Optimización - 2025

Maestría en Inteligencia Artificial Universidad de San Andrés

Descenso por gradiente y método de Newton

Resuelva los siguientes problemas utilizando los algoritmo de descenso por gradiente, su variante con momentum y el método de Newton (excepto en el último).

1. Utilizando exact line search para determinar el tamaño del paso. Busque el mínimo de la función:

$$f(x,y) = \frac{1}{2}(x^2 + by^2),$$

con b < 1.

2. Utilizando backtracking line search para determinar el tamaño del paso. Minimizar la función de Rosenbrock

$$f(x_1, x_2) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2.$$

Utilice expresiones analíticas para el gradiente y el Hessiano. Establecer la longitud de paso inicial $\alpha_0 = 1$ e imprimir la longitud de paso utilizada por cada método en cada iteración. Primero probar el punto inicial $x_0 = (1.2, 1.2)^T$ y luego el punto de inicio más difícil $x_0 = (-1.2, 1)^T$.

3. Utilizando exact line search para determinar el tamaño del paso. Genere matrices A y vectores b aleatorios de tamaño 100×100 y 100, respectivamente y resuelva el problema de cuadrados mínimos utilizando el algoritmo de gradiente descendente. Compare con la solución obtenida por el método de la pseudo-inversa. Estudie la convergencia del algoritmo en función del número de condición de A. Para generar generar matrices aleatorias con un número de condición dado puede generar una matriz aleatoria cualquiera y luego modificar sus valores singulares.