

Отчёт по лабораторной работе 2: Продвинутые методы безусловной ОПТИМИЗАЦИИ

Бондарь Федор Николаевич

7.04.2024

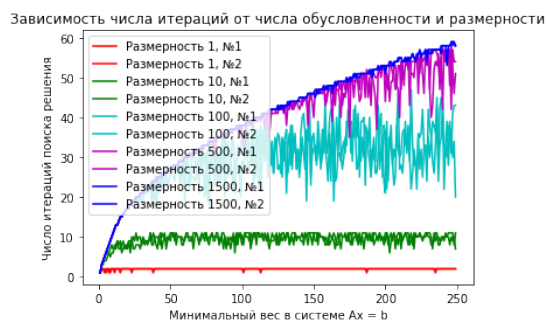
В рамках данной лабораторной работы было предложено реализовать метод сопряженных градиентов для решения системы линейных уравнений, подсчет разностной аппроксимации произведения гессиана на заданный вектор, усеченный метод Ньютона, метод L-BFGS, а также провести эксперименты.

Эксперименты

В данном разделе описаны эксперименты по исследованию траектории метода сопряженных градиентов, зависимости скорости сходимости от числа обусловленности и размерности, стратегии выбора размера истории в методе L-BFGS, сравнению усеченного метода Ньютона с градиентный спуском и L-BFGS. Код доступен в приложенном файле experiments.ipynb.

Эксперимент 1: Зависимость числа итераций метода сопряженных градиентов от числа обусловленности и размерности пространства

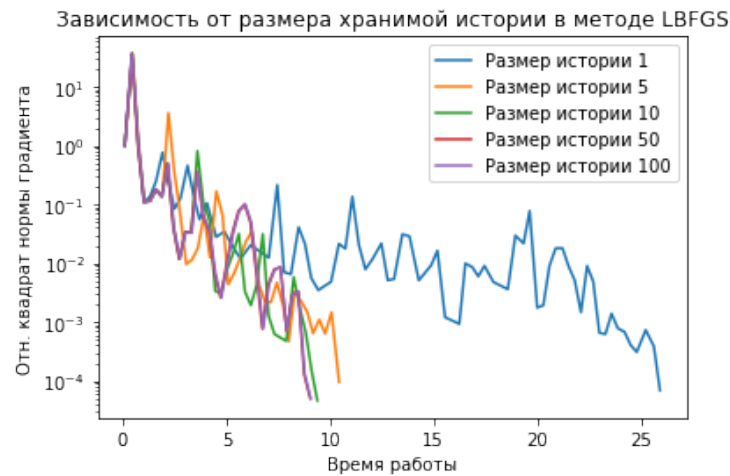
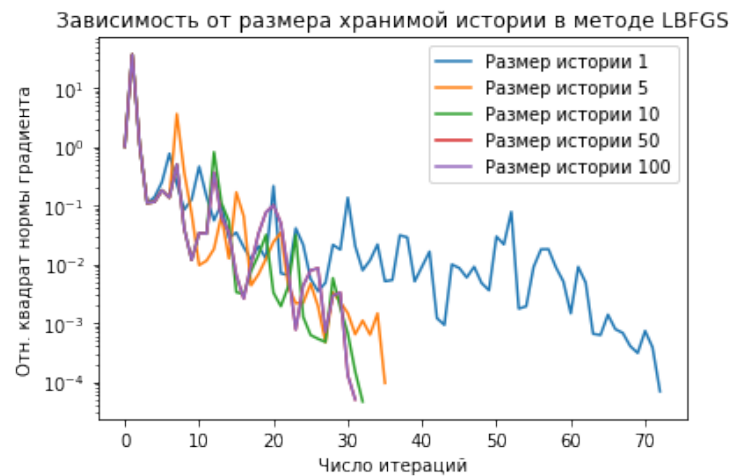
Сгенерируем несколько выборок и проверим зависимость числа итераций `conjugate_gradients` от числа обусловленности и размерности пространства:



Из графика видно, что число итераций для сходимости увеличивается как с ростом размерности, так и с ростом числа обусловленности. В какой-то момент число итераций в среднем выходит на плато - скорее всего, этот момент наступает, когда число обусловленности сравнивается с размерностью задачи.

Эксперимент 2: Выбор размера истории в методе LBFGS

Загрузим данные и построим графики зависимости времени работы и числа итераций сходимости от размера хранимой истории в методе LBFGS:



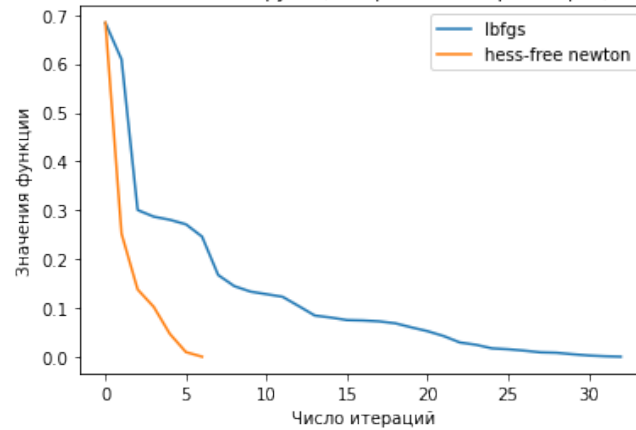
Из графиков видно, что с ростом размера хранимой истории число итераций и реальное время работы снижаются. Графики для размера истории

50 и 100 практически идентичны. Можно предположить, что делать размер истории больше 5-10 нецелесообразно, так как выигрыш по времени практически не достигается.

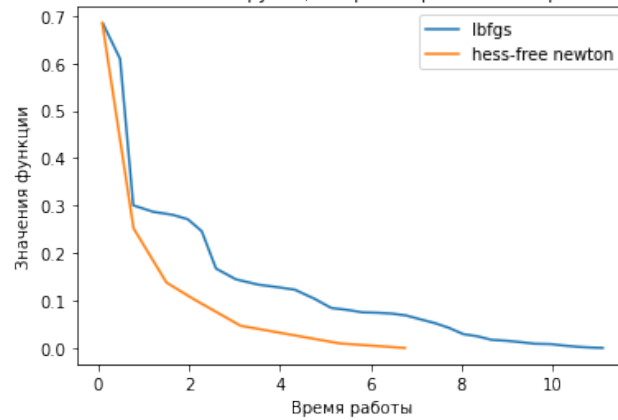
Эксперимент 3: Стратегия выбора длины шага в градиентном спуске

Сравним усеченный метод Ньютона, метод L-BFGS и градиентный спуск на задаче gisette:

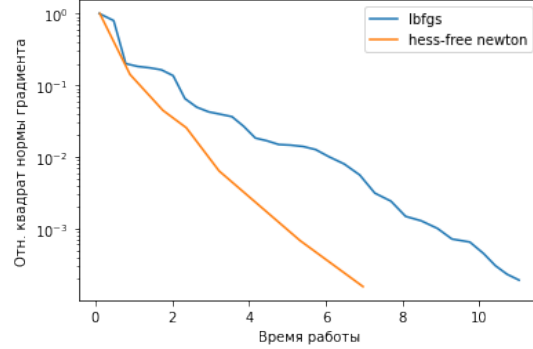
Зависимость значения функции против номера итерации метода



Зависимость значения функции против реального времени работы



Зависимость отн. квадрата нормы градиента против реального времени работы



Из графиков видно, что усечённый метод Ньютона оказался быстрее по времени и числу итераций, чем LBFGS. Градиентный спуск сходится в разы дольше.