

# Теория игр. Домашняя работа 1

Федор Ерин

## 1 Задача 6

**(Совместный проект, 25 баллов).** Два партнера владеют фирмой и делят поровну прибыль. Каждый партнер индивидуально решает какой уровень усилий прикладывать.

$S_i = [0, 4]$  - множество усилий, которые могут прикладывать игроки. Общая прибыль  $4(s_1 + s_2 + bs_1s_2)$ , где  $0 \leq b \leq \frac{1}{4}$ . Платежи игроков:

$$u_1(s_1, s_2) = 2(s_1 + s_2 + bs_1s_2) - s_1^2$$

$$u_2(s_1, s_2) = 2(s_1 + s_2 + bs_1s_2) - s_2^2$$

- а) (5 баллов) Найдите функции наилучшего ответа для игроков ( $BR_1(s_2)$  и  $BR_2(s_1)$ ).

**Решение:** максимизируем  $u_i(s_1, s_2)$  по  $s_i$ , F.O.C. для  $u_1$ :

$$2 + 2bs_2 - 2s_1 = 0$$

$$s_1 = 1 + bs_2 = BR_1(s_2)$$

Аналогично для  $u_2$ :

$$s_2 = 1 + bs_1 = BR_2(s_1)$$

- б) (10 баллов) Найдите аналитически равновесие Нэша.

**Решение:**  $BR_i$  - это две пересекающиеся прямые, найдем их точку пересечения. Из  $BR_2(s_1)$  выразим  $s_1$  и приравняем к  $BR_1(s_2)$ :

$$\frac{s_2 - 1}{b} = 1 + bs_2$$

$$s_2(1 - b^2) = 1 + b$$

$$s_2 = \frac{1}{1 - b}$$

Получили равновесие Нэша в точке  $s_1^* = s_2^* = 1/(1 - b)$ .

- с) (10 баллов) Найдите равновесие Нэша методом последовательного исключения стратегий  $nBR$  (никогда не наилучший ответ), покажите его нахождение графически.

**Решение:** отрисуем  $BR_1(s_2)$  и  $BR_2(s_1)$ , для определенности возьмем  $b = 1/4$ . Отметим красные области значений для  $s_i$ , которые являются  $nBR$ , это сузит область рассматриваемых значений - сужение показано синим цветом. Продолжаем отбрасывать итеративно  $nBR$ , пока не сойдемся к зеленой точке равновесия Нэша.

