

Теория игр. Домашняя работа 1

Федор Ерин

1 Задача 5

(Странный аукцион, 25 баллов). Три мужика торгуются за водку в баре. Каждый её ценит в 10. Правила аукциона таковы: все игроки делают целые ставки от 1 до 10, побеждает игрок, сделавший максимальную ставку. Если кто-то сделает одинаковые ставки, то водка выливается на глазах у несчастных. Если водка мужику не досталась, то его полезность равна 0, если же досталась, то он платит свою ставку и его полезность равна $u = 10b, u = 10b$, где b – его ставка. Будем считать что равновесия разные, если набор ставок в них разный, то есть равновесие $(k, m, n)(k, m, n)$ считаем эквивалентным (m, n, k) ..

- а) (15 баллов) Сколько всего различных чистых равновесий Нэша в этой игре?

Решение: заметим несколько общих закономерностей:

- у мужиков тенденция ставить выше, чтобы выиграть, но при этом эта ставка выше должна быть либо не занята, либо не равна 10, так как в обоих случая платеж все равно 0;

- обладателю самой высокой ставки выгодно снизить ее, если никто не занял ставку ниже.

Распишем от БОльших значений к меньшим все возможные варианты чистых равновесий, когда никому не выгодно менять ставку, и будем сразу подсчитывать кол-во случаев, когда бутылки разбиваются, и кол-во случаев, когда есть победитель со строго положительным выигрышем:

№	Равновесие	Вариантов	Разбилось	Победитель
1	10,10,10	1	1	0
2	10,10, $\forall i \leq 9$	9	9	0
3	10,9, $\forall i \leq 9$	9	1	0
4	10, $\forall(i, i) \leq 8$	8	8	0
5	9,9, $\forall i \leq 9$	9	9	0
6	9,8, $\forall i \leq 8$	8	1	7
7	9, $\forall(i, i) \leq 7$	7	7	0
8	$\forall(i, i, i) \leq 8$	8	8	0

$$\sum_{i=1}^8 \text{Вариантов} = 1 + 9 + 9 + 8 + 9 + 8 + 7 + 8 = 59$$

- b) (5 баллов) Сколько из них таких, что товар уничтожается?

Решение:

$$\sum_{i=1}^8 \text{Разбилось} = 1 + 9 + 1 + 8 + 9 + 1 + 7 + 8 = 44$$

- c) (5 баллов) Сколько различных равновесий, приносящих кому-то из игроков строго положительный выигрыш?

Решение:

$$\sum_{i=1}^8 \text{Победитель} = 7$$