Clase 2

Descomponiendo Tendencia y Ciclo

Muchas veces vamos a encontrar variables macroeconómicas graficadas en escala logarítmica: hoy vamos a trabajar con el PBI real de Argentina.

El PBI mide el valor de todos los bienes finales producidos en una economía durante un determinado periodo. Suele hacerse la distinción entre PBI nominal y PBI real.

El PBI nominal en el periodo t se define como

$$PBI\ Nominal_t = \sum_i P_i^t\, Q_i^t$$

El índice en la sumatoria, "i" representa cada uno de todos los bienes finales que se producen en esta economía. En otras palabras, el PBI nominal es el valor de la producción de todos los bienes finales que tuvo lugar durante el periodo t. Note que si suben los precios o si suben las cantidades de bienes finales producidas de un periodo a otro, el PBI nominal va a crecer de un periodo a otro.

Por otro lado, el PBI real en el periodo t se define como

$$PBI\ Real_t = \sum_i P_i^0\, Q_i^t$$

donde Q_i^t es la cantidad del bien final "i" que se produjo durante el periodo t y donde P_i^0 es el precio de ese bien en un año base, que vamos a llamar "Año 0". En otras palabras, el PBI real es el valor de la producción de bienes finales que tuvo lugar durante el periodo t pero valuados a los precios del año base (valuados a los precios de "Año 0"). Note que, si suben los precios, el PBI real no se ve afectado, pero si suben las cantidades de bienes finales producidas de un periodo a otro, el PBI real va a crecer.

En general, en economía se trabaja con el PBI real, y decimos que la economía crece cuando el PBI real crece, y que está en recesión, cuando el PBI real cae.

Para medir la tasa de crecimiento de un año a otro (o de un periodo a otro), usamos $\frac{PBI\ Real_t - PBI\ Real_{t-1}}{PBI\ Real_{t-1}}$.

Si llamamos g_t a la tasa de crecimiento del PBI real, tenemos que

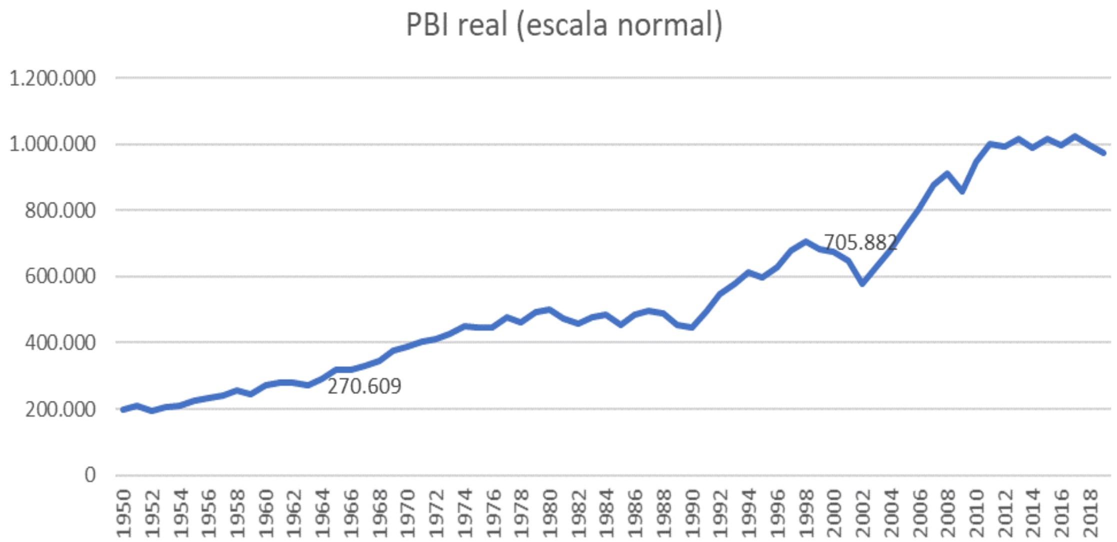
$$g_t = \frac{PBI\ Real_t - PBI\ Real_{t-1}}{PBI\ Real_{t-1}} = \frac{PBI\ Real_t}{PBI\ Real_{t-1}} - 1$$

De modo que,

$$1 + g_t = \frac{PBI\ Real_t}{PBI\ Real_{t-1}}$$

Ahora bien, si tuviéramos los valores de $PBI\ Real_{98}$ y de $PBI\ Real_{63}$, podemos obtener la tasa de crecimiento acumulada en el periodo de la siguiente manera:

$$1 + g_{acum} = \frac{PBI\ Real_{98}}{PBI\ Real_{63}}$$



$$1 + g_{acum} = \frac{PBI\ Real_{98}}{PBI\ Real_{63}} = \frac{705822}{270609} = 2{,}6085$$

Entonces, $g_{acum} = 1{,}6085$ lo interpretamos como "entre 1963 y 1998 el PBI real de Argentina creció 160,85%". Esto es lo que creció Argentina en el periodo acumulado de 35 años. Si quisiéramos la tasa de crecimiento promedio anual, deberíamos usar radicación. Intuitivamente, nos preguntamos si la tasa de crecimiento anual fuera la misma cada año durante 35 años, ¿qué tasa acumula 160,85% en el periodo de 35 años?

La relación que existe es la siguiente:

$$1 + g_{acum} = (1 + g)^n$$

donde g_{acum} es la tasa acumulada en n periodos y donde g es la tasa de cada periodo.

De modo que la tasa de crecimiento promedio anual del PBI real de Argentina entre 1963 y 1998 fue de:

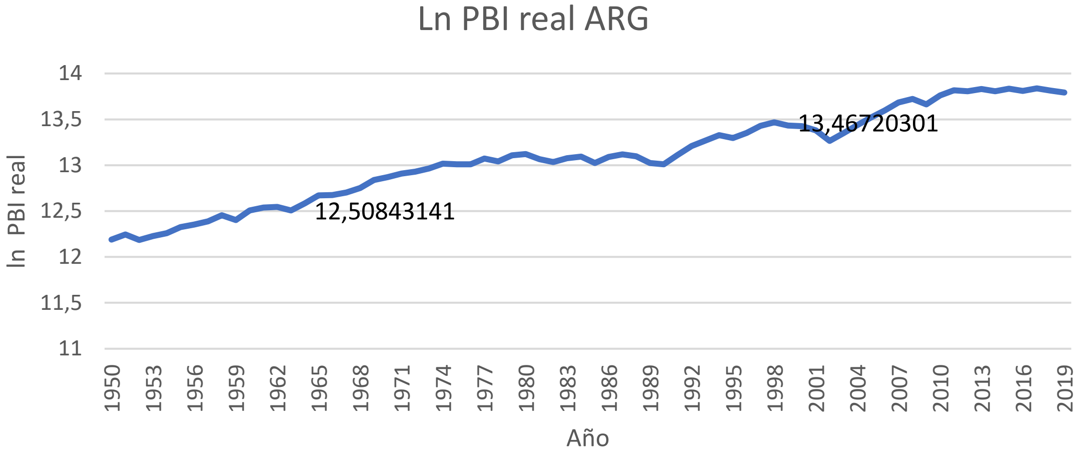
$$1 + g_{acum} = (1 + g)^n$$

$$2{,}6085 = (1 + g)^{35}$$

$$2{,}6085^{\frac{1}{35}} = 1 + g$$

Consecuentemente, $1 + g = 1.0277$, obteniendo que la tasa de crecimiento promedio anual en este periodo fue de 2.77%.

Sin embargo, muchas veces van a encontrar que las variables macroeconómicas se grafican en escala logarítmica. Esto quiere decir que, en el eje de ordenadas, en lugar de medir el PBI real, medimos el logaritmo natural del PBI real.



Cuando trabajamos con escala logarítmica, hablar de tasa de crecimiento termina siendo algo más simple: la tasa de crecimiento "logarítmica" es la pendiente del gráfico entre los dos momentos (puntos del gráfico) que elijamos.

$$\frac{ln\,PBI_{98} - ln\,PBI_{63}}{98 - 63} = \frac{1}{35} ln\left(\frac{PBI_{98}}{PBI_{63}}\right) = ln\left(\frac{PBI_{98}}{PBI_{63}}\right)^{1/35}$$

En la expresión de la derecha tenemos el logaritmo de $1 + g$ que es aproximadamente igual a g por aproximación por polinomios de Taylor hasta grado 1 que vimos la clase pasada. Recuérdese que $1 + g_{acum} = (1 + g)^n$; lo que está adentro del logaritmo es $(1 + g_{acum})^{1/n} = 1 + g$.

Ver en el Excel, hoja “PBI Real Arg”, la tabla entre E16 e I24. Con la función `+buscarv` podemos armar una tabla y calcular las tasas de crecimiento logarítmicas muy fácilmente.

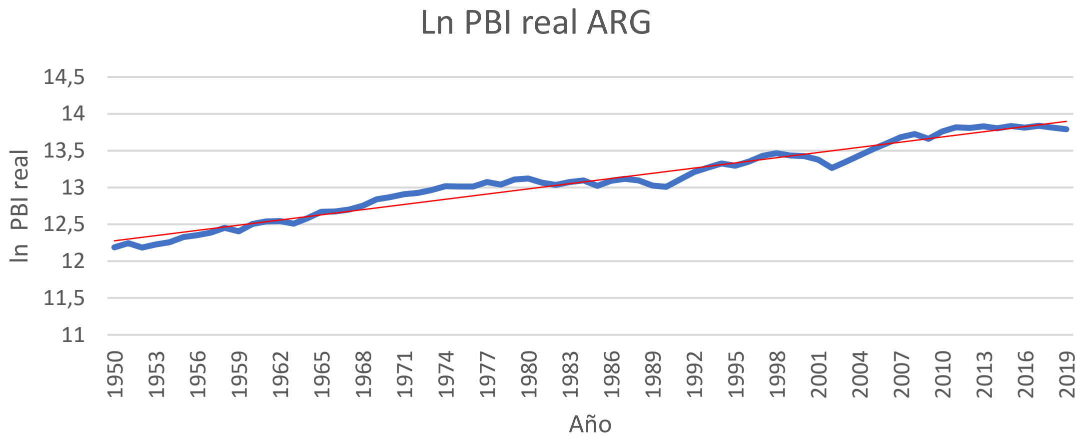
Tendencia y Ciclo

Vamos a trabajar ahora sobre la serie en logaritmos y vamos a llamar al logaritmo del PBI real por y_t.

Vamos a ver 3 maneras de descomponer una serie en tendencia y ciclo. La idea de lo que planteamos es que podemos escribir $y_t = y_t^g + y_t^c$, donde y_t^g lo llamaremos el PBI (en logaritmos) tendencial y al término y_t^c la parte cíclica del PBI (medido en logaritmos).

1. Tendencia determinística

La primera sería hacer pasar una recta por los datos de la serie y_t



La recta en colorado representa el PBI tendencial (y_t^g) mientras que las distancias verticales entre las observaciones (serie de color azul) y el PBI tendencial sería el componente cíclico del PBI. Cuando el componente cíclico es positivo, decimos que la economía está en auge y cuando es negativo, en recesión. Este método lo dejamos planteado hasta acá. En las próximas clases vamos a estar cubriendo esto en análisis de regresión.

2. Medias Móviles

Un segundo enfoque es el de **medias móviles**. Las medias móviles son promedios que van tomando una ventana con distintas observaciones. Por ejemplo, podemos tomar un promedio de 11 años, e ir corriendo los 11 años (esa es la parte móvil). La idea detrás de este enfoque es que si un ciclo entero (auge + recesión) durara esa cantidad de tiempo, al promediar los valores del PBI real observado el componente cíclico se anularía (los valores positivos del auge se cancelan con los negativos de la recesión) y ese promedio sería entonces el componente tendencial. Esto lo podemos visualizar mejor en el Excel. El componente tendencial se calcula como el promedio de las observaciones del logaritmo del PBI en una ventana de $2n+1$ observaciones, n hacia el pasado, otras n hacia adelante más la contemporánea.

$$y_t^g = \frac{1}{2n+1}\sum_{j=-n}^{n} y_{t+j}$$

Esto es, para cada instante de tiempo t, la tendencia estimada es el promedio de los valores de y_t en torno a t, en una ventana simétrica del ancho total de $2n+1$ periodos. El componente cíclico se obtiene como la diferencia:

$$y_t^c = y_t - y_t^g$$

Algunas consideraciones:

Extremos: en los primeros y últimos n períodos de la serie, no es posible calcular un promedio centrado. Por eso se recomienda no tomar n muy grande respecto de T (número total de observaciones).

Elección de $\boldsymbol{n}$: el parámetro de suavizado. Valores típicos son $n = 5$, implica una ventana de 11 periodos, que con datos anuales uno esperaría que cubra el ciclo. Cuanto mayor, más suave es la tendencia, pero se pierde más información en las puntas.

3. Filtro de Hodrick y Prescott

Hodrick y Prescott (HP) crearon un "filtro" que también intenta separar la tendencia del ciclo, pero con otra lógica. También parte de la descomposición $y_t = y_t^g + y_t^c$, pero logra la descomposición a partir de un problema de optimización:

$$\min_{\mathrm{y}_\mathrm{t}^\mathrm{g}, y_t^c} \sum_{t=0}^{T} {y_t^c}^2 + \gamma \sum_{t=1}^{T-1} \left[\left(\mathrm{y}_{\mathrm{t+1}}^\mathrm{g} - \mathrm{y}_\mathrm{t}^\mathrm{g} \right) - \left(\mathrm{y}_\mathrm{t}^\mathrm{g} - \mathrm{y}_{\mathrm{t-1}}^\mathrm{g} \right) \right]^2$$

con $\gamma > 0$.

Idealmente, lo que HP intentan hacer es encontrar la secuencia de producto tendencial $\mathrm{y}_\mathrm{t}^\mathrm{g}$ que haga lo más chica posible la amplitud de los ciclos (medida por el término, $\sum_{t=0}^{T} {y_t^c}^2$). Si ese fuera el problema, la solución sería trivial, haríamos $y_t = y_t^g$. Pero esa solución tendría un problema, la componente tendencial oscilaría con el ciclo, por ende, no les sirve. Necesitan una componente tendencial que no oscile mucho.

El filtro HP PENALIZA los cambios en la derivada de la componente tendencial y_t^g con un factor $\gamma > 0$. El término que hace explícito este trade-off es el segundo, $\gamma \sum_{t=1}^{T-1} \left[\left(\mathrm{y}_{\mathrm{t+1}}^\mathrm{g} - \mathrm{y}_\mathrm{t}^\mathrm{g} \right) - \left(\mathrm{y}_\mathrm{t}^\mathrm{g} - \mathrm{y}_{\mathrm{t-1}}^\mathrm{g} \right) \right]^2$. Si la derivada de la componente tendencial hacia atrás en el punto t, $\left(\mathrm{y}_\mathrm{t}^\mathrm{g} - \mathrm{y}_{\mathrm{t-1}}^\mathrm{g} \right)$, es muy distinta de la derivada hacia adelante $\left(\mathrm{y}_{\mathrm{t+1}}^\mathrm{g} - \mathrm{y}_\mathrm{t}^\mathrm{g} \right)$, esa diferencia se eleva al cuadrado y se la multiplica por γ (un número generalmente grande) por lo que la solución trivial $y_t = y_t^g$ termina en general siendo una mala solución.

Consecuentemente, para encontrar una solución a este problema de minimización, y notando que usando $y_t = y_t^g + y_t^c$ se puede reformular como

$$\min_{\mathrm{y_t^g}} \sum_{t=0}^{T} \left(y_t - y_t^g\right)^2 + \gamma \sum_{t=1}^{T-1} \left[\left(\mathrm{y_{t+1}^g} - \mathrm{y_t^g}\right) - \left(\mathrm{y_t^g} - \mathrm{y_{t-1}^g}\right)\right]^2$$

que depende ahora exclusivamente de las componentes tendenciales y_t^g.

Podemos resolverlo en Excel usando Solver.

También en Python o Stata.

¿Qué cambia gráficamente si la penalización γ fuera mayor?