

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	6
1. Постановка задачи.	7
2. Определение волновых полей	7

ВВЕДЕНИЕ

Потребность в изучении дифракции на различных телах очень высока. Знания, полученные путем изучения дифракции с помощью моделей, используются как в гидроакустике и эхолокации, так и в других областях. В дефектоскопии основной задачей является обнаружение различных включений в однородном теле. Это позволяет проводить исследование различных объектов методом неразрушающего контроля.

В настоящей работе рассматривается задача дифракции плоских звуковых волн на упругой сфере, имеющей произвольно расположенную полость и неоднородное покрытие. С помощью таких покрытий можно изменять звукоотражающие свойства тел. В качестве рассматриваемого тела выбрана сфера, т.к. более сложные тела можно аппроксиммировать с помощью сферы.

1. Постановка задачи.

Рассмотрим изотропный однородный упругий шар радиуса r_2 , плотность материала которого ρ_2 , упругие постоянные λ_2 и μ_2 , содержащий произвольно расположенную сферическую полость с радиусом r_1 . Шар имеет покрытие в виде неоднородного изотропного упругого слоя, внешний радиус которого равен r_3 . Полагаем, что модули упругости λ_3 и μ_3 материала слоя описываются дифференцируемыми функциями радиальной координаты r сферической системы координат (r, θ, φ) , а плотность ρ_3 — непрерывной функцией координаты r . Окружающая тело и находящаяся в его полости жидкости — идеальные и однородные, имеющие плотности ρ_0, ρ_1 и скорости звука c_0, c_1 соответственно.

Свяжем с полостью тела и с самим телом прямоугольные системы координат x_1, y_1, z_1 и x_2, y_2, z_2 соответственно так, чтобы соответствующие оси обеих систем координат были параллельны. С декартовыми системами координат x_1, y_1, z_1 и x_2, y_2, z_2 свяжем сферические координаты r_1, θ_1, φ_1 и r_2, θ_2, φ_2 .

Пусть из внешнего пространства на шар падает плоская звуковая волна. Потенциал скоростей гармонической падающей волны запишем в виде:

$$\Psi_0(\bar{\mathbf{x}}, t) = A_0 \exp [i (\bar{\mathbf{k}} \cdot \bar{\mathbf{x}} - \omega t)] , \quad (1)$$

где A_0 — амплитуда волны, $\bar{\mathbf{k}}$ — волновой вектор в окружающей жидкости, $|\bar{\mathbf{k}}| = k = \omega/c$ — волновое число, $\bar{\mathbf{x}}$ — радиус-вектор, ω — круговая частота.

Без ограничения общности будем полагать, что волна распространяется в направлении $\theta_1 = \theta_2 = 0$. Тогда в сферической системе координат (1) запишется в виде:

$$\Psi_0(r_2, \theta_2, t) = A_0 \exp [i (kr_2 \cos \theta_2 - \omega t)] , \quad (2)$$

В дальнейшем временной множитель $\exp(-i\omega t)$ будем опускать.

Определим отраженные от тела и возбужденные в его полости волны, а также найдем поля смещений в упругом материале шара и неоднородном слое.

2. Определение волновых полей

Задача определения акустических полей вне упругого тела и внутри его полости в установившемся режиме колебаний заключается в нахождении решений

уравнения Гельмгольца:

$$\Delta \Psi^{(0)} + k_0^2 \Psi^{(0)} = 0; \quad (3)$$

$$\Delta \Psi^{(1)} + k_1^2 \Psi^{(1)} = 0, \quad (4)$$

где $\Psi^{(0)}$ — потенциал скоростей полного акустического поля во внешней среде;
 $\Psi^{(1)}$ — потенциал скоростей акустического поля в полости тела;
 $k_0 = \frac{\omega}{c_0}$ и $k_1 = \frac{\omega}{c_1}$ — волновые числа окружающей тело и находящейся в полости жидкостей соответственно. При этом скорости частиц жидкости и акустическое давление вне тела ($j = 0$) и внутри полости ($j = 1$) определяются по следующим формулам соответственно:

$$\bar{v}_j = \text{grad } \Psi^{(j)}; \quad p_j = i\rho_j \omega \Psi^{(j)} \quad (j = 0, 1). \quad (5)$$

В силу линейной постановки задачи

$$\Psi^{(0)} = \Psi_0 + \Psi_s, \quad (6)$$

где Ψ_s — потенциал скоростей рассеянной звуковой волны. Тогда из (3) получаем уравнение для нахождения Ψ_s :

$$\Delta \Psi_s + k_0^2 \Psi_s = 0. \quad (7)$$