

Esercizio

Dimostrare, mediante passaggi algebrici, che:

$$(A + B)(A + \overline{C})(\overline{A} + C) = AC + \overline{A}B\overline{C}$$

Implementare inoltre la tabella di verità della funzione booleana tramite un multiplexer.

Svolgimento

Dimostrazione algebrica

Passaggio 1 - T8 Distributiva: $(A + B)(A + \overline{C})$

$$\begin{aligned}(A + B)(A + \overline{C}) &= A \cdot A + A \cdot \overline{C} + B \cdot A + B \cdot \overline{C} \\ &= A + A\overline{C} + AB + B\overline{C}\end{aligned}$$

Passaggio 2 - T6 Assorbimento: $A + A\overline{C} = A$

$$= A + AB + B\overline{C}$$

Passaggio 3 - T6 Assorbimento: $A + AB = A$

$$= A + B\overline{C}$$

Passaggio 4 - Moltiplico per il terzo fattore: $(\overline{A} + C)$

$$(A + B\overline{C})(\overline{A} + C)$$

Passaggio 5 - T8 Distributiva

$$\begin{aligned}&= A(\overline{A} + C) + B\overline{C}(\overline{A} + C) \\ &= A\overline{A} + AC + B\overline{C}\overline{A} + B\overline{C}C\end{aligned}$$

Passaggio 6 - T5 Complementi: $A\overline{A} = 0$ e $\overline{C}C = 0$, **T2 Identità:** $X+0 = X$

$$\begin{aligned}&= 0 + AC + \overline{A}B\overline{C} + 0 \\ &= AC + \overline{A}B\overline{C}\end{aligned}$$

QED (dimostrato)

Tabella di verità e implementazione MUX

A	B	C	$(A + B)(A + \overline{C})(\overline{A} + C)$	$AC + \overline{A}B\overline{C}$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

Implementazione con MUX 8:1 - Selezioni: $S_2 = A$, $S_1 = B$, $S_0 = C$ -
Ingressi: $I_0 = 0$, $I_1 = 0$, $I_2 = 1$, $I_3 = 0$, $I_4 = 0$, $I_5 = 1$, $I_6 = 0$, $I_7 = 1$

La funzione vale 1 solo per le combinazioni: 010, 101, 111 (righe 2, 5, 7 della tabella).

Schema circuitale MUX 8:1

Configurazione per la funzione $AC + \overline{A}B\overline{C}$: - **Selezioni:** $S_2 = A$, $S_1 = B$, $S_0 = C$

- **Ingressi:** $I_0 = 0$, $I_1 = 0$, $I_2 = 1$, $I_3 = 0$, $I_4 = 0$, $I_5 = 1$, $I_6 = 0$, $I_7 = 1$

Funzionamento: - ABC = 010 → seleziona $I_2 = 1 \rightarrow Y = 1$ (corretto) - ABC = 101 → seleziona $I_5 = 1 \rightarrow Y = 1$ (corretto) - ABC = 111 → seleziona $I_7 = 1 \rightarrow Y = 1$ (corretto) - Tutte le altre combinazioni → $Y = 0$

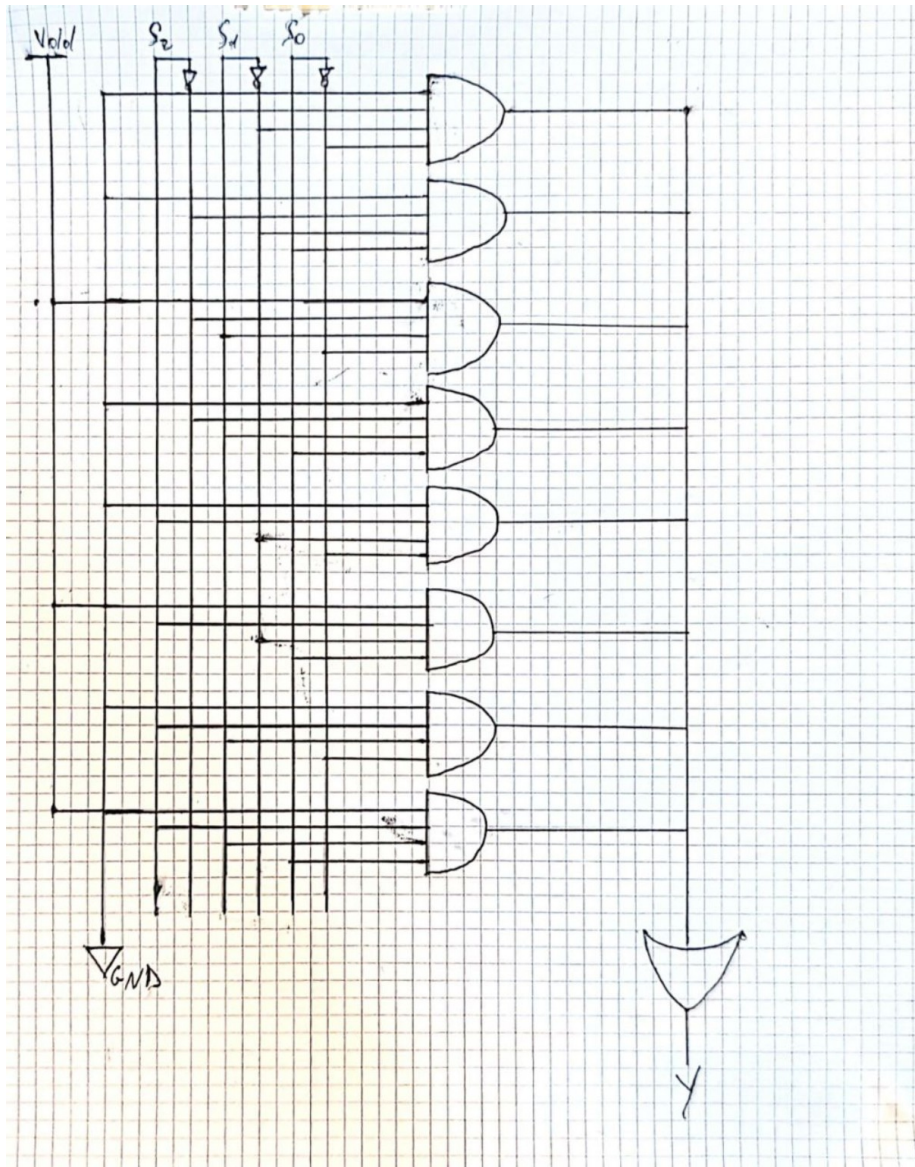


Figure 1: Schema MUX 8:1