \frac{h}{\sin \theta}$$

dalla quale si ricavrebbe

$$v_{2,f}^2 = v_2^2 - \left(\frac{\mu_2 \cos \theta}{\sin \theta} - 1 \right) gh < 0$$

Ma, come indicato, l'ultima quantità è negativa! Questo sta a significare che, in realtà, il corpo non riesce a raggiungere la fine del carosello; si formerebbe una quota $h_f > 0$. Però, riapplicando la conservazione dell'energia a tale situazione possiamo scrivere

$$-\frac{1}{2}m_2 v_2^2 - m_2 g \left(\frac{h}{2} - h_f \right) = -\mu_2 m_2 g \left(\frac{h}{2} - h_f \right) \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

dalla quale si ricaviamo

$$v_2^2 = 2g \left(\frac{\mu_2 \cos \theta}{\sin \theta} - 1 \right) \left(\frac{h}{2} - h_f \right) \Rightarrow h_f = \frac{h}{2} - \frac{v_2^2}{2g \left(\frac{\mu_2 \cos \theta}{\sin \theta} - 1 \right)} = 0.615 \text{ m}$$