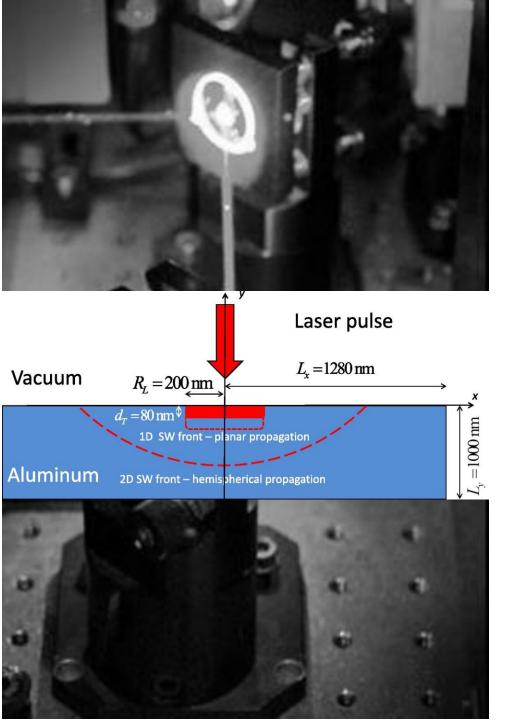
СОВРЕМЕННЫЕ ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ИНДУЦИРОВАННЫХ ЛАЗЕРОМ УДАРНО-ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ



БЕЛОЛУЦКИЙ Ф.А., ШЕПЕЛЕВ В.В., К. Ф.-М. Н., ФОРТОВА С.В., Д. Ф.-М. Н.

65-я Всероссийская научная конференция МФТИ (В честь 115-летия Л.Д. Ландау), 3-8 апреля 2023 года, ИВМ РАН, Москва, Россия



## АКТУАЛЬНОСТЬ И ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Высокоточные CFD методы для моделирования лазерной абляции в металлах

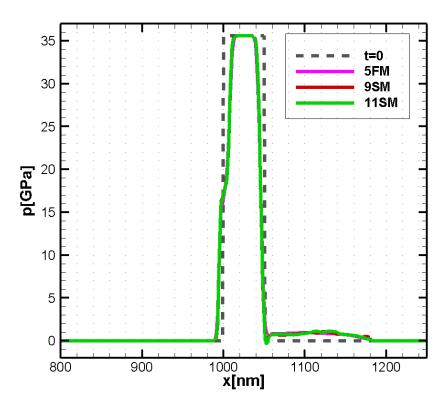
Моделирование индуцированных фемтосекундными лазерными импульсами ударных волн в металлах накладывает на используемые нами численные методы ряд требований:

- хорошее разрешение сильных разрывов;
- возможность работы с и хорошая совместимость с неидеальными полуэмпирическими уравнениями состояния (типа Ми Грюнайзена, табличными и т.д.).

Также от метода ожидается максимальная универсальность, низкая диссипация, робастность и возможность разрешения сложных гладких структур на участках решения, эффективность и простота в реализации.

Мы рассматриваем, насколько нам подходят методы высокого порядка точности типа ENO/WENO и TENO и их модификации последних лет, и подбираем наиболее удачный для наших задач.







## АКТУАЛЬНОСТЬ И ЦЕЛЬ РАБОТЫ

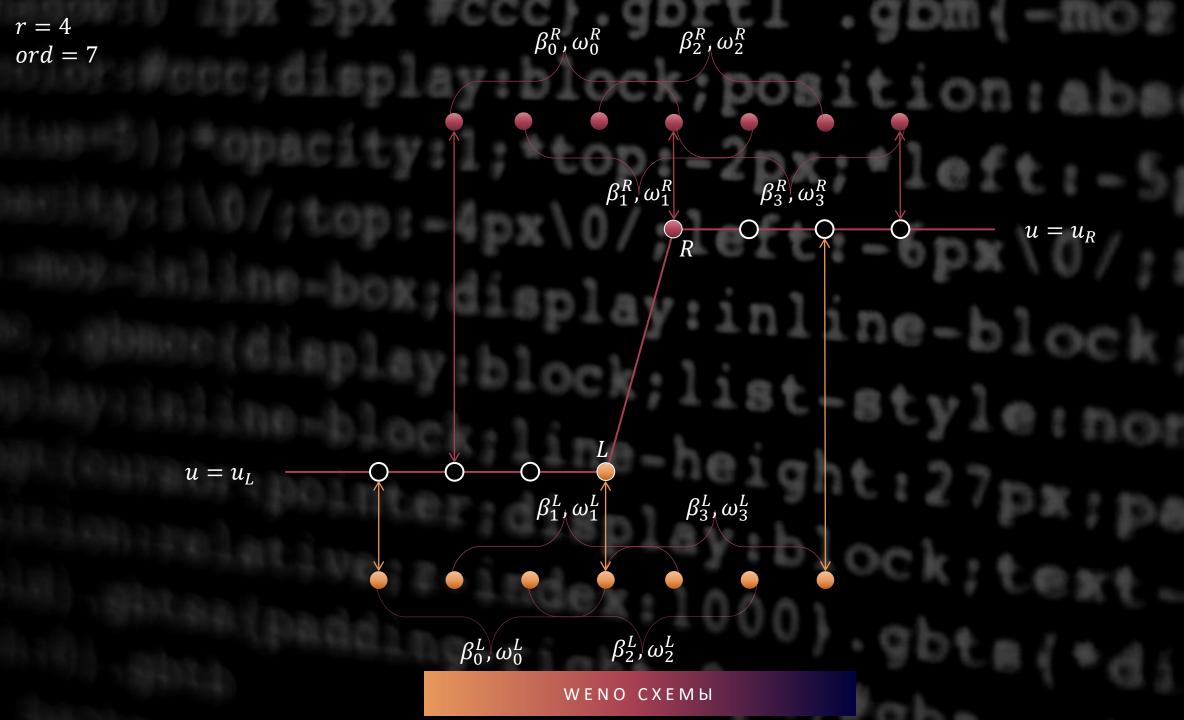
Высокоточные CFD методы для моделирования лазерной абляции в металлах

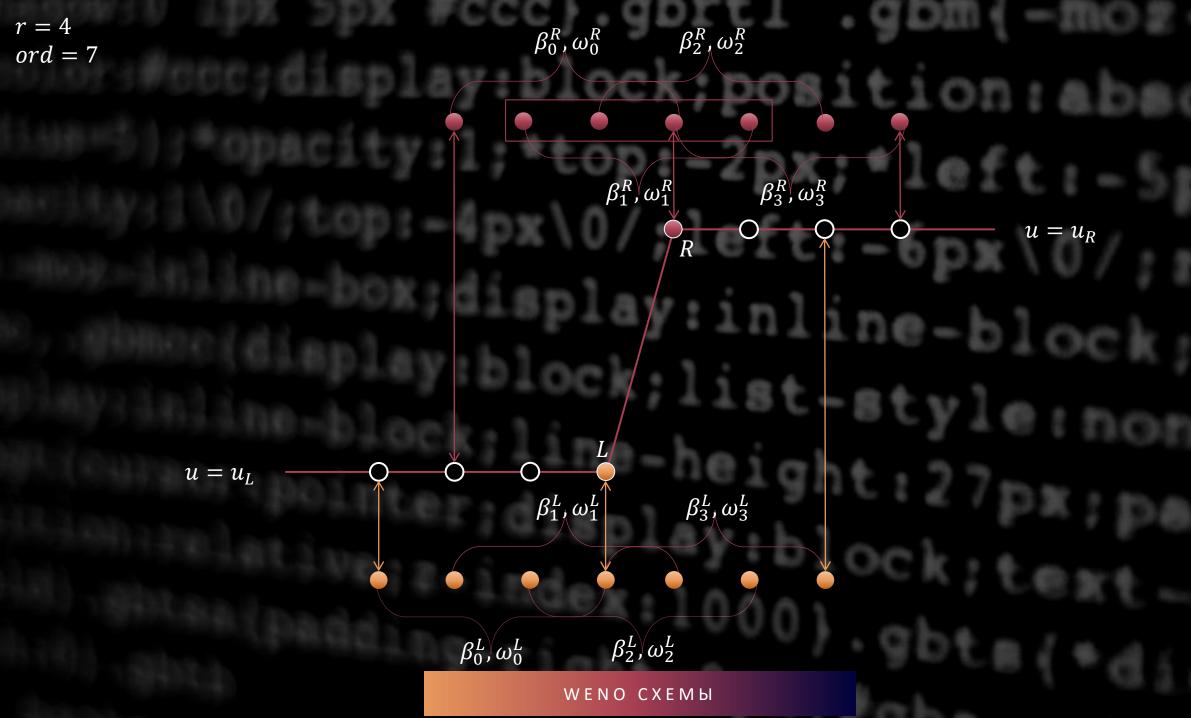
Моделирование индуцированных фемтосекундными лазерными импульсами ударных волн в металлах накладывает на используемые нами численные методы ряд требований:

- хорошее разрешение сильных разрывов;
- возможность работы с и хорошая совместимость с неидеальными полуэмпирическими уравнениями состояния (типа Ми Грюнайзена, табличными и т.д.).

Также от метода ожидается максимальная универсальность, низкая диссипация, робастность и возможность разрешения сложных гладких структур на участках решения, эффективность и простота в реализации.

Мы рассматриваем, насколько нам подходят методы высокого порядка точности типа ENO/WENO и TENO и их модификации последних лет, и подбираем наиболее удачный для наших задач.







#### ENO (1987)

Harten et al.

Неэффективно использует информацию, порядок r; высокая чувствительность к выбору границ подшаблонов

## КРАТКАЯ ХРОНОЛОГИЯ РАЗВИТИЯ METOДOB ТИПА WENO



#### WENO-LOC (1994)

Liu et al.

-//- порядок r+1; использует информацию всех подшаблонов



#### WENO-JS (1996)

Jiang & Shu

Диссипативна, не сохраняет формальный порядок в крит. точках Порядок 2r-1



### WENO-BS (2000)

Balsara & Shu

-//- Высокий порядок (r>5)
Оказываются не робастными без ограничителя (MP-WENO); сложные веса



### WENO-IM (2014)

Feng et al.

r=3: регион перехода в оптимальным линейным весам больше; мало диссипативна; хорошо разрешает разрывы



#### WENO-Z (2008)

Borges et al.

Не использует М, другие веса; использует всю информацию шаблона; иногда не сохраняет

иногда не сохраняет формальный порядок



#### WENO-M (2005)

Henrick et al.

Сохраняет формальный порядок в крит. точках; более острые разрывы; менее эффективна, чем JS; искажает профиль на больших



#### WENO-S (2021)

временах

Wu et al.

Простые веса высокого формального порядка



### WENO-FM/-ZM (2020)

Hong et al.

Предискретизация делаает отображение эффективным отображение симметризовано (нет искажения)



ENO (1987)

Harten et al.

Неэффективно использует информацию, порядок r; высокая чувствительность к выбору границ подшаблонов

## КРАТКАЯ ХРОНОЛОГИЯ РАЗВИТИЯ МЕТОДОВ ТИПА WENO



WENO-LOC (1994)

Liu et al.

-//- порядок r+1; использует информацию всех подшаблонов



WENO-JS (1996)

Jiang & Shu

Диссипативна, не сохраняет формальный порядок в крит. точках Порядок 2r-1



WENO-BS (2000)

Balsara & Shu

-//- **Высокий порядок** (r>5) Оказываются не робастными без ограничителя (MP-WENO); сложные веса



WENO-IM (2014)

Feng et al.

r=3: регион перехода в оптимальным линейным весам больше; мало диссипативна; хорошо разрешает разрывы



WENO-Z (2008)

Borges et al.

Не использует М, другие веса; использует всю информацию шаблона; иногда не сохраняет формальный порядок



WENO-M (2005)

Henrick et al.

Сохраняет формальный порядок в крит. точках; более острые разрывы; менее эффективна, чем JS; искажает профиль на больших временах



WENO-FM/-ZM (2020)

Hong et al.

Предискретизация делаает

отображение эффективным отображение симметризовано (нет искажения)



MP-WENO-SM (2022)

WENO-S (2021)

Wu et al.

сами по себе всё ещё не робастны

## МОДЕЛИРОВАНИЕ БОЛЬШИХ ПРОМЕЖУТКОВ ВРЕМЕНИ НА ЛИНЕЙНОМ УРАВНЕНИИ АДВЕКЦИИ

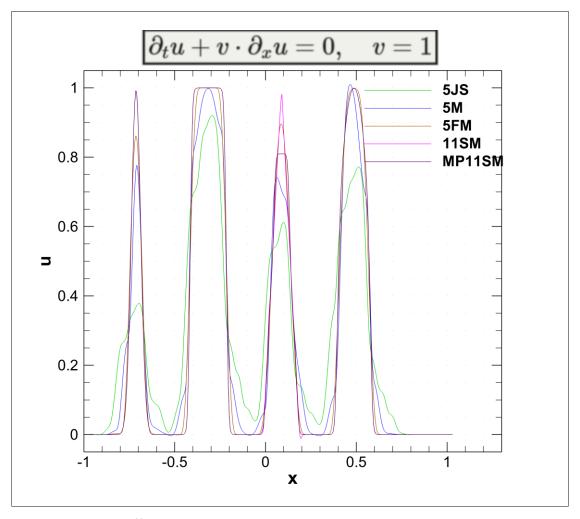


Рис. 1: Сравнение схем на линейном переносе 4 волн из классического теста Цзяня и Шу в виде гладкой, но узкой комбинации гауссианов, ступени, треугольника и полуэллипса при t=250.

## ПОСТАНОВКА МОДЕЛИРУЕМЫХ ЗАДАЧ

Наши начальные данные имеют форму задачи Римана о распаде разрыва или комбинации из нескольких разрывов в постоянных макропараметрах для одномерных уравнений Эйлера, замкнутых некоторым уравнением состояния, т.е. системы законов сохранения для консервативных переменных

$$\partial_t \underbrace{ \left[ egin{array}{c} 
ho u \ 
ho u \ 
ho E \end{array} 
ight]}_{\parallel} + \partial_x \underbrace{ \left[ egin{array}{c} 
ho u \ 
ho u^2 + p \ u \left( 
ho E + p 
ight) \end{array} 
ight]}_{\mathbf{F}[u]} = \underbrace{ \left[ egin{array}{c} 0 \ 0 \ 0 \end{array} 
ight]}_{\parallel}$$

с уравнением состояния (УРС) и соответствующими постоянными начальными данными с одним или двумя разрывами типа I

$$oldsymbol{u}\left(x,t=t_{0}
ight) = oldsymbol{u}_{0}\left(x
ight) = \left\{egin{align*} oldsymbol{u}_{L}, & x < x_{0} \ oldsymbol{u}_{R}, & x > x_{0}, \end{array}
ight.$$

Мы используем в качестве УРС уравнение типа Ми — Грюнайзена вида  $p = p_{\mathrm{cold}}\left(
ho
ight) + 
ho \cdot G\left(
ho
ight) \cdot \left(e - e_{\mathrm{cold}}\left(
ho
ight)
ight)$ . В наших задачах  $G pprox \mathrm{Const.}$ 

$$egin{aligned} \left\{ egin{aligned} \partial_t oldsymbol{u} + \partial_x \mathbf{F}\left[oldsymbol{u}
ight] = \mathbf{0}, & p = p\left(
ho, e
ight), & -\infty < x < +\infty, & t > t_0 \ oldsymbol{u}\left(x, t = t_0
ight) = oldsymbol{u}^{(0)}\left(x
ight) = \left\{ egin{aligned} oldsymbol{u}_L, & x < x_0 \ oldsymbol{u}_R, & x > x_0. \end{aligned} 
ight. \end{aligned}$$

## ГРАНИЦА ГОРЯЧЕГО/ХОЛОДНОГО АЛЮМИНИЯ. ПОСТАНОВКА

Наш основной тест имеет вид задачи Римана со следующими начальными данными:

$$\begin{bmatrix} \rho_L \\ u_L \\ p_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2413. \ \mathrm{kg \cdot m^{-2}} \\ 0. \\ 0. \end{bmatrix} \quad \text{u} \quad \begin{bmatrix} \rho_R \\ u_R \\ p_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2413. \ \mathrm{kg \cdot m^{-2}} \\ 0. \\ 35.6 \cdot 10^9 \ \mathrm{Pa} \end{bmatrix}$$

для вышеуказанных уравнений

$$egin{aligned} egin{aligned} egin{aligned} egin{aligned} egin{aligned} eta_t oldsymbol{u} + \partial_x \mathbf{F}\left[oldsymbol{u}
ight] = oldsymbol{0}, & p = p\left(
ho, e
ight), & -\infty < x < +\infty, & t > t_0 \ oldsymbol{u}(x, t = t_0) = oldsymbol{u}^{(0)}\left(x
ight) = egin{cases} oldsymbol{u}_L, & x < x_0 \ oldsymbol{u}_R, & x > x_0. \end{aligned}$$

Для конечного времени расчёта берётся  $t = 2 \cdot 10^{-12}$ s. Начальный разрыв располагается в  $x_0 = -80 \cdot 10^{-9} \text{m}$ .

Расчётная область берётся в сегменте  $[-100 \cdot 10^{-9} \text{m} ... -60 \cdot 10^{-9} \text{m}].$ 

## ГРАНИЦА ГОРЯЧЕГО/ХОЛОДНОГО АЛЮМИНИЯ. РЕШЕНИЕ

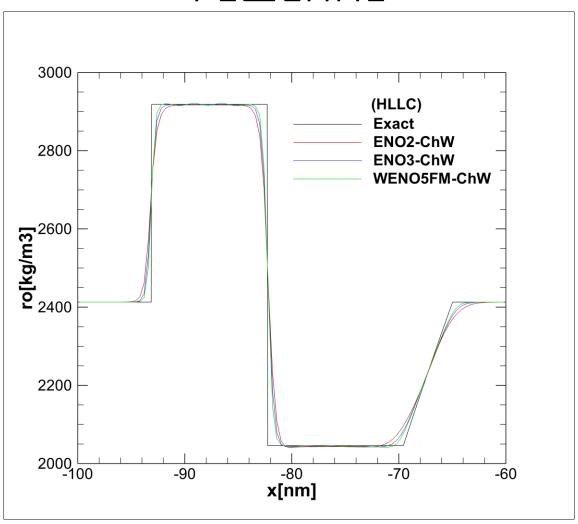


Рис. 2: Точное решение для плотности и численное решение конечно-объёмными методами не очень высокого порядка с HLLC-решателем.

# ПЕРЕХОД В ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЕ ПЕРЕМЕННЫЕ И ЕГО НЕОБХОДИМОСТЬ

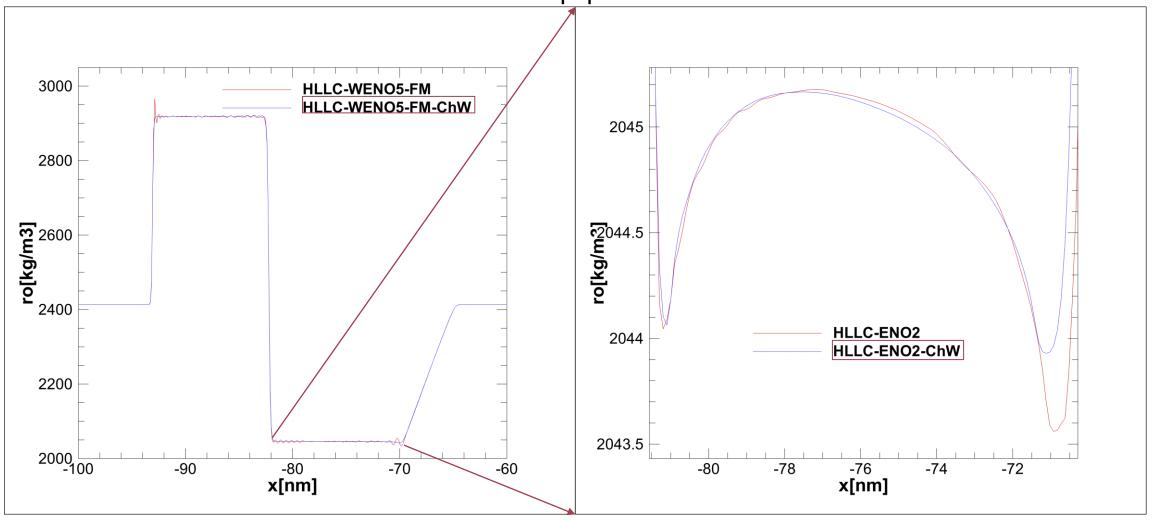


Рис. 3: Численное решение (W)ENO методами в консервативных (красный цвет) и характеристических (синий цвет) переменных. Слева WENO5, справа нижнее плато у ENO2.

## СРАВНЕНИЕ ОТОБРАЖЕНИЙ ДЛЯ WENO5

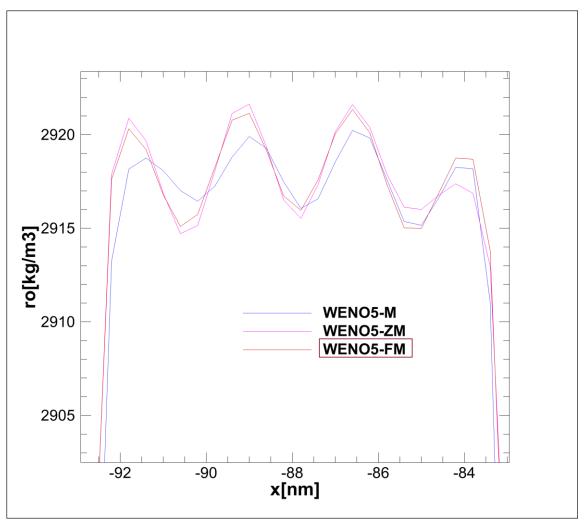


Рис. 4: Различные модификации WENO5-JS и сравнение их разрешения разрывов.

# СРАВНЕНИЕ MP-WENO-SM CXEM С УВЕЛИЧЕНИЕМ ПОРЯДКА

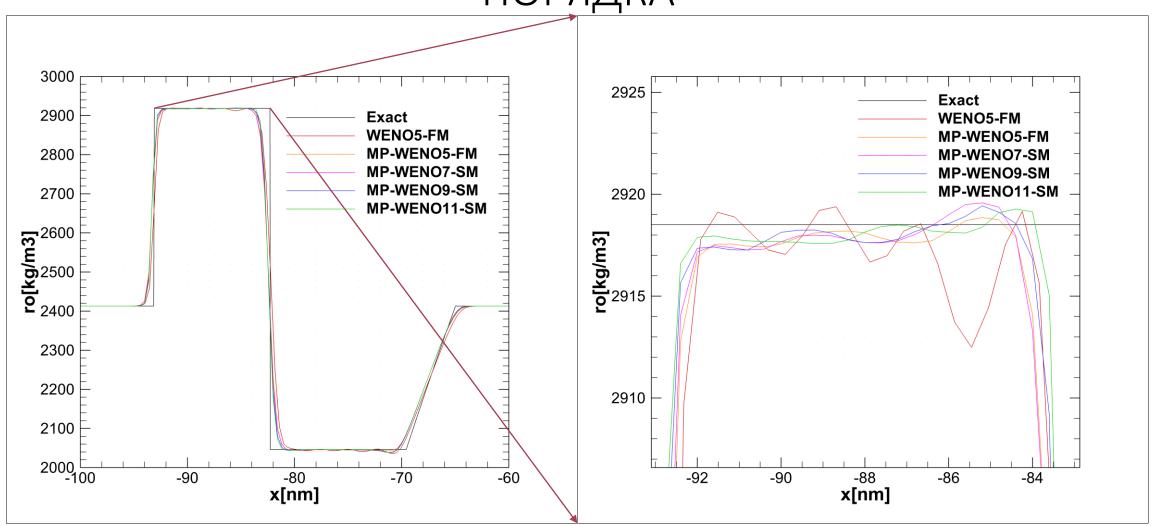


Рис. 5: Решение теста с помощью конечно-разностных MP-WENO-SM порядков 7, 9 и 11 для 101 точки с расщеплённым глобальным потоком Лакса-Фридрихса. Верхнее плато

# СРАВНЕНИЕ MP-WENO-SM CXEM С УВЕЛИЧЕНИЕМ ПОРЯДКА

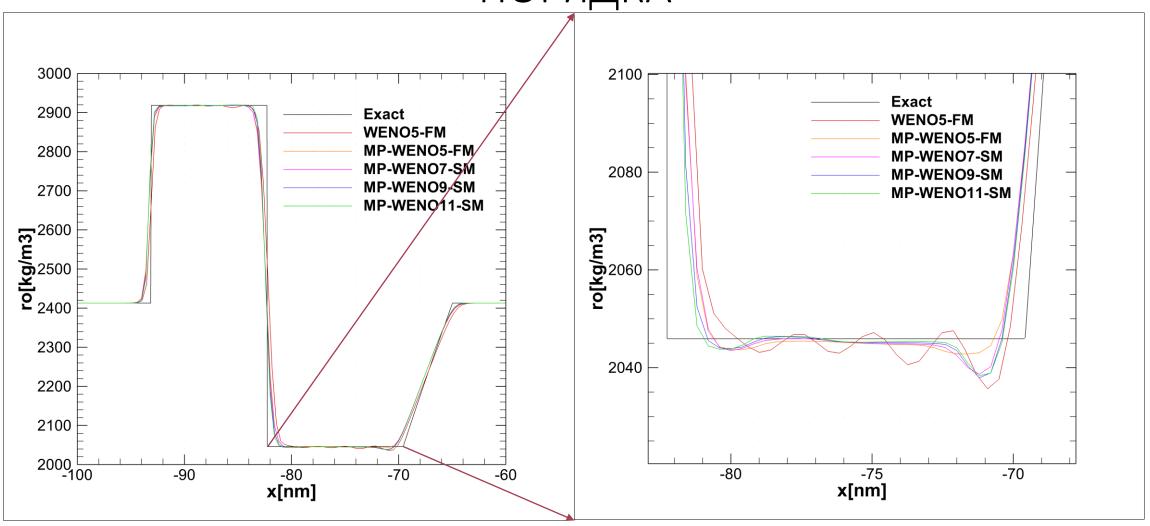


Рис. 6: Решение теста с помощью конечно-разностных MP-WENO-SM порядков 7, 9 и 11 для 101 точки с расщеплённым глобальным потоком Лакса-Фридрихса. Нижнее плато



## ВЫВОДЫ

#### ПЕРЕХОД В ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЕ ПЕРЕМЕННЫЕ НЕОБХОДИМ

Даже для методов реконструкции самого низкого порядка у нас есть осцилляции, которые он снимает. Начиная с 5 порядка без него не обойтись.

## MP-WENO5-FM ЯВЛЯЕТСЯ ДОСТАТОЧНО НАДЁЖНОЙ СХЕМОЙ

Без MP WENO5 заметно осциллирует, а с MP приемлемо. FM лучшее отображение для наших целей

#### WENO-S И WENO-SM СРАВНИМЫ МЕЖДУ СОБОЙ

По диссипативным свойствам они крайне схожи, однако SM меньше осциллирует.

МЕТОДЫ ИНТЕГРИРОВАНИЯ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА ТИПА SSP-TS-ERK(12, 8) ХОРОШО РАБОТАЮТ С НАШИМИ СХЕМАМИ

## СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ! ВОПРОСЫ



Белолуцкий Фёдор Алексеевич





fedor 1113 - public@yandex.ru

#### ИАП РАН

65-я Всероссийская научная конференция МФТИ (В честь 115-летия Л.Д. Ландау), 3-8 апреля 2023 года, ИВМ РАН, Москва, Россия