СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

!!!ПЕРЕДЕЛАТЬ!!! общие слова про применение акустики

Потребность в изучении дифракции на различных телах очень высока. Знания, полученные путем изучения дифракции с помощью моделей, используются как в гидроакустике и эхолокации, так и в других областях. Для современного мира изучение простых моделей уже не дает требуемой точности прогнозирования поведения волн. Поэтому, необходимо изучать более сложные модели, детально описывающие рассматриваемые тела и окружающую среду. В качестве простых моделей рассматривают дифракцию плоских звуковых волн, однако это приближение возможно только в случае, когда расстояние от источника до рассеивателя много больше длины волны. Акустические поля сложных излучателей успешнее моделируются при помощи изучения дифракции звуковых волн, излучаемых цилиндрическими и сферическими источниками.

В настоящей работе рассматривается задача дифракции цилиндрических звуковых волн на упругой сфере с неоднородным покрытием. С помощью таких покрытий можно изменять звукоотражающие свойства тел. В качестве рассматриваемого тела выбрана сфера, т.к. более сложные тела можно аппроксиммировать до сферы.

——————————————

Потребность в изучении дифракции на различных телах очень высока. Знания, полученные путем изучения дифракции с помощью моделей, используются как в гидроакустике и эхолокации, так и в других областях. В дефектоскопии основной задачей является обнаружение различных включений в однородном теле. Это позволяет проводить исследование различных объектов методом неразрушающего контроля.

вставить ссылки

Однако аппроксимация реального первичного акустического поля плоской волной справедлива только тогда, когда расстояние от источника звука до рассеивателя много больше длины звуковой волны. На практике это условие часто не выполняется. В этом случае нельзя не учитывать криволинейность фронта падающей волны. Расходимость падающей волны приводит не только к количественным, но и качественным изменениям дифракционной картины. Наибольший интерес представляет изучение дифракции звуковых волн, излучаемых цилиндрическими и сферическими источниками. С помощью таких источников можно моделировать акустические поля сложных излучателей.

В настоящей работе рассматривается задача о рассеянии цилиндрических звуковых волн упругой сферой, имеющей произвольно расположенную полость и радиально-неоднородное покрытие. С помощью таких покрытий можно изменять звукоотражающие свойства тел. Такой слой возможно сделать в промышленных условиях, комбинируя несколько тонких однородных слоев с различными механическими характеристиками. В качестве рассматриваемого тела выбрана сфера, т.к. более сложные тела можно аппроксимировать с помощью сферы. В ходе работы получено аналитическое описание акустического поля, рассеяного телом. Представлены результаты расчетов диаграмм направленности рассеянного поля.

1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЗВУКОВЫХ ВОЛН

1.1. Распространение звука в идеальной жидкости

Толоконников, Ларин, лаб. раб.

1.2. Распространение звуковых волн в упругих телах

Ландау - Теория упругости, Амензаде
моделирование волновых полей

2. ДИФРАКЦИЯ ЗВУКОВЫХ ВОЛН НА УПРУГОЙ СФЕРЕ, ИМЕЮЩЕЙ ПРОИЗВОЛЬНО РАСПОЛОЖЕННУЮ ПОЛОСТЬ И НЕОДНОРОДНОЕ ПОКРЫТИЕ

2.1. Обзор литературы по проблеме исследования

Известия ТулГУ №3 Ларин; статьи Толоконникова

2.2. Постановка задачи

рисунок, рассмотрим..., пусть ..., требуется найти волновые поля в ...

2.3. Аналитическое решение задачи

Пусть из внешнего пространства на шар падает плоская звуковая волна. Потенциал скоростей гармонической падающей волны запишем в виде:

$$\Psi_o(\bar{\mathbf{x}}_\odot, t) = A_o \exp\left[i\left(\bar{\mathbf{k}}_e \cdot \bar{\mathbf{x}}_\odot - \omega_e t\right)\right], \tag{1}$$

где A_o — амплитуда волны,
$\bar{\mathbf{k}}_e$ — волновой вектор в окружающей жидкости,
$|\bar{\mathbf{k}}_e| = k_e = \omega_e / c_e$ — волновое число,
$\bar{\mathbf{x}}$ — радиус-вектор,
ω_e — круговая частота.

Без ограничения общности будем полагать, что волна распространяется в направлении $\theta_\odot = \theta_\circ = 0$. Тогда в сферической системе координат (1) запишется в виде:

$$\Psi_o(r_\odot, \theta_\odot, t) = A_o \exp\left[i\left(k_e r_\odot \cos\theta_\odot - \omega_e t\right)\right], \tag{2}$$

В дальнейшем временной множитель $\exp(-i\omega_e t)$ будем опускать.

Задача определения акустических полей вне упругого тела и внутри его полости в установившемся режиме колебаний заключается в нахождении решений уравнения Гельмгольца:

$$\Delta\Psi_e + k_e^2 \Psi_e = 0; \tag{3}$$

$$\Delta\Psi_\circ + k_\circ^2 \Psi_\circ = 0, \tag{4}$$

где Ψ_e — потенциал скоростей полного акустического поля во внешней среде;
$\Psi_\circ$ — потенциал скоростей акустического поля в полости тела;
$k_\circ = \dfrac{\omega_\circ}{c_\circ}$ — волновое число находящейся в полости жидкости.
При этом скорости частиц жидкости и акустическое давление вне тела и внутри полости определяются по следующим формулам соответственно:

$$\bar{v}_e = \operatorname{grad}\Psi_e; \qquad P_e = i p_e \omega \Psi_e; \tag{5}$$

$$\bar{v}_\circ = \operatorname{grad}\Psi_\circ; \qquad P_\circ = i p_\circ \omega \Psi_\circ. \tag{6}$$

В силу линейной постановки задачи для Ψ_e и Ψ_o справедливо

$$\Psi_e = \Psi_o + \Psi_s, \tag{7}$$

где Ψ_s — потенциал скоростей рассеянной звуковой волны.
Тогда из (3) получаем уравнение для нахождения Ψ_s:

$$\Delta\Psi_s + k_e^2\Psi_s = 0. \tag{8}$$

Из-за произвольного расположения полости в теле потенциалы $\Psi_\circ$ и Ψ_s не будут проявлять свойства симметрии. Уравнения (4) и (8) запишем в сферических системах координат $(r_\circ, \theta_\circ, \varphi_\circ)$ и $(r_\odot, \theta_\odot, \varphi_\odot)$ соответственно:

$$\frac{1}{r_\circ^2}\frac{\partial}{\partial r_\circ}\left(r_\circ^2\frac{\partial\Psi_\circ}{\partial r_\circ}\right) + \frac{1}{r_\circ^2\sin^2\theta_\circ}\frac{\partial\Psi_\circ}{\partial\varphi_\circ^2} + \frac{1}{r_\circ^2\sin\theta_\circ}\frac{\partial}{\partial\theta_\circ}\left(\sin\theta_\circ\frac{\partial\Psi_\circ}{\partial\theta_\circ}\right) + k_\circ^2\Psi_\circ = 0; \tag{9}$$

$$\frac{1}{r_\odot^2}\frac{\partial}{\partial r_\odot}\left(r_\odot^2\frac{\partial\Psi_s}{\partial r_\odot}\right) + \frac{1}{r_\odot^2\sin^2\theta_\odot}\frac{\partial\Psi_s}{\partial\varphi_\odot^2} + \frac{1}{r_\odot^2\sin\theta_\odot}\frac{\partial}{\partial\theta_\odot}\left(\sin\theta_\odot\frac{\partial\Psi_s}{\partial\theta_\odot}\right) + k_e^2\Psi_s = 0. \tag{10}$$

Звуковая волна в полости тела $\Psi_\circ$ должна удовлетворять условию ограниченности, а отраженная волна Ψ_s — условиям излучения на бесконечности. Поэтому потенциалы Ψ_s и $\Psi_\circ$ будем искать в виде

$$\Psi_s(r_\odot, \theta_\odot, \varphi_\odot) = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n} A_{snm} h_n(k_e r_\odot) P_n^m(\cos\theta_\odot)\cos\big(m\varphi_\odot\big); \tag{11}$$

$$\Psi_\circ(r_\circ, \theta_\circ, \varphi_\circ) = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n} B_{\circ nm} j_n(k_\circ r_\circ) P_n^m(\cos\theta_\circ)\cos\big(m\varphi_\circ\big), \tag{12}$$

где $h_n(x)$ и $j_n(x)$ — сферические функции Ханкеля первого рода и Бесселя соответственно;
$P_n(x)$ — многочлен Лежандра степени n.

Распространение малых возмущений в упругом теле для установившегося режима движения частиц тела описывается скалярным и векторным уравнением Гельмгольца:

$$\Delta\Psi_\odot + k_{\odot l}^{\,2}\Psi_\odot = 0; \tag{13}$$

$$\Delta\mathbf{\Phi}_\odot + k_{\odot\tau}^{\,2}\mathbf{\Phi}_\odot = 0, \tag{14}$$

где $k_{\odot l}$ — волновое число продольных волн со скоростью распространения $c_{\odot l} = \sqrt{\dfrac{(\lambda_\odot + 2\mu_\odot)}{p_\odot}}$;
$k_{\odot\tau}$ — волновое число поперечных волн со скоростью распространения

$c_{\odot\tau} = \sqrt{\dfrac{\mu_\odot}{p_\odot}}$;
$\Psi_\odot$ и $\mathbf{\Phi}_\odot$ — скалярной и векторный потенциалы смещения соответственно.

Вектор смещения $\mathbf{u}_\odot$ частиц упругого тела определяется по формуле

$$\mathbf{u}_\odot = \operatorname{grad}\Psi_\odot + \operatorname{rot}\mathbf{\Phi}_\odot.$$

Потенциал смещения $\Psi_\odot$ будем искать в виде ряда по двум локальным сферическим функциям:

$$\Psi_\odot = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n} A_{\odot nm} h_n(k_{\odot l} r_\circ) P_n^m(\cos\theta_\circ)\,\mathrm{e}^{im\varphi_\circ} + B_{\odot nm} j_n(k_{\odot l} r_\odot) P_n^m(\cos\theta_\odot)\,\mathrm{e}^{im\varphi_\odot}$$

Векторный потенциал $\mathbf{\Phi}_\odot$ может быть представлен в виде суммы:

$$\mathbf{\Phi}_\odot = rV\bar{e}_r + \operatorname{rot}\big(rW\bar{e}_r\big),$$

где $\bar{e}_r$ — орт координатной оси $r_\odot$ сферической системы координат $r_\odot, \theta_\odot, \varphi_\odot$, функции V и W удовлетворяют скалярным уравнениям Гельмгольца

$$\Delta V + k_{\odot\tau}^2 V = 0, \tag{15}$$

$$\Delta W + k_{\odot\tau}^2 W = 0. \tag{16}$$

Функции V и W будем искать в виде:

$$V = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n} C_{\odot nm} h_n(k_{\odot l} r_\circ) P_n^m(\cos\theta_\circ)\,\mathrm{e}^{im\varphi_\circ} + D_{\odot nm} j_n(k_{\odot l} r_\odot) P_n^m(\cos\theta_\odot)\,\mathrm{e}^{im\varphi_\odot}, \tag{17}$$

$$W = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n} E_{\odot nm} h_n(k_{\odot l} r_\circ) P_n^m(\cos\theta_\circ)\,\mathrm{e}^{im\varphi_\circ} + F_{\odot nm} j_n(k_{\odot l} r_\odot) P_n^m(\cos\theta_\odot)\,\mathrm{e}^{im\varphi_\odot}. \tag{18}$$

Коэффициенты разложений $A_{snm}, B_{\circ nm}, A_{\odot nm}, B_{\odot nm}, C_{\odot nm}, D_{\odot nm}, E_{\odot nm}$ и $F_{\odot nm}$ подлежат определению из граничных условий, которые заключаются в равенстве нормальных скоростей частиц упругой среды и жидкости на внешней поверхности слоя и внутренней поверхности полого шара; равенстве на них нормального напряжения и акустического давления; отсутствии на этих поверхностях касательных напряжений. На внутренней поверхности слоя при переходе через границу раздела упругих сред должны быть непрерывны составляющие вектора смещения частиц, а также нормальные и тангенциальные напряжения. Имеем:

$$
\begin{aligned}
&\text{при } r_\circ = R_\circ: \quad \sigma_{rr} = -P_1; \;\; \sigma_{r\theta} = 0; \;\; \sigma_{r\varphi} = 0; \;\; -i\omega u_r = v_{1r}; \\
&\text{при } r_2 = R_2: \quad \sigma_{rr} = -P_2; \;\; \sigma_{r\theta} = 0; \;\; \sigma_{r\varphi} = 0; \;\; -i\omega u_r = v_{2r};
\end{aligned}
$$

2.4. Решение краевой задачи для системы обыкновенных дифференциальных уравнений

3. ЧИСЛЕННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

3.1. Диаграмма направленности

3.2. Частотные характеристики

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрено .., получили.., с помощью метода .. найдена..., проведены рассчеты...

ЛИТЕРАТУРА

Шендеров, Лепендин, Исакович – введение Харбенко Звук...

ПРИЛОЖЕНИЯ