Obtención de Raíces mediante los algoritmos de Bisección y Punto Fijo

William Baquero y Federico Torres

Agosto 2019

1. Introducción

En este documento vamos a describir los resultados obtenidos de desarrollo de los algoritmos propuestos en clase(Punto Fijo y Bisección), Además dentro de la carpeta del repositorio vamos a encontrar los respectivos códigos fuentes de cada algoritmo los cuales fueron probados según la ecuación f(x) = x^3+5x-1.

2. Implementaciones

Aplicación de los algoritmos iterativos de punto fijo y bisección para producir resultados que convergen cada vez más cerca a la respuesta esperada con un margen de error de 1e-08

2.1. Punto Fijo

fundamento matemático para construir métodos eficientes para el cálculo de raíces reales de ecuaciones no lineales. Este método consiste en re-escribir la ecuación f(x) = 0 en la forma x = g(x). Esta nueva ecuación debe ser equivalente a la ecuación original en el sentido que debe satisfacerse con la misma raíz, es decir la existencia de un punto fijo r de la ecuación x = g(x) es equivalente a encontrar una raíz real r de la ecuación f(x) = 0

```
x_ 0 =  -0.175
x_ 1 =  -0.2010719
x_ 2 =  -0.2016259
x_ 3 =  -0.2016393
x_ 4 =  -0.2016397
x_ 5 =  -0.2016397
x* es aproximadamente  -0.2016397  con error menor que  1e-08
```

Figura 1: Datos Algoritmo Punto Fijo

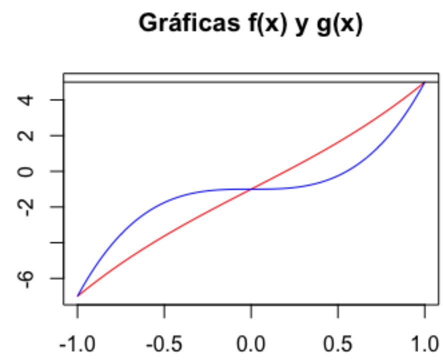

Figura 2: Gráficas f(X) y g(x)

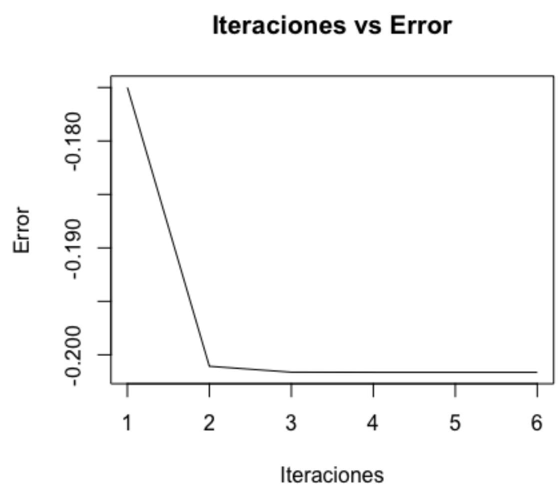

Figura 3: Gráfica Iteraciones vs Error est

2.2. Bisección

Se basa en el Teorema de los Valores Intermedios, el cual establece que toda función continua f en un intervalo cerrado [a,b] ($f \in C[a,b]$) toma todos los valores que se hallan entre f (a) y f (b). Esto es, que todo valor entre f(a) y f(b) es la imagen de al menos un valor en el intervalo [a,b]. En caso de que f (a) y f (b) tengan signos opuestos (es decir, $f(a) \cdot f(b) < 0$), el valor cero sería un valor intermedio entre f (a) y f (b), por lo que con certeza existe un $x*$ en [a,b] que cumple f (x∗) = 0. De esta forma, se asegura la existencia de al menos una solución de la ecuación f (x) = 0.

a	b	m	Error est.
0.0000000	0.5000000	0.5000000	0.2500000
0.0000000	0.2500000	0.2500000	0.1250000
0.1250000	0.2500000	0.1250000	0.0625000
0.1875000	0.2500000	0.1875000	0.0312500
0.1875000	0.2187500	0.2187500	0.0156250
0.1875000	0.2031250	0.2031250	0.0078125
0.1953125	0.2031250	0.1953125	0.0039062
0.1953125	0.1992188	0.1992188	0.0019531
0.1972656	0.1992188	0.1972656	0.0009766
0.1982422	0.1992188	0.1982422	0.0004883
0.1982422	0.1987305	0.1987305	0.0002441
0.1982422	0.1984863	0.1984863	0.0001221
0.1983643	0.1984863	0.1983643	0.0000610
0.1984253	0.1984863	0.1984253	0.0000305
0.1984253	0.1984558	0.1984558	0.0000153
0.1984253	0.1984406	0.1984406	0.0000076
0.1984329	0.1984406	0.1984329	0.0000038
0.1984367	0.1984406	0.1984367	0.0000019
0.1984367	0.1984386	0.1984386	0.0000010
0.1984367	0.1984377	0.1984377	0.0000005
0.1984372	0.1984377	0.1984372	0.0000002
0.1984372	0.1984375	0.1984375	0.0000001
0.1984372	0.1984373	0.1984373	0.0000001
0.1984372	0.1984373	0.1984373	0.0000000
0.1984372	0.1984372	0.1984372	0.0000000
0.1984372	0.1984372	0.1984372	0.0000000

Figura 4: Datos Algoritmo Bisección

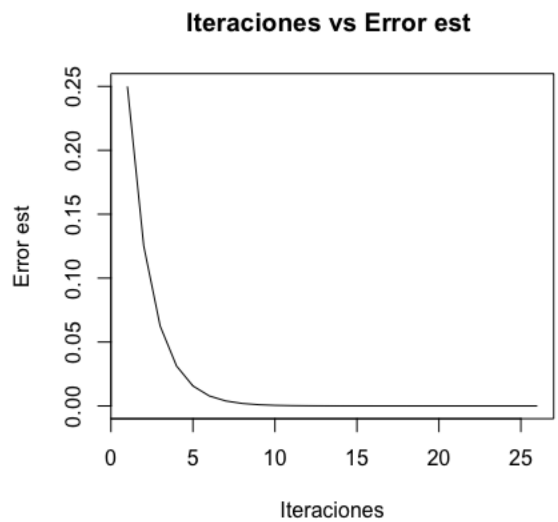

Figura 5: Gráfica Iteraciones vs Error est

3. Conclusiones

Hallar la raíz de un numero por métodos iterativos que convergen nos demostró que el algoritmo de bisección puede que tenga mas procesamiento pero es demasiado lento ya que necesita bastante iteraciones para converger a un valor óptimo, en cambio el algoritmo de punto fijo necesita menos iteraciones para converger a un numero óptimo de la raíz de un numero.

4. Referencias

1. Instituto Tecnológico de Costa Rica, Introducción a los métodos numéricos en R, 1ra ed. 2015