

Análisis Numerico - Ejercicios del libro

William Baquero y Federico Torres

9 de agosto de 2019

1 Ejercicios

En esta sección se presentan los ejercicios propuestos del texto guía del curso de análisis numérico.

1.1 Ejercicio 8: Determine la raíz real de la ecuación:

$$\sin(x) = \ln(x) \quad (1)$$

Solución: Para calcular la raíz de la ecuación, se hace uso del método de bisección para establecer el intervalo inicial donde puede estar la raíz y luego empezar a acotarlo hasta obtener un valor aproximado que esté dentro del rango de tolerancia previamente determinado.

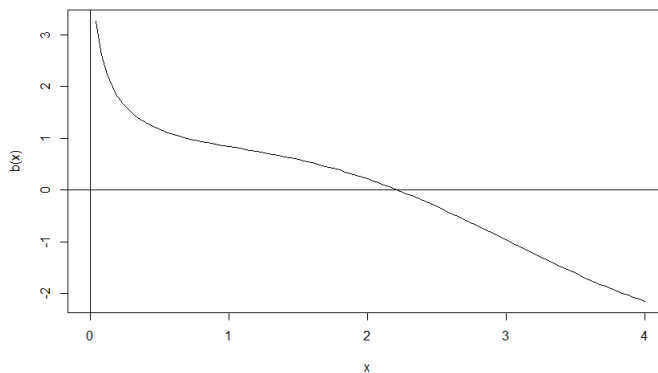


Figure 1: $f(x) = \sin(x) - \ln(x)$

Resultados: El intervalo inicial escogido luego de graficar la función fue $[2,3]$ y el resultado obtenido al calcular la raíz fue de 2.219107 con un error de $7.4505e-09$ y con un total de 26 iteraciones.

1.2 Ejercicio 13: Encuentre una formula iterativa de convergencia cuadrática y defina un intervalo de convergencia apropiado para calcular la raíz n-ésima de un número real. El algoritmo solamente debe incluir operaciones aritméticas elementales.

Solución: La formula iterativa que permite hallar la raíz n-ésima de un número con las condiciones previamente mencionadas está basada en el método de Newton-Raphson y permite calcular un intervalo (delta) cada vez más preciso que al ser sumado al punto inicial se acerca al resultado deseado.

$$delta = ((num/(p^{(n-1)})) - p)/n \quad (2)$$

Resultados: Para la prueba de funcionamiento del algoritmo, se metieron como datos de entrada la raíz n=4 de 247 con el punto inicial 2 y con una tolerancia de 0.01 y el resultado obtenido fue de 3.9643.

1.3 Ejercicio 15: Resolver la siguiente ecuación mediante sumas de Riemann:

$$\int_0^x (5 - e^u) du = 2 \quad (3)$$

Solución: El metodo de las sumas de Riemann consiste en aproximar el valor de la integral mediante la suma sucesiva de rectangulos bajo la curva de la función en cuestión y el eje de las abscisas. En este caso se usa el metodo que aproximación por derecha, lo quiere decir, que los rectangulos tocan la curva en su esquina superior derecha como se observa en la figura 2.

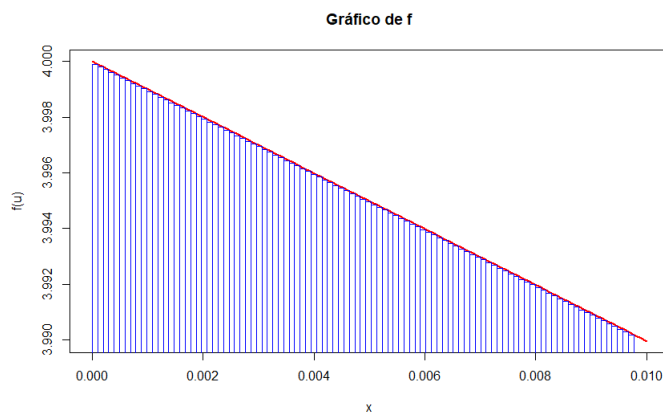


Figure 2: $f(u)$

Para determinar el valor de x para el cual la integral es igual a 2, primero se establece el nivel de tolerancia en 0.01 y posteriormente se procede a establecer el intervalo de integración desde 0 hasta x que iniciará en $x = 0.00001$ e irá aumentando iterativamente en la misma cantidad a medida que el valor de la integral se acerque a 2. Cada uno de los intervalos en cada iteración estará compuesto por 100 subintervalos (dx) que determinarán el ancho de cada rectángulo.

Resultados: El resultado obtenido muestra que el valor que más se aproxima a 2 es $x = 0.00987$, que otorga un resultado de 1.99043 para la integral calculada mediante sumas de Riemman por derecha. El error es de 0.00956. [1]

References

- [1] Walter. Mora Flores. *Introducción a los métodos numéricos. Implementaciones en R, 1ra ed.* Escuela de Matemática, 2015.