

**Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Факультет інформатики та обчислювальної техніки
Кафедра обчислювальної техніки**

Лабораторна робота №4
з дисципліни
«Алгоритми і структури даних»

Виконав:

студент групи ІМ-42
Федоренко Іван Русланович
номер у списку групи: 29

Перевірив:

Сергієнко А. М.

Київ 2025

Постановка задачі

1. Представити напрямлений та ненапрямлений графи із заданими параметрами так само, як у лабораторній роботі №3.

Відмінність: коефіцієнт $k = 1.0 - n_3 * 0.01 - n_4 * 0.01 - 0.3$.

Отже, матриця суміжності A_{dir} напрямленого графа за варіантом формується таким чином:

- 1) встановлюється параметр (seed) генератора випадкових чисел, рівне номеру варіанту $n_1n_2n_3n_4$;
- 2) матриця розміром $n \times n$ заповнюється згенерованими випадковими числами в діапазоні $[0, 2.0)$;
- 3) обчислюється коефіцієнт $k = 1.0 - n_3 * 0.01 - n_4 * 0.01 - 0.3$., кожен елемент матриці множиться на коефіцієнт k ;
- 4) елементи матриці округлюються: 0 — якщо елемент менший за 1.0, 1 — якщо елемент більший або дорівнює 1.0.

2. Обчислити:

- 1) степені вершин напрямленого і ненапрямленого графів;
- 2) напівстепені виходу та заходу напрямленого графа;
- 3) чи є граф однорідним (регулярним), і якщо так, вказати степінь однорідності графа;
- 4) перелік висячих та ізольованих вершин.

Результати вивести у графічне вікно, консоль або файл.

3. Змінити матрицю A_{dir} , коефіцієнт $k = 1.0 - n_3 * 0.005 - n_4 * 0.005 - 0.27$.

4. Для нового орграфа обчислити:

- 1) півстепені вершин;
- 2) всі шляхи довжини 2 і 3;
- 3) матрицю досяжності;
- 4) матрицю сильної зв'язності;
- 5) перелік компонент сильної зв'язності;
- 6) граф конденсації.

Результати вивести у графічне вікно, в консоль або файл.

Шляхи довжиною 2 і 3 слід шукати за матрицями A^2 і A^3 , відповідно. Як результат вивести перелік шляхів, включно з усіма проміжними вершинами, через які проходить шлях.

Матрицю досяжності та компоненти сильної зв'язності слід шукати за допомогою операції транзитивного замикання. У переліку компонент слід вказати, які вершини належать до кожної компоненти.

Граф конденсації вивести у графічне вікно.

При проєктуванні програми слід врахувати наступне:

- 1) мова програмування обирається студентом самостійно;
- 2) графічне зображення усіх графів має формуватися програмою з тими ж вимогами, як у ЛР №3;
- 3) всі графи, включно із графом конденсації, обов'язково зображувати у графічному вікні;
- 4) типи та структури даних для внутрішнього представлення всіх даних у програмі слід вибрати самостійно;
- 5) обчислення перелічених у завданні результатів має виконуватися розробленою програмою (не вручну і не сторонніми засобами);
- 6) матриці, переліки степенів та маршрутів тощо можна виводити в графічне вікно або консоль — на розсуд студента;
- 7) у переліку знайдених шляхів треба вказувати не лише початок та кінець шляху, але й усі проміжні вершини, через які він проходить (наприклад, 1 – 5 – 3 – 2).

Код програми:

Програма складається з наступних файлів:

Main.py, drawing_methods.py, matrix_methods.py, graph_analysis.py.

Main.py

```
import shutil
import matplotlib.pyplot as plt
from matrix_methods import (
    generate_adjacency_matrix, get_undirected_matrix,
    calculate_reachability_matrix, calculate_strong_connectivity_matrix,
    print_matrix, calculate_degrees
)
from drawing_methods import (
    draw_graph, draw_condensation_graph,
    get_vertex_positions
)
from graph_analysis import (
    is_regular_graph, find_special_vertices,
    find_paths_of_length, find_strongly_connected_components,
    create_condensation_graph, format_path
)

def main():
    variant_number = 4229
    n3 = 2
    n4 = 9
    n = 10 + n3

    print(f"Variant number: {variant_number}")
    print(f"Number of vertices n = 10 + {n3} = {n}")

    print("\n=== PART 1: Original Graph Analysis ===")
    directed_matrix = generate_adjacency_matrix(n, variant_number, k_formula=1)
    undirected_matrix = get_undirected_matrix(directed_matrix)

    print_matrix(directed_matrix, f"Directed Graph Adjacency Matrix ({n}x{n})")
    print_matrix(undirected_matrix, f"Undirected Graph Adjacency Matrix ({n}x{n})")

    in_degrees, out_degrees = calculate_degrees(directed_matrix, is_directed=True)
    undirected_degrees = calculate_degrees(undirected_matrix, is_directed=False)

    print("\nDirected Graph:")
    print("Vertex | In-degree | Out-degree")
    for i in range(n):
        print(f"{i+1:6d} | {in_degrees[i]:9d} | {out_degrees[i]:10d}")
```

```

print("\nUndirected Graph:")
print("Vertex | Degree")
for i in range(n):
    print(f"{i+1:6d} | {undirected_degrees[i]:6d}")

if is_regular_graph(undirected_degrees):
    print(f"\nUndirected graph is regular with degree {undirected_degrees[0]}")
else:
    print("\nUndirected graph is not regular")

if is_regular_graph(in_degrees) and is_regular_graph(out_degrees) and
in_degrees[0] == out_degrees[0]:
    print(f"Directed graph is regular with in-degree = out-degree =
{in_degrees[0]}")
else:
    print("Directed graph is not regular")

# Find hanging and isolated vertices
dir_hanging, dir_isolated = find_special_vertices(directed_matrix,
is_directed=True)
undir_hanging, undir_isolated = find_special_vertices(undirected_matrix,
is_directed=False)

print("\nDirected Graph:")
print(f"Hanging vertices: {dir_hanging}")
print(f"Isolated vertices: {dir_isolated}")

print("\nUndirected Graph:")
print(f"Hanging vertices: {undir_hanging}")
print(f"Isolated vertices: {undir_isolated}")

# Draw graphs
positions = get_vertex_positions(n, n4)
fig1 = draw_graph(directed_matrix, positions, is_directed=True, title="Original")
fig1.savefig('directed_graph_original.png')

fig2 = draw_graph(directed_matrix, positions, is_directed=False, title="Original")
fig2.savefig('undirected_graph_original.png')

print("\n\n=== PART 2: Modified Graph Analysis ===")
new_directed_matrix = generate_adjacency_matrix(n, variant_number, k_formula=2)
print_matrix(new_directed_matrix, f"Modified Directed Graph Adjacency Matrix
({n}x{n})")

new_in_degrees, new_out_degrees = calculate_degrees(new_directed_matrix,
is_directed=True)

print("\nModified Directed Graph:")

```

```

print("Vertex | In-degree | Out-degree")
for i in range(n):
    print(f"{i+1:6d} | {new_in_degrees[i]:9d} | {new_out_degrees[i]:10d}")

def print_paths_optimized(paths, paths_length_title):
    print(f"\n{paths_length_title} (count: {len(paths)}):")

    if not paths:
        print("Немає шляхів для відображення")
        return

    formatted_paths = [format_path(path) for path in paths]
    max_path_length = max(len(path) for path in formatted_paths) + 2 # +2 для
відступу

    terminal_width = shutil.get_terminal_size().columns

    max_columns = max(1, terminal_width // (max_path_length + 1))

    for i in range(0, len(paths), max_columns):
        row_paths = formatted_paths[i:i+max_columns]
        row_str = ""
        for j, path in enumerate(row_paths):
            if j > 0: # роздільник перед всіма стовпцями, крім першого
                row_str += "| "
            row_str += f"{path:<{max_path_length-2}}"
        print(row_str)

paths_length_2 = find_paths_of_length(new_directed_matrix, 2)
print_paths_optimized(paths_length_2, "Paths of length 2")

paths_length_3 = find_paths_of_length(new_directed_matrix, 3)
print_paths_optimized(paths_length_3, "Paths of length 3")

reachability_matrix = calculate_reachability_matrix(new_directed_matrix)
print_matrix(reachability_matrix, "Reachability Matrix")

strong_connectivity_matrix =
calculate_strong_connectivity_matrix(reachability_matrix)
print_matrix(strong_connectivity_matrix, "Strong Connectivity Matrix")

components = find_strongly_connected_components(strong_connectivity_matrix)
print("\nStrongly Connected Components:")
for i, component in enumerate(components):
    print(f"Component {i+1}: {component}")

condensation_matrix = create_condensation_graph(new_directed_matrix, components)
print_matrix(condensation_matrix, "Condensation Graph Adjacency Matrix")

```

```

fig3 = draw_graph(new_directed_matrix, positions, is_directed=True,
title="Modified")
fig3.savefig('directed_graph_modified.png')

fig4 = draw_condensation_graph(condensation_matrix, components)
fig4.savefig('condensation_graph.png')

plt.show()

if __name__ == "__main__":
    main()

```

Graph_analysis.py:

```

import numpy as np
from matrix_methods import calculate_degrees

def is_regular_graph(degrees):
    """Check if graph is regular (all vertices have the same degree)"""
    return np.all(degrees == degrees[0])

def find_special_vertices(matrix, is_directed=True):
    """Find hanging (leaf) and isolated vertices"""
    n = matrix.shape[0]

    if is_directed:
        in_degrees, out_degrees = calculate_degrees(matrix, is_directed=True)
        total_degrees = in_degrees + out_degrees

        isolated = [i+1 for i in range(n) if in_degrees[i] == 0 and out_degrees[i] ==
0]
        hanging = [i+1 for i in range(n) if total_degrees[i] == 1]
    else:
        degrees = calculate_degrees(matrix, is_directed=False)

        isolated = [i+1 for i in range(n) if degrees[i] == 0]
        hanging = [i+1 for i in range(n) if degrees[i] == 1]

    return hanging, isolated

```

```

def find_paths_of_length(matrix, length):
    """Find all paths of specific length using matrix powers"""
    n = matrix.shape[0]

    # Calculate matrix power
    power_matrix = np.linalg.matrix_power(matrix, length)

    # Find all paths by looking at the power matrix entries
    paths = []
    for i in range(n):
        for j in range(n):
            if power_matrix[i, j] > 0:
                # We need to find all the actual paths from i to j
                intermediate_paths = find_all_paths(matrix, i, j, length)
                paths.extend(intermediate_paths)

    return paths

def find_all_paths(matrix, start, end, length, current_path=None, current_length=0):
    """Recursively find all paths of a specific length from start to end"""
    n = matrix.shape[0]

    if current_path is None:
        current_path = [start]

    if current_length == length:
        if current_path[-1] == end:
            return [current_path]
        return []

    paths = []
    for next_vertex in range(n):
        if matrix[current_path[-1], next_vertex] == 1:
            if current_length == length - 1 and next_vertex == end:
                paths.append(current_path + [next_vertex])
            elif current_length < length - 1:
                new_paths = find_all_paths(
                    matrix, start, end, length,
                    current_path + [next_vertex],
                    current_length + 1
                )
                paths.extend(new_paths)

    return paths

def find_strongly_connected_components(strong_connectivity):
    """Find strongly connected components from strong connectivity matrix"""
    n = strong_connectivity.shape[0]
    visited = [False] * n

```



```

components = []

for vertex in range(n):
    if not visited[vertex]:
        component = []
        dfs_component(vertex, strong_connectivity, visited, component)
        components.append([v+1 for v in component]) # Convert to 1-indexed

return components

def dfs_component(vertex, matrix, visited, component):
    """DFS to find connected components"""
    visited[vertex] = True
    component.append(vertex)

    for next_vertex in range(matrix.shape[0]):
        if matrix[vertex, next_vertex] == 1 and not visited[next_vertex]:
            dfs_component(next_vertex, matrix, visited, component)

def create_condensation_graph(matrix, components):
    """Create condensation graph from strongly connected components"""
    n_components = len(components)
    condensation_matrix = np.zeros((n_components, n_components), dtype=int)

    # Check for edges between components
    for i in range(n_components):
        for j in range(n_components):
            if i != j:
                # Check if there's an edge from any vertex in component i
                # to any vertex in component j
                for v1 in [v-1 for v in components[i]]: # Convert to 0-indexed
                    for v2 in [v-1 for v in components[j]]: # Convert to 0-indexed
                        if matrix[v1, v2] == 1:
                            condensation_matrix[i, j] = 1
                            break
                if condensation_matrix[i, j] == 1:
                    break

    return condensation_matrix

def format_path(path):
    """Format a path for printing"""
    return " - ".join(str(v+1) for v in path) # Convert to 1-indexed

```

Matrix_methods.py:

```
import numpy as np

def calculate_degrees(matrix, is_directed=True):
    """Calculate vertex degrees
    For directed graphs, returns in-degrees and out-degrees
    For undirected graphs, returns degrees
    """
    n = matrix.shape[0]

    if is_directed:
        in_degrees = np.sum(matrix, axis=0)
        out_degrees = np.sum(matrix, axis=1)
        return in_degrees, out_degrees
    else:
        degrees = np.sum(matrix, axis=1)
        return degrees

def generate_adjacency_matrix(n, variant_number, k_formula=1):
    """Generate directed adjacency matrix based on variant number and k_formula
    k_formula=1:  $k = 1.0 - n_3 * 0.01 - n_4 * 0.01 - 0.3$ 
    k_formula=2:  $k = 1.0 - n_3 * 0.005 - n_4 * 0.005 - 0.27$ 
    """
    np.random.seed(variant_number)
    T = np.random.random((n, n)) * 2.0

    n3 = 2 # From variant
    n4 = 9 # From variant

    if k_formula == 1:
        k = 1.0 - n3 * 0.01 - n4 * 0.01 - 0.3
    else:
        k = 1.0 - n3 * 0.005 - n4 * 0.005 - 0.27

    print(f"Using k coefficient: {k}")

    A = np.zeros((n, n), dtype=int)
    for i in range(n):
        for j in range(n):
            A[i, j] = 1 if T[i, j] * k >= 1.0 else 0

    return A

def get_undirected_matrix(directed_matrix):
    """Convert directed adjacency matrix to undirected"""
    n = directed_matrix.shape[0]
    undirected_matrix = np.zeros((n, n), dtype=int)
```

```

for i in range(n):
    for j in range(n):
        if directed_matrix[i, j] == 1 or directed_matrix[j, i] == 1:
            undirected_matrix[i, j] = 1
            undirected_matrix[j, i] = 1

return undirected_matrix

def calculate_strong_connectivity_matrix(reachability):
    """Calculate strong connectivity matrix from reachability matrix"""
    n = reachability.shape[0]
    strong_connectivity = np.zeros((n, n), dtype=int)

    for i in range(n):
        for j in range(n):
            if reachability[i, j] == 1 and reachability[j, i] == 1:
                strong_connectivity[i, j] = 1

    return strong_connectivity

def print_matrix(matrix, title):
    """Print the adjacency matrix in a readable format"""
    print(f"\n{title}:")
    for row in matrix:
        print(" ".join(map(str, row)))

def calculate_reachability_matrix(matrix):
    """Calculate reachability matrix using transitive closure"""
    n = matrix.shape[0]

    # Initialize reachability with the adjacency matrix
    reachability = matrix.copy()

    # Add self-loops
    for i in range(n):
        reachability[i, i] = 1

    # Warshall's algorithm for transitive closure
    for k in range(n):
        for i in range(n):
            for j in range(n):
                reachability[i, j] = reachability[i, j] or (reachability[i, k] and
reachability[k, j])

    return reachability

```

Drawing_methods.py

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib.patches as patches

def draw_edge(ax, start, end, is_directed=True, color='blue', linewidth=1.5):
    """Draw an edge between two vertices"""
    dx = end[0] - start[0]
    dy = end[1] - start[1]

    dist = np.sqrt(dx**2 + dy**2)
    if dist < 0.001:
        return

    vertex_radius = 0.5
    ratio = vertex_radius / dist
    start_x = start[0] + dx * ratio
    start_y = start[1] + dy * ratio
    end_x = end[0] - dx * ratio
    end_y = end[1] - dy * ratio

    rad = 0.2

    if is_directed:
        arrow = patches.FancyArrowPatch(
            (start_x, start_y), (end_x, end_y),
            arrowstyle='->',
            color=color,
            linewidth=linewidth,
            connectionstyle=f'arc3,rad={rad}',
            mutation_scale=15
        )
    else:
        arrow = patches.FancyArrowPatch(
            (start_x, start_y), (end_x, end_y),
            arrowstyle='-',
            color=color,
            linewidth=linewidth,
            connectionstyle=f'arc3,rad={rad}'
        )

    ax.add_patch(arrow)

def draw_graph(adjacency_matrix, positions, is_directed=True, title="Graph"):
    """Draw a graph based on adjacency matrix and vertex positions"""
    n = adjacency_matrix.shape[0]

    fig, ax = plt.subplots(figsize=(12, 10))
```

```

rect = patches.Rectangle((-6, -4), 12, 8, linewidth=1, edgecolor='gray',
                        facecolor='none', linestyle='--')
ax.add_patch(rect)

for i in range(n):
    for j in range(n):
        if adjacency_matrix[i, j] == 1:
            draw_edge(ax, positions[i], positions[j], is_directed, color='blue')

for i, pos in enumerate(positions):
    circle = plt.Circle(pos, 0.5, fill=True, color='lightblue', edgecolor='blue')
    ax.add_patch(circle)

    ax.text(pos[0], pos[1], str(i+1), horizontalalignment='center',
            verticalalignment='center', fontsize=10, color='black',
fontweight='bold')

ax.set_aspect('equal')
margin = 2
ax.set_xlim(min(positions[:, 0])-margin, max(positions[:, 0])+margin)
ax.set_ylim(min(positions[:, 1])-margin, max(positions[:, 1])+margin)

graph_type = "Directed" if is_directed else "Undirected"
plt.title(f"{title} - {graph_type} Graph - {n} vertices")

plt.axis('off')
return fig

def get_component_positions(components):
    """Create positions for components in condensation graph"""
    n_components = len(components)
    radius = 5

    positions = []
    for i in range(n_components):
        angle = 2 * np.pi * i / n_components
        x = radius * np.cos(angle)
        y = radius * np.sin(angle)
        positions.append([x, y])

    return np.array(positions)

def draw_condensation_graph(condensation_matrix, components, positions=None):
    """Draw the condensation graph"""
    n_components = len(components)

    if positions is None:
        positions = get_component_positions(components)

```

```

fig, ax = plt.subplots(figsize=(12, 10))

for i in range(n_components):
    for j in range(n_components):
        if condensation_matrix[i, j] == 1:
            draw_edge(ax, positions[i], positions[j], is_directed=True,
color='red')

    for i, pos in enumerate(positions):
        radius = 0.8 # Larger radius for component nodes
        circle = plt.Circle(pos, radius, fill=True, color='lightgreen',
edgecolor='green')
        ax.add_patch(circle)

        # Label with component number and list of vertices
        component_label = f"C{i+1}: {components[i]}"
        ax.text(pos[0], pos[1], component_label, horizontalalignment='center',
verticalalignment='center', fontsize=9, color='black')

ax.set_aspect('equal')
margin = 3
ax.set_xlim(min(positions[:, 0])-margin, max(positions[:, 0])+margin)
ax.set_ylim(min(positions[:, 1])-margin, max(positions[:, 1])+margin)

plt.title(f"Condensation Graph - {n_components} components")
plt.axis('off')
return fig

def get_vertex_positions(n, n4):
    """Get vertex positions based on n4 value"""
    positions = np.zeros((n, 2))

    if n4 in [8, 9]:
        width, height = 12, 8
        positions[n-1] = [0, 0] # Center vertex

        perimeter_vertices = n - 1
        sides = [0, 0, 0, 0]
        remaining = perimeter_vertices - 4

        for i in range(remaining):
            sides[i % 4] += 1

        vertex_index = 0

        positions[vertex_index] = [-width/2, height/2]
        vertex_index += 1

```

```

for i in range(sides[0]):
    x = -width/2 + (i+1) * width / (sides[0]+1)
    positions[vertex_index] = [x, height/2]
    vertex_index += 1

positions[vertex_index] = [width/2, height/2]
vertex_index += 1

for i in range(sides[1]):
    y = height/2 - (i+1) * height / (sides[1]+1)
    positions[vertex_index] = [width/2, y]
    vertex_index += 1

positions[vertex_index] = [width/2, -height/2]
vertex_index += 1

for i in range(sides[2]):
    x = width/2 - (i+1) * width / (sides[2]+1)
    positions[vertex_index] = [x, -height/2]
    vertex_index += 1

positions[vertex_index] = [-width/2, -height/2]
vertex_index += 1

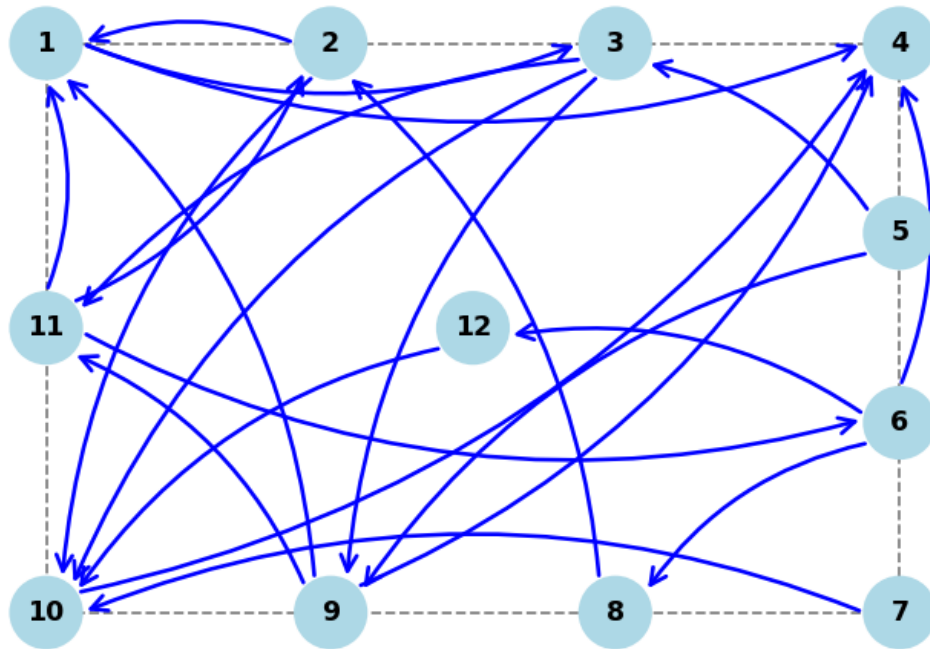
for i in range(sides[3]):
    y = -height/2 + (i+1) * height / (sides[3]+1)
    positions[vertex_index] = [-width/2, y]
    vertex_index += 1

return positions

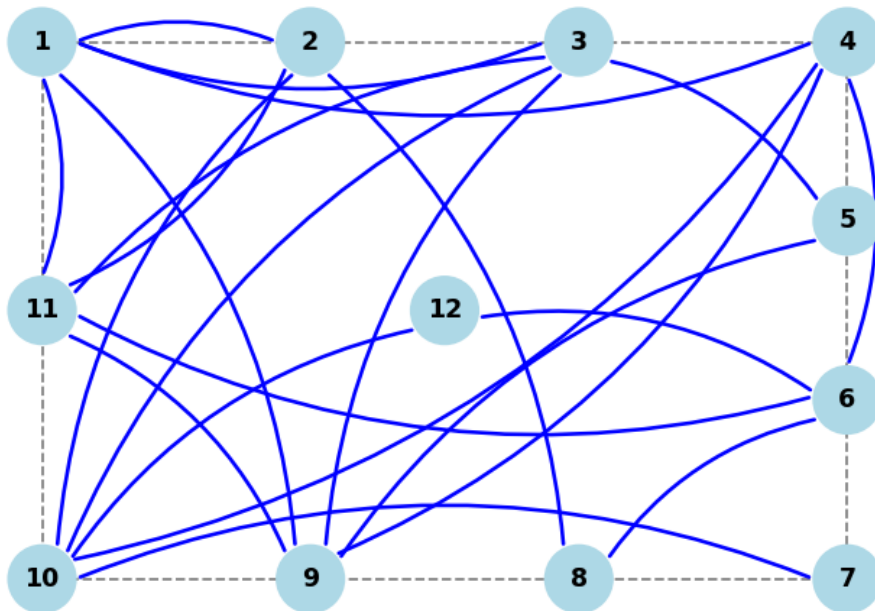
```

Вивід програми:

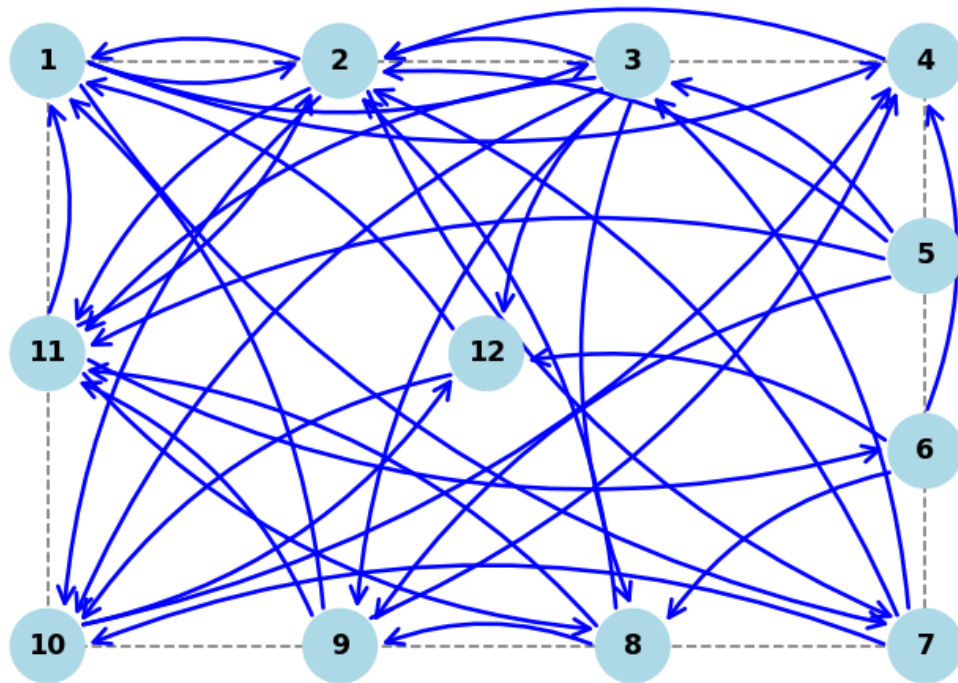
Original - Directed Graph - 12 vertices



Original - Undirected Graph - 12 vertices



Modified - Directed Graph - 12 vertices



Condensation Graph - 2 components



=== PART 2: Modified Graph Analysis ===

Using k coefficient: 0.6749999999999999

Modified Directed Graph Adjacency Matrix (12x12):

0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0
0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0
0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1
1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0

Modified Directed Graph:

Vertex	In-degree	Out-degree
1	4	4
2	8	5
3	3	6
4	4	1
5	0	4
6	1	3
7	2	3
8	3	3
9	4	4
10	5	3
11	5	4
12	3	2

Reachability Matrix:	Strong Connectivity Matrix:
1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1
1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1
1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1
1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0
1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1
1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1
1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1
1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1
1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1
1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1
1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1
1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1

Strongly Connected Components:
Component 1: [1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12]
Component 2: [5]

Condensation Graph Adjacency Matrix:
0 0
1 0

Шляхи:

Paths of length 2 (count: 153):

1 - 2 - 1	1 - 2 - 2	1 - 3 - 2	1 - 4 - 2	1 - 7 - 2	1 - 7 - 3	1 - 2 - 7	1 - 3 - 8
1 - 3 - 9	1 - 2 - 10	1 - 3 - 10	1 - 7 - 10	1 - 2 - 11	1 - 3 - 11	1 - 3 - 12	2 - 2 - 1
2 - 11 - 1	2 - 1 - 2	2 - 2 - 2	2 - 7 - 2	2 - 11 - 2	2 - 1 - 3	2 - 7 - 3	2 - 1 - 4
2 - 10 - 4	2 - 11 - 6	2 - 1 - 7	2 - 2 - 7	2 - 11 - 8	2 - 2 - 10	2 - 7 - 10	2 - 10 - 10
2 - 2 - 11	2 - 10 - 12	3 - 2 - 1	3 - 9 - 1	3 - 11 - 1	3 - 12 - 1	3 - 2 - 2	3 - 8 - 2
3 - 11 - 2	3 - 9 - 4	3 - 10 - 4	3 - 11 - 6	3 - 2 - 7	3 - 11 - 8	3 - 8 - 9	3 - 9 - 9
3 - 2 - 10	3 - 10 - 10	3 - 12 - 10	3 - 2 - 11	3 - 8 - 11	3 - 9 - 11	3 - 10 - 12	4 - 2 - 1
4 - 2 - 2	4 - 2 - 7	4 - 2 - 10	4 - 2 - 11	5 - 2 - 1	5 - 9 - 1	5 - 11 - 1	5 - 2 - 2
5 - 3 - 2	5 - 11 - 2	5 - 9 - 4	5 - 11 - 6	5 - 2 - 7	5 - 3 - 8	5 - 11 - 8	5 - 3 - 9
5 - 9 - 9	5 - 2 - 10	5 - 3 - 10	5 - 2 - 11	5 - 3 - 11	5 - 9 - 11	5 - 3 - 12	6 - 12 - 1
6 - 4 - 2	6 - 8 - 2	6 - 8 - 9	6 - 12 - 10	6 - 8 - 11	7 - 2 - 1	7 - 2 - 2	7 - 3 - 2
7 - 10 - 4	7 - 2 - 7	7 - 3 - 8	7 - 3 - 9	7 - 2 - 10	7 - 3 - 10	7 - 10 - 10	7 - 2 - 11
7 - 3 - 11	7 - 3 - 12	7 - 10 - 12	8 - 2 - 1	8 - 9 - 1	8 - 11 - 1	8 - 2 - 2	8 - 11 - 2
8 - 9 - 4	8 - 11 - 6	8 - 2 - 7	8 - 11 - 8	8 - 9 - 9	8 - 2 - 10	8 - 2 - 11	8 - 9 - 11
9 - 9 - 1	9 - 11 - 1	9 - 1 - 2	9 - 4 - 2	9 - 11 - 2	9 - 1 - 3	9 - 1 - 4	9 - 9 - 4
9 - 11 - 6	9 - 1 - 7	9 - 11 - 8	9 - 9 - 9	9 - 9 - 11	10 - 12 - 1	10 - 4 - 2	10 - 10 - 4
10 - 10 - 10	10 - 12 - 10	10 - 10 - 12	11 - 2 - 1	11 - 1 - 2	11 - 2 - 2	11 - 8 - 2	11 - 1 - 3
11 - 1 - 4	11 - 6 - 4	11 - 1 - 7	11 - 2 - 7	11 - 6 - 8	11 - 8 - 9	11 - 2 - 10	11 - 2 - 11
11 - 8 - 11	11 - 6 - 12	12 - 1 - 2	12 - 1 - 3	12 - 1 - 4	12 - 10 - 4	12 - 1 - 7	12 - 10 - 10
12 - 10 - 12							

Paths of length 3 (count: 546):

1 - 2 - 2 - 1	1 - 2 - 11 - 1	1 - 3 - 2 - 1	1 - 3 - 9 - 1	1 - 3 - 11 - 1	1 - 3 - 12 - 1
1 - 4 - 2 - 1	1 - 7 - 2 - 1	1 - 2 - 1 - 2	1 - 2 - 2 - 2	1 - 2 - 7 - 2	1 - 2 - 11 - 2
1 - 3 - 2 - 2	1 - 3 - 8 - 2	1 - 3 - 11 - 2	1 - 4 - 2 - 2	1 - 7 - 2 - 2	1 - 7 - 3 - 2
1 - 2 - 1 - 3	1 - 2 - 7 - 3	1 - 2 - 1 - 4	1 - 2 - 10 - 4	1 - 3 - 9 - 4	1 - 3 - 10 - 4
1 - 7 - 10 - 4	1 - 2 - 11 - 6	1 - 3 - 11 - 6	1 - 2 - 1 - 7	1 - 2 - 2 - 7	1 - 3 - 2 - 7
1 - 4 - 2 - 7	1 - 7 - 2 - 7	1 - 2 - 11 - 8	1 - 3 - 11 - 8	1 - 7 - 3 - 8	1 - 3 - 8 - 9
1 - 3 - 9 - 9	1 - 7 - 3 - 9	1 - 2 - 2 - 10	1 - 2 - 7 - 10	1 - 2 - 10 - 10	1 - 3 - 2 - 10
1 - 3 - 10 - 10	1 - 3 - 12 - 10	1 - 4 - 2 - 10	1 - 7 - 2 - 10	1 - 7 - 3 - 10	1 - 7 - 10 - 10
1 - 2 - 2 - 11	1 - 3 - 2 - 11	1 - 3 - 8 - 11	1 - 3 - 9 - 11	1 - 4 - 2 - 11	1 - 7 - 2 - 11
1 - 7 - 3 - 11	1 - 2 - 10 - 12	1 - 3 - 10 - 12	1 - 7 - 3 - 12	1 - 7 - 10 - 12	2 - 1 - 2 - 1
2 - 2 - 2 - 1	2 - 2 - 11 - 1	2 - 7 - 2 - 1	2 - 10 - 12 - 1	2 - 11 - 2 - 1	2 - 1 - 2 - 2
2 - 1 - 3 - 2	2 - 1 - 4 - 2	2 - 1 - 7 - 2	2 - 2 - 1 - 2	2 - 2 - 2 - 2	2 - 2 - 7 - 2
2 - 2 - 11 - 2	2 - 7 - 2 - 2	2 - 7 - 3 - 2	2 - 10 - 4 - 2	2 - 11 - 1 - 2	2 - 11 - 2 - 2
2 - 11 - 8 - 2	2 - 1 - 7 - 3	2 - 2 - 1 - 3	2 - 2 - 7 - 3	2 - 11 - 1 - 3	2 - 2 - 1 - 4
2 - 2 - 10 - 4	2 - 7 - 10 - 4	2 - 10 - 10 - 4	2 - 11 - 1 - 4	2 - 11 - 6 - 4	2 - 2 - 11 - 6
2 - 1 - 2 - 7	2 - 2 - 1 - 7	2 - 2 - 2 - 7	2 - 7 - 2 - 7	2 - 11 - 1 - 7	2 - 11 - 2 - 7
2 - 1 - 3 - 8	2 - 2 - 11 - 8	2 - 7 - 3 - 8	2 - 11 - 6 - 8	2 - 1 - 3 - 9	2 - 7 - 3 - 9
2 - 11 - 8 - 9	2 - 1 - 2 - 10	2 - 1 - 3 - 10	2 - 1 - 7 - 10	2 - 2 - 2 - 10	2 - 2 - 7 - 10
2 - 2 - 10 - 10	2 - 7 - 2 - 10	2 - 7 - 3 - 10	2 - 7 - 10 - 10	2 - 10 - 10 - 10	2 - 10 - 12 - 10
2 - 11 - 2 - 10	2 - 1 - 2 - 11	2 - 1 - 3 - 11	2 - 2 - 2 - 11	2 - 7 - 2 - 11	2 - 7 - 3 - 11
2 - 11 - 2 - 11	2 - 11 - 8 - 11	2 - 1 - 3 - 12	2 - 2 - 10 - 12	2 - 7 - 3 - 12	2 - 7 - 10 - 12
2 - 10 - 10 - 12	2 - 11 - 6 - 12	3 - 2 - 2 - 1	3 - 2 - 11 - 1	3 - 8 - 2 - 1	3 - 8 - 9 - 1
3 - 8 - 11 - 1	3 - 9 - 9 - 1	3 - 9 - 11 - 1	3 - 10 - 12 - 1	3 - 11 - 2 - 1	3 - 2 - 1 - 2
3 - 2 - 2 - 2	3 - 2 - 7 - 2	3 - 2 - 11 - 2	3 - 8 - 2 - 2	3 - 8 - 11 - 2	3 - 9 - 1 - 2
3 - 9 - 4 - 2	3 - 9 - 11 - 2	3 - 10 - 4 - 2	3 - 11 - 1 - 2	3 - 11 - 2 - 2	3 - 11 - 8 - 2
3 - 12 - 1 - 2	3 - 2 - 1 - 3	3 - 2 - 7 - 3	3 - 9 - 1 - 3	3 - 11 - 1 - 3	3 - 12 - 1 - 3
3 - 2 - 1 - 4	3 - 2 - 10 - 4	3 - 8 - 9 - 4	3 - 9 - 1 - 4	3 - 9 - 9 - 4	3 - 10 - 10 - 4
3 - 11 - 1 - 4	3 - 11 - 6 - 4	3 - 12 - 1 - 4	3 - 12 - 10 - 4	3 - 2 - 11 - 6	3 - 8 - 11 - 6
3 - 9 - 11 - 6	3 - 2 - 1 - 7	3 - 2 - 2 - 7	3 - 8 - 2 - 7	3 - 9 - 1 - 7	3 - 11 - 1 - 7
3 - 11 - 2 - 7	3 - 12 - 1 - 7	3 - 2 - 11 - 8	3 - 8 - 11 - 8	3 - 9 - 11 - 8	3 - 11 - 6 - 8
3 - 8 - 9 - 9	3 - 9 - 9 - 9	3 - 11 - 8 - 9	3 - 2 - 2 - 10	3 - 2 - 7 - 10	3 - 2 - 10 - 10
3 - 8 - 2 - 10	3 - 10 - 10 - 10	3 - 10 - 12 - 10	3 - 11 - 2 - 10	3 - 12 - 10 - 10	3 - 2 - 2 - 11
3 - 8 - 2 - 11	3 - 8 - 9 - 11	3 - 9 - 9 - 11	3 - 11 - 2 - 11	3 - 11 - 8 - 11	3 - 2 - 10 - 12
3 - 10 - 10 - 12	3 - 11 - 6 - 12	3 - 12 - 10 - 12	4 - 2 - 2 - 1	4 - 2 - 11 - 1	4 - 2 - 1 - 2
4 - 2 - 2 - 2	4 - 2 - 7 - 2	4 - 2 - 11 - 2	4 - 2 - 1 - 3	4 - 2 - 7 - 3	4 - 2 - 1 - 4
4 - 2 - 10 - 4	4 - 2 - 11 - 6	4 - 2 - 1 - 7	4 - 2 - 2 - 7	4 - 2 - 11 - 8	4 - 2 - 2 - 10
4 - 2 - 7 - 10	4 - 2 - 10 - 10	4 - 2 - 2 - 11	4 - 2 - 10 - 12	5 - 2 - 2 - 1	5 - 2 - 11 - 1
5 - 3 - 2 - 1	5 - 3 - 9 - 1	5 - 3 - 11 - 1	5 - 3 - 12 - 1	5 - 9 - 9 - 1	5 - 9 - 11 - 1
5 - 11 - 2 - 1	5 - 2 - 1 - 2	5 - 2 - 2 - 2	5 - 2 - 7 - 2	5 - 2 - 11 - 2	5 - 3 - 2 - 2
5 - 3 - 8 - 2	5 - 3 - 11 - 2	5 - 9 - 1 - 2	5 - 9 - 4 - 2	5 - 9 - 11 - 2	5 - 11 - 1 - 2
5 - 11 - 2 - 2	5 - 11 - 8 - 2	5 - 2 - 1 - 3	5 - 2 - 7 - 3	5 - 9 - 1 - 3	5 - 11 - 1 - 3
5 - 2 - 1 - 4	5 - 2 - 10 - 4	5 - 3 - 9 - 4	5 - 3 - 10 - 4	5 - 9 - 1 - 4	5 - 9 - 9 - 4
5 - 11 - 1 - 4	5 - 11 - 6 - 4	5 - 2 - 11 - 6	5 - 3 - 11 - 6	5 - 9 - 11 - 6	5 - 2 - 1 - 7
5 - 2 - 2 - 7	5 - 3 - 2 - 7	5 - 9 - 1 - 7	5 - 11 - 1 - 7	5 - 11 - 2 - 7	5 - 2 - 11 - 8
5 - 3 - 11 - 8	5 - 9 - 11 - 8	5 - 11 - 6 - 8	5 - 3 - 8 - 9	5 - 3 - 9 - 9	5 - 9 - 9 - 9
5 - 11 - 8 - 9	5 - 2 - 2 - 10	5 - 2 - 7 - 10	5 - 2 - 10 - 10	5 - 3 - 2 - 10	5 - 3 - 10 - 10
5 - 3 - 12 - 10	5 - 11 - 2 - 10	5 - 2 - 2 - 11	5 - 3 - 2 - 11	5 - 3 - 8 - 11	5 - 3 - 9 - 11

5 - 3 - 12 - 10	5 - 11 - 2 - 10	5 - 2 - 2 - 11	5 - 3 - 2 - 11	5 - 3 - 8 - 11	5 - 3 - 9 - 11
5 - 9 - 9 - 11	5 - 11 - 2 - 11	5 - 11 - 8 - 11	5 - 2 - 10 - 12	5 - 3 - 10 - 12	5 - 11 - 6 - 12
6 - 4 - 2 - 1	6 - 8 - 2 - 1	6 - 8 - 9 - 1	6 - 8 - 11 - 1	6 - 4 - 2 - 2	6 - 8 - 2 - 2
6 - 8 - 11 - 2	6 - 12 - 1 - 2	6 - 12 - 1 - 3	6 - 8 - 9 - 4	6 - 12 - 1 - 4	6 - 12 - 10 - 4
6 - 8 - 11 - 6	6 - 4 - 2 - 7	6 - 8 - 2 - 7	6 - 12 - 1 - 7	6 - 8 - 11 - 8	6 - 8 - 9 - 9
6 - 4 - 2 - 10	6 - 8 - 2 - 10	6 - 12 - 10 - 10	6 - 4 - 2 - 11	6 - 8 - 2 - 11	6 - 8 - 9 - 11
6 - 12 - 10 - 12	7 - 2 - 2 - 1	7 - 2 - 11 - 1	7 - 3 - 2 - 1	7 - 3 - 9 - 1	7 - 3 - 11 - 1
7 - 3 - 12 - 1	7 - 10 - 12 - 1	7 - 2 - 1 - 2	7 - 2 - 2 - 2	7 - 2 - 7 - 2	7 - 2 - 11 - 2
7 - 3 - 2 - 2	7 - 3 - 8 - 2	7 - 3 - 11 - 2	7 - 10 - 4 - 2	7 - 2 - 1 - 3	7 - 2 - 7 - 3
7 - 2 - 1 - 4	7 - 2 - 10 - 4	7 - 3 - 9 - 4	7 - 3 - 10 - 4	7 - 10 - 10 - 4	7 - 2 - 11 - 6
7 - 3 - 11 - 6	7 - 2 - 1 - 7	7 - 2 - 2 - 7	7 - 3 - 2 - 7	7 - 2 - 11 - 8	7 - 3 - 11 - 8
7 - 3 - 8 - 9	7 - 3 - 9 - 9	7 - 2 - 2 - 10	7 - 2 - 7 - 10	7 - 2 - 10 - 10	7 - 3 - 2 - 10
7 - 3 - 10 - 10	7 - 3 - 12 - 10	7 - 10 - 10 - 10	7 - 10 - 12 - 10	7 - 2 - 2 - 11	7 - 3 - 2 - 11
7 - 3 - 8 - 11	7 - 3 - 9 - 11	7 - 2 - 10 - 12	7 - 3 - 10 - 12	7 - 10 - 10 - 12	8 - 2 - 2 - 1
8 - 2 - 11 - 1	8 - 9 - 9 - 1	8 - 9 - 11 - 1	8 - 11 - 2 - 1	8 - 2 - 1 - 2	8 - 2 - 2 - 2
8 - 2 - 7 - 2	8 - 2 - 11 - 2	8 - 9 - 1 - 2	8 - 9 - 4 - 2	8 - 9 - 11 - 2	8 - 11 - 1 - 2
8 - 11 - 2 - 2	8 - 11 - 8 - 2	8 - 2 - 1 - 3	8 - 2 - 7 - 3	8 - 9 - 1 - 3	8 - 11 - 1 - 3
8 - 2 - 1 - 4	8 - 2 - 10 - 4	8 - 9 - 1 - 4	8 - 9 - 9 - 4	8 - 11 - 1 - 4	8 - 11 - 6 - 4
8 - 2 - 11 - 6	8 - 9 - 11 - 6	8 - 2 - 1 - 7	8 - 2 - 2 - 7	8 - 9 - 1 - 7	8 - 11 - 1 - 7
8 - 11 - 2 - 7	8 - 2 - 11 - 8	8 - 9 - 11 - 8	8 - 11 - 6 - 8	8 - 9 - 9 - 9	8 - 11 - 8 - 9
8 - 2 - 2 - 10	8 - 2 - 7 - 10	8 - 2 - 10 - 10	8 - 11 - 2 - 10	8 - 2 - 2 - 11	8 - 9 - 9 - 11
8 - 11 - 2 - 11	8 - 11 - 8 - 11	8 - 2 - 10 - 12	8 - 11 - 6 - 12	9 - 1 - 2 - 1	9 - 4 - 2 - 1
9 - 9 - 9 - 1	9 - 9 - 11 - 1	9 - 11 - 2 - 1	9 - 1 - 2 - 2	9 - 1 - 3 - 2	9 - 1 - 4 - 2
9 - 1 - 7 - 2	9 - 4 - 2 - 2	9 - 9 - 1 - 2	9 - 9 - 4 - 2	9 - 9 - 11 - 2	9 - 11 - 1 - 2
9 - 11 - 2 - 2	9 - 11 - 8 - 2	9 - 1 - 7 - 3	9 - 9 - 1 - 3	9 - 11 - 1 - 3	9 - 9 - 1 - 4
9 - 9 - 9 - 4	9 - 11 - 1 - 4	9 - 11 - 6 - 4	9 - 9 - 11 - 6	9 - 1 - 2 - 7	9 - 4 - 2 - 7
9 - 9 - 1 - 7	9 - 11 - 1 - 7	9 - 11 - 2 - 7	9 - 1 - 3 - 8	9 - 9 - 11 - 8	9 - 11 - 6 - 8
9 - 1 - 3 - 9	9 - 9 - 9 - 9	9 - 11 - 8 - 9	9 - 1 - 2 - 10	9 - 1 - 3 - 10	9 - 1 - 7 - 10
9 - 4 - 2 - 10	9 - 11 - 2 - 10	9 - 1 - 2 - 11	9 - 1 - 3 - 11	9 - 4 - 2 - 11	9 - 9 - 9 - 11
9 - 11 - 2 - 11	9 - 11 - 8 - 11	9 - 1 - 3 - 12	9 - 11 - 6 - 12	10 - 4 - 2 - 1	10 - 10 - 12 - 1
10 - 4 - 2 - 2	10 - 10 - 4 - 2	10 - 12 - 1 - 2	10 - 12 - 1 - 3	10 - 10 - 10 - 4	10 - 12 - 1 - 4
10 - 12 - 10 - 4	10 - 4 - 2 - 7	10 - 12 - 1 - 7	10 - 4 - 2 - 10	10 - 10 - 10 - 10	10 - 10 - 12 - 10
10 - 12 - 10 - 10	10 - 4 - 2 - 11	10 - 10 - 10 - 12	10 - 12 - 10 - 12	11 - 1 - 2 - 1	11 - 2 - 2 - 1
11 - 2 - 11 - 1	11 - 6 - 12 - 1	11 - 8 - 2 - 1	11 - 8 - 9 - 1	11 - 8 - 11 - 1	11 - 1 - 2 - 2
11 - 1 - 3 - 2	11 - 1 - 4 - 2	11 - 1 - 7 - 2	11 - 2 - 1 - 2	11 - 2 - 2 - 2	11 - 2 - 7 - 2
11 - 2 - 11 - 2	11 - 6 - 4 - 2	11 - 6 - 8 - 2	11 - 8 - 2 - 2	11 - 8 - 11 - 2	11 - 1 - 7 - 3
11 - 2 - 1 - 3	11 - 2 - 7 - 3	11 - 2 - 1 - 4	11 - 2 - 10 - 4	11 - 8 - 9 - 4	11 - 2 - 11 - 6
11 - 8 - 11 - 6	11 - 1 - 2 - 7	11 - 2 - 1 - 7	11 - 2 - 2 - 7	11 - 8 - 2 - 7	11 - 1 - 3 - 8
11 - 2 - 11 - 8	11 - 8 - 11 - 8	11 - 1 - 3 - 9	11 - 6 - 8 - 9	11 - 8 - 9 - 9	11 - 1 - 2 - 10
11 - 1 - 3 - 10	11 - 1 - 7 - 10	11 - 2 - 2 - 10	11 - 2 - 7 - 10	11 - 2 - 10 - 10	11 - 6 - 12 - 10
11 - 8 - 2 - 10	11 - 1 - 2 - 11	11 - 1 - 3 - 11	11 - 2 - 2 - 11	11 - 6 - 8 - 11	11 - 8 - 2 - 11
11 - 8 - 9 - 11	11 - 1 - 3 - 12	11 - 2 - 10 - 12	12 - 1 - 2 - 1	12 - 10 - 12 - 1	12 - 1 - 2 - 2
12 - 1 - 3 - 2	12 - 1 - 4 - 2	12 - 1 - 7 - 2	12 - 10 - 4 - 2	12 - 1 - 7 - 3	12 - 10 - 10 - 4
12 - 1 - 2 - 7	12 - 1 - 3 - 8	12 - 1 - 3 - 9	12 - 1 - 2 - 10	12 - 1 - 3 - 10	12 - 1 - 7 - 10
12 - 10 - 10 - 10	12 - 10 - 12 - 10	12 - 1 - 2 - 11	12 - 1 - 3 - 11	12 - 1 - 3 - 12	12 - 10 - 10 - 12

Висновки:

В ході виконання лабораторної роботи було досліджено алгоритми пошуку та представлення шляхів у направлених графах. Був реалізований алгоритм для знаходження всіх можливих шляхів заданої довжини в наведеному графі. Було виявлено, що кількість шляхів зростає зі збільшенням довжини шляху (від 2 до 3), що відповідає теоретичним очікуванням для більшості графів. Лабораторна робота дозволила поглибити розуміння алгоритмів на графах та отримати практичні навички роботи з матрицями суміжності і файловим вводом-виводом у Python.