Pontificia Universidad Javeriana
Departamento de Matematicas
Analisis Numerico
William Baquero
Federico Torres

Taller 1

Problema: Suponga que un dispositivo solo puede almacenar únicamente los cuatro primeros dígitos decimales de cada número real, y trunca los restantes (esto es redondeo inferior). Calcule el error de redondeo si se quiere almacenar el número 536.78.

Solucion: En la actualidad, los computadores resultan ser una herramienta muy util para resolver problemas mediante metodos numericos porque logran ejecutar una gran cantidad de calculos matematicos iterativos que se aproximan lo suficiente a la respuesta real. Sin embargo, los computadores tambien tienen sus limitaciones tecnicas que deben ser consideradas al momento de estimar el error asociado a un resultado obtenido. La primera limitacion que tiene un computador es que puede usar a lo sumo 16 digitos para representar un numero, esto quiere decir que habra una gran cantidad de numeros que seran representados de manera inexacta y asi mismo seran las operaciones aritmeticas que se hagan con ellos. A medida que aumente el numero de operaciones que se hagan, aumentara tambien el error relativo asociado al resultado.

En ese orden de ideas, el objetivo de este primer problema sera calcular el error relativo y el error absoluto asociado simplemente a la representacion de un numero real con 4 cifras decimales utilizando el metodo de truncamiento. Para esto, usaremos la funcion round() del software computacional R pasandole como primer parametro el numero el numero real en cuestion y luego el numero de cifras decimales que queremos que tenga el numero: round(536.78, 1). De esta forma el numero que obtenemos es 536.8. Ahora el siguiente paso es calcular su error absoluto que es la diferencia entre el valor de la medida y el valor tomado como exacto, para lo cual planteamos la siguiente ecuacion:

$$\varepsilon = |x - \tilde{x}|$$

Siendo x el numero truncado y $\tilde{x}$ el numero original.
El resultado obtenido es: 0.02, lo que quiere decir que el error absoluto fue del 2%.

Problema: Utilizando el teorema de Taylor hallar la aproximación de e^0.5 con cinco cifras significativas.

Solucion: El teorema de Taylor permite obtener una representacion de una funcion usando un polinomio y una expresion para estimar el error de truncamiento. De esta forma se pueden obtener valores aproximados de la funcion en un punto especifico acotando el error de acuerdo a nuestro nivel de tolerancia.

La funcion que queremos aproximar es e^x en el punto x=0.5 y para esto hacemos uso de la funcion taylor() y le enviamos como parametros la funcion, el punto en el cual se hara la expancion y el orden del polinomio. El resultado obtenido seran los coeficientes del polinomio de Taylor que luego seran usados en la funcion polyval() para evaluar el polinomio en el punto x=0.5. Finalmente usamos la funcion round() para limitar la respuesta a solo 5 decimales. El resultado obtenido para e^0.5 es 1.6484 con el polinomio de Taylor.

Problema: Evaluar el valor de un polinomio es una tarea que involucra para la maquina realizar un número de operaciones la cual debe ser mínimas. Como se puede evaluar el siguiente polinomio con el número mínimo de multiplicaciones:

$$P(x) = 2x^4 - 3x^2 + 3x - 4 \qquad \text{en } x_0 = -2$$