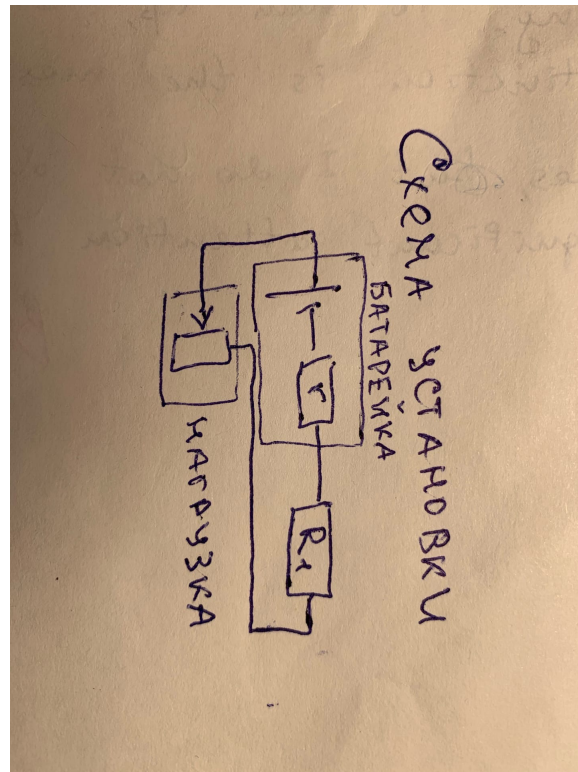


Нагревательный элемент

8 апреля 2021 г.

1 Теория



Найдём зависимость мощности нагрузки от её сопротивления R . Согласно закону Ома,

$$U = I(R + R_1 + r)$$

где I - ток в цепи, U - ЭДС источника, R_1 - сопротивление резистора, r - внутреннее сопротивление батарейки (напомним, что батарейку принято

представлять как последовательно соединённые идеальный источник и резистор r). Отсюда

$$I(R) = \frac{U}{R + R_1 + r}$$

Дальше удобно ввести замену $R_2 = R_1 + r$:

$$I(R) = \frac{U}{R + R_2}$$

$$P(R) = I^2 R = \frac{U^2 R}{R^2 + 2R_2 R + R_2^2}$$

$$P(R) = \frac{U^2}{R + \frac{R_2^2}{R} + 2R_2}$$

Чтобы найти максимум этой функции, можно применить несколько методов:

1) Попробуем выразить R через P :

$$U^2 R = P(R^2 + 2R_2 R + R_2^2)$$

$$PR^2 + (2PR_2 - U^2)R + PR_2^2 = 0$$

Получаем квадратное уравнение с дискриминантом:

$$D = (2PR_2 - U^2)^2 - 4P^2 R_2^2$$

$$D = 4P^2 R_2^2 - 4PR_2 U^2 + U^4 - 4P^2 R_2^2 = U^4 - 4PR_2 U^2$$

$$D = U^2(U^2 - 4PR_2)$$

Существует подходящее значение R в случае, когда D положителен, а максимально возможная мощность достигается при $D = 0$, так как зависимость $D(P)$ линейна. Получаем

$$U^2 - 4P_{max} R_2 = 0$$

$$P_{max} = \frac{U^2}{4R_2} = \frac{U^2}{4(R_1 + r)}$$

2) Можно использовать неравенство Коши

$$a + b \geq 2\sqrt{ab}$$

Чтобы найти, при каком R мощность максимальна, найдём, при каком R минимален знаменатель в выражении для P :

$$P(R) = \frac{U^2}{R + \frac{R_2^2}{R} + 2R_2}$$

Согласно неравенству Коши:

$$R + \frac{R_2^2}{R} \geq 2\sqrt{R \frac{R_2^2}{R}}$$

$$R + \frac{2R_2^2}{R} \geq 2R_2$$

Равенство, а значит и минимальное значение знаменателя, достигается при $R = R_2$. Выразим максимальное значение мощности:

$$P_{max} = P(R = R_2) = \frac{U^2}{2R_2 + 2R_2} = \frac{U^2}{4R_2}$$

$$P_{max} = \frac{U^2}{4(R_1 + r)}$$

3) Можно воспользоваться взятием производной для нахождения максимума, однако этот приём не входит в школьную программу, поэтому оставим его на самостоятельное исследование заинтересованным.

Таким образом, получаем, что максимальная мощность составляет $P_{max} = \frac{U^2}{4(R_1 + r)}$.

2 Метод

В первую очередь нужно измерить внутреннее сопротивление батарейки r . Использовать для этого омметр нельзя, так как он работает только для резисторов, поэтому нужно подключить резистор с известным, измеренным до этого сопротивлением R_1 и снять напряжение U_1 на нём, а также измерить напряжение на батарейке без нагрузки U - его ЭДС (существуют и другие методы).

$$U_1 = I_1 R_1$$

$$I_1(R_1 + r) = U$$

Откуда:

$$r = \frac{U}{I_1} - R_1$$

$$r = \frac{U R_1}{U_1} - R_1$$

$$r = R_1 \left(\frac{U}{U_1} - 1 \right)$$

Поскольку измерить мощность напрямую с данным оборудованием нельзя, можно снять зависимость напряжения от тока, а затем пересчитать его в зависимость мощности нагрузки от тока.

Чтобы снимать зависимость напряжения от тока, можно подключить резистор и реостат к батарейке (см.схему), а затем подключать мультиметр в режиме вольтметра к реостату, измеряя напряжение U , и к резистору R_1 , пересчитывая затем напряжение U_1 на резисторе R_1 в ток в цепи:

$$I = \frac{U_1}{R_1}$$

Затем можно для каждого значения тока рассчитать мощность нагрузки по формуле $P = UI$. Построив график $P(I)$, можно сравнить его форму с теоретической и найти максимальную мощность. Если она не достигает максимума в пределах графика, можно взять другой резистор с известным сопротивлением.