

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Р. И. Нигматулин, Р. Х. Болотнова, Широкодиапазонное уравнение состояния воды и пара. Упрощенная форма, *TBT*, 2011, том 49, выпуск 2, 310–313

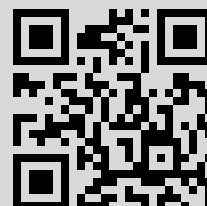
Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 46.138.181.54

8 января 2017 г., 18:01:27



ШИРОКОДИАПАЗОННОЕ УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ВОДЫ И ПАРА.
УПРОЩЕННАЯ ФОРМА

© 2011 г. Р. И. Нигматулин, Р. Х. Болотнова

Учреждение Российской академии наук

Институт механики Уфимского научного центра РАН

Поступило в редакцию 07.10.2009 г.

ВВЕДЕНИЕ

В [1, 2] предложен и реализован метод построения широкодиапазонного уравнения состояния воды и пара в аналитической форме, позволяющий определить коэффициент Грюнайзена, тепловую энергию и давление по экспериментальным данным для зависимостей от удельного объема и температуры изохорных функций теплоемкости и коэффициента температурного повышения давления.

Предлагаемая в настоящей работе более простая, по сравнению с [1, 2], форма уравнения состояния молекулярной фазы воды и пара, в которой коэффициент Грюнайзена Γ не зависит от температуры T и теплоемкости газа и жидкости постоянны, достоверно описывает термодинамические свойства парожидкостной системы и существенно облегчает и ускоряет процесс гидродинамических расчетов [3–5]. Такое приближение возможно использовать в случаях, когда в исследуемый диапазон температур T и давлений p не входит область аномальных свойств жидкой воды при близких к замерзанию температурах (ниже 10°C) и допустимы погрешности, получаемые при расчете адиабатической скорости звука в околокритической области.

ОПИСАНИЕ МЕТОДА

В рассматриваемом методе при описании свойств воды и пара предлагается использовать форму уравнения состояния Ми–Грюнайзена в виде суммы потенциальной (холодной), тепловой составляющих для давления и внутренней энергии [5, 6]: $p = p^{(P)} + p^{(T)}$, $\varepsilon = \varepsilon^{(P)} + \varepsilon^{(T)} + \varepsilon^{(\text{ch})}$, где $\varepsilon^{(\text{ch})}$ – величина, необходимая для согласования внутренних энергий газовой и жидкой фаз [5].

Холодная составляющая давления и энергии описывается потенциалом типа Борна–Майера [4–6]:

$$p^{(P)}(p) = A \left(\frac{p}{p_0} \right)^{-\beta+1} \times$$

$$\times \exp \left[b \left(1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{-\beta} \right) \right] - K \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\xi+1}, \quad p = \frac{1}{V}, \quad (1)$$

$$\varepsilon^{(P)}(p) = \int_{p^0}^p \frac{p^{(P)}(p)}{p^2} dp =$$

$$= \frac{A}{\beta p_0 b} \exp \left[b \left(1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{-\beta} \right) \right] - \frac{K}{\xi p_0} \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\xi} + \varepsilon^0.$$

Здесь A , K , b , ξ , β – константы, ε^0 – константа интегрирования для выполнения условия: $\varepsilon^{(P)}(p^0) = 0$ ($p^{(P)}(p^0) = 0$). При определении тепловых составляющих ($p^{(T)}$, $\varepsilon^{(T)}$), в отличие от [1, 2], принимается упрощающее приближение, следующее из термодинамического тождества [4]:

$$T \xi_V(V, T) = p + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial V} \right)_T, \quad \xi_V(V, T) \equiv \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V,$$

при условии **постоянства** теплоемкости c_V , зависимости изохорического коэффициента давления ξ_V и, следовательно, функции Грюнайзена Γ только от объема:

$$p^{(T)}(V, T) = \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V T \equiv \xi_V(V) T = \frac{\Gamma(V) c_V}{V} T, \quad (2)$$

$$\varepsilon^{(T)} = c_V T.$$

В области низкого давления ($p < 10$ бар) параметры газовой фазы удовлетворяют уравнению состояния совершенного газа $p = \frac{R}{M} \rho T$ ($R = 8310$ Дж/(кмоль К)) и характеризуются теплоемкостью при постоянном объеме c_G . Для воды в соответствии с экспериментальными данными [7] в газовой фазе примем

$$M = 18 \text{ кг/кмоль}, \quad c_G = 1430 \text{ Дж/(кг К)}, \quad (3)$$

и для жидкого состояния –

$$p_0 = p_{L0} = 998.2 \text{ кг/м}^3, \quad c_L = 4150 \text{ Дж/(кг К)}. \quad (4)$$

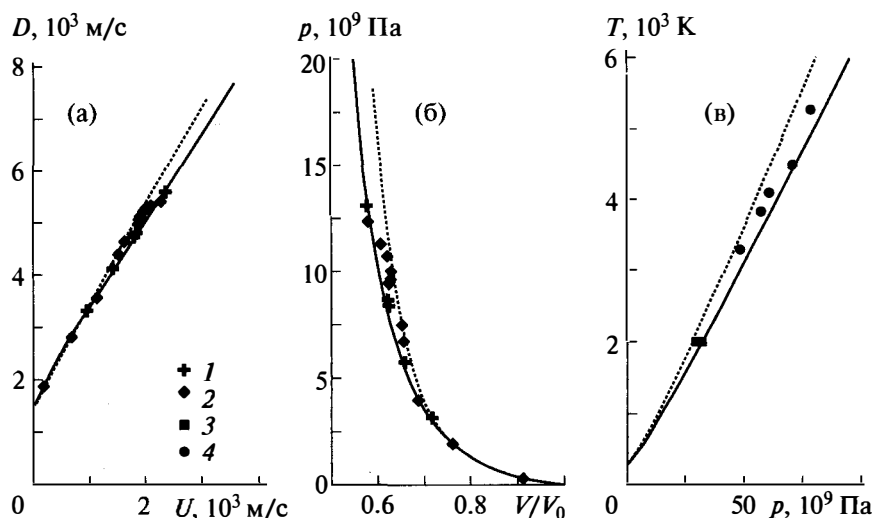


Рис. 1. Расчетная ударная адиабата молекулярной фазы воды в координатах: (а) — U – D , (б) — V/V_0 – p и (в) — p – T ; экспериментальные данные: 1 — [9], 2 — [10], 3 — [11], 4 — [12], пунктир — расчеты по [2].

В критической точке имеем

$$p_{cr} = 221.2 \text{ бар}, T_{cr} = 647.27 \text{ К}, \rho_{cr} = 317.8 \text{ кг/м}^3. \quad (5)$$

Давление насыщения $p_s(T)$ аппроксимировано по данным [7]:

$$p_s(T) = p_* \exp\left(-\frac{T_*}{T - T_{**}}\right), \quad (6)$$

$$p_* = 20.2 \times 10^9 \text{ Па}, T_* = 4200 \text{ К}, T_{**} = 31 \text{ К}.$$

Вид (6) уточнен для лучшего приближения в области критической точки полученного уравнения состояния по сравнению с имеющимися аппроксимациями в [8].

Экспериментальные значения плотности жидкости $\rho_{LS}(p)$ и газа $\rho_{GS}(p)$ на линии насыщения определялись в соответствии с [7]. Внутренняя энергия пара $\epsilon_G(\rho_{GS}(T), T)$ и жидкости $\epsilon_L(\rho_{LS}(T), T)$ корректировалась исходя из условия согласования энергий на линии насыщения [5], с тем, чтобы получить совпадение расчетной зависимости теплоты парообразования $h_{LG}(T)$ с экспериментальными данными из [7]:

$$h_{LG}(T) = \epsilon_G(\rho_{GS}(T), T) - \epsilon_L(\rho_{LS}(T), T) + p_s(T) \left(\frac{1}{\rho_{GS}(T)} - \frac{1}{\rho_{LS}(T)} \right). \quad (7)$$

Для молекулярной газовой и жидкой фаз, описываемых единым по давлению уравнением состояния (1) и различающихся теплоемко-

стью и функцией Грюнайзена (2)–(4), изохорический коэффициент давления $\xi_V(p)$ аппроксимирован в виде

$$\frac{\xi_V(p)}{\rho} = \Gamma(p) \chi_V = \frac{R}{M} \left(a^{(0)} + (1 - a^{(0)}) \exp\left(-\left(\frac{\rho}{\rho^{(0)}}\right)^{1.7}\right) + a^{(1)} \exp\left(-\left(\frac{\rho}{\rho^{(1)}}\right)^{3.5}\right) + a^{(2)} \exp\left(-\left(\frac{\rho}{\rho^{(2)}}\right)^{5.0}\right) \right). \quad (8)$$

Здесь $a^{(0)}$, $a^{(1)}$, $a^{(2)}$, $\rho^{(0)}$, $\rho^{(1)}$, $\rho^{(2)}$ — постоянные. Зная состояние при нормальных условиях ($T = T_0 = 293 \text{ К}$, $p = p_0 = 10^5 \text{ Па}$, $\rho = \rho_{L0}$, $C_{L0} = 1483 \text{ м/с}$) и уравнение адиабатической скорости звука [5]

$$C^2 = -V^2 \frac{\partial p}{\partial V} + \Gamma c_V T \left(1 + \Gamma - \frac{V}{\Gamma} \frac{\partial \Gamma}{\partial V} \right), \quad (9)$$

с использованием (1), (2) получаем соотношение для нахождения параметров A , K , b , $\Gamma(\rho_{L0})$ и $\Gamma'(\rho_{L0})$:

$$C_{L0}^2 = \frac{A}{\rho_{L0}} (\beta(b-1) + 1) - c_{L0} T_0 \left(\Gamma_0^2 + \Gamma'_0 \rho_{L0} - \xi \Gamma_0 \right) + \frac{p_0}{\rho_{L0}} (\xi + 1),$$

$$A - K + \rho_{L0} \Gamma(\rho_{L0}) c_{L0} T_0 = p_0.$$

В критической точке $p_{cr} = p(\rho_{cr}, T_{cr})$ используем условия

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_T = 0, \quad \left(\frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2} \right)_T = 0.$$

Следовательно, при определении уравнения состояния паровой и жидкой молекулярных фаз задача сведена к нахождению коэффициентов в (1) и (8) для получения согласования расчетных и

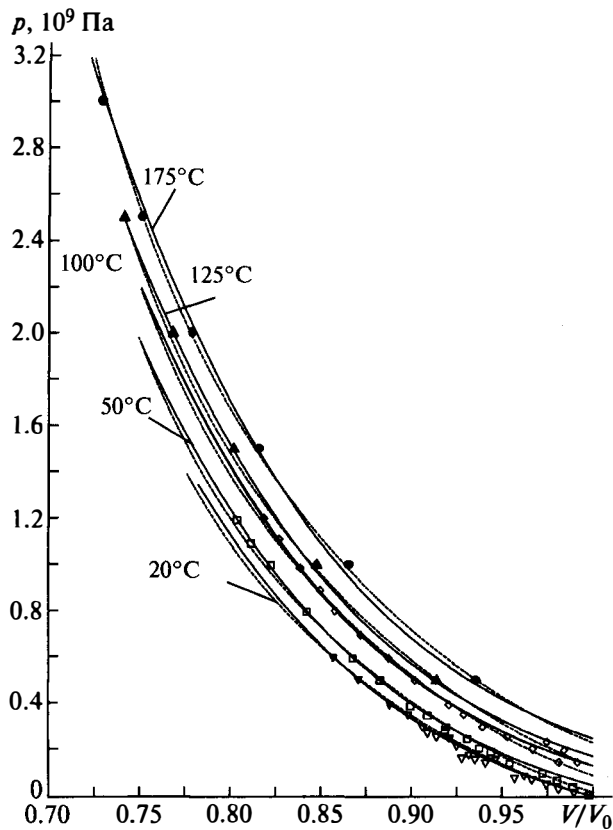


Рис. 2. Расчетные изотермы давления молекулярной фазы воды: точки – экспериментальные данные [13, 14], пунктир – расчеты по [2]. Числовые указатели – температура T в $^{\circ}\text{C}$.

экспериментальных данных [9–14] по ударной и изотермической сжимаемости, давления насыщения $p_S(p)$ (рис. 1–3) и теплоты парообразования $h_{LG}(T)$ в соответствии с (6), (7) (рис. 4).

Для молекулярной фазы воды и пара с учетом (1)–(7) получены следующие параметры:

$$A = 0.6726 \times 10^9 \text{ Па}, \quad b = 11.55, \quad K = 1.15 \times 10^9 \text{ Па},$$

$$\beta = 0.3333, \quad \xi = 0.85, \quad \rho_L^0 = 1233.5 \text{ кг/м}^3,$$

$$a^{(0)} = 2.95, \quad \rho^{(0)} = 0.5273 \rho_{L0},$$

$$a^{(1)} = 2.408, \quad \rho^{(1)} = 1.0904 \rho_{L0},$$

$$a^{(2)} = 12.151, \quad \rho^{(2)} = 1.3927 \rho_{L0}, \quad \rho_{L0} = 998.2 \text{ кг/м}^3,$$

$$\varepsilon^0 = 1.2381 \times 10^6 \text{ Дж/кг},$$

$$\varepsilon_L^{(ch)} = 0, \quad \varepsilon_G^{(ch)} = 1.93 \times 10^6 \text{ Дж/кг}.$$

Коэффициенты диссоциированного и ионизованного состояний приведены в [2].

Полученное уравнение состояния согласуется с расчетными зависимостями [1, 2] и экспериментальными данными по ударной [9–12] и изотермической сжимаемости [7, 13, 14] (рис. 1–3),

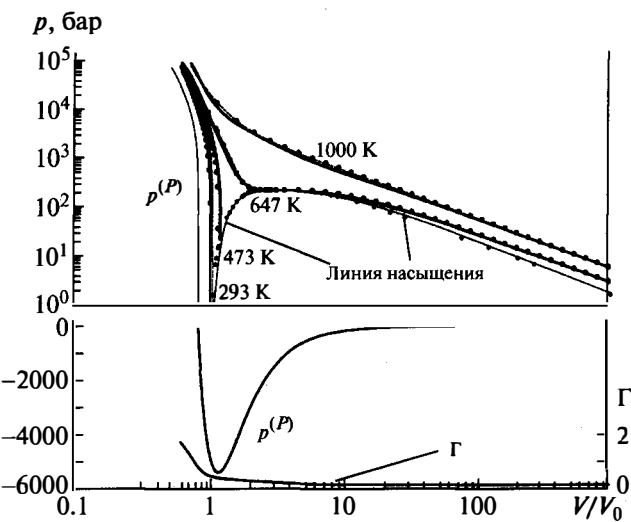


Рис. 3. Расчетные изотермы давления и линия насыщения воды и пара молекулярной фазы: Γ – функция Грюнайзена; точки – данные [7], пунктир – расчеты по [2]. Числовые указатели – температура T в К.

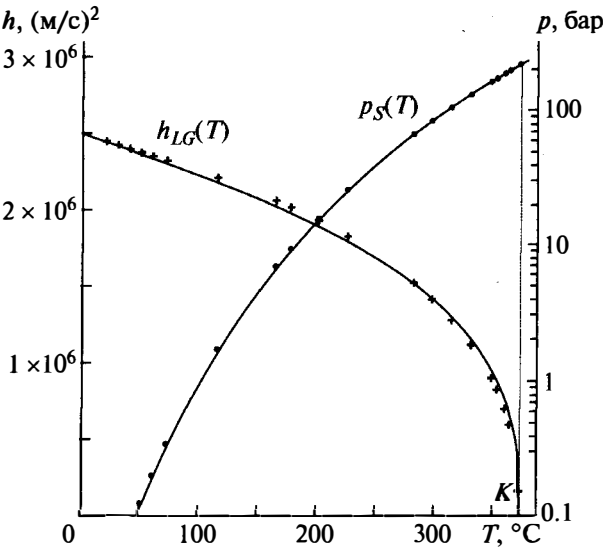


Рис. 4. Аппроксимация давления насыщения $p_S(T)$ (6) и расчетная теплота парообразования $h_{LG}(T)$ воды: точки – данные [7].

описывает поведение вещества на линии насыщения, в критической точке (рис. 3, 4) и в области низких плотностей и давлений переходит в уравнение состояния совершенного газа. На рис. 5 приведены изотермы адиабатической скорости звука воды C_L и пара C_G молекулярной фазы и скорости звука воды S_L и пара S_G на линии насыщения, полученные в соответствии с выра-

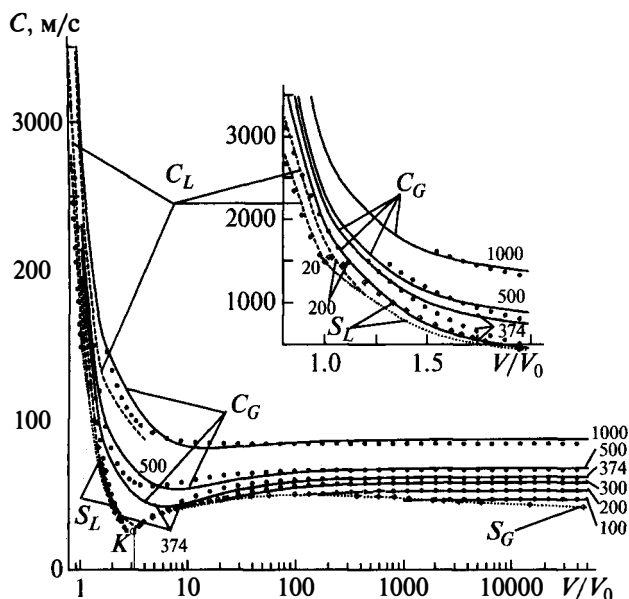


Рис. 5. Расчетные изотермы скоростей звука C_L , C_G и S_L и S_G , точки – данные [7]. Числовые указатели – температура T в $^{\circ}\text{C}$.

жением (9). Сравнительный анализ экспериментальных данных [7] с расчетами показал удовлетворительное согласование скорости звука паровой фазы C_G для $T < T_{\text{cr}}$ и $V > 10V_0$. Адиабатическая скорость звука жидкой фазы C_L согласуется с экспериментальными данными для удельных объемов, меньших V_0 . При температурах выше критической ($T > T_{\text{cr}}$) изотермы скорости звука газовой фазы C_G удовлетворительно описывают экспериментальные данные [7] при $V > V_0$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Если в исследуемый диапазон температур T и давлений p не входит состояние, относящееся к аномальным свойствам жидкой воды при замерзании, и не столь важны погрешности в околокритической зоне, вносимые при определении адиабатической скорости звука, то возможно использование упрощенного (по сравнению с [1, 2]) уравнения состояния, представленного в данной работе, в котором коэффициент Грюнайзена Γ не зависит от температуры T и теплоемкости газа и жидкости постоянны.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 08-01-00434-а) и Совета по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки

ведущих научных школ РФ (гранты НШ-3483.2008.1 и НШ-4381.2010.1).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нигматулин Р.И., Болотнова Р.Х. Широкодиапазонное уравнение состояния воды и пара. Метод построения // ТВТ. 2008. Т. 46. № 2. С. 206.
2. Нигматулин Р.И., Болотнова Р.Х. Широкодиапазонное уравнение состояния воды и пара. Результаты расчетов // ТВТ. 2008. Т. 46. № 3. С. 362.
3. Nigmatulin R., Akhatov I., Topolnikov A. et al. The Theory of Supercompression of Vapor Bubbles and Nano Thermonuclear Fusion // Phys. Fluids. 2005. V. 17. P. 31.
4. Нигматулин Р.И., Болотнова Р.Х. Широкодиапазонное уравнение состояния органических жидкостей на примере ацетона // Докл. РАН. 2007. Т. 415. № 5. С. 617.
5. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Т. 1. М.: Наука, 1987. 464 с.
6. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1968. 688 с.
7. Release on the IAPWS Formulation 1995 for the Thermodynamic Properties of Ordinary Water Substance for General and Scientific Use / The International Association for the Properties of Water and Steam. Frederica: Denmark, 1996.
8. Рид Р., Праусниц Дж., Шервуд Т. Свойства газов и жидкостей. Пер. с англ. Л.: Химия, 1982. 592 с.
9. Walsh J.M., Rice M.H. Dynamic Compression of Liquids from Measurements on Strong Shock Waves // J. Chem. Phys. 1957. V. 26. № 4. P. 815.
10. Шарипджанов И.И., Альтишулер Л.В., Брусникин С.Е. Аномалии ударной и изоэнтропической сжимаемости воды // ФГВ. 1983. № 5. С. 149.
11. Кормер С.Б. Оптические исследования свойств ударно-сжатых конденсированных диэлектриков // УФН. 1968. Т. 94. № 4. С. 641.
12. Lyzenga G.A., Ahrens T.J., Nellis W.J., Mitchell A.C. The Temperature of Shock-Compressed Water // J. Chem. Phys. 1982. V. 76. № 12. P. 6282.
13. Gurtman G.A., Kirsch J.W., Hasting C.R. Analytical Equation of State for Water Compressed to 300 Kbar // J. Appl. Phys. 1971. V. 42. № 2. P. 851.
14. Bridgman P.W. Freezing Parameters and Compressions of Twenty One Substances to 50 000 kg/cm² // Proc. Am. Acad. Arts and Sci. 1942. V. 74. P. 399.