

Reto Mortero Valenciano con Curvas de Bezier

William Baquero y Federico Torres

Octubre 2019

1. Marco Teorico

1.1. Curvas y Superficies de Bezier

Las curvas de Bezier, un instrumento matematico para la modelizacion de curvas y superficies, nacieron como una aplicacion concreta en el seno de la industria automovilistica. Las curvas Bezier pueden ser utiles para interpolar movimiento cuando el objeto exhibe formas de movimiento curvilíneo (Long 2015).

Una curva de Bezier de grado n se especifica por una secuencia de $n + 1$ puntos P_0, \dots, P_n y R_1, R_2, R_3 que se conocen como puntos de control (dados por el escaneo). El polígono que se obtiene al unir los puntos de control con segmentos de línea se denomina polígono de control.

1.2. Mortero Valenciano

Utensilio de cerámica utilizado para machacar diferentes alimentos, además este mortero se caracteriza por tener 4 puntas alrededor de la circunferencia central del mortero.

1.3. Autocad

Software de diseño asistido por computadora utilizado para dibujo 2D y modelado 3D.

2. Modelo de Referencia(Autocad)

Las siguientes imágenes mostrarán nuestra ilustración de referencia de un mortero valenciano creado con la herramienta de software AutoCad con la cual nos guiamos para obtener una puntos de control con una precisión de 4 cifras significativas y así poder graficar con menos margen de error las curvas de bezier.

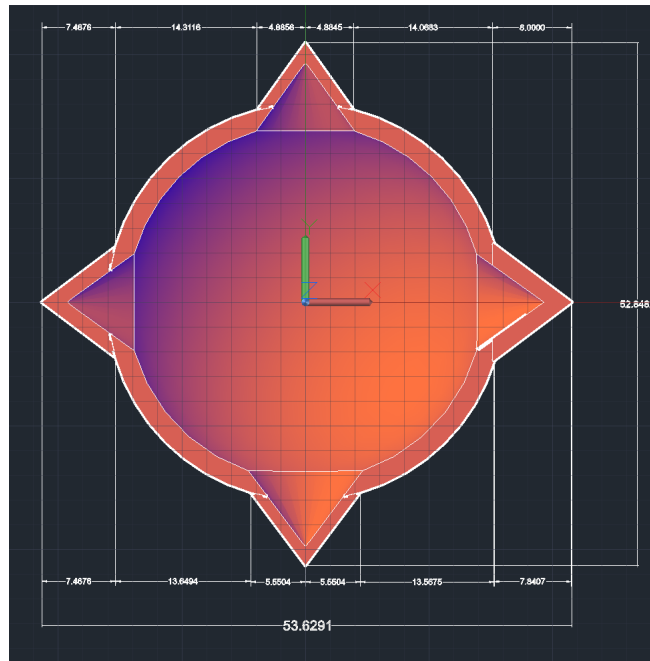


Figura 1: Vista desde arriba del modelo del mortero valenciano

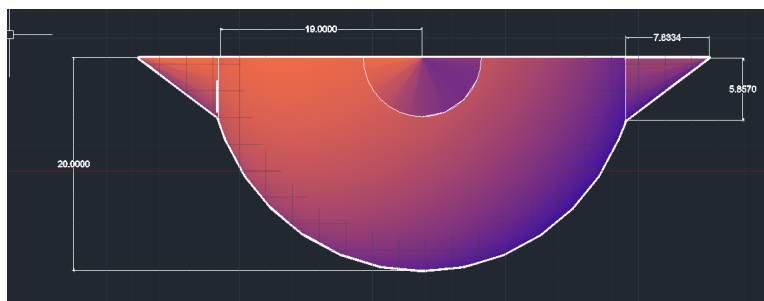


Figura 2: Vista lateral del modelo del mortero valenciano

3. Modelo con Curvas de Bezier

Para modelar el mortero valenciano se usó el IDE RStudio basado en el entorno de software R ya que resulta útil para este proyecto porque permite computar datos estadísticos y graficarlos adecuadamente. Las librerías utilizadas fueron bezier para trazar las curvas mas complicadas y alphashape3D junto con rgl y geometry para graficar las figuras en el espacio. La librería rgl hace uso de la API proporcionada por OpenGL que es una aplicación de terceros utilizada para graficar graficos interactivos en 3D y 2D. Los datos de entrada se basaron en el modelo 3D realizado en Autocad y teneindo en cuenta las principales vistas en perspectiva que ofrece la herramienta de diseño.

Para graficar la base y la estructura principal del mortero valenciano en RStudio se usó la función persp3D() para graficar en tres dimensiones la función:

$$r^2 = x^2 + y^2 \quad (1)$$

Esta función es porteriormente acotada entre $x = [-1, 1]$, $y = [-1, 1]$ y $z = [-1.5, 2]$ para garantizar que el modelo del mortero valenciano tenga una forma redondeada. Posteriormente se hizo uso de la función bezier() para trazar curvas de bezier y graficar las puntas del mortero valenciano. Para esto, se usan los datos suministrados en Autocad pero de acuerdo a la escala determinada por el radio del cilindro que es de $r = 1$. En este caso el radio indica una escala de 1:1/20 con respecto al modelo en Autocad. Lo primero fue establecer los valores paramétricos de 0 a 1 para las curvas de bezier. Posteriormente, se introducen los datos en matrices 5x3 que indican los cinco puntos en el espacio ncesarios para trazar cada curva de bezier teniendo en cuenta sus tres coordenadas en el espacio.

Finalmente, se define el color para la superficie y las curvas de bezier teniendo en cuenta que cada vez que se grafica una nueva curva se debe añadir el parametro `add = TRUE` en cada función para garantizar que las nuevas curvas sean añadidas en el mismo espacio generado inicialmente con la función `open3D()` de la librería rgl.

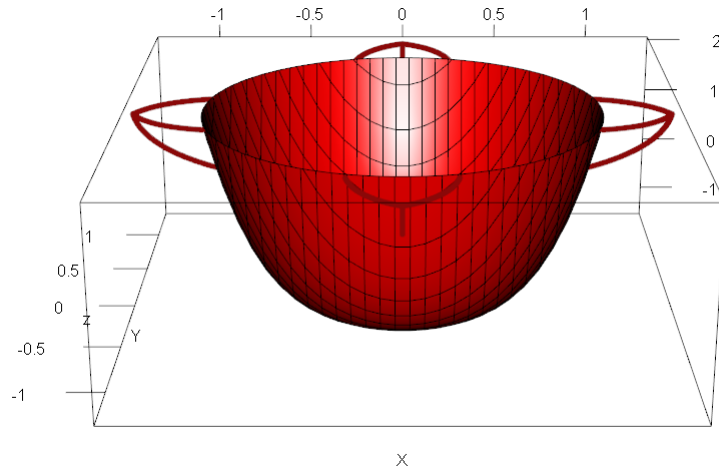


Figura 3: Vista lateral del modelo del mortero valenciano

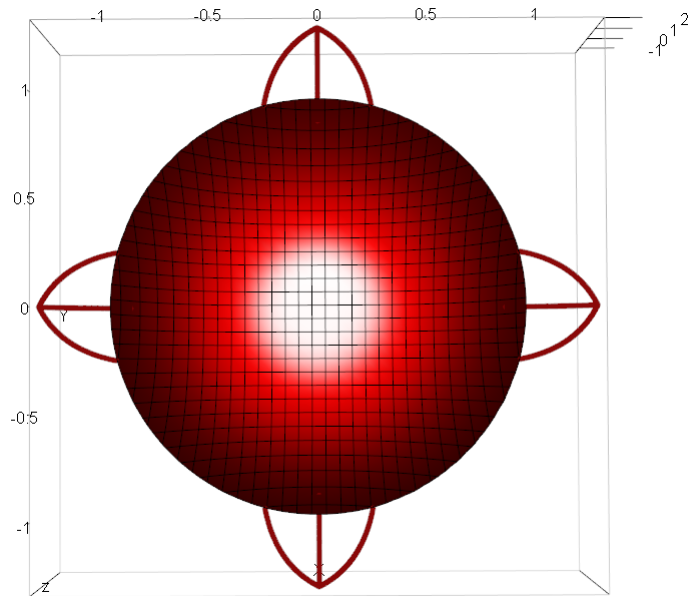


Figura 4: Vista desde arriba del modelo del mortero valenciano

4. Área y volumen del mortero valenciano

Para calcular el área del mortero valenciano se dividió la figura en dos polígonos diferentes cuya área y volumen resultara fácil de calcular: una semiesfera y cuatro pirámides. El área de la semiesfera se calculó hallando el área de medio cascarón esférico de una esfera de radio $r=1$ y el área de las pirámides calculando el área de una de sus caras y multiplicando el resultado por 4. Una vez sumados estos valores se obtiene el siguiente resultado para el área del mortero en unidades cuadradas:

$$\text{Área} = 7,78 \quad (2)$$

Para calcular el volumen del mortero valenciano, se calculó el volumen de media esfera de radio $r=1$ y se le sumó el volumen de las cuatro pirámides calculado independientemente. El resultado obtenido para el volumen del mortero valenciano en unidades cúbicas es de:

$$\text{Volumen} = 2,18 \quad (3)$$

El error relativo y el error absoluto se obtienen al comparar los datos experimentales obtenidos mediante RStudio con los datos arrojados por Autocad que vendrían a ser los datos reales. Los resultados de los errores se muestran a continuación:

$$\begin{aligned} \text{ERRORRELATIVO} : |2,8340 - 2,18| &= 0,654 \\ \text{ERRORABSOLUTO} : (0,654/2,8340) \times 100 &= 23,07 \end{aligned} \quad (4)$$

Referencias

- [1] JA Long. *Kinematic interpolation of movement data*. International Journal of Geographical Information Science, 2015.

[1]