

Elaborazione di Segnali e Immagini (ESI)

LABORATORIO

Lezione 3

Manuele Bicego

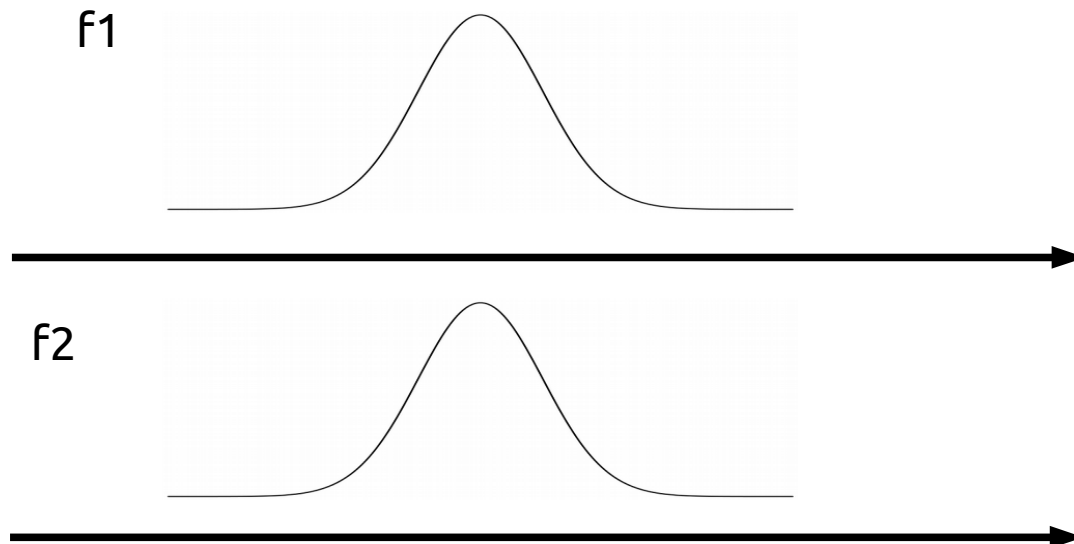
Corso di Laurea in Informatica

Dipartimento di Informatica - Università di Verona

Cross correlazione 1D

Cross correlazione

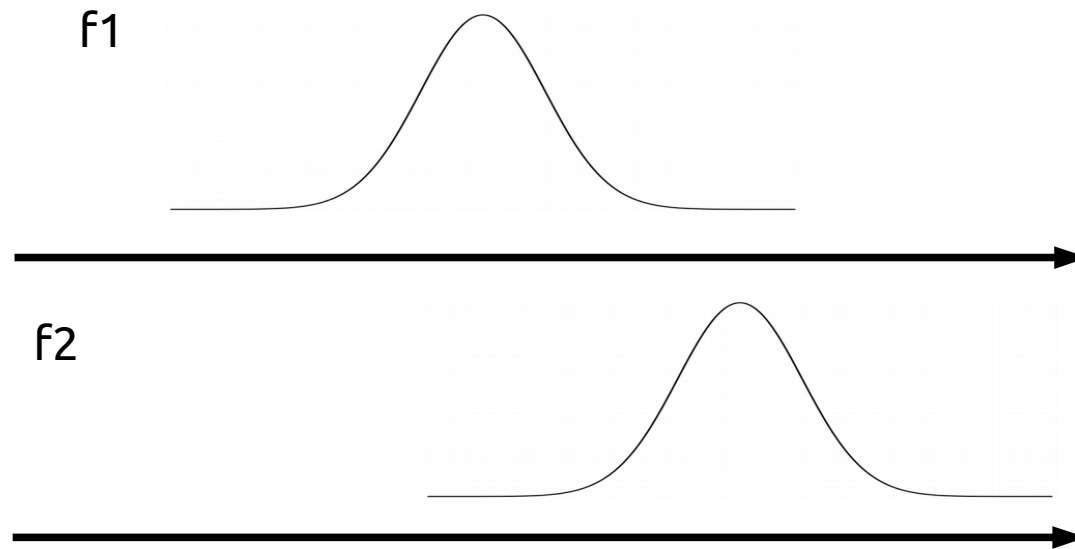
- ♦ Punto di partenza: la correlazione
- ♦ In parole semplici, la **correlazione** serve a misurare se due segnali sono correlati, cioè se si comportano nello stesso modo (i.e. se sono **simili**)



Correlazione alta: i due segnali, nel tempo, si comportano nello stesso modo

Cross correlazione

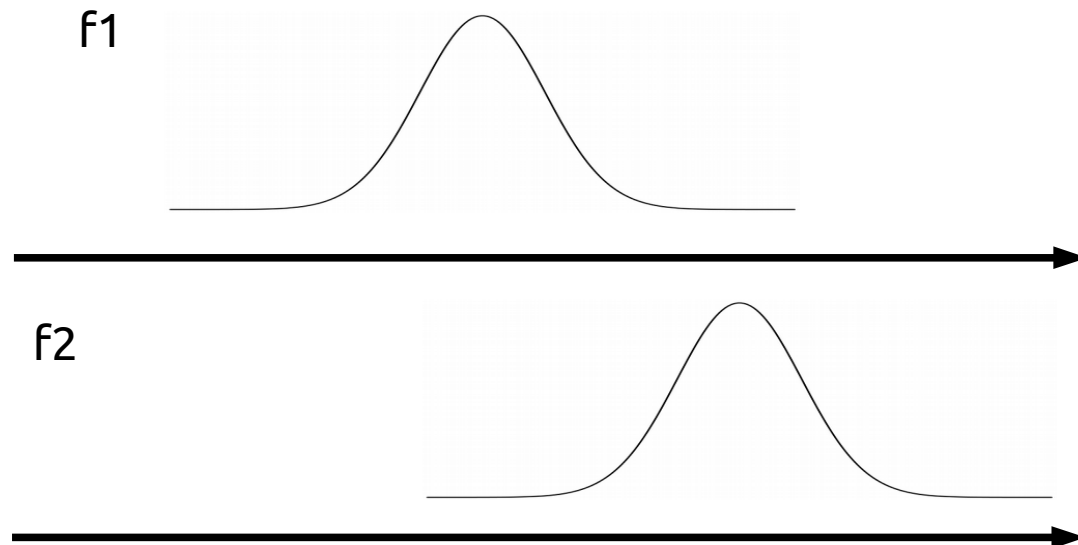
- ♦ Consideriamo questo caso:



- ♦ La correlazione è **bassa**: i due segnali, nel tempo, si comportano in modo diverso:
 - ♦ il picco di f_2 è traslato verso destra

Cross correlazione

- ♦ Soluzione: la **cross correlazione**!
 - ♦ Serve per capire se due segnali sono correlati in qualche loro parte
 - ♦ Meglio: per capire se uno dei due segnali, quando traslato, ha una buona correlazione con l'altro.



Cross correlazione
alta: se traslo indietro f_2 , i due segnali si comportano nello stesso modo

Cross correlazione

- Concetti visti a teoria

**Cross correlazione 1D
per segnali continui**

$$f_1 \otimes f_2(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_1^*(\tau) f_2(\tau - t) d\tau$$

**Cross correlazione 1D
normalizzata**

$$f_1 \bar{\otimes} f_2(t) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} f_1^*(\tau) f_2(\tau - t) d\tau}{\sqrt{E_{f_1} E_{f_2}}}$$

**Cross correlazione 1D
per segnali discreti**

$$x_1 \otimes x_2(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x_1^*(k) x_2(k - n)$$

etc etc

Cross correlazione

- ♦ Laboratorio: vediamo come si calcola la cross correlazione in pratica. Siamo nel caso di:
 - ♦ Segnali discreti
 - ♦ Segnali limitati nel tempo

$$x_1 \otimes x_2(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x_1^*(k)x_2(k-n)$$

- Supponiamo di voler calcolare in Matlab la cross correlazione tra due segnali f1 e f2 (discreti, di dimensione M = 5, N = 3)



$$x_1 \otimes x_2(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x_1^*(k)x_2(k-n)$$

- Cross correlazione per lag =0: nessuno spostamento, moltiplicazione punto a punto e somma

... 0 0 0 0 0 0 ...



Moltiplicazione punto a punto



... 0 0 0 0 0 0 0 0 ...

= = = = = = = ...

0 0 0 0 0 0 0 0 =

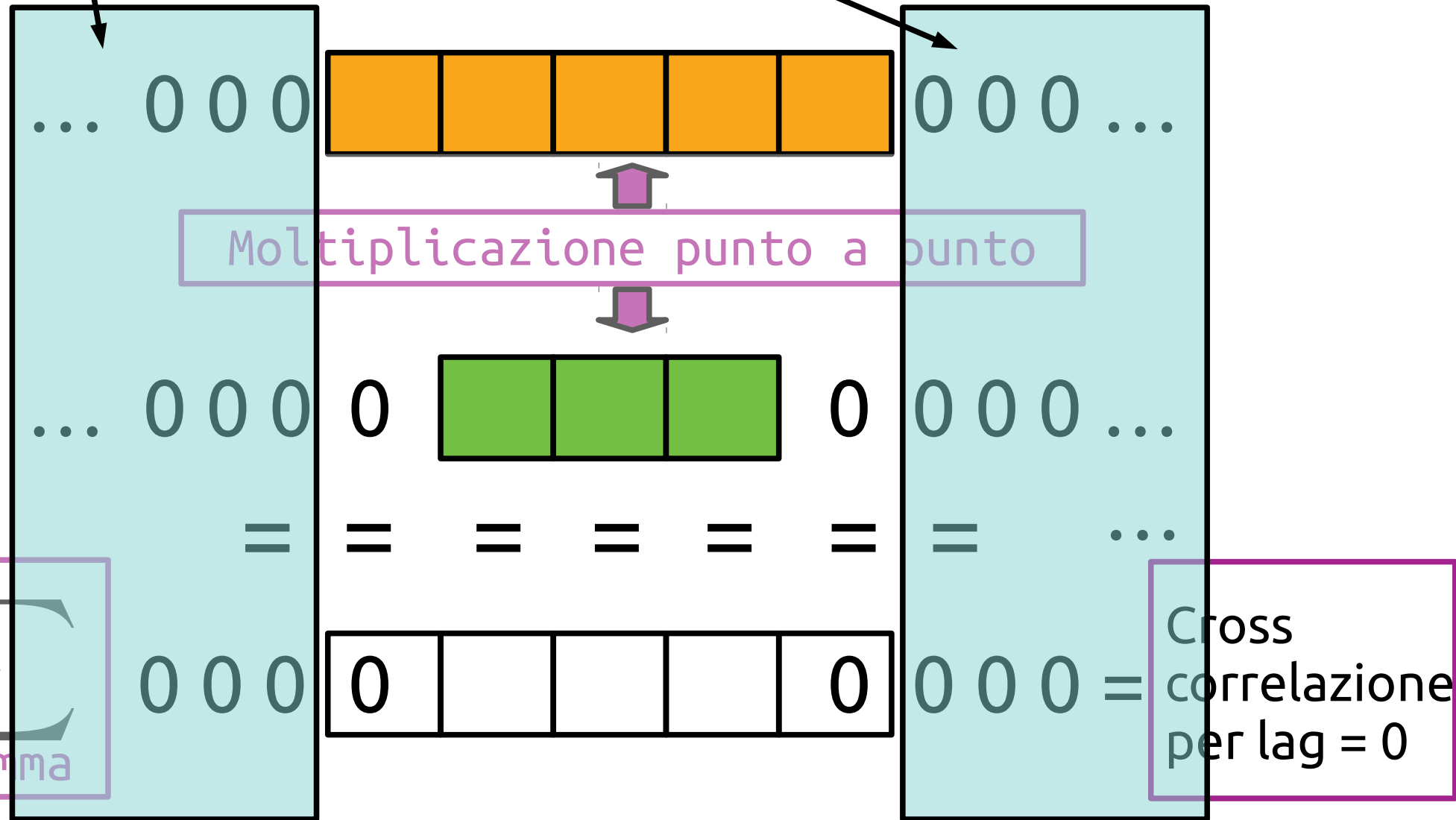
Σ
Somma

Cross correlazione per lag = 0

Tutti zeri, non ci interessa!

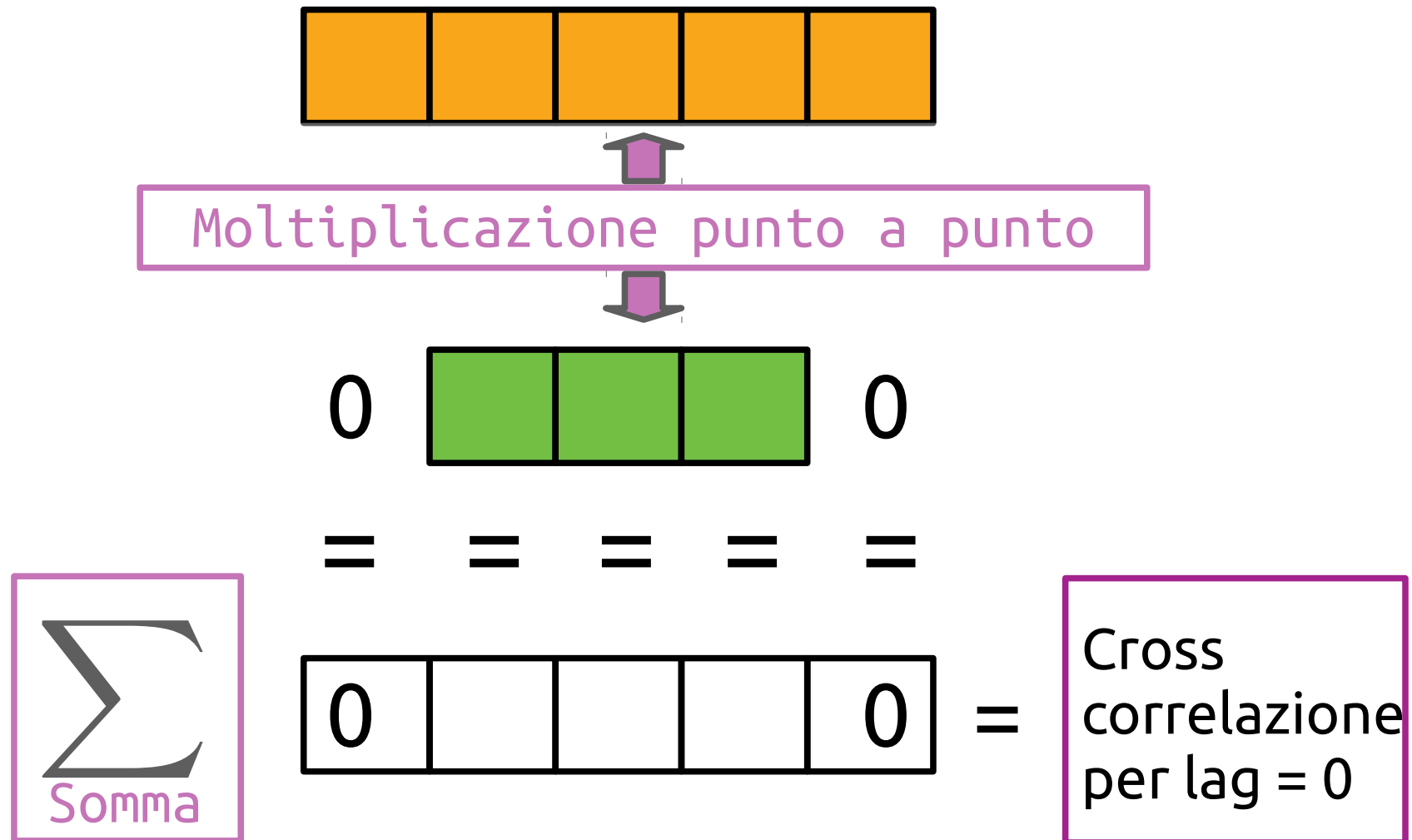
$$x_1 \otimes x_2(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x_1^*(k)x_2(k-n)$$

- Cross correlazione per lag = 0: nessuno spostamento, moltiplicazione punto a punto e somma



$$x_1 \otimes x_2(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x_1^*(k)x_2(k-n)$$

- Cross correlazione per lag =0: nessuno spostamento, moltiplicazione punto a punto e somma



$$x_1 \otimes x_2(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x_1^*(k)x_2(k-n)$$

- Cross correlazione per un certo lag (o offset): si sposta f2, si moltiplica punto a punto e si somma

Lag = 2



Moltiplicazione punto a punto

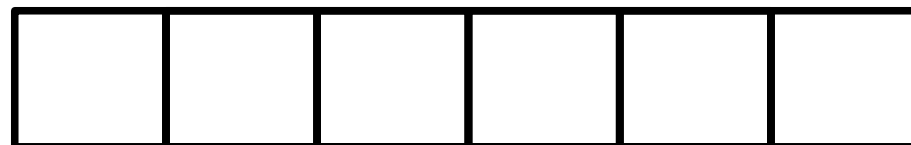


0 0 0



= = = = =

Σ
Somma



=

Cross correlazione
per lag = 2

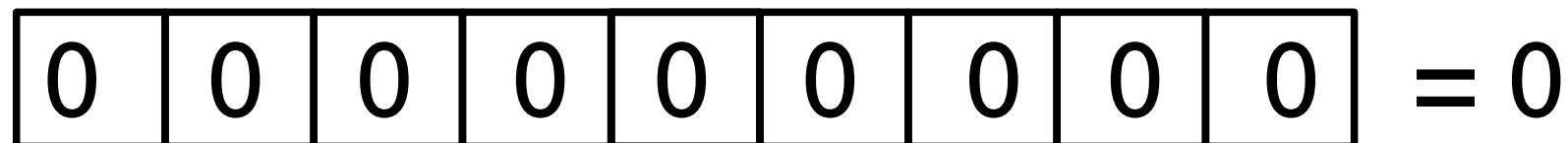
- In teoria la cross correlazione è definita per tutti i possibili valori di lag
- Ma: in pratica ci sono molti lag per cui la cross correlazione è zero (dove non c'è sovrapposizione)



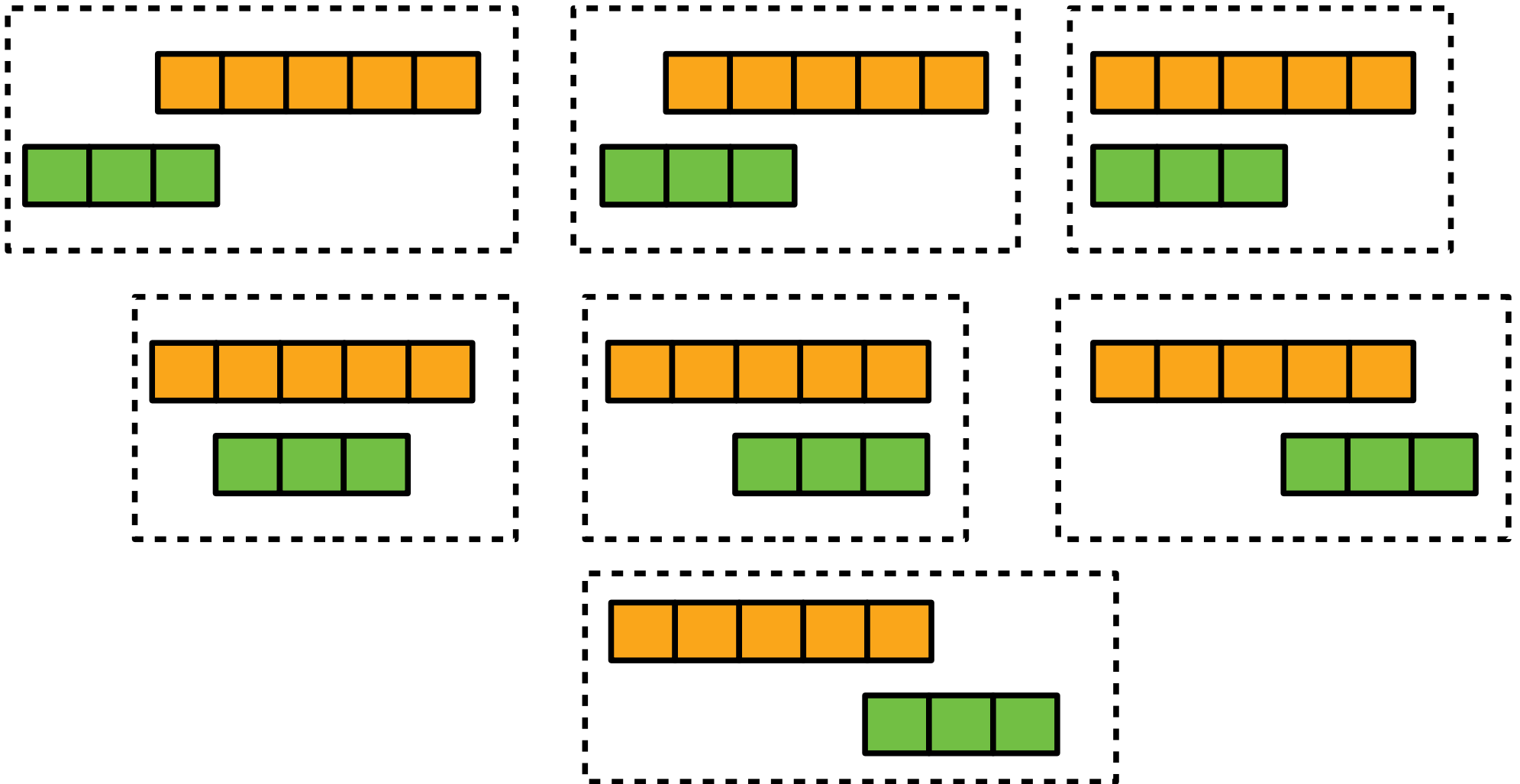
Moltiplicazione punto a punto



= = = = = = = = =



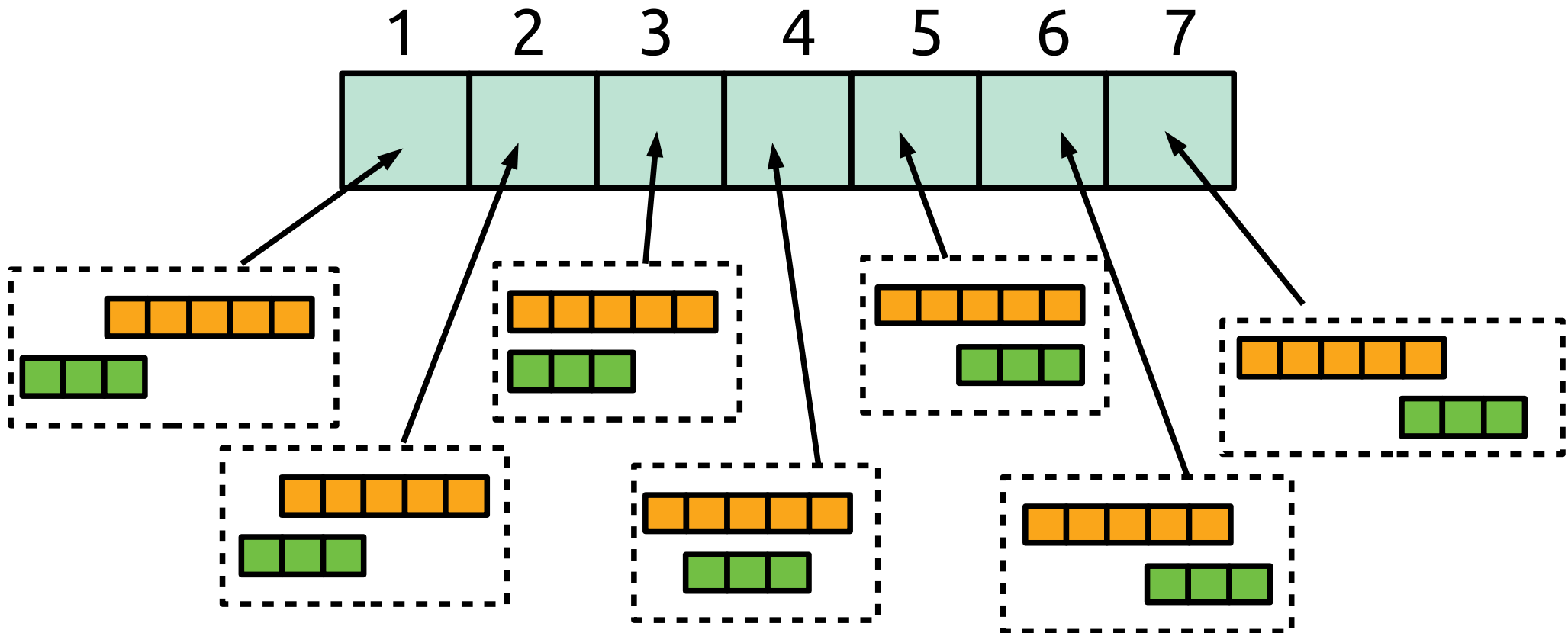
- Matlab (**xcorr**): si calcola il vettore di cross correlazione solo per i lag per cui c'è sovrapposizione



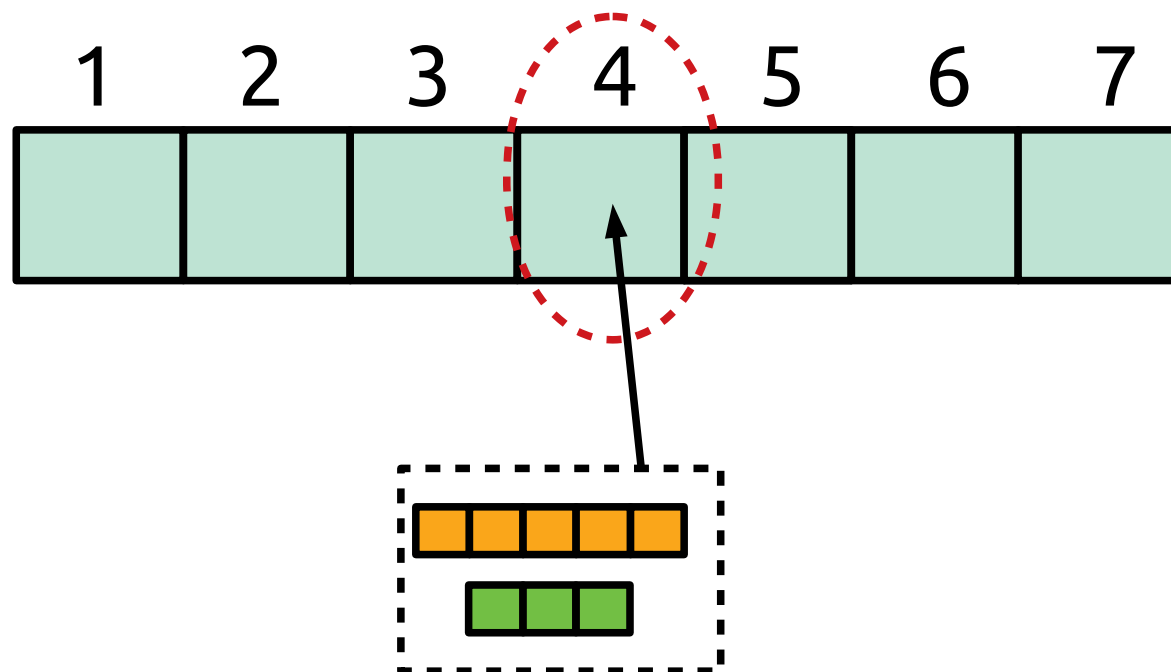
Quanti sono in totale? $M+N-1$ ($5+3-1 = 7$)

Vettore di cross correlazione:

- Dimensione: $M+N-1$ ($5+3-1 = 7$)



- Se si calcola il massimo del vettore di cross-correlazione, come si determina il corrispondente lag?
- Esempio: max è in posizione 4.
 - Nell'allineamento ottimale il secondo segnale inizia in posizione $\text{Max} - N + 1$ del primo segnale ($4 - 3 + 1 = 2$)



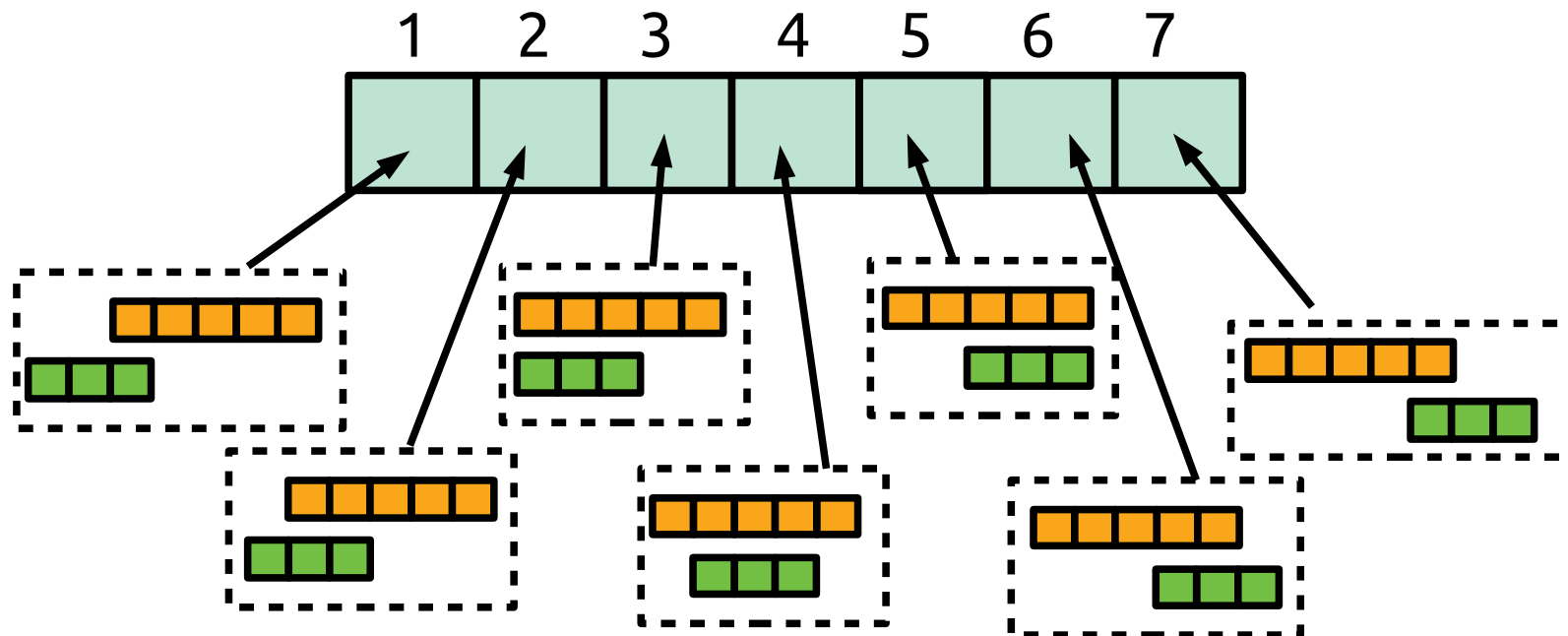
Esempi in Matlab

- ♦ File **"Lezione3_EserciziPrincipali.m"**
 - ♦ ESEMPIO 1: Esempio sintetico di cross-correlazione - rettangolo e triangolo
 - ♦ ESEMPIO 2: Cross correlazione tra segnali di vibrazione su un ponte emessi da un veicolo in prossimità di due diversi sensori.

Esercizi principali

Esercizio 1

- ♦ Implementare a mano la cross correlazione 1D, partendo e completando lo script presente nel file **"Lezione3_EserciziPrincipali.m"**
- ♦ Occorre creare questo vettore:



Esercizio 2

- ♦ Cross-correlazione su segnali audio: riconoscimento del suono attraverso la cross-correlazione
 - ♦ Caricare i primi 20 secondi dei segnali audio 'funky.mp3', 'lost.mp3', 'Diana.mp3', 'never.mp3', 'T69.mp3'
 - ♦ Caricare il segnale audio 'Test.wav'
 - ♦ Confrontate l'esempio di test con le varie canzoni della galleria usando la cross correlazione: da quale canzone proviene?
- ♦ Suggerimento: cercare il segnale che contiene la crosscorrelazione più grande (si parta dallo script presente nel file **"Lezione3_EserciziPrincipali.m"**)

Esercizi extra

Esercizio 3

- ♦ Provare la cross correlazione con differenti segnali definiti a mano.
 - ♦ Analizzare l'help di xcorr per adottare anche la versione normalizzata
- ♦ Provare a calcolare la cross correlazione (normalizzata e non) di (f1,f2) e di (f1,f3)

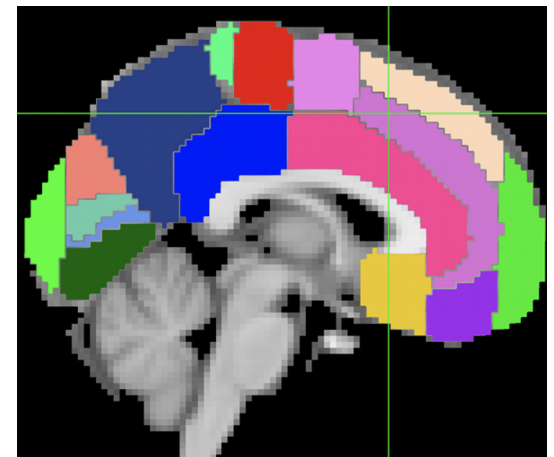
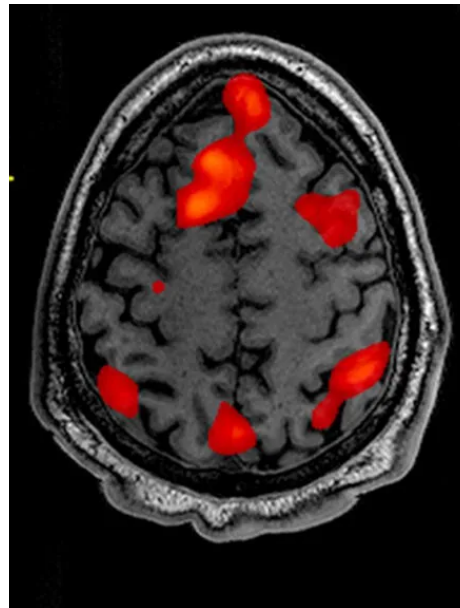
```
f1 = [1 1 1 1 1 1 1 1];  
f2 = [1 2 3 4 5 6 7 8];  
f3 = [0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 0.1];
```

- ♦ Domanda: quando ha senso utilizzare la versione normalizzata?

Esercizio 4

- ♦ Cross-correlazione tra segnali di risonanza magnetica funzionale.
- ♦ Caricare il file "Ab_pASL_Yeo_Average.txt": contiene segnali medi di fMRI (functional MRI) di un soggetto, misurati per 200 istanti in 100 diverse regioni del cervello

Functional MRI: tipo di risonanza magnetica che ci permette di capire quali aree del cervello si attivano durante l'esecuzione di un determinato compito

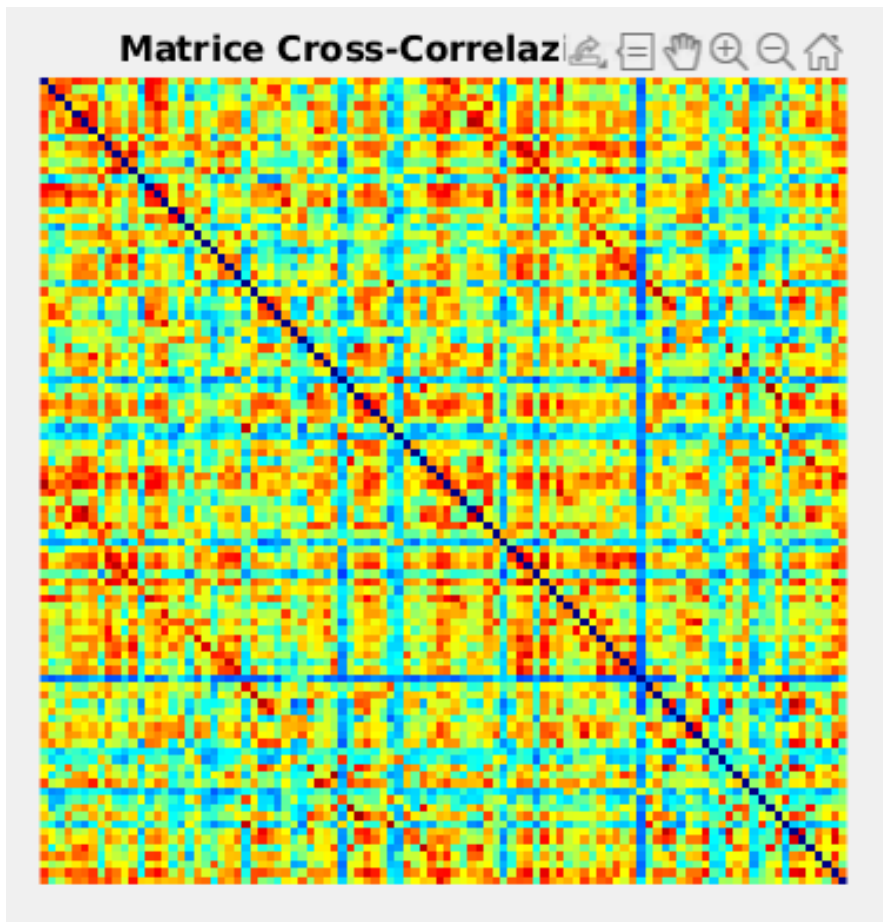


Esercizio 4

- ♦ Utilizzare questa informazione per estrarre delle matrici di connettività, che spiegano come le aree cerebrali comunicano tra di loro. In particolare:
 - ♦ sottrarre da ogni segnale la sua media
 - ♦ calcolare per ogni coppia di segnali (i,j) la cross-correlazione normalizzata.
 - ♦ salvare il massimo di tale cross-correlazione nella posizione (i,j) della matrice "matrice_xcorr_max"
 - ♦ questa matrice rappresenta una possibile stima di una matrice di connettività

Esercizio 4

- Visualizzare la matrice e rispondere alla seguente domanda: quali sono le due regioni più simili?



Regioni più simili:
(37,87)