Міністерство освіти і науки України Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» Факультет інформатики та обчислювальної техніки Кафедра обчислювальної техніки

Лабораторна робота №4

з дисципліни «Алгоритми і структури даних»

Виконав:

Перевірив:

студент групи IM-42 Федоренко Іван Русланович номер у списку групи: 29 Сергієнко А. М.

Постановка задачі

1. Представити напрямлений та ненапрямлений графи із заданими параметрами так само, як у лабораторній роботі №3.

Відмінність: коефіцієнт k = 1.0 - n3 * 0.01 - n4 * 0.01 - 0.3.

Отже, матриця суміжності Adir напрямленого графа за варіантом формується таким чином:

- 1) встановлюється параметр (seed) генератора випадкових чисел, рівне номеру варіанту n1n2n3n4;
- 2) матриця розміром n n заповнюється згенерованими випадковими числами в діапазоні [0, 2.0);
- 3) обчислюється коефіцієнт k = 1.0 n3 *0.01 n4 * 0.01 0.3., кожен елемент матриці множиться на коефіцієнт k;
- 4) елементи матриці округлюються: 0 якщо елемент менший за 1.0, 1 якщо елемент більший або дорівнює 1.0.
- 2. Обчислити:
- 1) степені вершин напрямленого і ненапрямленого графів;
- 2) напівстепені виходу та заходу напрямленого графа;
- 3) чи ϵ граф однорідним (регулярним), і якщо так, вказати степінь однорідності графа;
- 4) перелік висячих та ізольованих вершин.

Результати вивести у графічне вікно, консоль або файл.

- 3. Змінити матрицю Adir, коефіцієнт k = 1.0 n3*0.005 n4*0.005 0.27.
- 4. Для нового орграфа обчислити:
- 1) півстепені вершин;
- 2) всі шляхи довжини 2 і 3;
- 3) матрицю досяжності;
- 4) матрицю сильної зв'язності;
- 5) перелік компонент сильної зв'язності;
- 6) граф конденсації.

Результати вивести у графічне вікно, в консоль або файл.

Шляхи довжиною 2 і 3 слід шукати за матрицями A² і A³, відповідно. Як результат вивести перелік шляхів, включно з усіма проміжними вершинами, через які проходить шлях.

Матрицю досяжності та компоненти сильної зв'язності слід шукати за допомогою операції транзитивного замикання. У переліку компонент слід вказати, які вершини належать до кожної компоненти.

Граф конденсації вивести у графічне вікно.

При проєктуванні програми слід врахувати наступне:

- 1) мова програмування обирається студентом самостійно;
- 2) графічне зображення усіх графів має формуватися програмою з тими ж вимогами, як у ЛР №3;
- 3) всі графи, включно із графом конденсації, обов'язково зображувати у графічному вікні;
- 4) типи та структури даних для внутрішнього представлення всіх даних у програмі слід вибрати самостійно;
- 5) обчислення перелічених у завданні результатів має виконуватися розробленою програмою (не вручну і не сторонніми засобами);
- 6) матриці, переліки степенів та маршрутів тощо можна виводити в графічне вікно або консоль на розсуд студента;
- 7) у переліку знайдених шляхів треба вказувати не лише початок та кінець шляху, але й усі проміжні вершини, через які він проходить (наприклад, 1 5 3 2).

Код програми:

Програма складається з наступних файлів:

Main.py, drawing_methods.py, matrix_methods.py, graph_analysis.py.

Main.py

```
import shutil
import matplotlib.pyplot as plt
from matrix methods import (
   generate_adjacency_matrix, get_undirected_matrix,
    calculate_reachability_matrix, calculate_strong_connectivity_matrix,
    print_matrix, calculate_degrees
)
from drawing_methods import (
   draw_graph, draw_condensation_graph,
   get_vertex_positions
)
from graph analysis import (
    is_regular_graph, find_special_vertices,
   find_paths_of_length, find_strongly_connected_components,
   create_condensation_graph, format_path
)
def main():
   variant number = 4229
   n3 = 2
   n4 = 9
   n = 10 + n3
    print(f"Variant number: {variant number}")
    print(f"Number of vertices n = 10 + \{n3\} = \{n\}")
    print("\n=== PART 1: Original Graph Analysis ===")
    directed_matrix = generate_adjacency_matrix(n, variant_number, k_formula=1)
    undirected_matrix = get_undirected_matrix(directed_matrix)
    print matrix(directed matrix, f"Directed Graph Adjacency Matrix ({n}x{n})")
    print_matrix(undirected_matrix, f"Undirected Graph Adjacency Matrix ({n}x{n})")
    in_degrees, out_degrees = calculate_degrees(directed_matrix, is_directed=True)
    undirected degrees = calculate degrees(undirected matrix, is directed=False)
    print("\nDirected Graph:")
    print("Vertex | In-degree | Out-degree")
    for i in range(n):
        print(f"{i+1:6d} | {in_degrees[i]:9d} | {out_degrees[i]:10d}")
```

```
print("\nUndirected Graph:")
    print("Vertex | Degree")
   for i in range(n):
        print(f"{i+1:6d} | {undirected_degrees[i]:6d}")
   if is_regular_graph(undirected_degrees):
        print(f"\nUndirected graph is regular with degree {undirected_degrees[0]}")
   else:
        print("\nUndirected graph is not regular")
   if is regular graph(in degrees) and is regular graph(out degrees) and
in_degrees[0] == out_degrees[0]:
        print(f"Directed graph is regular with in-degree = out-degree =
{in_degrees[0]}")
   else:
        print("Directed graph is not regular")
    dir_hanging, dir_isolated = find_special_vertices(directed_matrix,
is_directed=True)
    undir_hanging, undir_isolated = find special vertices(undirected_matrix,
is directed=False)
    print("\nDirected Graph:")
    print(f"Hanging vertices: {dir_hanging}")
    print(f"Isolated vertices: {dir isolated}")
    print("\nUndirected Graph:")
    print(f"Hanging vertices: {undir_hanging}")
    print(f"Isolated vertices: {undir isolated}")
   # Draw graphs
    positions = get_vertex_positions(n, n4)
   fig1 = draw_graph(directed_matrix, positions, is_directed=True, title="Original")
   fig1.savefig('directed_graph_original.png')
   fig2 = draw_graph(directed_matrix, positions, is_directed=False, title="Original")
   fig2.savefig('undirected_graph_original.png')
    print("\n\n=== PART 2: Modified Graph Analysis ===")
    new_directed_matrix = generate_adjacency_matrix(n, variant_number, k_formula=2)
    print matrix(new directed matrix, f"Modified Directed Graph Adjacency Matrix
({n}x{n})")
    new in degrees, new out degrees = calculate degrees(new directed matrix,
is_directed=True)
    print("\nModified Directed Graph:")
    print("Vertex | In-degree | Out-degree")
```

```
for i in range(n):
        print(f"{i+1:6d} | {new_in_degrees[i]:9d} | {new_out_degrees[i]:10d}")
    def print_paths_optimized(paths, paths_length_title):
        print(f"\n{paths length title} (count: {len(paths)}):")
        if not paths:
            print("Немає шляхів для відображення")
            return
        formatted paths = [format path(path) for path in paths]
        max_path_length = max(len(path) for path in formatted_paths) + 2
        terminal_width = shutil.get_terminal_size().columns
        max_columns = max(1, terminal_width // (max_path_length + 1))
        for i in range(0, len(paths), max columns):
            row_paths = formatted_paths[i:i+max_columns]
            row_str = ""
            for j, path in enumerate(row_paths):
                if j > 0:
                    row_str += "| "
                row_str += f"{path:<{max_path_length-2}}"</pre>
            print(row str)
    paths_length_2 = find_paths_of_length(new_directed_matrix, 2)
    print paths optimized(paths length 2, "Paths of length 2")
    paths length 3 = find paths of length(new directed matrix, 3)
    print_paths_optimized(paths_length_3, "Paths of length 3")
    reachability matrix = calculate reachability matrix(new directed matrix)
    print_matrix(reachability_matrix, "Reachability Matrix")
    strong_connectivity_matrix =
calculate_strong_connectivity_matrix(reachability_matrix)
    print matrix(strong connectivity matrix, "Strong Connectivity Matrix")
    components = find strongly connected components(strong connectivity matrix)
    print("\nStrongly Connected Components:")
    for i, component in enumerate(components):
        print(f"Component {i+1}: {component}")
    condensation matrix = create condensation graph(new directed matrix, components)
    print_matrix(condensation_matrix, "Condensation Graph Adjacency Matrix")
    fig3 = draw_graph(new_directed_matrix, positions, is_directed=True,
title="Modified")
```

```
fig3.savefig('directed_graph_modified.png')

fig4 = draw_condensation_graph(condensation_matrix, components)
  fig4.savefig('condensation_graph.png')

plt.show()

if __name__ == "__main__":
    main()
```

Graph_analysis.py:

```
import numpy as np
from matrix_methods import calculate_degrees
def is_regular_graph(degrees):
    """Check if graph is regular (all vertices have the same degree)"""
    return np.all(degrees == degrees[0])
def find_special_vertices(matrix, is_directed=True):
    """Find hanging (leaf) and isolated vertices"""
    n = matrix.shape[0]
    if is_directed:
        in_degrees, out_degrees = calculate_degrees(matrix, is_directed=True)
        total_degrees = in_degrees + out_degrees
        isolated = [i+1 for i in range(n) if in_degrees[i] == 0 and out_degrees[i] ==
0]
        hanging = [i+1 for i in range(n) if total_degrees[i] == 1]
    else:
        degrees = calculate_degrees(matrix, is_directed=False)
        isolated = [i+1 for i in range(n) if degrees[i] == 0]
        hanging = [i+1 for i in range(n) if degrees[i] == 1]
    return hanging, isolated
def find_paths_of_length(matrix, length):
    """Find all paths of specific length using matrix powers"""
```

```
n = matrix.shape[0]
    power_matrix = np.linalg.matrix_power(matrix, length)
    paths = []
    for i in range(n):
        for j in range(n):
            if power_matrix[i, j] > 0:
                intermediate_paths = find_all_paths(matrix, i, j, length)
                paths.extend(intermediate_paths)
    return paths
def find_all_paths(matrix, start, end, length, current_path=None, current_length=0):
    """Recursively find all paths of a specific length from start to end"""
    n = matrix.shape[0]
    if current path is None:
        current_path = [start]
    if current_length == length:
        if current path[-1] == end:
            return [current path]
        return []
    paths = []
    for next_vertex in range(n):
        if matrix[current_path[-1], next_vertex] == 1:
            if current_length == length - 1 and next_vertex == end:
                paths.append(current path + [next vertex])
            elif current_length < length - 1:</pre>
                new_paths = find_all_paths(
                    matrix, start, end, length,
                    current_path + [next_vertex],
                    current_length + 1
                )
                paths.extend(new paths)
    return paths
def find_strongly_connected_components(strong_connectivity):
    """Find strongly connected components from strong connectivity matrix"""
    n = strong_connectivity.shape[0]
    visited = [False] * n
    components = []
    for vertex in range(n):
        if not visited[vertex]:
            component = []
```

```
dfs_component(vertex, strong_connectivity, visited, component)
            components.append([v+1 for v in component]) # Convert to 1-indexed
    return components
def dfs_component(vertex, matrix, visited, component):
    """DFS to find connected components"""
   visited[vertex] = True
    component.append(vertex)
   for next_vertex in range(matrix.shape[0]):
        if matrix[vertex, next_vertex] == 1 and not visited[next_vertex]:
           dfs_component(next_vertex, matrix, visited, component)
def create condensation graph(matrix, components):
    """Create condensation graph from strongly connected components"""
    n_components = len(components)
    condensation_matrix = np.zeros((n_components, n_components), dtype=int)
   # Check for edges between components
   for i in range(n_components):
        for j in range(n components):
           if i != j:
                # Check if there's an edge from any vertex in component i
                # to any vertex in component j
                for v1 in [v-1 for v in components[i]]: # Convert to 0-indexed
                    for v2 in [v-1 for v in components[j]]: # Convert to 0-indexed
                        if matrix[v1, v2] == 1:
                            condensation_matrix[i, j] = 1
                            break
                    if condensation_matrix[i, j] == 1:
                        break
   return condensation_matrix
def format_path(path):
    """Format a path for printing"""
    return " - ".join(str(v+1) for v in path) # Convert to 1-indexed
```

Matrix_methods.py:

```
import numpy as np

def calculate_degrees(matrix, is_directed=True):
    """Calculate vertex degrees
```

```
For directed graphs, returns in-degrees and out-degrees
    For undirected graphs, returns degrees
    n = matrix.shape[0]
    if is directed:
        in_degrees = np.sum(matrix, axis=0)
        out_degrees = np.sum(matrix, axis=1)
        return in_degrees, out_degrees
    else:
        degrees = np.sum(matrix, axis=1)
        return degrees
def generate_adjacency_matrix(n, variant_number, k_formula=1):
    """Generate directed adjacency matrix based on variant number and k_formula
    k_{\text{formula}=1}: k = 1.0 - n3 * 0.01 - n4 * 0.01 - 0.3
    k_{\text{formula}=2}: k = 1.0 - n3 * 0.005 - n4 * 0.005 - 0.27
    np.random.seed(variant_number)
    T = np.random.random((n, n)) * 2.0
    n3 = 2
    n4 = 9
    if k formula == 1:
        k = 1.0 - n3 * 0.01 - n4 * 0.01 - 0.3
    else:
        k = 1.0 - n3 * 0.005 - n4 * 0.005 - 0.27
    print(f"Using k coefficient: {k}")
    A = np.zeros((n, n), dtype=int)
    for i in range(n):
        for j in range(n):
            A[i, j] = 1 \text{ if } T[i, j] * k >= 1.0 \text{ else } 0
    return A
def get_undirected_matrix(directed_matrix):
    """Convert directed adjacency matrix to undirected"""
    n = directed_matrix.shape[0]
    undirected matrix = np.zeros((n, n), dtype=int)
    for i in range(n):
        for j in range(n):
            if directed_matrix[i, j] == 1 or directed_matrix[j, i] == 1:
                undirected_matrix[i, j] = 1
                undirected_matrix[j, i] = 1
```

```
return undirected_matrix
def calculate_strong_connectivity_matrix(reachability):
    """Calculate strong connectivity matrix from reachability matrix"""
    n = reachability.shape[0]
    strong_connectivity = np.zeros((n, n), dtype=int)
    for i in range(n):
        for j in range(n):
            if reachability[i, j] == 1 and reachability[j, i] == 1:
                strong_connectivity[i, j] = 1
    return strong_connectivity
def print_matrix(matrix, title):
    """Print the adjacency matrix in a readable format"""
    print(f"\n{title}:")
    for row in matrix:
        print(" ".join(map(str, row)))
def calculate_reachability_matrix(matrix):
    """Calculate reachability matrix using transitive closure"""
    n = matrix.shape[0]
    # Initialize reachability with the adjacency matrix
    reachability = matrix.copy()
   # Add self-loops
    for i in range(n):
        reachability[i, i] = 1
    # Warshall's algorithm for transitive closure
    for k in range(n):
        for i in range(n):
            for j in range(n):
                reachability[i, j] = reachability[i, j] or (reachability[i, k] and
reachability[k, j])
    return reachability
```

Drawing_methods.py

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib.patches as patches
import math
```

```
def rotate_around_center(x, y, cx, cy, angle):
    """Обертання точки (х, у) навколо центру (сх, су) на кут angle (в радіанах)"""
   dx = x - cx
   dy = y - cy
   cos a = math.cos(angle)
   sin a = math.sin(angle)
   x_new = cx + dx * cos_a - dy * sin_a
   y_new = cy + dx * sin_a + dy * cos_a
    return (x_new, y_new)
def draw_self_loop(ax, pos, color='blue', linewidth=1.5, is_directed=True):
    """Draw a self-loop using polygonal lines under the vertex (with rotation)"""
   cx, cy = pos
   R = 0.5
   index angle = 0
   theta = index_angle
   cx += R * math.sin(theta)
   cy -= R * math.cos(theta)
   dx = 3 * R / 4
   dy = R * (1 - math.sqrt(7)) / 4
   p1 = (cx - dx, cy - dy)
   p2 = (cx - 3 * dx / 2, cy - R / 2)
   p3 = (cx + 3 * dx / 2, cy - R / 2)
   p4 = (cx + dx, cy - dy)
   p1 = rotate_around_center(p1[0], p1[1], cx, cy, theta)
    p2 = rotate_around_center(p2[0], p2[1], cx, cy, theta)
    p3 = rotate_around_center(p3[0], p3[1], cx, cy, theta)
    p4 = rotate_around_center(p4[0], p4[1], cx, cy, theta)
    ax.plot([p1[0], p2[0]], [p1[1], p2[1]], color=color, linewidth=linewidth)
    ax.plot([p2[0], p3[0]], [p2[1], p3[1]], color=color, linewidth=linewidth)
    if is directed:
        dx_{arrow} = p4[0] - p3[0]
        dy_arrow = p4[1] - p3[1]
        ax.arrow(p3[0], p3[1], dx_arrow, dy_arrow,
                 head_width=0.15, head_length=0.15,
                 fc=color, ec=color, linewidth=linewidth,
                 length_includes_head=True)
    else:
        ax.plot([p3[0], p4[0]], [p3[1], p4[1]], color=color, linewidth=linewidth)
def draw_edge(ax, start, end, is_directed=True, color='blue', linewidth=1.5):
    """Draw an edge between two vertices"""
   dx = end[0] - start[0]
```

```
dy = end[1] - start[1]
    dist = np.sqrt(dx**2 + dy**2)
    if dist < 0.001:</pre>
        return
    vertex_radius = 0.5
    ratio = vertex radius / dist
    start_x = start[0] + dx * ratio
    start_y = start[1] + dy * ratio
    end_x = end[0] - dx * ratio
    end_y = end[1] - dy * ratio
    rad = 0.2
    if is_directed:
        arrow = patches.FancyArrowPatch(
            (start_x, start_y), (end_x, end_y),
            arrowstyle='->',
            color=color,
            linewidth=linewidth,
            connectionstyle=f'arc3,rad={rad}',
            mutation_scale=15
        )
    else:
        arrow = patches.FancyArrowPatch(
            (start_x, start_y), (end_x, end_y),
            arrowstyle='-',
            color=color,
            linewidth=linewidth,
            connectionstyle=f'arc3,rad={rad}'
        )
    ax.add_patch(arrow)
def draw_graph(adjacency_matrix, positions, is_directed=True, title="Graph"):
    """Draw a graph based on adjacency matrix and vertex positions"""
    n = adjacency matrix.shape[0]
    fig, ax = plt.subplots(figsize=(12, 10))
    rect = patches.Rectangle((-6, -4), 12, 8, linewidth=1, edgecolor='gray',
                            facecolor='none', linestyle='--')
    ax.add_patch(rect)
    for i in range(n):
        for j in range(n):
            if adjacency_matrix[i, j] == 1:
                if i == j:
```

```
draw self loop(ax, positions[i], color='blue', linewidth=1.5,
is_directed=is_directed)
                else:
                    draw_edge(ax, positions[i], positions[j], is_directed,
color='blue')
   for i, pos in enumerate(positions):
        circle = plt.Circle(pos, 0.5, fill=True, color='lightblue', edgecolor='blue')
        ax.add_patch(circle)
        ax.text(pos[0], pos[1], str(i+1), horizontalalignment='center',
                verticalalignment='center', fontsize=10, color='black',
fontweight='bold')
   ax.set_aspect('equal')
   margin = 2
   ax.set_xlim(min(positions[:, 0])-margin, max(positions[:, 0])+margin)
    ax.set ylim(min(positions[:, 1])-margin, max(positions[:, 1])+margin)
   graph_type = "Directed" if is_directed else "Undirected"
    plt.title(f"{title} - {graph_type} Graph - {n} vertices")
    plt.axis('off')
   return fig
def get_component_positions(components):
    """Create positions for components in condensation graph"""
    n = len(components)
    radius = 5
   positions = []
   for i in range(n_components):
        angle = 2 * np.pi * i / n_components
        x = radius * np.cos(angle)
        y = radius * np.sin(angle)
        positions.append([x, y])
    return np.array(positions)
def draw_condensation_graph(condensation_matrix, components, positions=None):
    """Draw the condensation graph"""
    n components = len(components)
   if positions is None:
        positions = get component positions(components)
   fig, ax = plt.subplots(figsize=(12, 10))
   for i in range(n_components):
```

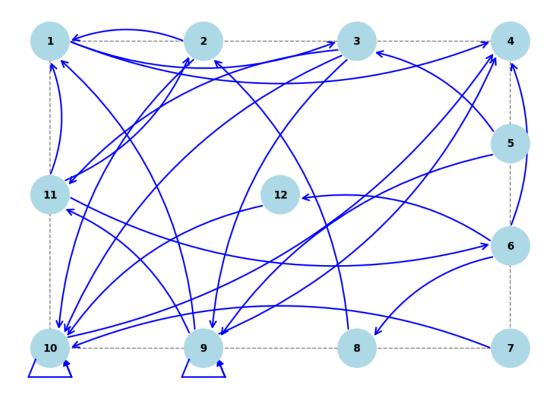
```
for j in range(n_components):
            if condensation_matrix[i, j] == 1:
                draw_edge(ax, positions[i], positions[j], is_directed=True,
color='red')
    for i, pos in enumerate(positions):
        radius = 0.8
        circle = plt.Circle(pos, radius, fill=True, color='lightgreen',
edgecolor='green')
        ax.add_patch(circle)
        component_label = f"C{i+1}: {components[i]}"
        ax.text(pos[0], pos[1], component_label, horizontalalignment='center',
                verticalalignment='center', fontsize=9, color='black')
    ax.set_aspect('equal')
    margin = 3
    ax.set_xlim(min(positions[:, 0])-margin, max(positions[:, 0])+margin)
    ax.set_ylim(min(positions[:, 1])-margin, max(positions[:, 1])+margin)
    plt.title(f"Condensation Graph - {n_components} components")
    plt.axis('off')
    return fig
def get_vertex_positions(n, n4):
    """Get vertex positions based on n4 value"""
    positions = np.zeros((n, 2))
    if n4 in [8, 9]:
        width, height = 12, 8
        positions[n-1] = [0, 0]
        perimeter vertices = n - 1
        sides = [0, 0, 0, 0]
        remaining = perimeter_vertices - 4
        for i in range(remaining):
            sides[i % 4] += 1
        vertex index = 0
        positions[vertex index] = [-width/2, height/2]
        vertex_index += 1
        for i in range(sides[0]):
            x = -width/2 + (i+1) * width / (sides[0]+1)
            positions[vertex_index] = [x, height/2]
            vertex_index += 1
```

```
positions[vertex_index] = [width/2, height/2]
vertex_index += 1
for i in range(sides[1]):
    y = height/2 - (i+1) * height / (sides[1]+1)
    positions[vertex_index] = [width/2, y]
   vertex_index += 1
positions[vertex_index] = [width/2, -height/2]
vertex_index += 1
for i in range(sides[2]):
    x = width/2 - (i+1) * width / (sides[2]+1)
    positions[vertex_index] = [x, -height/2]
   vertex_index += 1
positions[vertex_index] = [-width/2, -height/2]
vertex_index += 1
for i in range(sides[3]):
   y = -height/2 + (i+1) * height / (sides[3]+1)
    positions[vertex_index] = [-width/2, y]
    vertex_index += 1
```

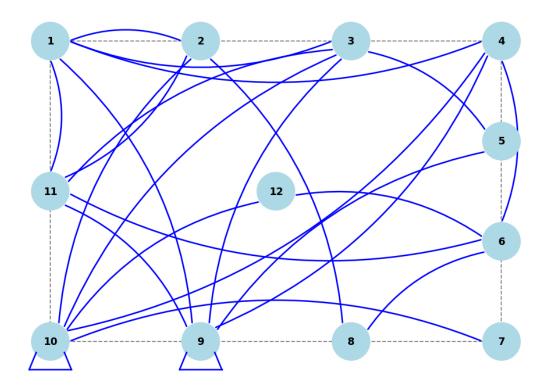
return positions

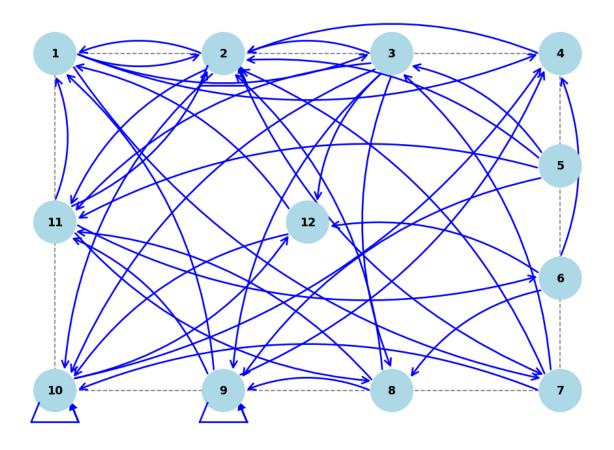
Вивід програми:

Original - Directed Graph - 12 vertices



Original - Undirected Graph - 12 vertices





Condensation Graph - 2 components

C2: [5]

C1: [1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12]

```
Variant number: 4229
                                    Directed Graph:
Number of vertices n = 10 + 2 = 12
                                    Vertex | In-degree | Out-degree
                                                 3 l
=== PART 1: Original Graph Analysis ===
                                        2
                                                 2
                                                            2
Using k coefficient: 0.59000000000000001
                                        3 l
                                                 2
                                                            3
                                                 4
Directed Graph Adjacency Matrix (12x12):
                                        5 l
                                                 0
                                                            2
0011000000000
                                        6 l
                                                 1 |
                                                           3
100000000100
                                        7 I
                                                 0
                                                            1
000000001110
                                        8
                                                 1 |
                                                           1
0000000000000
                                        9
                                                 3 l
                                                           4
001000001000
                                       10
                                                 5 l
                                                            2
000100010001
000000000100
                                                 2
                                                           3
                                       11
0100000000000
                                       12
                                                 1
                                                           1
100100001010
000100000100
                                    Undirected Graph:
110001000000
                                    Vertex | Degree
000000000100
                                               5
                                        1 |
                                        2 |
                                               4
Undirected Graph Adjacency Matrix (12x12):
                                        3 l
                                               5
011100001010
                                        4
                                               4
100000010110
                                        5 l
                                               2
100010001110
                                        6
                                               4
100001001100
                                        7
001000001000
                                        8
000100010011
                                        9
                                               6
000000000100
                                       10
                                               6
010001000000
                                       11
                                               5
101110001010
                                       12
                                               2
011100100101
111001001000
000001000100
                 Undirected graph is not regular
                 Directed graph is not regular
                 Directed Graph:
                 Hanging vertices: [7]
                 Isolated vertices: []
                 Undirected Graph:
                 Hanging vertices: [7]
                 Isolated vertices: []
```

Modified Directed Graph Adjacency Matrix (12x12):

Modified Directed Graph:

Vertex	In-degree	Out-degree
1	4	4
2	8	5
3	3	6
4	4	1
5	0	4
6	1	3
7	2	3
8	3	3
9	4	4
10	5	3
11	5	4
12	3	2

Reachability Matrix: 1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 1 1 0 1 1 0

```
Strong Connectivity Matrix:
1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1
1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1
 1110111111
     10111111
      100000
      0 1 1
           1
     10111
     1011
           1
     1 0 1
          1
     1011
           1
1111011
           1
1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1
```

Strongly Connected Components:

Component 1: [1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12]

Component 2: [5]

Condensation Graph Adjacency Matrix:

0 0

1 0

Шляхи:

Paths of length 2 (count:	153):							
1 - 2 - 1 1 - 2 - 2	1 - 3 - 2	1 - 4 - 2	1 - 7 - 2	1 - 7 - 3	1 - 2 - 7	1 - 3 - 8	1 - 3 - 9	1 - 2 - 10
1 - 3 - 10 1 - 7 - 10	1 - 2 - 11	1 - 3 - 11	1 - 3 - 12	2 - 2 - 1	2 - 11 - 1	2 - 1 - 2	2 - 2 - 2	2 - 7 - 2
2 - 11 - 2 2 - 1 - 3	2 - 7 - 3	2 - 1 - 4	2 - 10 - 4	2 - 11 - 6	2 - 1 - 7	2 - 2 - 7	2 - 11 - 8	2 - 2 - 10
2 - 7 - 10 2 - 10 - 10	2 - 2 - 11	2 - 10 - 12	3 - 2 - 1	3 - 9 - 1	3 - 11 - 1	3 - 12 - 1	3 - 2 - 2	3 - 8 - 2
3 - 11 - 2 3 - 9 - 4	3 - 10 - 4	3 - 11 - 6	3 - 2 - 7	3 - 11 - 8	3 - 8 - 9	3 - 9 - 9	3 - 2 - 10	3 - 10 - 10
3 - 12 - 10 3 - 2 - 11	3 - 8 - 11	3 - 9 - 11	3 - 10 - 12	4 - 2 - 1	4 - 2 - 2	4 - 2 - 7	4 - 2 - 10	4 - 2 - 11
5 - 2 - 1 5 - 9 - 1	5 - 11 - 1	5 - 2 - 2	5 - 3 - 2	5 - 11 - 2	5 - 9 - 4	5 - 11 - 6	5 - 2 - 7	5 - 3 - 8
5 - 11 - 8 5 - 3 - 9	5 - 9 - 9	5 - 2 - 10	5 - 3 - 10	5 - 2 - 11	5 - 3 - 11	5 - 9 - 11	5 - 3 - 12	6 - 12 - 1
6 - 4 - 2 6 - 8 - 2	6 - 8 - 9	6 - 12 - 10	6 - 8 - 11	7 - 2 - 1	7 - 2 - 2	7 - 3 - 2	7 - 10 - 4	7 - 2 - 7
7 - 3 - 8 7 - 3 - 9	7 - 2 - 10	7 - 3 - 10	7 - 10 - 10	7 - 2 - 11	7 - 3 - 11	7 - 3 - 12	7 - 10 - 12	8 - 2 - 1
8 - 9 - 1 8 - 11 - 1	8 - 2 - 2	8 - 11 - 2	8 - 9 - 4	8 - 11 - 6	8 - 2 - 7	8 - 11 - 8	8 - 9 - 9	8 - 2 - 10
8 - 2 - 11 8 - 9 - 11	9 - 9 - 1	9 - 11 - 1	9 - 1 - 2	9 - 4 - 2	9 - 11 - 2	9 - 1 - 3	9 - 1 - 4	9 - 9 - 4
9 - 11 - 6 9 - 1 - 7	9 - 11 - 8	9 - 9 - 9	9 - 9 - 11	10 - 12 - 1	10 - 4 - 2	10 - 10 - 4	10 - 10 - 10	10 - 12 - 10
10 - 10 - 12 11 - 2 - 1	11 - 1 - 2	11 - 2 - 2	11 - 8 - 2	11 - 1 - 3	11 - 1 - 4	11 - 6 - 4	11 - 1 - 7	11 - 2 - 7
11 - 6 - 8 11 - 8 - 9	11 - 2 - 10	11 - 2 - 11	11 - 8 - 11	11 - 6 - 12	12 - 1 - 2	12 - 1 - 3	12 - 1 - 4	12 - 10 - 4
12 - 1 - 7 12 - 10 - 16) 12 - 10 - 12							

Paths of length 3	(count: 546):					
1 - 2 - 2 - 1	1 - 2 - 11 - 1	1 - 3 - 2 - 1	1 - 3 - 9 - 1	1 - 3 - 11 - 1	1 - 3 - 12 - 1	1 1 - 4 - 2 - 1
1 - 7 - 2 - 1	1 - 2 - 1 - 2	1 - 2 - 2 - 2	1 - 2 - 7 - 2	1 - 2 - 11 - 2	1 - 3 - 2 - 2	1 1 - 3 - 8 - 2
1 - 3 - 11 - 2	1 - 4 - 2 - 2	1 - 7 - 2 - 2	1 - 7 - 3 - 2	1 - 2 - 1 - 3	1 - 2 - 7 - 3	1 - 2 - 1 - 4
1 - 2 - 10 - 4	1 - 3 - 9 - 4	1 - 3 - 10 - 4	1 - 7 - 10 - 4	1 - 2 - 11 - 6	1 - 3 - 11 - 6	1 1 - 2 - 1 - 7
	1 - 3 - 2 - 7	1 - 4 - 2 - 7	1 - 7 - 2 - 7	1 - 2 - 11 - 8	1 - 3 - 11 - 8	1 - 7 - 3 - 8
1 - 3 - 8 - 9	1-3-9-9	1 - 7 - 3 - 9	1 - 2 - 2 - 10	1 - 2 - 7 - 10		1 - 3 - 2 - 10
				1 - 7 - 3 - 10	1 - 7 - 10 - 10	1 - 2 - 2 - 11
1 - 3 - 2 - 11	1 - 3 - 8 - 11		•	1 - 7 - 2 - 11	1 - 7 - 3 - 11	1 - 2 - 10 - 12
1 - 3 - 10 - 12	1 - 7 - 3 - 12	1 - 7 - 10 - 12	2 - 1 - 2 - 1	2 - 2 - 2 - 1	2 - 2 - 11 - 1	2 - 7 - 2 - 1
2 - 10 - 12 - 1	2 - 11 - 2 - 1	2 - 1 - 2 - 2	2 - 1 - 3 - 2	2 - 1 - 4 - 2	2 - 1 - 7 - 2	
2 - 2 - 2 - 2	•		2 - 7 - 2 - 2			2 - 11 - 1 - 2
	2 - 11 - 8 - 2				2 - 11 - 1 - 3	2 - 2 - 1 - 4
2 - 2 - 10 - 4	2 - 7 - 10 - 4	2 - 10 - 10 - 4	2 - 11 - 1 - 4	2 - 11 - 6 - 4	2 - 2 - 11 - 6	2-1-2-7
2 - 2 - 1 - 7	2 - 2 - 2 - 7	2 - 7 - 2 - 7	2 - 11 - 1 - 7	2 - 11 - 2 - 7	2 - 1 - 3 - 8	2 - 2 - 11 - 8
2 - 7 - 3 - 8		2 - 1 - 3 - 9			2 - 1 - 2 - 10	2 - 1 - 3 - 10
	2 - 2 - 2 - 10		2 - 2 - 10 - 10	2 - 7 - 2 - 10	2 - 7 - 3 - 10	2 - 7 - 10 - 10
			2 - 1 - 2 - 11	2 - 1 - 3 - 11	2 - 2 - 2 - 11	2 - 7 - 2 - 11
2 - 7 - 3 - 11	2 - 11 - 2 - 11		2 - 1 - 3 - 12	2 - 2 - 10 - 12	2 - 7 - 3 - 12	2 - 7 - 10 - 12
2 - 10 - 10 - 12	2 - 11 - 6 - 12	3 - 2 - 2 - 1	3 - 2 - 11 - 1	3 - 8 - 2 - 1	3 - 8 - 9 - 1	3 - 8 - 11 - 1
3 - 9 - 9 - 1	3 - 9 - 11 - 1	3 - 10 - 12 - 1	3 - 11 - 2 - 1	3 - 2 - 1 - 2	3 - 2 - 2 - 2	3 - 2 - 7 - 2
3 - 2 - 11 - 2	3 - 8 - 2 - 2	3 - 8 - 11 - 2	3 - 9 - 1 - 2	3 - 9 - 4 - 2	3 - 9 - 11 - 2	3 - 10 - 4 - 2
3 - 11 - 1 - 2	3 - 11 - 2 - 2	3 - 11 - 8 - 2	3 - 12 - 1 - 2	3 - 2 - 1 - 3	3 - 2 - 7 - 3	3 - 9 - 1 - 3
3 - 11 - 1 - 3	3 - 12 - 1 - 3	3 - 2 - 1 - 4	3 - 2 - 10 - 4	3 - 8 - 9 - 4	3 - 9 - 1 - 4	3 - 9 - 9 - 4
3 - 10 - 10 - 4	3 - 11 - 1 - 4	3 - 11 - 6 - 4	3 - 12 - 1 - 4	3 - 12 - 10 - 4	3 - 2 - 11 - 6	3 - 8 - 11 - 6
3 - 9 - 11 - 6	3 - 2 - 1 - 7	3 - 2 - 2 - 7	3 - 8 - 2 - 7	3 - 9 - 1 - 7	3 - 11 - 1 - 7	3 - 11 - 2 - 7
3 - 12 - 1 - 7	3 - 2 - 11 - 8	3 - 8 - 11 - 8	3 - 9 - 11 - 8	3 - 11 - 6 - 8	3 - 8 - 9 - 9	3 - 9 - 9 - 9
3 - 11 - 8 - 9	3 - 2 - 2 - 10	3 - 2 - 7 - 10	3 - 2 - 10 - 10	3 - 8 - 2 - 10	3 - 10 - 10 - 10	3 - 10 - 12 - 10
3 - 11 - 2 - 10	3 - 12 - 10 - 10	3 - 2 - 2 - 11	3 - 8 - 2 - 11	3 - 8 - 9 - 11	3 - 9 - 9 - 11	3 - 11 - 2 - 11
3 - 11 - 8 - 11	3 - 2 - 10 - 12	3 - 10 - 10 - 12	3 - 11 - 6 - 12	3 - 12 - 10 - 12	4 - 2 - 2 - 1	4 - 2 - 11 - 1
4 - 2 - 1 - 2	4 - 2 - 2 - 2	4 - 2 - 7 - 2	4 - 2 - 11 - 2	4 - 2 - 1 - 3	4 - 2 - 7 - 3	4 - 2 - 1 - 4
4 - 2 - 10 - 4	4 - 2 - 11 - 6	4 - 2 - 1 - 7	4 - 2 - 2 - 7	4 - 2 - 11 - 8	4 - 2 - 2 - 10	4 - 2 - 7 - 10
4 - 2 - 10 - 10	4 - 2 - 2 - 11	4 - 2 - 10 - 12	5 - 2 - 2 - 1	5 - 2 - 11 - 1	5 - 3 - 2 - 1	5 - 3 - 9 - 1
5 - 3 - 11 - 1	5 - 3 - 12 - 1	5 - 9 - 9 - 1	5 - 9 - 11 - 1	5 - 11 - 2 - 1	5 - 2 - 1 - 2	5 - 2 - 2 - 2
5 - 2 - 7 - 2	5 - 2 - 11 - 2	5 - 3 - 2 - 2	5 - 3 - 8 - 2	5 - 3 - 11 - 2	5 - 9 - 1 - 2	5 - 9 - 4 - 2
5 - 9 - 11 - 2			5 - 11 - 8 - 2	5 - 2 - 1 - 3	5 - 2 - 7 - 3	5 - 9 - 1 - 3
5 - 11 - 1 - 3	5 - 2 - 1 - 4	5 - 2 - 10 - 4	5 - 3 - 9 - 4	5 - 3 - 10 - 4	5 - 9 - 1 - 4	5 - 9 - 9 - 4
5 - 11 - 1 - 4	5 - 11 - 6 - 4		5 - 3 - 11 - 6	5 - 9 - 11 - 6	5 - 2 - 1 - 7	5 - 2 - 2 - 7
5 - 3 - 2 - 7	5 - 9 - 1 - 7		5 - 11 - 2 - 7	5 - 2 - 11 - 8	5 - 3 - 11 - 8	5 - 9 - 11 - 8
5 - 11 - 6 - 8	5 - 3 - 8 - 9	5 - 3 - 9 - 9	5 - 9 - 9 - 9	5 - 11 - 8 - 9	5 - 2 - 2 - 10	5 - 2 - 7 - 10
5 - 2 - 10 - 10	5 - 3 - 2 - 10		5 - 3 - 12 - 10	5 - 11 - 2 - 10	5 - 2 - 2 - 11	5 - 3 - 2 - 11
5 - 3 - 8 - 11	5 - 3 - 9 - 11	5 - 9 - 9 - 11	5 - 11 - 2 - 11	5 - 11 - 8 - 11	5 - 2 - 10 - 12	5 - 3 - 10 - 12

ס - ע - שו - שו - ב c	טב - ב - כ - כ	ן שו - שו - כ - כ	5 - 5 - 1Z - 10	ט - ב ב ב כ ן	3 - Z - Z - II	3 - 3 - 2 - 11
5 - 3 - 8 - 11	5 - 3 - 9 - 11	5 - 9 - 9 - 11	5 - 11 - 2 - 11	5 - 11 - 8 - 11	5 - 2 - 10 - 12	5 - 3 - 10 - 12
5 - 11 - 6 - 12	6 - 4 - 2 - 1	6 - 8 - 2 - 1	6 - 8 - 9 - 1	6 - 8 - 11 - 1	6 - 4 - 2 - 2	6 - 8 - 2 - 2
6 - 8 - 11 - 2	6 - 12 - 1 - 2	6 - 12 - 1 - 3	6 - 8 - 9 - 4	6 - 12 - 1 - 4	6 - 12 - 10 - 4	6 - 8 - 11 - 6
6 - 4 - 2 - 7	6 - 8 - 2 - 7	6 - 12 - 1 - 7	6 - 8 - 11 - 8	6 - 8 - 9 - 9	6 - 4 - 2 - 10	6 - 8 - 2 - 10
6 - 12 - 10 - 10	6 - 4 - 2 - 11	6 - 8 - 2 - 11	6 - 8 - 9 - 11	6 - 12 - 10 - 12	7 - 2 - 2 - 1	7 - 2 - 11 - 1
7 - 3 - 2 - 1	7 - 3 - 9 - 1	7 - 3 - 11 - 1	7 - 3 - 12 - 1	7 - 10 - 12 - 1	7 - 2 - 1 - 2	7 - 2 - 2 - 2
7 - 2 - 7 - 2	7 - 2 - 11 - 2	7 - 3 - 2 - 2	7 - 3 - 8 - 2	7 - 3 - 11 - 2	7 - 10 - 4 - 2	7 - 2 - 1 - 3
7 - 2 - 7 - 3	7 - 2 - 1 - 4	7 - 2 - 10 - 4	7 - 3 - 9 - 4	7 - 3 - 10 - 4	7 - 10 - 10 - 4	7 - 2 - 11 - 6
7 - 3 - 11 - 6	7 - 2 - 1 - 7	7 - 2 - 2 - 7	7 - 3 - 2 - 7	7 - 2 - 11 - 8	7 - 3 - 11 - 8	7 - 3 - 8 - 9
7 - 3 - 9 - 9	7 - 2 - 2 - 10	7 - 2 - 7 - 10	7 - 2 - 10 - 10	7 - 3 - 2 - 10	7 - 3 - 10 - 10	7 - 3 - 12 - 10
7 - 10 - 10 - 10	7 - 10 - 12 - 10	7 - 2 - 2 - 11	7 - 3 - 2 - 11	7 - 3 - 8 - 11	7 - 3 - 9 - 11	7 - 2 - 10 - 12
7 - 3 - 10 - 12	7 - 10 - 10 - 12	8 - 2 - 2 - 1	8 - 2 - 11 - 1	8 - 9 - 9 - 1	8 - 9 - 11 - 1	8 - 11 - 2 - 1
8 - 2 - 1 - 2	8 - 2 - 2 - 2	8 - 2 - 7 - 2	8 - 2 - 11 - 2	8 - 9 - 1 - 2	8 - 9 - 4 - 2	8 - 9 - 11 - 2
8 - 11 - 1 - 2	8 - 11 - 2 - 2	8 - 11 - 8 - 2	8 - 2 - 1 - 3	8 - 2 - 7 - 3	8 - 9 - 1 - 3	8 - 11 - 1 - 3
8 - 2 - 1 - 4	8 - 2 - 10 - 4	8 - 9 - 1 - 4	8 - 9 - 9 - 4	8 - 11 - 1 - 4	8 - 11 - 6 - 4	8 - 2 - 11 - 6
8 - 9 - 11 - 6	8 - 2 - 1 - 7	8 - 2 - 2 - 7	8 - 9 - 1 - 7	8 - 11 - 1 - 7	8 - 11 - 2 - 7	8 - 2 - 11 - 8
8 - 9 - 11 - 8	8 - 11 - 6 - 8	8 - 9 - 9 - 9	8 - 11 - 8 - 9	8 - 2 - 2 - 10	8 - 2 - 7 - 10	8 - 2 - 10 - 10
8 - 11 - 2 - 10	8 - 2 - 2 - 11	8 - 9 - 9 - 11	8 - 11 - 2 - 11	8 - 11 - 8 - 11	8 - 2 - 10 - 12	8 - 11 - 6 - 12
9 - 1 - 2 - 1	9 - 4 - 2 - 1	9 - 9 - 9 - 1	9 - 9 - 11 - 1	9 - 11 - 2 - 1	9 - 1 - 2 - 2	9 - 1 - 3 - 2
9 - 1 - 4 - 2	9 - 1 - 7 - 2	9 - 4 - 2 - 2	9 - 9 - 1 - 2	9 - 9 - 4 - 2	9 - 9 - 11 - 2	9 - 11 - 1 - 2
9 - 11 - 2 - 2	9 - 11 - 8 - 2		9 - 9 - 1 - 3	9 - 11 - 1 - 3	9 - 9 - 1 - 4	9 - 9 - 9 - 4
9 - 11 - 1 - 4	9 - 11 - 6 - 4	9 - 9 - 11 - 6	9 - 1 - 2 - 7	9 - 4 - 2 - 7	9 - 9 - 1 - 7	9 - 11 - 1 - 7
9 - 11 - 2 - 7	9 - 1 - 3 - 8		9 - 11 - 6 - 8	9 - 1 - 3 - 9	9 - 9 - 9 - 9	9 - 11 - 8 - 9
9 - 1 - 2 - 10	9 - 1 - 3 - 10		9 - 4 - 2 - 10	9 - 11 - 2 - 10	9 - 1 - 2 - 11	9 - 1 - 3 - 11
9 - 4 - 2 - 11	9 - 9 - 9 - 11	9 - 11 - 2 - 11	9 - 11 - 8 - 11	9 - 1 - 3 - 12	9 - 11 - 6 - 12	10 - 4 - 2 - 1
10 - 10 - 12 - 1	10 - 4 - 2 - 2	10 - 10 - 4 - 2	10 - 12 - 1 - 2	10 - 12 - 1 - 3	10 - 10 - 10 - 4	10 - 12 - 1 - 4
10 - 12 - 10 - 4	10 - 4 - 2 - 7	10 - 12 - 1 - 7	10 - 4 - 2 - 10	10 - 10 - 10 - 10	10 - 10 - 12 - 10	10 - 12 - 10 - 10
10 - 4 - 2 - 11		10 - 12 - 10 - 12		11 - 2 - 2 - 1	11 - 2 - 11 - 1	11 - 6 - 12 - 1
11 - 8 - 2 - 1	11 - 8 - 9 - 1	11 - 8 - 11 - 1	11 - 1 - 2 - 2	11 - 1 - 3 - 2	11 - 1 - 4 - 2	11 - 1 - 7 - 2
11 - 2 - 1 - 2	11 - 2 - 2 - 2	11 - 2 - 7 - 2	11 - 2 - 11 - 2	11 - 6 - 4 - 2	11 - 6 - 8 - 2	11 - 8 - 2 - 2
11 - 8 - 11 - 2	11 - 1 - 7 - 3		11 - 2 - 7 - 3	11 - 2 - 1 - 4	11 - 2 - 10 - 4	11 - 8 - 9 - 4
11 - 2 - 11 - 6	11 - 8 - 11 - 6	11 - 1 - 2 - 7	11 - 2 - 1 - 7	11 - 2 - 2 - 7	11 - 8 - 2 - 7	11 - 1 - 3 - 8
11 - 2 - 11 - 8	11 - 8 - 11 - 8	11 - 1 - 3 - 9	11 - 6 - 8 - 9	11 - 8 - 9 - 9	11 - 1 - 2 - 10	11 - 1 - 3 - 10
11 - 1 - 7 - 10	11 - 2 - 2 - 10	11 - 2 - 7 - 10	11 - 2 - 10 - 10	11 - 6 - 12 - 10	11 - 8 - 2 - 10	11 - 1 - 2 - 11
11 - 1 - 3 - 11	11 - 2 - 2 - 11	11 - 6 - 8 - 11	11 - 8 - 2 - 11	11 - 8 - 9 - 11	11 - 1 - 3 - 12	11 - 2 - 10 - 12
12 - 1 - 2 - 1	12 - 10 - 12 - 1		12 - 1 - 3 - 2	12 - 1 - 4 - 2	12 - 1 - 7 - 2	12 - 10 - 4 - 2
	12 - 10 - 10 - 4			12 - 1 - 3 - 9	12 - 1 - 2 - 10	12 - 1 - 3 - 10
12 - 1 - 7 - 10	12 - 10 - 10 - 10	12 - 10 - 12 - 10	12 - 1 - 2 - 11	12 - 1 - 3 - 11	12 - 1 - 3 - 12	12 - 10 - 10 - 12

Висновки:

В ході виконання лабораторної роботи було досліджено алгоритми пошуку та представлення шляхів у направлених графах. Був реалізований алгоритм для знаходження всіх можливих шляхів заданої довжини в направленому графі. Лабораторна робота дозволила поглибити розуміння алгоритмів на графах та отримати практичні навички роботи з матрицями суміжності і файловим вводомвиводом у Python.