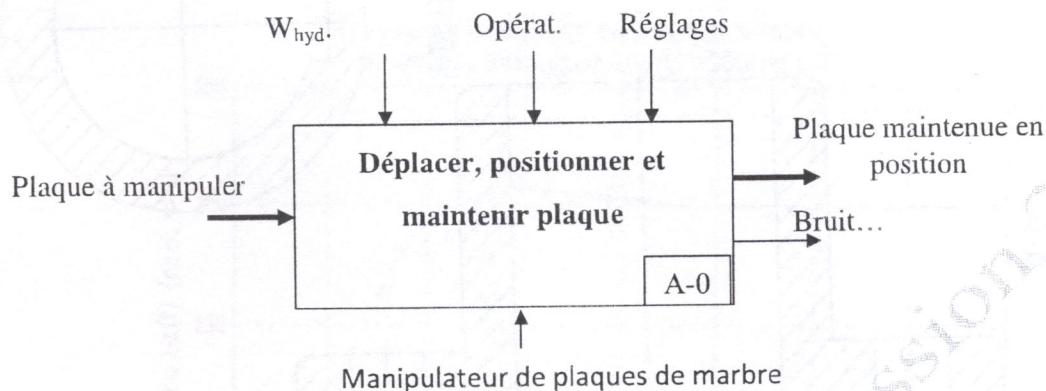


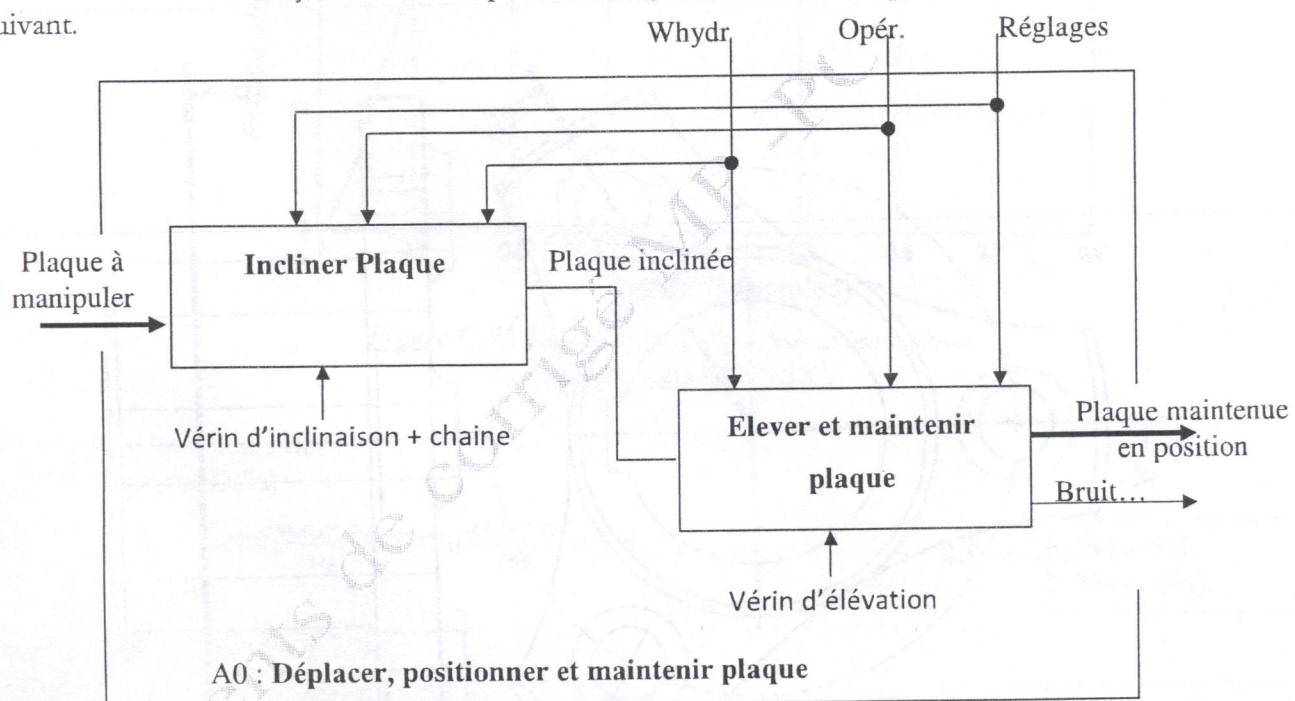
## PARTIE A : TECHNOLOGIE DE CONCEPTION

### A.1- ANALYSE FONCTIONNELLE

A.1.1- Modéliser le système « manipulateur de plaque de marbre » en complétant l'actigramme A-0 suivant.



A.1.2- Modéliser le système « manipulateur de plaque de marbre » en complétant l'actigramme A0 suivant.



### A.2- PROJECTION ORTHOGONALE, COUPE ET SECTIONS

Compléter, sur le document réponses page 2/20, le dessin de la pièce 2 de la figure A-1 (Manchon type STARFLEX) :

- La vue de face ;
- La vue de dessus ;
- La vue de gauche en coupe brisée A-A ;
- la section sortie b-b.

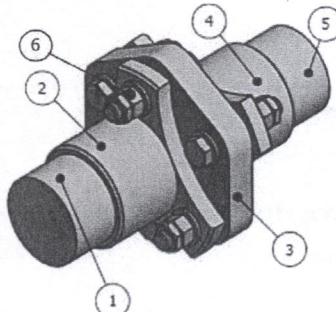
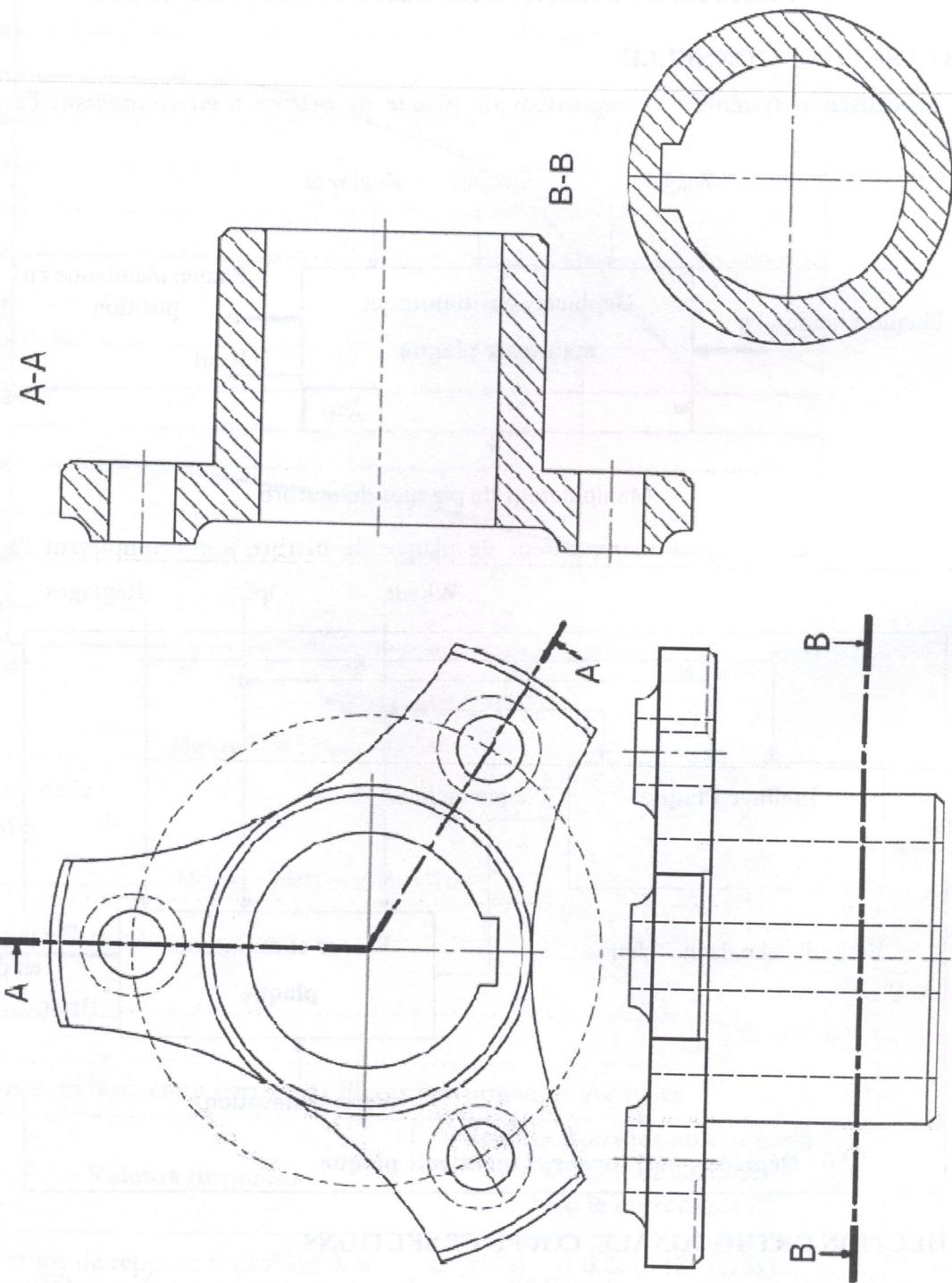


Figure A-1 : Accouplement élastique type STARFLEX



ELÉM

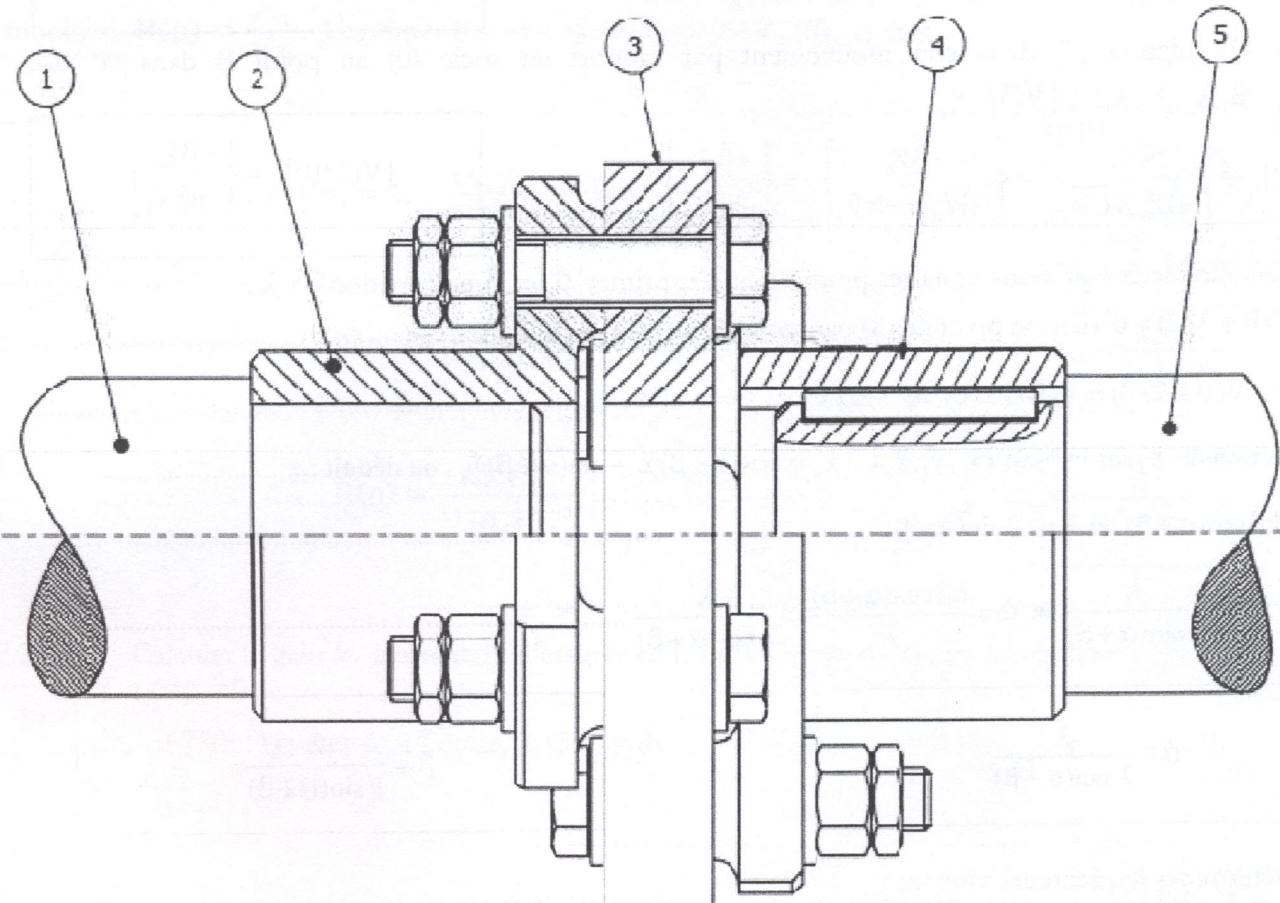
**A- 3 - ELEMENTS NORMALISES**

Compléter sur le dessin d'ensemble suivant :

A.3.1- Le montage du boulon (6) ;

A.3.2- Le montage de la clavette (7).

Pour voir le montage complet, référez vous à la figure A.1 page 1/20 de ce document. Pour Choisir les dimensions des éléments normalisés, référez vous aux tableaux de l'annexe A1 du dossier présentation, données et hypothèses pages de 2/12 à 4/12



## PARTIE B : MECANIQUE DES SOLIDES INDEFORMABLES

### B.1- ETUDE CINEMATIQUE

B.1.1- Déterminer les torseurs cinématiques :

B.1.1.1- De la tige (2) dans son mouvement par rapport au socle (0) au point B dans la base  $B_1(\bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{z}_0)$  :

$$\{\vec{V}(2/0)\}_B.$$

$$\{\vec{V}(2/0)\}_B = \{\vec{V}(2/1)\}_B + \{\vec{V}(1/0)\}_B \dots$$

$$\{\vec{V}(2/0)\}_B = \begin{Bmatrix} \bar{0} \\ \dot{\lambda} \bar{y}_1 \end{Bmatrix}_B + \begin{Bmatrix} \dot{\alpha} \bar{z}_0 \\ -\lambda \dot{\alpha} \bar{x}_1 \end{Bmatrix}_B = \begin{Bmatrix} \dot{\alpha} \bar{z}_0 \\ -\lambda \dot{\alpha} \bar{x}_1 + \dot{\lambda} \bar{y}_1 \end{Bmatrix}_B \dots$$

$$\{\vec{V}(2/0)\}_B = \begin{Bmatrix} \dot{\alpha} \bar{z}_0 \\ -\lambda \dot{\alpha} \bar{x}_1 + \dot{\lambda} \bar{y}_1 \end{Bmatrix}_B$$

B.1.1.2- Du pignon (3) dans son mouvement par rapport au socle (0) au point B dans la base  $B_3(\bar{x}_3, \bar{y}_3, \bar{z}_0)$  :  $\{\vec{V}(3/0)\}_B$ .

$$\{\vec{V}(3/0)\}_B = \begin{Bmatrix} -\dot{\beta} \bar{z}_0 \\ -\dot{\beta} \bar{z}_0 \wedge \bar{CB} \end{Bmatrix}_B = \begin{Bmatrix} -\dot{\beta} \bar{z}_0 \\ -\dot{\beta} \bar{z}_0 \wedge -h \bar{y}_3 \end{Bmatrix}_B = \begin{Bmatrix} -\dot{\beta} \bar{z}_0 \\ -h \dot{\beta} \bar{x}_3 \end{Bmatrix}_B \dots$$

$$\{\vec{V}(3/0)\}_B = \begin{Bmatrix} -\dot{\beta} \bar{z}_0 \\ -h \dot{\beta} \bar{x}_3 \end{Bmatrix}_B$$

B.1.2- Déduire deux équations scalaires permettant d'exprimer  $\dot{\alpha}$  et  $\dot{\beta}$  en fonction de  $\dot{\lambda}$ .

On a :  $\vec{V}(B \in 3/2) = \bar{0}$  (liaison pivot de (3) par rapport à (2) d'axe  $(B, \bar{z}_0)$ )

Par suite :  $\vec{V}(B \in 2/0) = \vec{V}(B \in 3/0) \Rightarrow -\lambda \dot{\alpha} \bar{x}_1 + \dot{\lambda} \bar{y}_1 = -h \dot{\beta} \bar{x}_3 \dots$

Par projection de  $\bar{x}_3$  sur la base  $(\bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{z}_0)$  :  $\bar{x}_3 = \cos(\alpha + \beta) \bar{x}_1 - \sin(\alpha + \beta) \bar{y}_1$ , on déduit :

$-\lambda \dot{\alpha} = -h \dot{\beta} \cos(\alpha + \beta)$  et  $\dot{\lambda} = h \dot{\beta} \sin(\alpha + \beta) \dots$

Par suite :  $\dot{\beta} = \frac{\dot{\lambda}}{h \sin(\alpha + \beta)}$  et  $\dot{\alpha} = \frac{h \dot{\beta} \cos(\alpha + \beta)}{\lambda} = \frac{\dot{\lambda}}{\lambda \tan(\alpha + \beta)} \dots$

$$\dot{\alpha} = \frac{\dot{\lambda}}{\lambda \tan(\alpha + \beta)}$$

$$\dot{\beta} = \frac{\dot{\lambda}}{h \sin(\alpha + \beta)}$$

B.1.3- Déterminer les vecteurs vitesses :

B.1.3.1- Du point I du pignon (3) dans son mouvement par rapport au bras (4) dans la base  $B_4(\bar{x}_4, \bar{y}_4, \bar{z}_0)$  :  $\vec{V}(I \in 3/4)$ .

$\vec{V}(I \in 3/4) = \vec{V}(C \in 3/4) + \vec{\Omega}(3/4) \wedge \vec{CI}$  avec :

$\vec{\Omega}(3/4) = \vec{\Omega}(3/0) - \vec{\Omega}(4/0) = -(\dot{\beta} + \dot{\gamma}) \bar{z}_0$  et  $\vec{V}(C \in 3/4) = \bar{0}$

Par suite :  $\vec{V}(I \in 3/4) = -(\dot{\beta} + \dot{\gamma}) \bar{z}_0 \wedge -R \bar{y}_4 = -R(\dot{\beta} + \dot{\gamma}) \bar{x}_4 \dots$

$$\vec{V}(I \in 3/4) = -R(\dot{\beta} + \dot{\gamma}) \bar{x}_4$$

- B.1.3.2- Du point J du pignon (5) dans son mouvement par rapport au bras (4) dans la base  $B_4(\vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_0)$  :  $\vec{V}(J \in 5/4)$ .

$$\vec{V}(J \in 5/4) = \vec{V}(H \in 5/4) + \vec{\Omega}(5/4) \wedge \vec{HJ} \text{ avec : } \vec{\Omega}(5/4) = -\dot{\theta} \vec{z}_0 \text{ et } \vec{V}(H \in 5/4) = \vec{0}$$

$$\text{Par suite : } \vec{V}(J \in 5/4) = -\dot{\theta} \vec{z}_0 \wedge -R \vec{y}_4 = -R \dot{\theta} \vec{x}_4$$

$$\boxed{\vec{V}(J \in 5/4) = -R \dot{\theta} \vec{x}_4}$$

- B.1.4- Sachant que le mouvement de la chaîne par rapport aux pignons (3) et (5) aux points respectifs I et J est sans glissement, déterminer alors la relation entre  $\vec{\Omega}(3/4)$  et  $\vec{\Omega}(5/4)$ .

$$\vec{V}(I \in \text{chaine}/3) = \vec{0} \Rightarrow \vec{V}(I \in \text{chaine}/4) = \vec{V}(I \in 3/4) = -R(\dot{\beta} + \dot{\gamma}) \vec{x}_4$$

$$\vec{V}(J \in \text{chaine}/5) = \vec{0} \Rightarrow \vec{V}(J \in \text{chaine}/4) = \vec{V}(J \in 5/4) = -R \dot{\theta} \vec{x}_4$$

$$\text{Or pour une transmission par chaîne : } \vec{V}(I \in \text{chaine}/4) = \vec{V}(J \in \text{chaine}/4)$$

$$\text{Par suite : } (\dot{\beta} + \dot{\gamma}) = \dot{\theta} \Rightarrow \vec{\Omega}(3/4) = \vec{\Omega}(5/4)$$

$$\boxed{\vec{\Omega}(3/4) = \vec{\Omega}(5/4) \Rightarrow (\dot{\beta} + \dot{\gamma}) = \dot{\theta}}$$

- B.1.5- Déterminer les torseurs cinématiques :

- B.1.5.1- De la tige (8) dans son mouvement par rapport au socle (0) au point D dans la base  $B_7(\vec{x}_7, \vec{y}_7, \vec{z}_0)$  :  $\{V(8/0)\}_D$ .

$$\{V(8/0)\}_D = \{V(8/7)\}_D + \{V(7/0)\}_D$$

$$\{V(8/0)\}_D = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ \dot{\mu} \vec{y}_7 \end{array} \right\}_D + \left\{ \begin{array}{c} \dot{\psi} \vec{z}_0 \\ -\mu \dot{\psi} \vec{x}_7 \end{array} \right\}_D = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\psi} \vec{z}_0 \\ -\mu \dot{\psi} \vec{x}_7 + \dot{\mu} \vec{y}_7 \end{array} \right\}_D$$

$$\boxed{\{V(8/0)\}_D = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\psi} \vec{z}_0 \\ -\mu \dot{\psi} \vec{x}_7 + \dot{\mu} \vec{y}_7 \end{array} \right\}_D}$$

- B.1.5.2- Du bras (4) dans son mouvement par rapport au socle (0) au point D dans la base  $B_4(\vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_0)$  :  $\{V(4/0)\}_D$ .

$$\{V(4/0)\}_D = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\gamma} \vec{z}_0 \\ \dot{\gamma} \vec{z}_0 \wedge \vec{CD} \end{array} \right\}_D = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\gamma} \vec{z}_0 \\ a \dot{\gamma} \vec{y}_4 \end{array} \right\}_D$$

$$\boxed{\{V(4/0)\}_D = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\gamma} \vec{z}_0 \\ a \dot{\gamma} \vec{y}_4 \end{array} \right\}_D}$$

**B.1.6-** Déduire deux équations scalaires permettant d'exprimer  $\psi$  et  $\dot{\gamma}$  en fonction de  $\dot{\mu}$ .

On a :  $\vec{V}(D \in 4/8) = \vec{0}$  (liaison pivot de (4) par rapport à (8) d'axe  $(D, \bar{z}_0)$ )

Par suite :  $\vec{V}(D \in 8/0) = \vec{V}(D \in 4/0) \Rightarrow -\mu\psi \bar{x}_7 + \dot{\mu} \bar{y}_7 = a\dot{\gamma} \bar{y}_4$

Par projection de  $\bar{y}_4$  sur la base  $(\bar{x}_7, \bar{y}_7, \bar{z}_0)$  :  $\bar{y}_4 = -\sin(\gamma - \psi) \bar{x}_7 + \cos(\gamma - \psi) \bar{y}_7$ , on déduit :

$\mu\psi = a\dot{\gamma} \sin(\gamma - \psi)$  et  $\dot{\mu} = a\dot{\gamma} \cos(\gamma - \psi)$

Par suite :  $\psi = \frac{\dot{\mu} \tan(\gamma - \psi)}{\mu}$  et  $\dot{\gamma} = \frac{\dot{\mu}}{a \cos(\gamma - \psi)}$

$$\psi = \frac{\dot{\mu} \tan(\gamma - \psi)}{\mu}$$

$$\dot{\gamma} = \frac{\dot{\mu}}{a \cos(\gamma - \psi)}$$

On considère  $E = \{5, 6, \text{Plaque}\}$  l'ensemble cinématiquement lié à la plaque. Soit G le centre d'inertie de {E} défini par  $\vec{HG} = L\vec{x}_5$ .

**B.1.7-** Au moment de l'opération de levage du bras (4) le vérin d'inclinaison  $V_1 = \{1, 2\}$  constitué par le corps (1) et la tige (2) est bloqué (lié au socle (0)). Dans ce cas, déterminer :

**B.1.7.1-** Le vecteur rotation du pignon (5) lors de son mouvement par rapport au socle (0). En déduire la nature du mouvement de {E} par rapport au socle (0).

$$\vec{\Omega}(5/0) = \vec{\Omega}(5/4) + \vec{\Omega}(4/0) = (\dot{\gamma} - \dot{\theta}) \bar{z}_0$$

Or, d'après la question **B.1.4**,  $(\dot{\beta} + \dot{\gamma}) = \dot{\theta}$ . D'où  $\vec{\Omega}(5/0) = -\dot{\beta} \bar{z}_0 = \vec{0}$  car le vérin d'inclinaison est bloqué.

$$\vec{\Omega}(5/0) = \vec{0}$$

Nature de mouvement de {E} par rapport au socle (0) :

Le pignon (5) ne tourne pas par rapport au socle (0)  $\Rightarrow$  l'ensemble {E} a un mouvement de translation (circulaire) / socle 0.

**B.1.7.2-** Le vecteur vitesse du centre d'inertie G de {E} lors de son mouvement par rapport au socle (0) dans la base  $B_4(\bar{x}_4, \bar{y}_4, \bar{z}_0)$ .

$$\vec{V}(G \in 5/0) = \vec{V}(H \in 5/0) \text{ car } \vec{\Omega}(5/0) = \vec{0}$$

$$\text{Or } \vec{V}(H \in 5/0) = \vec{V}(H \in 4/0) = \vec{V}(C \in 4/0) + \vec{\Omega}(4/0) \wedge \vec{CH}$$

$$\vec{V}(H \in 4/0) = \vec{0} + \dot{\gamma} \bar{z}_0 \wedge 2a \bar{x}_4 = 2a\dot{\gamma} \bar{y}_4$$

$$\text{Ainsi } \vec{V}(G/0) = 2a\dot{\gamma} \bar{y}_4$$

$$\vec{V}(G/0) = 2a\dot{\gamma} \bar{y}_4$$

**B.1.8-** Au moment de l'opération d'inclinaison de la plaque le vérin de levage  $V_2 = \{7, 8\}$  constitué par le corps (7) et la tige (8) est bloqué (lié au socle (0)). Dans ce cas, déterminer le vecteur vitesse du centre d'inertie G de {E} au cours de son mouvement par rapport au socle (0) dans la base  $B_s(\bar{x}_s, \bar{y}_s, \bar{z}_0)$ .

$$\vec{V}(G/0) = \vec{V}(H/0) + \vec{\Omega}(5/0) \wedge \overline{HG} \text{ avec :} \dots$$

$$\vec{V}(H/0) = \vec{V}(H/4/0) = \vec{V}(C/4/0) + \vec{\Omega}(4/0) \wedge \overline{CH} = \vec{0} \text{ car } \vec{\Omega}(4/0) = \vec{0} \text{ et } \vec{V}(C/4/0) = \vec{0} \dots$$

$$\text{Ainsi } \vec{V}(G/0) = -\dot{\theta} \bar{z}_0 \wedge L \bar{x}_s = -L \dot{\theta} \bar{y}_s \dots$$

$$\boxed{\vec{V}(G/0) = -L \dot{\theta} \bar{y}_s}$$

## B.2- ETUDE DYNAMIQUE

Cette étude est menée au cours de l'opération d'inclinaison de la plaque. Nous rappelons que dans ce cas, le vérin de levage  $V_2 = \{7, 8\}$  constitué du corps (7) et de la tige (8) est bloqué. En conséquence, le bras (4) est immobile par rapport au socle (0). Les hypothèses à prendre en considération lors de l'étude figurent à la page 6/12 du document « Présentation, Données et Hypothèses ».

**B.2.1-** Déterminer le torseur cinétique, au point H, de l'ensemble {E} au cours de son mouvement par rapport au socle (0) dans la base  $B_s(\bar{x}_s, \bar{y}_s, \bar{z}_0)$ .

$$\{C(E/0)\}_H = \begin{Bmatrix} M\vec{V}(G/0) \\ \vec{\sigma}_H(E/0) \end{Bmatrix}_H = \begin{Bmatrix} -ML\dot{\theta}\bar{y}_s \\ -I_z\dot{\theta}\bar{z}_0 \end{Bmatrix}_H \text{ car H est fixe par rapport au socle (0)} \dots$$

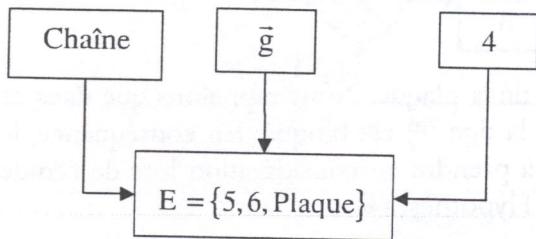
$$\boxed{\{C(E/0)\}_H = \begin{Bmatrix} -ML\dot{\theta}\bar{y}_s \\ -I_z\dot{\theta}\bar{z}_0 \end{Bmatrix}_H}$$

**B.2.2-** Déterminer le torseur dynamique, au point H, de l'ensemble {E} au cours de son mouvement par rapport au socle (0) dans la base  $B_s(\bar{x}_s, \bar{y}_s, \bar{z}_0)$ .

$$\{D(E/0)\}_H = \begin{Bmatrix} M\vec{\Gamma}(G/0) \\ \vec{\delta}_H(E/0) \end{Bmatrix}_H = \begin{Bmatrix} -ML(\ddot{\theta}\bar{y}_s + \dot{\theta}^2\bar{x}_s) \\ -I_z\ddot{\theta}\bar{z}_0 \end{Bmatrix}_H \dots$$

$$\{D(E/0)\}_H = \begin{Bmatrix} -ML(\ddot{\theta}\bar{y}_5 + \dot{\theta}^2\bar{x}_5) \\ -I_z\ddot{\theta}\bar{z}_0 \end{Bmatrix}_H$$

B.2.3- Tracer le graphe d'interaction et faire le bilan des actions mécaniques extérieures appliquées sur l'ensemble {E}. Exprimer le torseur  $\{\tau(\bar{E} \rightarrow E)\}_H$  dans la base  $B_4(\bar{x}_4, \bar{y}_4, \bar{z}_0)$ .



- Action du bras (4) sur le pignon (5) en H :

$$\{\tau(4 \rightarrow 5)\}_H = \begin{Bmatrix} \bar{F}_{45} = X_{45}\bar{x}_4 + Y_{45}\bar{y}_4 \\ 0 \end{Bmatrix}_H$$

- Action du champ de pesanteur sur (E) en G :

$$\{\tau(\bar{g} \rightarrow E)\}_G = \begin{Bmatrix} \bar{P}_E = -Mg\bar{y}_0 \\ 0 \end{Bmatrix}_G$$

- Action de la chaîne sur la roue (5) en H :  $\{\tau(\text{Chaine} \rightarrow 5)\}_H = \begin{Bmatrix} -\frac{4}{3}T\bar{x}_4 \\ -\frac{2}{3}R T \bar{z}_0 \end{Bmatrix}_H$

Torseur équivalent des actions mécaniques extérieures appliquées sur {E} au point H

$$\{\tau(\bar{E} \rightarrow E)\}_H = \{\tau(\text{chaine} \rightarrow 5)\}_H + \{\tau(4 \rightarrow 5)\}_H + \{\tau(\bar{g} \rightarrow E)\}_H$$

$$\{\tau(\bar{E} \rightarrow E)\}_H = \begin{Bmatrix} \bar{R}(\bar{E} \rightarrow E) \\ \bar{M}_H(\bar{E} \rightarrow E) \end{Bmatrix}_H \quad \text{avec : } \bar{R}(\bar{E} \rightarrow E) = \left( X_{45} - \frac{4}{3}T - Mg \sin \gamma \right) \bar{x}_4 + \left( Y_{45} - Mg \cos \gamma \right) \bar{y}_4$$

$$\bar{M}_H(\bar{E} \rightarrow E) = -\frac{2}{3}R T \bar{z}_0 + \bar{H}\bar{G} \wedge -Mg \bar{y}_0 \text{ soit } \bar{M}_H(\bar{E} \rightarrow E) = -\frac{2}{3}R T \bar{z}_0 + L \bar{x}_5 \wedge -Mg \bar{y}_0$$

$$\bar{M}_H(\bar{E} \rightarrow E) = \left( -\frac{2}{3}R T - MgL \cos(\gamma - \theta) \right) \bar{z}_0$$

$$\Rightarrow \{\tau(\bar{E} \rightarrow E)\}_H = \begin{Bmatrix} \bar{R}(\bar{E} \rightarrow E) \\ \bar{M}_H(\bar{E} \rightarrow E) \end{Bmatrix}_H \quad \text{Avec :}$$

$$\bar{R}(\bar{E} \rightarrow E) = \begin{pmatrix} X_{45} - \frac{4}{3}T - Mg \sin \gamma \\ Y_{45} - Mg \cos \gamma \\ 0 \end{pmatrix}_{B_4}$$

$$\text{et } \bar{M}_H(\bar{E} \rightarrow E) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{2}{3}R T - MgL \cos(\gamma - \theta) \end{pmatrix}_{B_4}$$

B.2.4- Ecrire les équations scalaires déduites de l'application du PFD à l'ensemble {E} au cours de son mouvement par rapport au socle (0). Déduire alors la tension T exercée par la chaîne sur le pignon (3) ainsi que les autres composantes inconnues des actions mécaniques.

Application du PFD à l'ensemble E au cours de son mouvement par rapport au socle (0) :

$$\{\tau(\bar{E} \rightarrow E)\}_H = \{D(E/0)\}_H \dots$$

Par projection suivant les trois axes du repère  $R_4(O, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_0)$ , on déduit les trois équations scalaires suivantes :

$$X_{45} - \frac{4}{3}T - Mg \sin \gamma = -ML(\ddot{\theta} \sin \theta + \dot{\theta}^2 \cos \theta) \dots \quad (1)$$

$$Y_{45} - Mg \cos \gamma = -ML(\ddot{\theta} \cos \theta - \dot{\theta}^2 \sin \theta) \dots \quad (2)$$

$$-\frac{2}{3}R T - MgL \cos(\gamma - \theta) = -I_z \ddot{\theta} \dots \quad (3)$$

D'après l'équation scalaire 3 :  $T = \frac{3(I_z \ddot{\theta} - MgL \cos(\gamma - \theta))}{2R}$

D'après l'équation scalaire 2 :  $Y_{45} = -ML(\ddot{\theta} \cos \theta - \dot{\theta}^2 \sin \theta) + Mg \cos \gamma$

D'après l'équation scalaire 1 :  $X_{45} = -ML(\ddot{\theta} \sin \theta + \dot{\theta}^2 \cos \theta) + \frac{4}{3}T + Mg \sin \gamma$

Soit :  $X_{45} = \frac{2(I_z \ddot{\theta} - MgL \cos(\gamma - \theta))}{R} - ML(\ddot{\theta} \sin \theta + \dot{\theta}^2 \cos \theta) + Mg \sin \gamma$

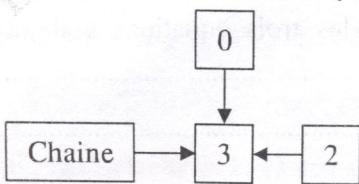
**Les inconnues des actions mécaniques :**

$$T = \frac{3(I_z \ddot{\theta} - MgL \cos(\gamma - \theta))}{2R}$$

$$X_{45} = -ML(\ddot{\theta} \sin \theta + \dot{\theta}^2 \cos \theta) + \frac{4}{3}T + Mg \sin \gamma$$

$$Y_{45} = -ML(\ddot{\theta} \cos \theta - \dot{\theta}^2 \sin \theta) + Mg \cos \gamma$$

B.2.5- Tracer le graphe d'interaction et faire le bilan des actions mécaniques extérieures appliquées sur le pignon (3). Exprimer le torseur  $\{\tau(3 \rightarrow 3)\}_C$  dans la base  $B_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ .



- Action du socle (0) sur le pignon (3) en C :

$$\{\tau(0 \rightarrow 3)\}_C = \left\{ \begin{array}{l} \vec{F}_{03} = X_{03} \vec{x}_0 + Y_{03} \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_C$$

- Action de la tige du vérin (2) sur (3) en B :

$$\{\tau(2 \rightarrow 3)\}_B = \left\{ \begin{array}{l} \vec{F}_{23} = F \vec{y}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_B$$

- Action de la chaîne sur la roue (3) en C :  $\{\tau(\text{Chaîne} \rightarrow 3)\}_C = \left\{ \begin{array}{l} \frac{4}{3} T \bar{x}_4 \\ 3 \\ \frac{2}{3} R T \bar{z}_0 \end{array} \right\}$

Torseur équivalent des actions mécaniques extérieures appliquées sur (3) au point C :

$$\{\tau(\bar{3} \rightarrow 3)\}_C = \{\tau(0 \rightarrow 3)\}_C + \{\tau(2 \rightarrow 3)\}_C + \{\tau(\text{chaîne} \rightarrow 3)\}_C$$

$$\{\tau(\bar{3} \rightarrow 3)\}_C = \left\{ \begin{array}{l} \bar{R}(\bar{3} \rightarrow 3) \\ \bar{M}_C(\bar{3} \rightarrow 3) \end{array} \right\}_C \text{ avec : } \bar{R}(\bar{3} \rightarrow 3) = \left( X_{03} - F \sin \alpha + \frac{4}{3} T \cos \gamma \right) \bar{x}_0 + \left( Y_{03} + F \cos \alpha + \frac{4}{3} T \sin \gamma \right) \bar{y}_0 \dots$$

$$\bar{M}_C(\bar{3} \rightarrow 3) = \overrightarrow{CB} \wedge F \bar{y}_1 + \frac{2}{3} R T \bar{z}_0 = -h \bar{y}_3 \wedge F \bar{y}_1 + \frac{2}{3} R T \bar{z}_0$$

$$\bar{M}_C(\bar{3} \rightarrow 3) = \left( -h F \sin(\alpha + \beta) + \frac{2}{3} R T \right) \bar{z}_0$$

$$\Rightarrow \{\tau(\bar{3} \rightarrow 3)\}_C = \left\{ \begin{array}{l} \bar{R}(\bar{3} \rightarrow 3) \\ \bar{M}_C(\bar{3} \rightarrow 3) \end{array} \right\}_C \text{ avec :}$$

$$\bar{R}(\bar{3} \rightarrow 3) = \left( \begin{array}{c} X_{03} - F \sin \alpha + \frac{4}{3} T \cos \gamma \\ Y_{03} + F \cos \alpha + \frac{4}{3} T \sin \gamma \\ 0 \end{array} \right)_{B_0}$$

$$\bar{M}_C(\bar{3} \rightarrow 3) = \left( \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ -h F \sin(\alpha + \beta) + \frac{2}{3} R T \end{array} \right)_{B_0}$$

**B.2.6-** Ecrire les équations scalaires déduites de l'application du PFD au pignon (3) au cours de son mouvement par rapport au socle (0). Déduire alors l'effort F exercée par la tige (2) sur le bras (3) ainsi que les autres composantes inconnues des actions mécaniques.

Le torseur dynamique  $\{D(3/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \bar{0} \\ \bar{0} \end{array} \right\}$  (masse et inertie négligeable de la roue 3). Par suite, l'application du

PFD à la roue (3), au cours de son mouvement par rapport au socle (0), revient à l'application du PFS :

$$\{\tau(\bar{3} \rightarrow 3)\}_C = \left\{ \begin{array}{l} \bar{R}(\bar{3} \rightarrow 3) \\ \bar{M}_C(\bar{3} \rightarrow 3) \end{array} \right\}_C = \left\{ \begin{array}{l} \bar{0} \\ \bar{0} \end{array} \right\}$$

Par projection suivant les trois axes du repère  $R_0(O, \bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{z}_0)$ , on déduit les trois équations scalaires suivantes :

$$X_{03} - F \sin \alpha + \frac{4}{3} T \cos \gamma = 0 \dots \quad (4)$$

$$Y_{03} + F \cos \alpha + \frac{4}{3} T \sin \gamma = 0 \dots \quad (5)$$

$$-h F \sin(\alpha + \beta) + \frac{2}{3} R T = 0 \dots \quad (6)$$

D'après l'équation scalaire 6, on peut déduire:  $F = \frac{2RT}{3h\sin(\alpha+\beta)}$  avec  $T = \frac{3(I_z\ddot{\theta} - MgL\cos(\gamma-\theta))}{2R}$

Soit:  $F = \frac{I_z\ddot{\theta} - MgL\cos(\gamma-\theta)}{h\sin(\alpha+\beta)}$

D'après l'équation scalaire 4, on peut déduire:  $X_{03} = F\sin\alpha - \frac{4}{3}T\cos\gamma = \frac{2}{3}T\left(\frac{R}{h\sin(\alpha+\beta)}\sin\alpha - 2\cos\gamma\right)$ , ....

D'après l'équation scalaire 5, on peut déduire:  $Y_{03} = -F\cos\alpha - \frac{4}{3}T\sin\gamma = -\frac{2}{3}T\left(\frac{R}{h\sin(\alpha+\beta)}\cos\alpha + 2\sin\gamma\right)$  ....

**Les inconnues des actions mécaniques :**

$$F = \frac{2RT}{3h\sin(\alpha+\beta)} \text{ avec } T = \frac{3(I_z\ddot{\theta} - MgL\cos(\gamma-\theta))}{2R} \text{ soit } F = \frac{I_z\ddot{\theta} - MgL\cos(\gamma-\theta)}{h\sin(\alpha+\beta)}$$

$$X_{03} = \frac{2}{3}T\left(\frac{R}{h\sin(\alpha+\beta)}\sin\alpha - 2\cos\gamma\right)$$

$$Y_{03} = -\frac{2}{3}T\left(\frac{R}{h\sin(\alpha+\beta)}\cos\alpha + 2\sin\gamma\right)$$

**B.2.7-** On considère le système  $\{\Sigma\} = \{3, \text{ chaîne, } E\}$ . Déterminer l'énergie cinétique de  $\{\Sigma\}$  dans son mouvement par rapport au socle (0).

$$E_C(\Sigma/0) = E_C(E/0) = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} -ML\dot{\theta}\vec{y}_s \\ -I_z\dot{\theta}\vec{z}_0 \end{Bmatrix}_H \otimes \begin{Bmatrix} -\dot{\theta}\vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_H = \frac{1}{2} I_z \dot{\theta}^2$$

$$E_C(\Sigma/0) = \frac{1}{2} I_{Hz} \dot{\theta}^2$$

**B.2.8-** Déterminer les puissances développées par les actions mécaniques extérieures et intérieures au système  $\{\Sigma\}$  au cours de son mouvement par rapport au socle (0).

$$P(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma/0) = P(0 \rightarrow 3/0) + P(2 \rightarrow 3/0) + P(4 \rightarrow 5/0) + P(\vec{g} \rightarrow E/0) \text{ avec : .....$$

$P(0 \rightarrow 3/0) = P(4 \rightarrow 5/0) = 0$ . Les liaisons sont parfaites (*le bras (4) est immobile par rapport au socle (0)*)  $\Rightarrow (4) \equiv (0)$ ) .....

$$P(2 \rightarrow 3/0) = \{\tau(2 \rightarrow 3)\}_B \otimes \{V(3/0)\}_B .....$$

$$P(2 \rightarrow 3/0) = \begin{Bmatrix} F\vec{y}_1 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B \otimes \begin{Bmatrix} -\dot{\beta}\vec{z}_0 \\ -h\dot{\beta}\vec{x}_3 \end{Bmatrix}_B = -h\dot{\beta}F\vec{y}_1 \cdot \vec{x}_3 = h\dot{\beta}F\sin(\alpha+\beta) .....$$

$$P(\vec{g} \rightarrow E/0) = -Mg\vec{y}_0 \cdot \vec{V}(G/0) = Mg\vec{y}_0 \cdot L\dot{\theta}\vec{y}_s \text{ soit } P(\vec{g} \rightarrow E/0) = MgL\dot{\theta}\cos(\gamma-\theta) .....$$

$$\text{D'où : } P(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma/0) = h\dot{\beta}F\sin(\alpha+\beta) + MgL\dot{\theta}\cos(\gamma-\theta) .....$$

$P_{int} = 0$ . Les liaisons de la chaîne avec les deux roues (3) et (5) sont considérées parfaites. .....

$P_{int} = 0$	$P(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma / 0) = h\dot{\beta}F \sin(\alpha + \beta) + MgL\dot{\theta} \cos(\gamma - \theta)$
---------------	---

B.2.9- Appliquer le théorème de l'énergie cinétique au système au système  $\{\Sigma\}$  au cours de son mouvement par rapport au socle (0). En déduire l'expression de l'effort F qu'exerce la tige (2) sur le bras (3) en fonction de la masse M et des données du problème.

NB : Il faudra tenir compte de la réponse à la question B.1.4.

$$\frac{dE_C(\Sigma / 0)}{dt} = P(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma / 0) + P_{int} \Rightarrow h\dot{\beta}F \sin(\alpha + \beta) + MgL\dot{\theta} \cos(\gamma - \theta) = I_z \ddot{\theta} \dots$$

Or  $\dot{\beta} = \dot{\theta}$  pour  $\dot{\gamma} = 0$  (voir réponse à la question B.1.4) ....

Par suite :  $F = \frac{I_z \ddot{\theta} - MgL \cos(\gamma - \theta)}{h \sin(\alpha + \beta)}$  ....

$$F = \frac{I_z \ddot{\theta} - MgL \cos(\gamma - \theta)}{h \sin(\alpha + \beta)}$$

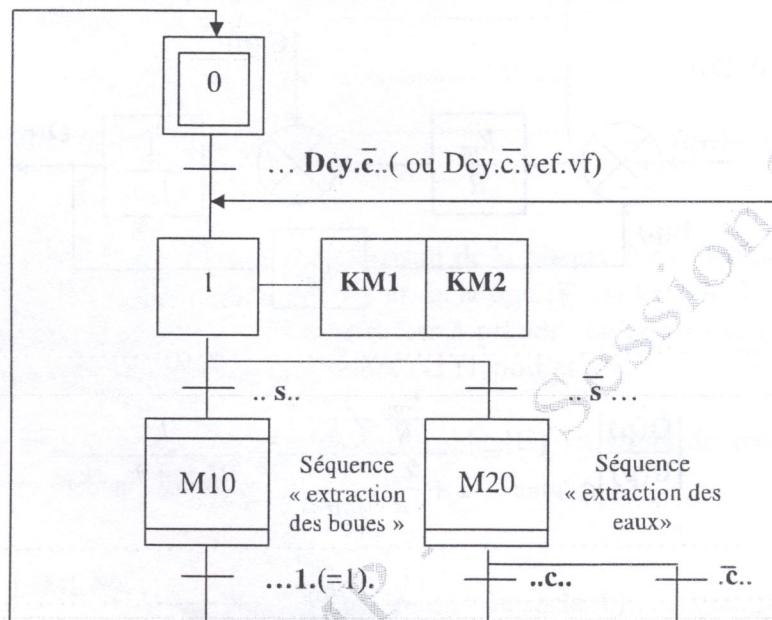
## PARTIE C : AUTOMATIQUE

### C.1- COMMANDE SEQUENTIELLE D'EXTRACTION DES BOUES ET DES EAUX DU DECANTEUR

C.1.1 Compléter le Grafcet suivant (réceptivités et actions) de la partie commande d'extraction des boues et des eaux du décanteur : (Grafcet point de vue commande (niveau 2)).

8pts

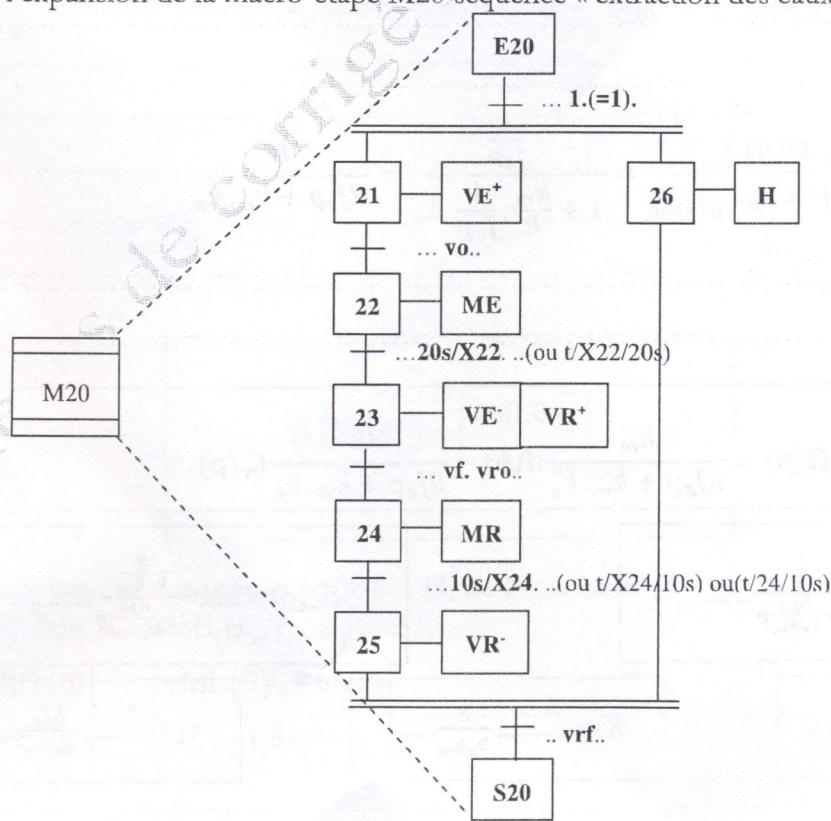
1\*8



C.1.2- Compléter l'expansion de la macro-étape M20 séquence « extraction des eaux » suivante :

15pts

1\*15



Expansion de la macro-étape M20 « extraction des eaux »

## C.2. ASSERVISSEMENT DE VITESSE DU MOTEUR D'ENTRAINEMENT DE LA VIS D'ARCHIMEDE

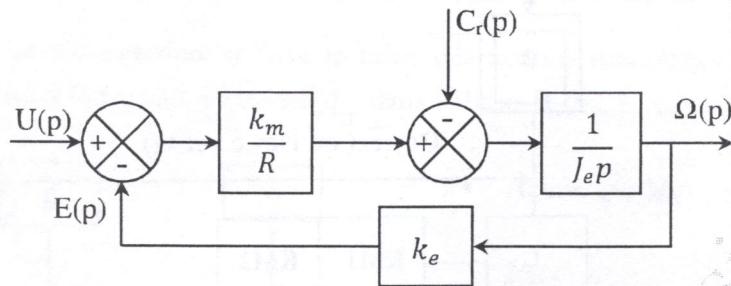
## C.2.1- Modélisation du moteur

C.2.1.1- A partir du schéma bloc du moteur de la figure ci dessous, exprimer la vitesse  $\Omega(p)$  en fonction de  $U(p)$  et de  $C_r(p)$  :  $\Omega(p) = H_1(p)U(p) - H_2(p)C_r(p)$ .

Déterminer  $H_1(p)$  et  $H_2(p)$ , les mettre sous forme canonique :  $H_1(p) = \frac{K_1}{1+\tau_1 p}$ ;  $H_2(p) = \frac{K_2}{1+\tau_1 p}$ .

Exprimer  $K_1$ ,  $K_2$  et  $\tau_1$  en fonction des paramètres du moteur  $k_m$ ,  $R$ ,  $k_e$  et  $J_e$ .

7.5pts



$$\left[ \frac{\Omega(p)}{U(p)} \right]_{C_r(p)=0} = \frac{\frac{k_m}{R} \cdot \frac{1}{J_e p}}{1 + \frac{k_m}{R} \cdot \frac{1}{J_e p} \cdot k_e} = \frac{k_m}{R J_e p + k_m \cdot k_e}$$

$$\left[ \frac{\Omega(p)}{-C_r(p)} \right]_{U(p)=0} = \frac{\frac{1}{J_e p}}{1 + \frac{k_m}{R} \cdot \frac{1}{J_e p} \cdot k_e} = \frac{R}{R J_e p + k_m \cdot k_e}$$

3

$$\Omega(p) = \frac{k_m}{R J_e p + k_m \cdot k_e} U(p) - \frac{R}{R J_e p + k_m \cdot k_e} C_r(p)$$

1.5pts\*2

$$H_1(p) = \dots \frac{\frac{1}{k_e}}{1 + \frac{R J_e}{k_e k_m} p} \dots$$

$$H_2(p) = \dots \frac{\frac{R}{k_e k_m}}{1 + \frac{R J_e}{k_e k_m} p} \dots$$

0.5pts\*3

$$K_1 = \dots \frac{1}{k_e} \dots$$

$$K_2 = \dots \frac{R}{k_e k_m} \dots$$

$$\tau_1 = \dots \frac{R J_e}{k_e k_m} \dots$$

C.2.1.2- Pour  $C_r(t) = 0 \text{ N.m}$  et à partir de la réponse indicielle du moteur  $H_1(p)$  à un échelon de tension  $u(t)$  de 10V (figure C.6 du dossier présentation, données et hypothèses), identifier les valeurs de  $K_1$  et  $\tau_1$  de la fonction de transfert  $H_1(p)$ .

On considère  $R = 1\Omega$ , déduire alors les valeurs numériques des paramètres  $k_e$ ,  $k_m$  et  $J_e$  du moteur et le gain statique  $K_2$  de  $H_2(p)$ .

**6 pts**

$$K_1 = \frac{\omega(\infty)}{u(\infty)} = \frac{100}{10} = 10$$

1

1

$$K_1 = \dots 10 \dots$$

1

$$\omega(\tau_1) = 0.63\omega(\infty)$$

1

$$\tau_1 = 0.2 \text{ s} \dots$$

On lit la valeur de  $\tau_1 = \dots 0.2 \text{ s}$  .....

A.N.

$$k_e = \frac{1}{K_1} = 0.1 \text{ V/rd.s}^{-1}$$

$$k_m = k_e = \frac{1}{K_1} = 0.1 \text{ N.m/A}$$

$$J_e = \frac{k_e k_m \tau_1}{R} = 2.10^{-3} \text{ kg.m}^2$$

$$K_2 = \frac{R}{k_e k_m} = 100 \text{ rd/s.N.m}$$

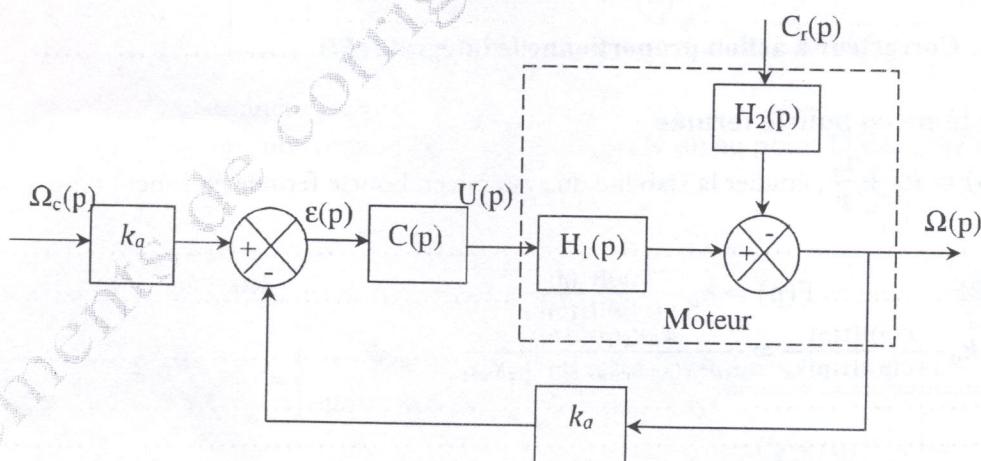
0.5

0.5

0.5

0.5

Le schéma bloc de l'asservissement de la figure C.5. (Dossier présentation, données et hypothèses) est mis sous la forme suivante en tenant compte des résultats de la question C.2.1.1.



Pour toute la suite, on prendra  $K_1 = 10 \text{ rd/s.V}$ ;  $K_2 = 100 \text{ rd/s.N.m}$ ;  $\tau_1 = 0.2 \text{ s}$ ;  $C_r(p) = 0$

### C.2.2- Détermination de l'erreur statique

On souhaite obtenir une erreur statique de position  $\varepsilon$  nulle, deux types de correcteurs sont proposés :

Correcteur à action proportionnelle ( $P$ ) :  $C(p) = k_c$  et correcteur à action proportionnelle intégrale ( $PI$ )

$$C(p) = k_c + \frac{k_i}{p}$$

**4pts**

C.2.2.1- Déterminer l'erreur statique de position  $\varepsilon(\infty)$  à un échelon unitaire pour ces deux types de correcteurs :

➤  $C(p) = k_c$

**1**

$$\varepsilon(p) = k_a (\Omega_c(p) - \Omega(p)) = \frac{k_a}{1+k_a} \Omega_c(p) \quad (\Omega_c(p) = \frac{1}{p})$$

$$\varepsilon(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p)$$

..... ou directement utilisant le résultat du cours .....

(avec multiplication par  $k_a$ ) .....  $\varepsilon(\infty) = \frac{k_a}{1+k_a k_c K_1}$

**1**

$$\varepsilon(\infty) = \frac{k_a}{1+k_a k_c K_1}$$

➤  $C(p) = k_c + \frac{k_i}{p}$

**1**

..... Le système en boucle ouverte devient de classe 1 .....

$$\varepsilon(\infty) = 0$$

**1**

C.2.2.2- Quel est le correcteur qui assure la satisfaction de la performance précision imposée en C.2.2.

**1pt**

..... Correcteur à action proportionnelle intégrale ( $PI$ ) .....

### C.2.3- Stabilité du système en boucle fermée

Dans le cas où  $C(p) = k_c + \frac{k_i}{p}$ , étudier la stabilité du système en boucle fermée en fonction de  $k_c$  et  $k_i$ .

**5pts**

$$FTBF \dots F(p) = k_a \frac{C(p)H_1(p)}{1+C(p)H_1(p)k_a}$$

$$F(p) = k_a \frac{C(p)H_1(p)}{1+C(p)H_1(p)k_a} = \frac{k_a K_1 (p k_c + k_i)}{\tau_1 p^2 + (1+k_c k_a K_1)p + k_a K_1 k_i} \quad \text{2}$$

ou à partir de l'équation caractéristique (E.C.)  $1+FTBO(p)=0$ ;  $(1+C(p)H_1(p)k_a=0)$ :

$$\tau_1 p^2 + (1+k_c k_a K_1)p + k_a K_1 k_i = 0$$

Il s'agit d'un système d'ordre 2, stable pour  $(1+k_c k_a K_1) > 0$  ... et ...  $k_a K_1 k_i > 0$  ...

**Le système est stable en boucle fermée pour  $k_i > 0$  et  $k_c > -\frac{0.1}{k_a} = -0.4$**

**1.5**

**1.5**

### C.2.4- Réglage des paramètres du correcteur Proportionnel-Intégral (PI) : $C(p) = k_c + \frac{k_i}{p}$ ;

Les performances souhaitées du correcteur  $C(p)$  sont :

- Assurer un temps de réponse  $t_r(\pm 5\%) \leq 0.3s$
- Obtenir un dépassement maximal  $D(\%) = 15\%$

Pour les satisfaire, on se propose de régler les paramètres  $k_c$  et  $k_i$  du correcteur  $C(p)$  en deux temps.

#### C.2.4.1- Réglage du paramètre $k_c$ , ( $C(p) = k_c ; k_i = 0$ )

C.2.4.1.1- Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée  $H(p) = \frac{\Omega(p)}{\Omega_c(p)}$ , la mettre sous la forme canonique  $H(p) = \frac{K_{11}}{1+\tau_p}$ . Exprimer  $K_{11}$  et  $\tau$  en fonction de  $k_c$ ,  $K_1$ ,  $\tau_1$  et  $k_a$ .

**4pts**

$$H(p) = k_a \frac{C(p)H_1(p)}{1+C(p)H_1(p)k_a} = k_a \frac{\frac{k_c K_1}{1+\tau_1 p}}{1+k_c \frac{K_1}{1+\tau_1 p} k_a}$$

$$H(p) = \frac{k_a k_c K_1}{1 + k_c K_1 k_a} \frac{1}{1 + \frac{\tau_1}{1 + k_c K_1 k_a} p}$$

$$H(p) = k_a \frac{k_c K_1}{1 + \tau_1 p + k_c K_1 k_a}$$

$$K_{11} = \frac{k_a k_c K_1}{1 + k_c K_1 k_a}$$

$$H(p) = \frac{\frac{k_a k_c K_1}{1 + k_c K_1 k_a}}{1 + \frac{\tau_1}{1 + k_c K_1 k_a} p}$$

$$\tau = \frac{\tau_1}{1 + k_c K_1 k_a}$$

C.2.4.1.2- Calculer le gain  $k_c$  permettant d'assurer en boucle fermée un temps de réponse :

$$t_r(5\%) = 0.3s$$

**3pts**

FTBF : système du 1<sup>er</sup> ordre,  $t_r(5\%) = 3\tau \rightarrow \tau = 0.1s$

$$k_c = \frac{1}{K_1 k_a} \left( \frac{\tau_1}{\tau} - 1 \right)$$

$$k_c = \frac{1}{K_1 k_a} \left( \frac{\tau_1}{\tau} - 1 \right)$$

A.N.

$$k_c = 0.4$$

**1**

#### C.2.4.2- Réglage du paramètre $k_i$ , ( $C(p) = \frac{k_i}{p} ; k_c = 0$ )

C.2.4.1.3- Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée  $H(p) = \frac{\Omega(p)}{\Omega_c(p)}$ , la mettre sous la forme canonique  $H(p) = \frac{K}{p^2 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + 1}$ . Donner les expressions du gain statique  $K$ , de la pulsation propre non amortie  $\omega_0$  et du coefficient d'amortissement  $\xi$  en fonction de  $k_i$ ,  $K_1$ ,  $\tau_1$  et  $k_a$ .

**C.2.4.2.1.**

**3.5pts**

**1**

$$H(p) = k_a \frac{C(p)H_1(p)}{1 + C(p)H_1(p)k_a} = k_a \frac{\frac{k_i}{p} \frac{K_1}{1 + \tau_{1p}}}{1 + \frac{k_i}{p} \frac{K_1}{1 + \tau_{1p}} k_a} = \frac{k_a K_1 k_i}{\tau_1 p^2 + p + k_a K_1 k_i}$$

**1**

$$H(p) = \frac{1}{\frac{\tau_1}{k_a K_1 k_i} p^2 + \frac{1}{k_a K_1 k_i} p + 1}$$

**0.5**

$$K=1$$

**0.5**

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k_a K_1 k_i}{\tau_1}}$$

**0.5**

$$\xi = \frac{1}{2\sqrt{k_a K_1 k_i \tau_1}}$$

C.2.4.2.2- Etablir l'expression du gain  $k_i$  permettant d'obtenir un dépassement maximal  $D(\%) = 15\%$ .

**3pts**

$$D(\%) = 15\%$$

**0.5**

$$D(\%) = 100 e^{-\frac{\pi \xi}{\sqrt{(1-\xi^2)}}}$$

$$\xi = \sqrt{\frac{\ln^2(0.01 \cdot D(\%))}{\pi^2 + \ln^2(0.01 \cdot D(\%))}} \dots \xi \cong 0.5 \text{ (0.517 ou 0.52)} \dots 1$$

**1**

$$\text{or } \xi = \frac{1}{2\sqrt{k_a K_1 k_i \tau_1}} \rightarrow$$

$$k_i = \frac{1}{4\xi^2 k_a K_1 \tau_1}$$

$$k_i = \frac{1}{4\xi^2 k_a K_1 \tau_1}$$

**0.5**

A.N.

$$k_i = \dots 2. \text{ (ou 1.85)}$$

**C.2.5. Validation du choix des paramètres du correcteur PI :  $C(p) = k_c + \frac{k_i}{p}$**

C.2.5.1- La courbe de la figure C.7 présente la réponse indicielle du système en boucle fermée à un échelon  $\omega_c(t) = 200 \text{ rad.s}^{-1}$  pour les paramètres du correcteur calculés aux questions C.2.4.1.2. et C.2.4.2.2.

4 pts

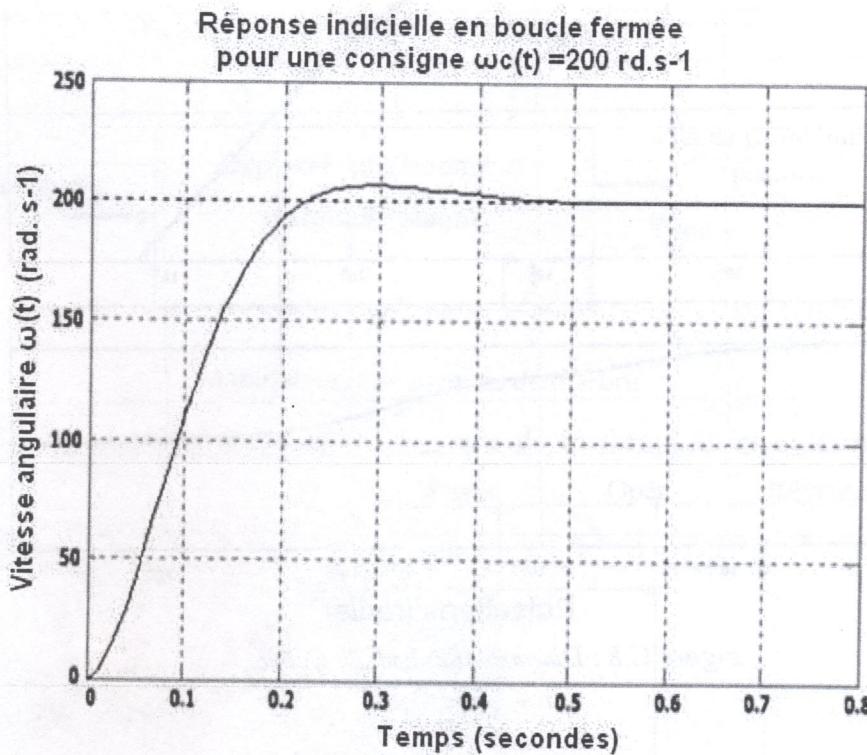


Figure C.7 : Réponse indicielle du système en boucle fermée à un échelon  $\omega_c(t) = 200 \text{ rad.s}^{-1}$ .

Déterminer les valeurs des :

- Dépassement D(%)

$$\dots \dots \dots D(\%) = 100 \frac{\omega_{\max} - \omega_x}{\omega_x} = 100 \frac{210 - 200}{200} = 5\% \dots \dots \dots 0:5$$

$$D(\%) = 5\%.. \\ (.3\% - 5\%)...$$

- Temps de réponse  $t_r$  ( $\pm 5\%$ )

$$\dots \dots \dots 0.95\omega_x \leq \omega(t) \leq 1.05\omega_x \dots \dots \dots 1:5$$

$$t_r (\pm 5\%) = \dots 0.2s. \\ (0.18s - 0.25s).$$

- Erreur statique de position

1

$$\varepsilon(\infty) = \dots 0 \dots \dots$$

C.2.5.2- Les diagrammes de Bode du système pour les paramètres du correcteur calculés aux questions C.2.4.1.2 et C.2.4.2.2 sont représentés par la figure C.8.

3 pts

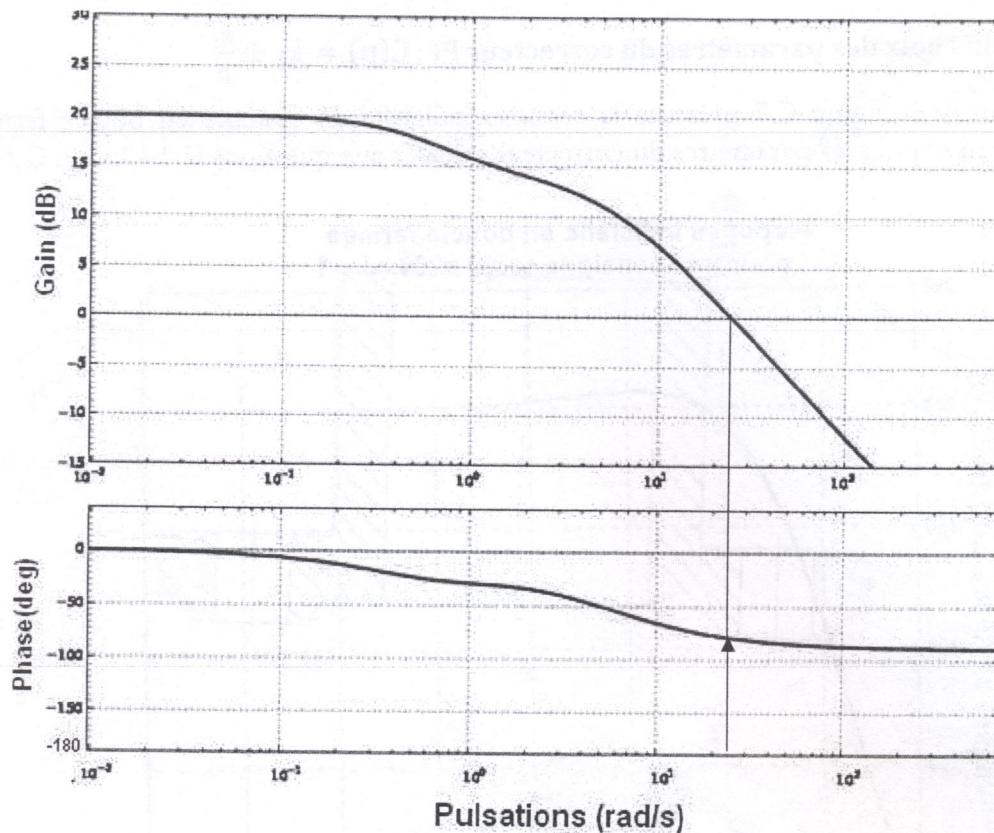


Figure C.8 : Diagrammes de Bode du système

Déterminer les valeurs de la :

- Marge de phase  $M\varphi$

$$M\varphi = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ \dots \text{1.5}$$

$$M\varphi = \dots 100^\circ (\approx 95^\circ) \\ (90^\circ - 105^\circ)$$

- Marge de gain MG

1.5

$$MG = \dots +\infty \dots$$

C.2.5.3. Conclure quant au respect du correcteur PI aux performances imposées.

Performances	Valeurs imposées	Valeurs trouvées aux questions C.2.5.1. et C.2.5.2. avec le correcteur PI	
Rapidité	Temps de réponse $tr (\pm 5\%) \leq 0.3s$	$tr (\pm 5\%) = 0.2s$ (0.18s-0.25s).....	3 pts
Stabilité	Marge de gain $MG \geq 15$ dB	$MG = \dots \infty \dots$	0.5*6
	Marge de phase $M\varphi \geq 60^\circ$	$M\varphi = \dots \approx 95^\circ \dots (90^\circ - 105^\circ)$	
Précision	Erreur statique nulle	$\epsilon(\infty) = \dots 0 \dots$	
Dépassement	Dépassement $D(\%)$ inférieur à 15%	$D(\%) = \dots 5\% \dots (3.3\% - 5\%) \dots$	

le correcteur PI respecte les performances imposées .....