



Sujet 9 : Rente Viagère Croissante

Groupe :

MNEJJA Imen

NCIB Fedi

BOUKHRIS Manar

BENYAHIA Rahma

NEIFER Ahmed

ABDOULI Aziz

Encadre par : Mr. MATOUSSI Anis

Mai 2024

Le lien : <https://youtu.be/vzCRnu-iX6Y>

Sommaire

- 01** Introduction
- 02** Visualisation et traitement des données
- 03** Eude de cohorte
- 04** Modèle lee-Carter
- 05** La valeur actuelle probable (VAP)
- 06** Tarification
- 07** Conclusion

Introduction

Dans le cadre de notre étude, notre objectif principal est d'estimer et de projeter la mortalité d'un cohorte d'assurés anglais afin de calculer la valeur actuelle probable (VAP) d'un produit de rente viagère croissante. Plus précisément, l'assureur possède un portefeuille d'assurés composé d'un cohorte d'assurés ayant contracté un contrat à l'âge de 65 ans en 2020.

Visualisation et traitement des données

Source : Human Mortality Database (www.mortality.org)

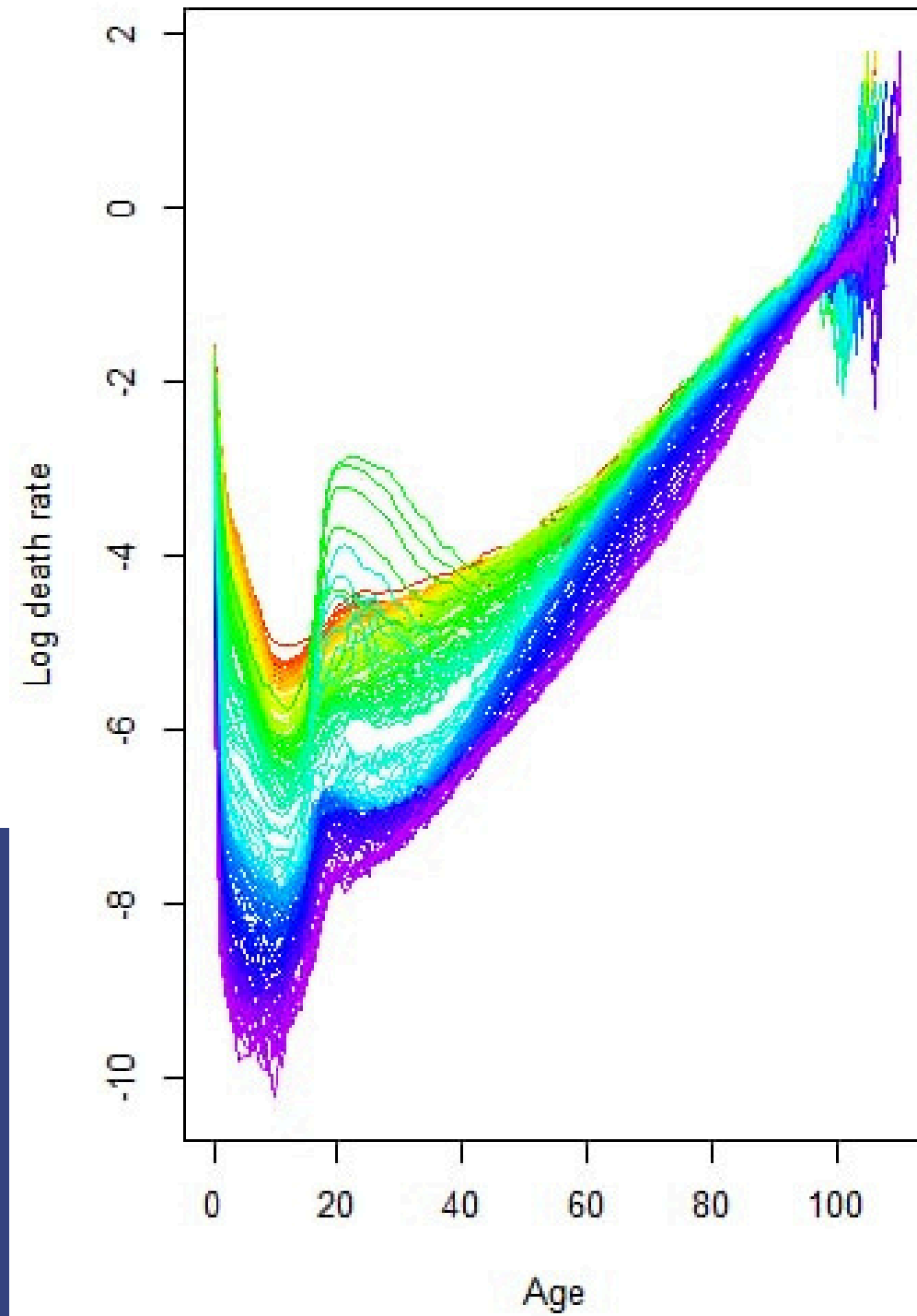
Les données concernant les anglais se présentent comme ceci :

- **year** : les années pour lesquelles la mortalité a été observée, allant de 1841 à 2021.
- **age** : les âges pour lesquels la mortalité a été enregistrée, allant de 0 à 110 ans.
- **pop** : une répartition de la population anglaise selon trois critères : l'année du décès, l'âge au moment du décès, et le genre (H/F).
- **rate** : les taux de mortalité observés en UK, répartis selon trois critères : l'année, l'âge et le genre (H/F).

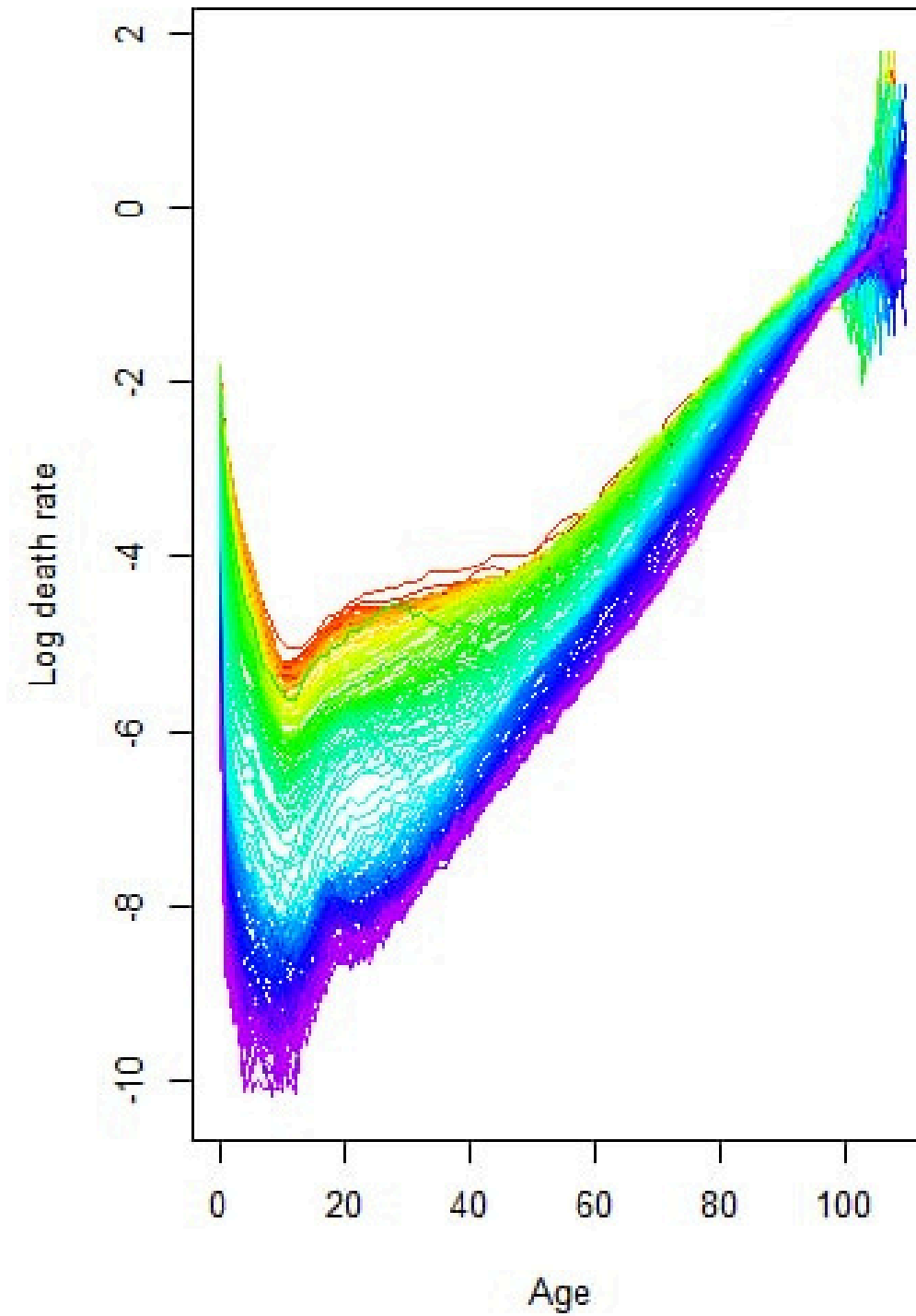
Les packages utilises

- **Package Lifecontingencies** : Financial and Actuarial Mathematics for Life Contingencies
- **Package Demography** : Forecasting Mortality, Fertility, Migration, and Population Data
- **Package StMoMo** : Stochastic Mortality Modeling
- **Package Forecast** : Forecasting Functions for Time Series and Linear Models

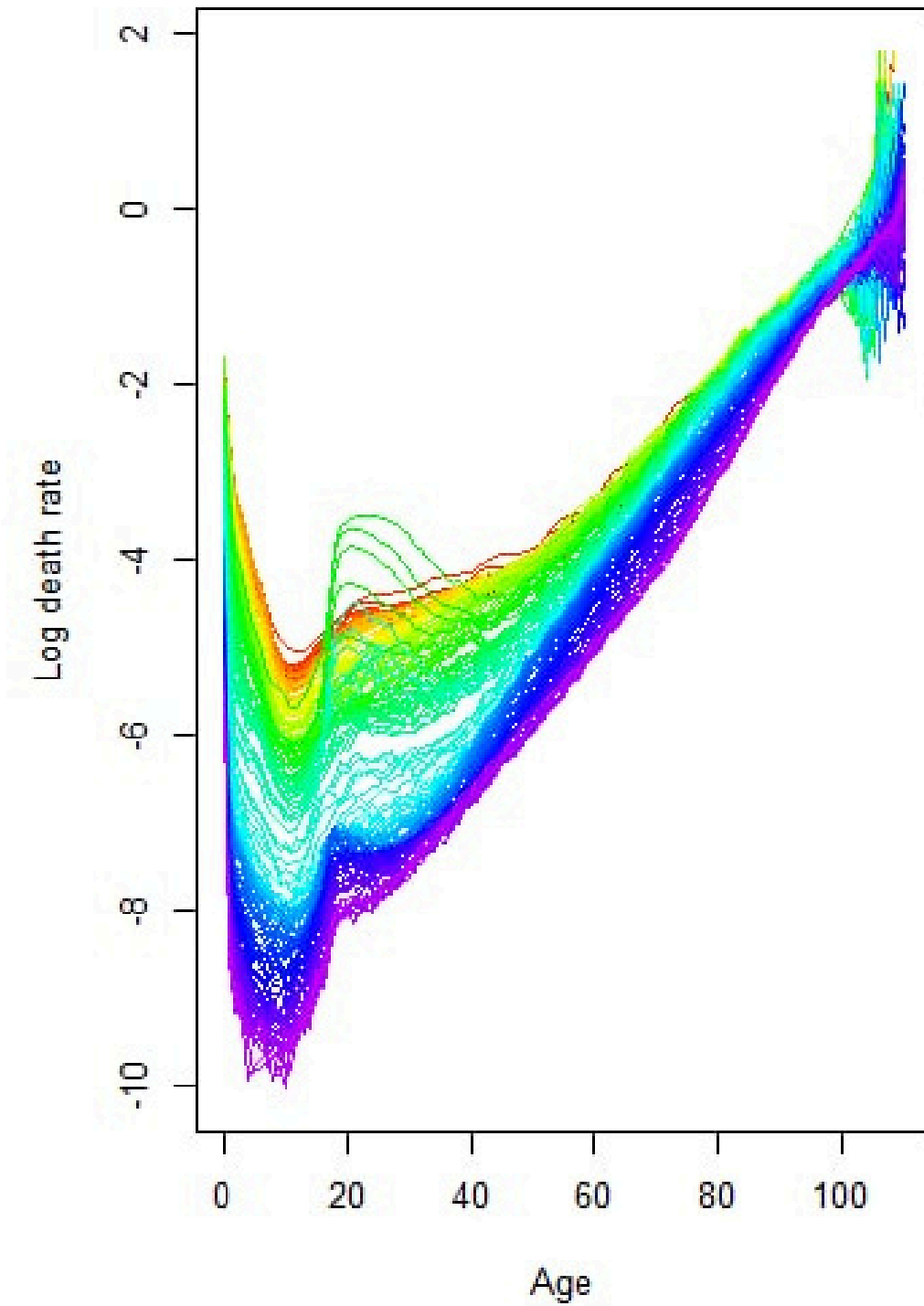
taux de mortalité homme



taux de mortalité femme

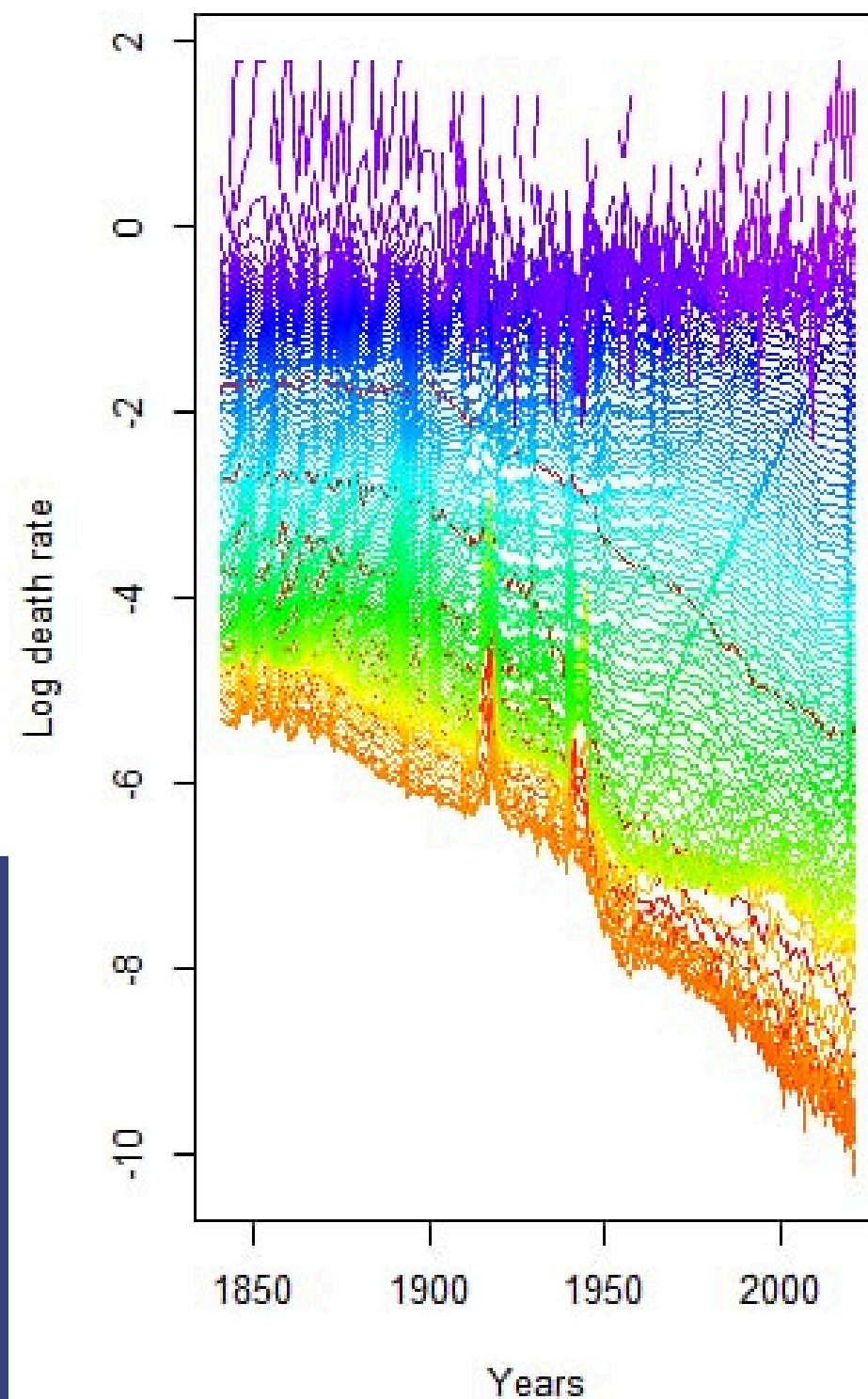


taux de mortalité total

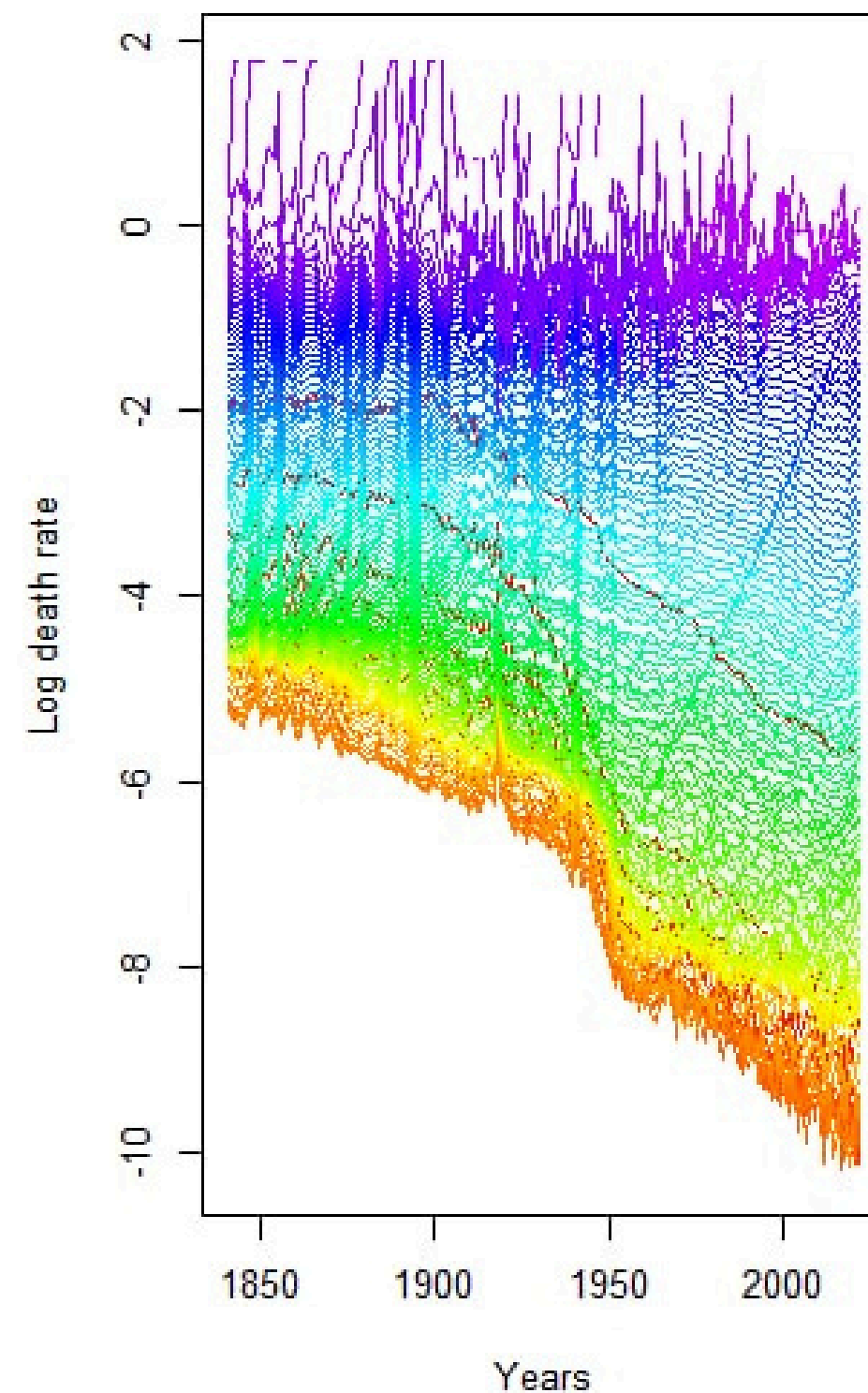


Logarithme de taux de mortalité (1841 -2021) en UK

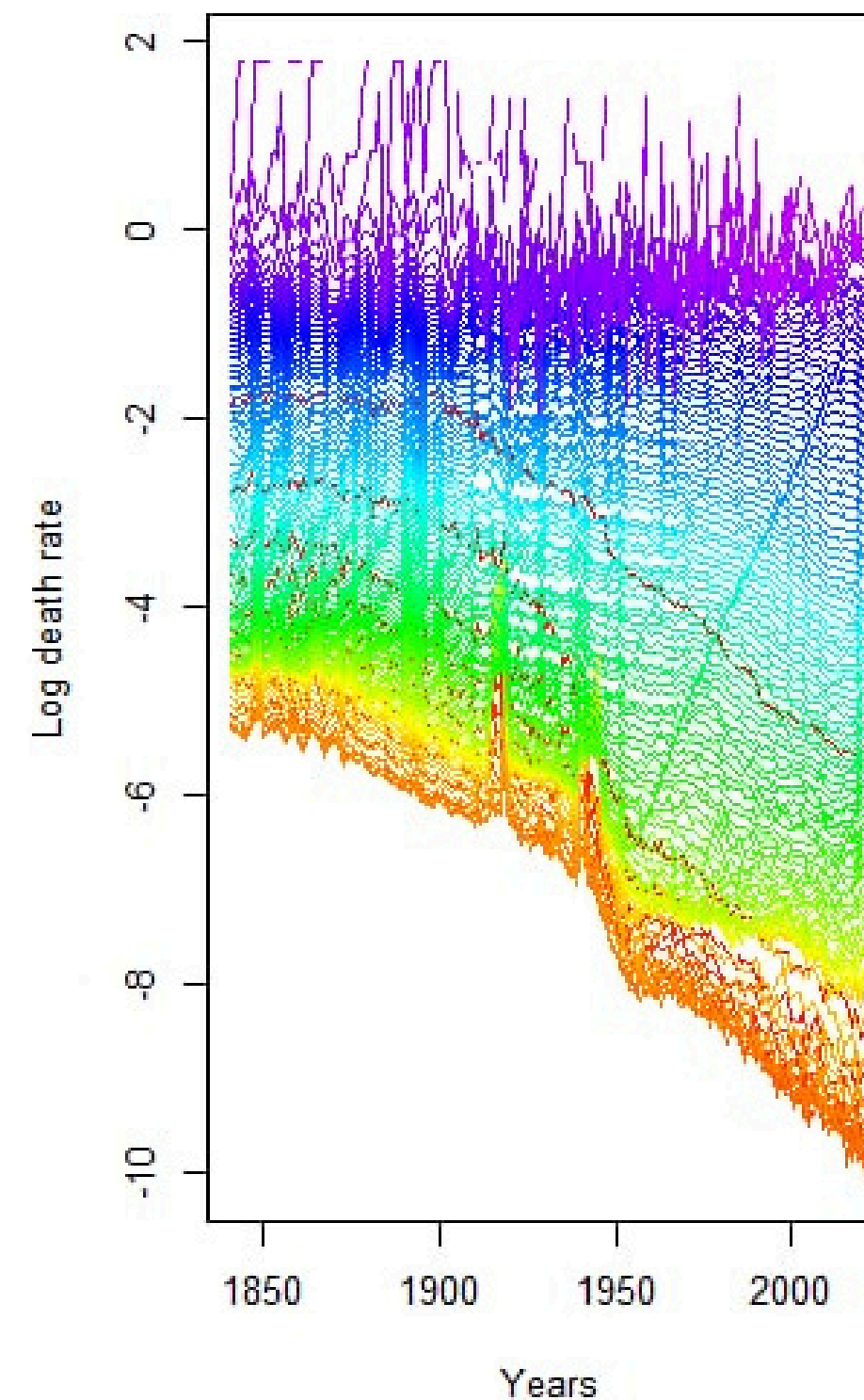
taux de mortalité homme



taux de mortalité femme



taux de mortalité total

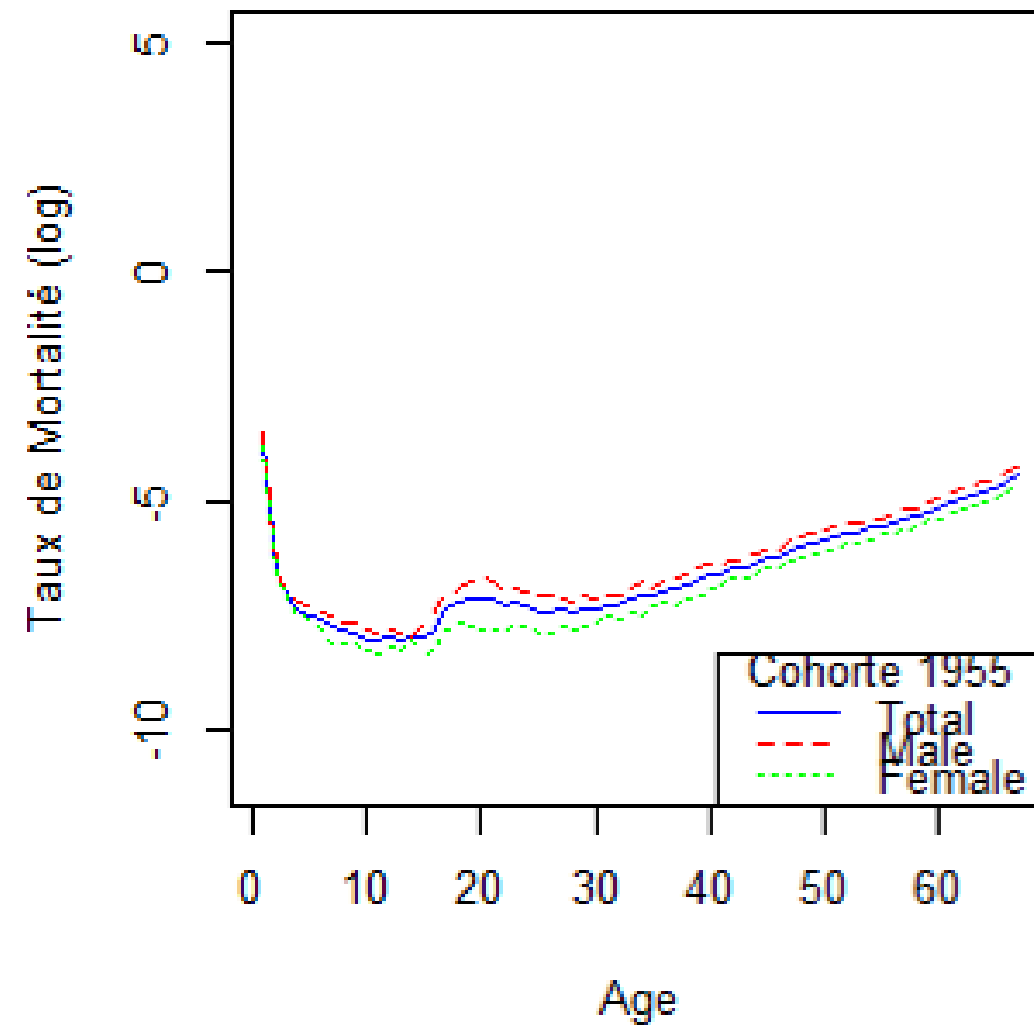


Logarithme de taux de mortalité (0 -110) en UK

ETUDE DE COHORTE

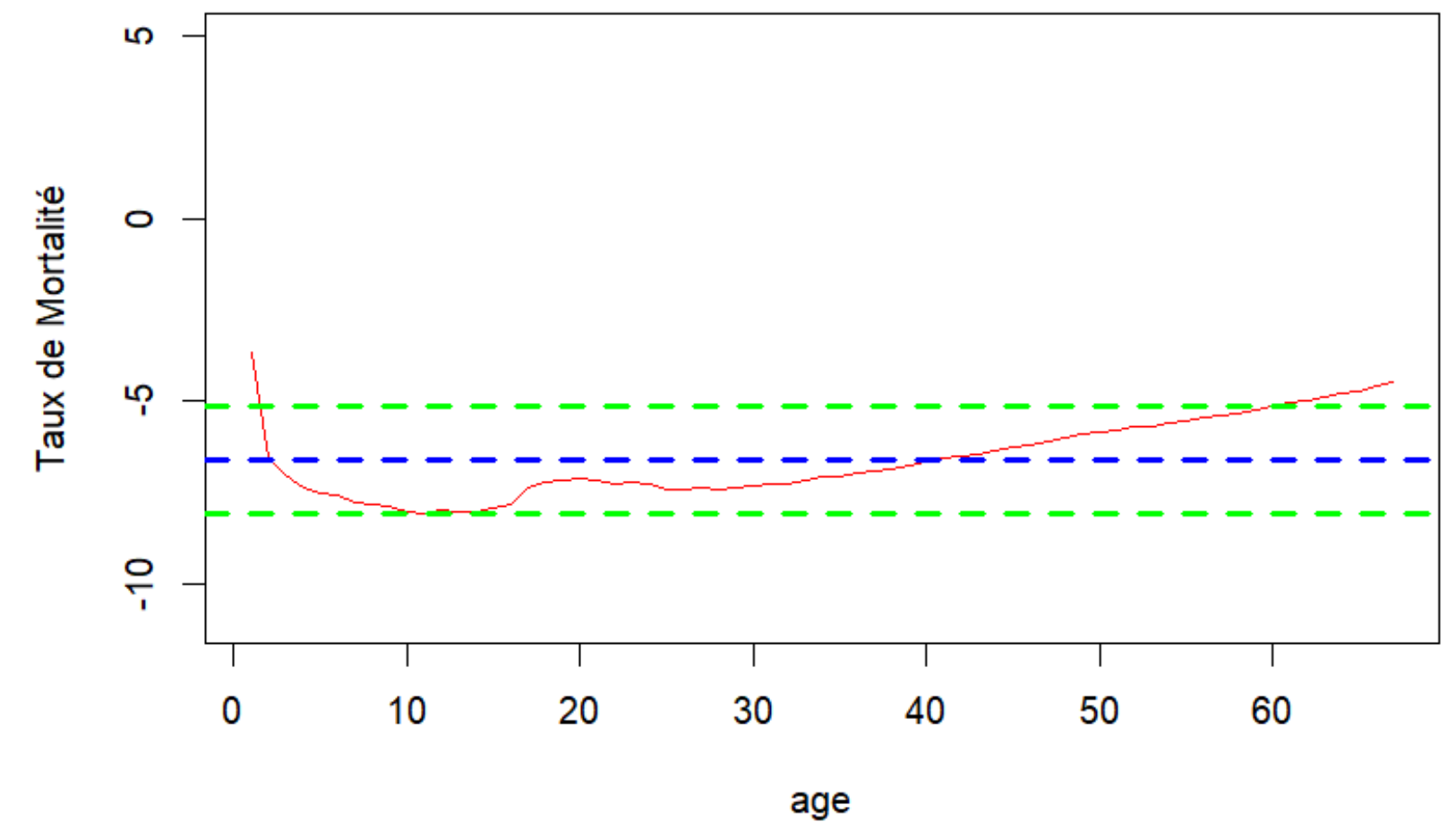
Etude de cohorte

UK: Cohortes 1955



Taux moratalie de la cohorte

UK: Cohorte



Etude de l'intervalle de confiance de la cohoerte

Lee-Carter

Formulation Mathématique

Le modèle de Lee-Carter postule que le logarithme des taux de mortalité par âge suit une relation linéaire en fonction de l'âge et d'une composante variable dans le temps. La formulation mathématique du modèle s'exprime ainsi :

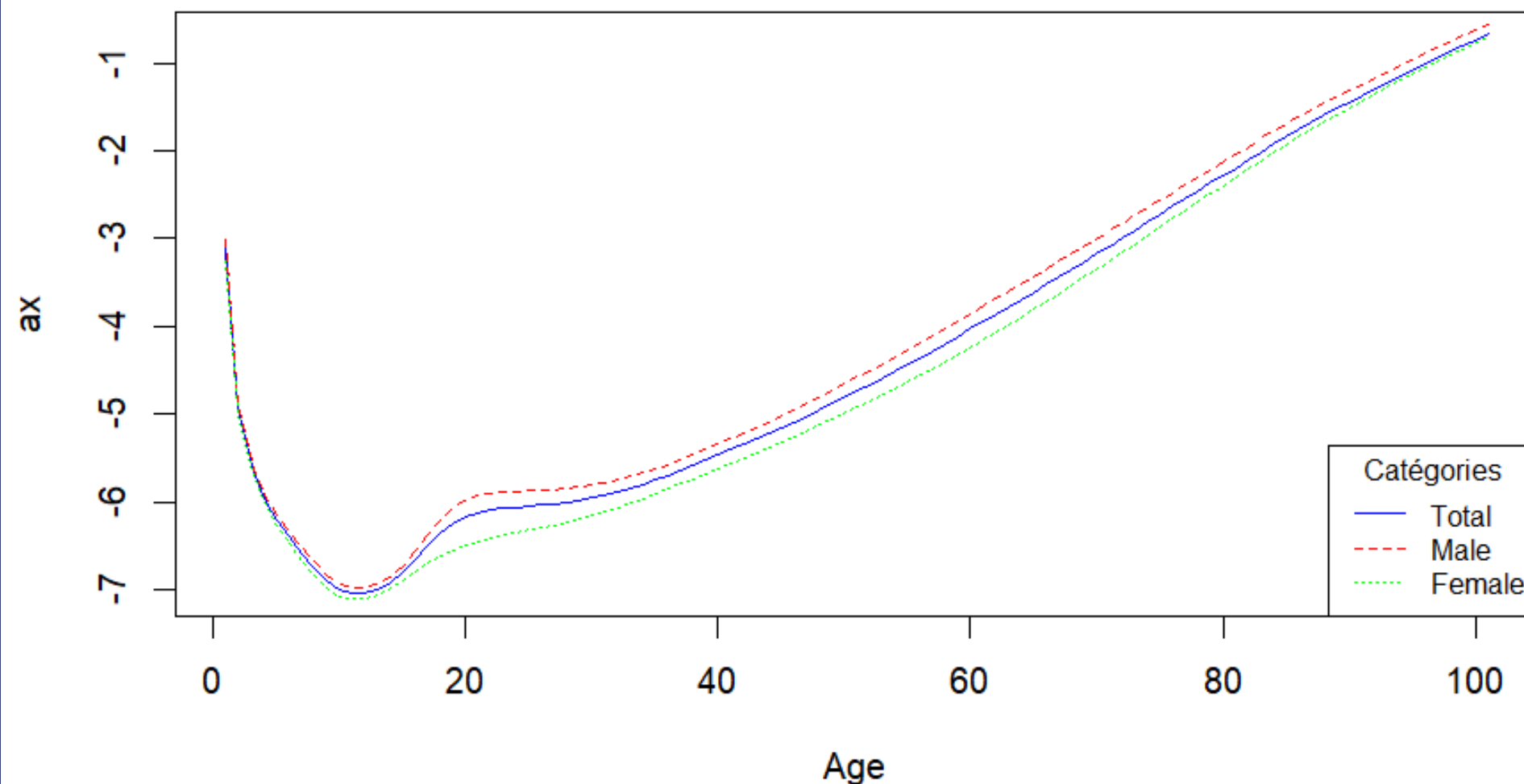
$$\log(m(x,t)) = \alpha(x) + \beta(x)k(t) + \epsilon(x,t)$$
$$\log(m(x,t)) = \alpha(x) + \beta(x)k(t) + \epsilon(x,t)$$

- $\log(m(x,t))$: représente le logarithme du taux de mortalité à l'âge x et au temps t .
- $\alpha(x)$: correspond au niveau de mortalité de référence spécifique à l'âge
- $\beta(x)$: désigne la sensibilité de chaque âge à la tendance temporelle.
- $k(t)$: La composante commune variable dans le temps, souvent appelée "indice" ou "effet de cohorte".
- $\epsilon(x,t)$: Terme d'erreur aléatoire.

Estimation des paramètres

Pour les ages élevés, il convient de lisser les taux bruts, on a utilisé le lissage par spline monotone 'method="mspline"'.

Coef. α_x sur données anglaises



Estimations des α_x obtenues par le modèle

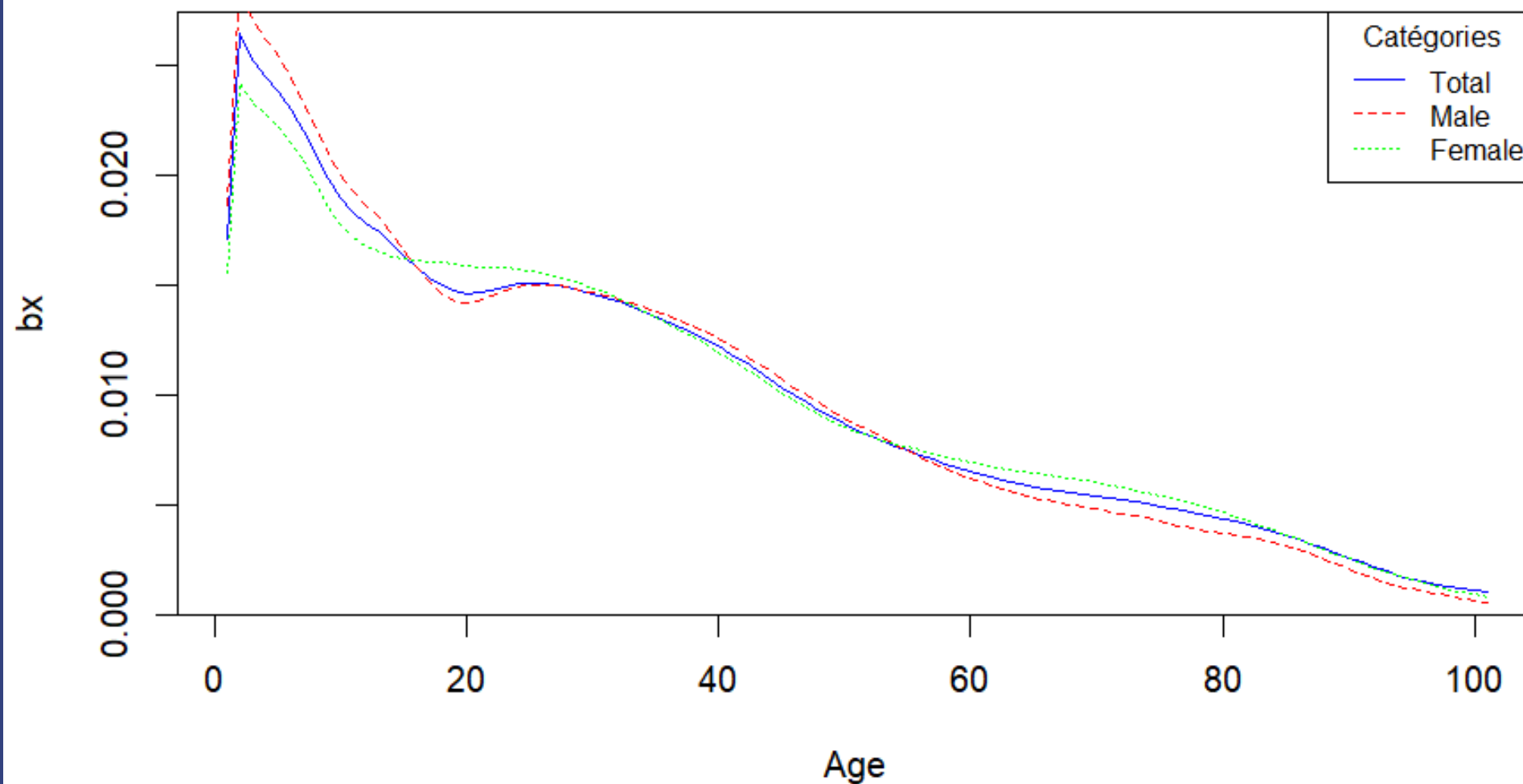
La courbe du coefficient α_x est relativement élevée chez les nouveau-nés et décroît rapidement avec l'âge ,atteignant son minimum absolu vers 10 ans

On observe un pic de mortalité discret appelé la "bosse-accident", qui affecte principalement les jeunes d'une vingtaine d'années.

Par la suite, les logarithmes moyens des taux instantanés de mortalité augmentent presque linéairement avec l'âge

Estimation des paramètres

Coef. βx sur données anglaises



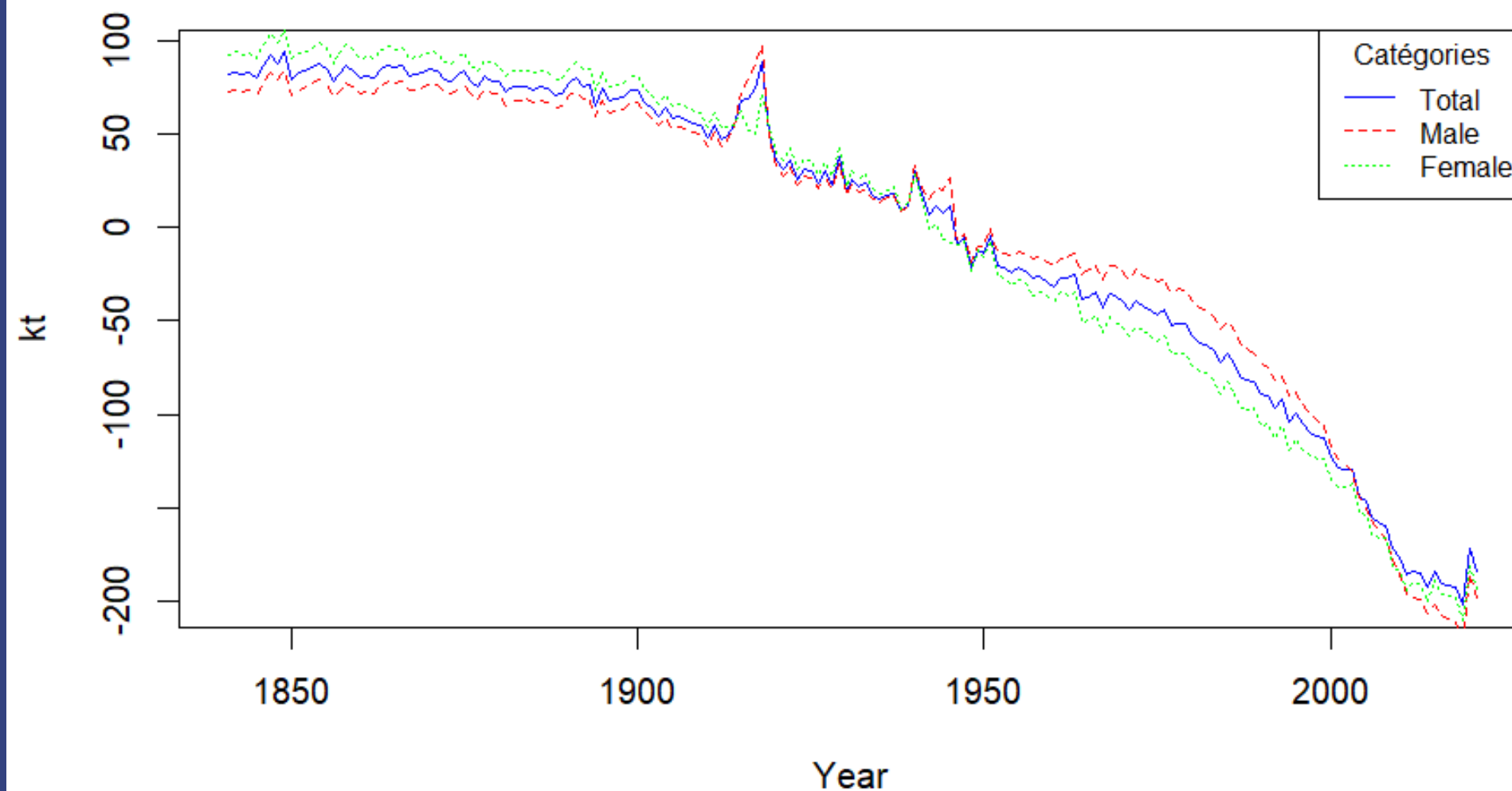
Estimations des βx obtenues par le modèle

Les paramètres βx représentent l'interaction de l'effet des années calendaires sur les taux de mortalité. Cet effet est toujours positif mais diminue avec l'âge.

On observe également une bosse à 22 ans. En revanche, pour les âges avancés, βx se rapproche de zéro, rendant la diminution temporelle de la mortalité beaucoup moins perceptible.

Estimation des paramètres

Coef. kt sur données anglaises

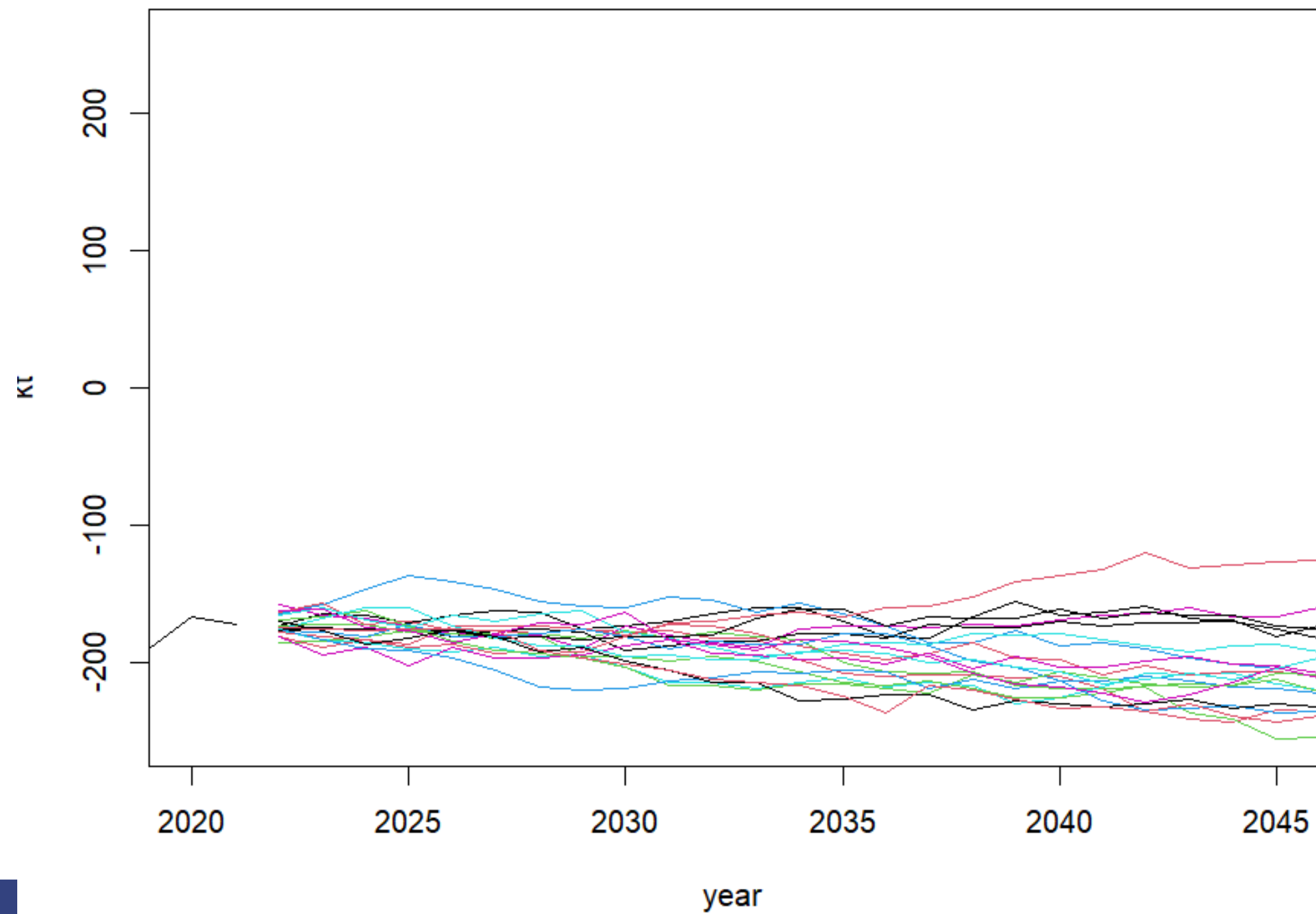


Estimations des kt obtenues par le modèle

On constate une tendance linéaire à la décroissance des kt entre 1940 et 1980. Cette tendance à la décroissance du paramètre k , qui devient négatif au cours de la période, associée à la positivité moyenne du paramètre β implique d'après la formule de Lee-Carter, une diminution des taux instantanés de mortalité. En conséquence, on assiste à une augmentation de la probabilité de la survie sur la période observée.

Simulation

**Affichage de taux de mortalité historique et projetée
pour la cohorte 1955**



Simulation des Trajectoires Projetées des Taux de Mortalité

La valeur actuelle probable (VAP)

Table de survie

Life table Cohort 1955 Lifetable

	x	lx	px	ex
1	0	10000.000	0.9746598	62.8522673
2	1	9746.598	0.9972591	63.4863630
3	2	9719.884	0.9988650	62.6608490
4	3	9708.852	0.9992338	61.7320485
5	4	9701.413	0.9993720	60.7793839
6	5	9695.321	0.9994679	59.8175788
7	6	9690.162	0.9994937	58.8494255
8	7	9685.255	0.9995509	57.8792377
9	8	9680.905	0.9995783	56.9052438
10	9	9676.823	0.9996591	55.9292530
11	10	9673.523	0.9996602	54.9483278
12	11	9670.236	0.9996464	53.9670076
13	12	9666.847	0.9996285	52.9860016

Table actuarielle

Actuarial table Actuarial Table for Cohort 1955 interest rate 3 %

	x	lx	Dx	Nx	Cx	Mx	Rx
1	0	10000.000	10000.000	283802.668	246.021115	1733.903	90580.911
2	1	9746.598	9462.717	273802.668	25.180637	1487.882	88847.008
3	2	9719.884	9161.923	264339.951	10.095711	1462.701	87359.127
4	3	9708.852	8884.975	255178.028	6.609391	1452.605	85896.425
5	4	9701.413	8619.580	246293.053	5.255634	1445.996	84443.820
6	5	9695.321	8363.269	237673.473	4.320591	1440.740	82997.824
7	6	9690.162	8115.358	229310.204	3.989352	1436.420	81557.084
8	7	9685.255	7874.999	221194.846	3.433772	1432.430	80120.664
9	8	9680.905	7642.196	213319.848	3.129129	1428.997	78688.233
10	9	9676.823	7416.479	205677.651	2.454893	1425.868	77259.237
11	10	9673.523	7198.010	198261.173	2.374896	1423.413	75833.369

Calcul de VAP

La valeur actuelle probable d'une rente viagère croissante :

$$VAP(\text{rente}) = \sum_{k=0}^{n-1} (k+1)v^k {}_k p_x$$

Dans notre cas :

Age de début du contrat = 65

Année de début du contrat = 2020

n = 25

Taux d'actualisation = 3%

X(t) est le montant à l'année t Tel que :

- Pendant les 10 premières années, l'assuré reçoit une rente annuelle de 6000 euros.
- A partir de la dixième année et pendant 5 ans, la rente augmente de 20 %.
- A partir de la quinzième année, la rente augmente de 10 % supplémentaires

VAP = 17271.87

Tarification

Détermination de la prime pure

Une tarification efficace est cruciale pour plusieurs raisons. Elle ne se contente pas de couvrir les coûts et de générer des profits, mais elle joue également un rôle essentiel dans la perception de la valeur par les clients et dans la compétitivité sur le marché.

Prime pure unique

Dans le cas d'une prime pure unique Π versée en $t = 0$, on obtient

$$\Pi = VAP$$

Prime pure annuelle

$$\Pi = \frac{VAP}{\ddot{a}_x}$$

\ddot{a}_x : la valeur actuelle des paiements annuels constants pour n années à l'âge x .

Conclusion

MERCI DE VOTRE ATTENTION

MAI 2024