

# ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ИГР

## ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Если ваш порядковый номер  $i$  в списке группы, то:

**Задание 1.** Найдите решение игры, заданной матрицей  $A_i$ :

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 6 & -2 \end{bmatrix} & A_2 &= \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} & A_3 &= \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} & A_4 &= \begin{bmatrix} -8 & 3 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} \\ A_5 &= \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 7 & -2 \end{bmatrix} & A_6 &= \begin{bmatrix} 7 & 9 \\ 8 & 2 \end{bmatrix} & A_7 &= \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 6 & -2 \end{bmatrix} & A_8 &= \begin{bmatrix} -7 & 3 \\ 6 & -2 \end{bmatrix} \\ A_9 &= \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -6 & -2 \end{bmatrix} & A_{10} &= \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 6 & -2 \end{bmatrix} & A_{11} &= \begin{bmatrix} 10 & 3 \\ 6 & 7 \end{bmatrix} & A_{12} &= \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -6 & 10 \end{bmatrix} \\ A_{13} &= \begin{bmatrix} -8 & 3 \\ 6 & -7 \end{bmatrix} & A_{14} &= \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 6 & -2 \end{bmatrix} & A_{15} &= \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 3 \end{bmatrix} & A_{16} &= \begin{bmatrix} -6 & 7 \\ 6 & -2 \end{bmatrix} \\ A_{17} &= \begin{bmatrix} -3 & 9 \\ 6 & -2 \end{bmatrix} & A_{18} &= \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} & A_{19} &= \begin{bmatrix} 4 & 10 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} & A_{20} &= \begin{bmatrix} 4 & -7 \\ -6 & 3 \end{bmatrix} \\ A_{21} &= \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 6 & -4 \end{bmatrix} & A_{22} &= \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 6 & -2 \end{bmatrix} & A_{23} &= \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 6 & -2 \end{bmatrix} & A_{24} &= \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 6 & -2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

**Задание 2.** Найдите решение игр, заданных матрицами  $A_{i1}$  и  $A_{i2}$ :

$$\begin{aligned} A_{1,1} &= \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 & 3 \\ -2 & 5 & 6 & -2 \end{bmatrix} & A_{1,2} &= \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 6 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \\ A_{2,1} &= \begin{bmatrix} -2 & 3 & -2 & 3 \\ 6 & -2 & 1 & 0 \end{bmatrix} & A_{2,2} &= \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 6 & -2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \\ A_{3,1} &= \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 & 3 \\ -2 & 5 & 1 & -4 \end{bmatrix} & A_{3,2} &= \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 3 & 1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} \\ A_{4,1} &= \begin{bmatrix} 2 & -3 & 2 & -2 \\ -2 & 5 & -3 & 0 \end{bmatrix} & A_{4,2} &= \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -1 \\ 3 & -6 \end{bmatrix} \\ A_{5,1} &= \begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 & 1 \\ -2 & 5 & -3 & -1 \end{bmatrix} & A_{5,2} &= \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 6 & -2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \\ A_{6,1} &= \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 & 0 \\ -2 & -2 & 3 & -2 \end{bmatrix} & A_{6,2} &= \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 3 & 2 \\ -2 & 6 \end{bmatrix} \\ A_{7,1} &= \begin{bmatrix} 4 & 2 & -3 & -2 \\ 0 & -3 & 3 & -1 \end{bmatrix} & A_{7,2} &= \begin{bmatrix} -3 & 5 \\ 3 & -3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$A_{8,1} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 & 1 \\ -2 & -3 & 3 & -1 \end{bmatrix} \quad A_{8,2} = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 5 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A_{9,1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 & -3 \\ -2 & -3 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad A_{9,2} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A_{10,1} = \begin{bmatrix} 4 & -3 & -4 & -3 \\ -2 & 2 & 5 & -1 \end{bmatrix} \quad A_{10,2} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 5 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$$

$$A_{11,1} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -2 & 3 \\ 3 & 2 & 5 & 1 \end{bmatrix} \quad A_{11,2} = \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ 2 & 11 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$$

$$A_{12,1} = \begin{bmatrix} -4 & -3 & 2 & -3 \\ 6 & 2 & -5 & 1 \end{bmatrix} \quad A_{12,2} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -4 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A_{13,1} = \begin{bmatrix} 4 & -3 & -1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad A_{13,2} = \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ -2 & 7 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$$

$$A_{14,1} = \begin{bmatrix} 0 & -3 & -2 & 3 \\ -1 & 4 & 5 & -2 \end{bmatrix} \quad A_{14,2} = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 6 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A_{15,1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & -5 & 4 \end{bmatrix} \quad A_{15,2} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A_{16,1} = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 2 & 1 \\ -2 & 4 & -1 & 4 \end{bmatrix} \quad A_{16,2} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$$

$$A_{17,1} = \begin{bmatrix} 0 & -3 & -2 & 1 \\ -1 & 2 & -1 & -4 \end{bmatrix} \quad A_{17,2} = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A_{18,1} = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 2 & -1 \\ -1 & 4 & -3 & 2 \end{bmatrix} \quad A_{18,2} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 6 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A_{19,1} = \begin{bmatrix} 2 & -3 & -2 & 1 \\ -1 & 4 & 2 & -2 \end{bmatrix} \quad A_{19,2} = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 2 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A_{20,1} = \begin{bmatrix} -2 & -3 & -2 & 1 \\ -1 & 6 & 4 & -3 \end{bmatrix} \quad A_{20,2} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -2 & 5 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A_{21,1} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -2 & -1 \\ -1 & 6 & 4 & -3 \end{bmatrix} \quad A_{21,2} = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -2 & 5 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A_{22,1} = \begin{bmatrix} -4 & 5 & -2 & -3 \\ 2 & -6 & 4 & -2 \end{bmatrix} \quad A_{22,2} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -3 & 5 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A_{23,1} = \begin{bmatrix} 2 & -3 & -2 & 3 \\ -2 & 6 & 4 & -2 \end{bmatrix} \quad A_{23,2} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 5 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A_{24,1} = \begin{bmatrix} -5 & -1 & -2 & 1 \\ -1 & 4 & -4 & -2 \end{bmatrix} \quad A_{24,2} = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$$

**Задание 3.** Планирование посева.

- Фермеру необходимо определить, в каких пропорциях засеять свое поле 5 культурами,
- если урожайность этих культур, а, значит, и прибыль, зависят от того, каким будет лето: прохладным и дождливым, нормальным, или жарким и сухим.
- Фермер подсчитал чистую прибыль с 1 га от разных культур в зависимости от погоды:

	погода 1	погода 2	погода 3	погода 4	погода 5
Культура 1	2	3	5	4	2
Культура 2	4	3	2	2	4
Культура 3	3	2	4	3	3
Культура 4	2	3	2	4	4
Культура 5	3	4	3	3	2

- Здесь у фермера нет реального противника.
- Но, если фермер планирует свою деятельность в расчете на наихудшие погодные условия,
- то можно считать Природу активным субъектом, который пытается создать наихудшую (с точки зрения фермера) погоду.
- В таком случае, мы можем смоделировать задачу фермера как матричную игру,
- в которой фермер является игроком 1, а Природа — игроком 2.
- Матрица  $A$  выигрышей в данной игре — это таблица доходов фермера.

**Задание:** сведите матричную игру к задаче ЛП; создайте модель в AMPL; создайте файл данных для своего варианта; решите пример; в отчет включите файлы и ответ.

Вариант 1.

2	3	5	4	2
4	3	2	2	4
3	2	4	3	3
2	3	2	4	4
3	4	3	3	2

Вариант 2.

2	4	1	4	2
1	3	2	2	4
3	2	5	2	3
1	3	2	5	2
2	1	3	3	2

Вариант 3.

5	6	1	6	5
6	1	1	4	2
3	2	5	4	3
5	6	6	6	4
1	3	2	2	2

Вариант 4.

3	2	4	5	4
4	3	5	5	4
4	1	1	3	5
2	1	5	5	3
4	3	1	2	2

Вариант 5.

4	5	2	1	5
5	3	5	2	3
1	2	2	3	2
4	4	1	4	3
1	1	3	1	1

Вариант 6.

6	4	3	3	4
4	3	2	6	2
2	5	6	4	2
6	2	3	4	5
3	3	4	2	2

Вариант 7.

3	3	4	8	3
6	4	4	7	7
6	6	5	7	4
8	6	7	6	7
5	5	8	3	8

Вариант 8.

5	9	5	1	1
5	3	3	6	7
3	9	7	5	2
4	1	6	9	7
4	2	1	8	8

Вариант 9.

2	8	1	1	5
9	3	5	2	7
2	2	8	7	4
9	9	9	1	9
9	2	7	5	6

Вариант 10.

9	7	2	8	8
4	3	5	6	5
6	3	7	3	4
4	1	3	6	1
3	6	5	7	6

Вариант 11.

4	9	9	8	4
7	1	2	8	9
2	2	2	6	8
2	5	9	7	3
9	8	8	4	1

Вариант 12.

8	1	1	6	2
7	8	9	3	8
4	7	4	1	8
4	6	9	3	9
5	3	3	6	2

Вариант 13.

5	8	8	9	6
4	2	3	1	3
1	2	5	9	4
1	6	3	2	6
6	3	7	8	5

Вариант 14.

8	4	4	1	2
3	7	8	4	4
1	2	3	7	8
2	1	5	5	1
9	1	7	5	9

Вариант 15.

2	2	5	6	6
6	8	6	5	2
6	5	6	4	6
4	4	3	7	9
2	6	1	1	5

Вариант 16.

1	1	4	5	7
4	5	2	1	3
4	7	2	2	5
5	7	6	9	1
2	6	3	1	7

Вариант 17.

9	2	4	5	6
3	5	9	7	1
5	1	7	9	5
7	5	7	2	5
6	5	3	3	5

Вариант 18.

1	6	9	6	9
9	3	3	7	6
3	9	8	8	3
7	2	2	7	8
5	3	4	9	5

Вариант 19.

7	4	1	9	5
2	5	9	8	4
8	2	4	4	3
8	8	5	9	9
8	7	3	7	6

Вариант 20.

4	7	5	6	4
6	4	5	3	6
6	5	7	3	4
2	9	5	9	2
1	7	9	3	6

Вариант 21.

8	4	5	6	2
7	6	4	6	8
7	8	2	4	4
5	3	7	2	3
7	8	9	8	2

Вариант 22.

3	7	1	1	8
7	6	4	6	8
3	5	3	5	8
5	3	7	2	3
9	5	7	6	1

Вариант 23.

8	8	2	8	3
5	9	8	4	4
3	5	3	5	8
4	9	4	3	1
9	5	7	6	1

Вариант 24.

5	7	6	7	6
3	5	1	7	9
4	1	9	7	4
5	3	4	5	3
9	6	8	1	6

**Задание 4.** Магазин имеет некоторый запас товаров ассортиментного минимума. Если запас товаров недостаточен, то необходимо завести его с базы; если запас превышает спрос, то магазин несет расходы по хранению нереализованного товара. Пусть спрос на товары лежит в пределах  $S$   $5 \leq S \leq 8$  единиц, расходы по хранению одной единицы товара составляют  $s$  руб., а расходы по завозу единицы товара  $k$  руб., цена за единицу товара составляет  $p$  руб. Составить платежную матрицу, элементами которой является прибыль магазина (доход от продажи с учетом расходов по хранению или по завозу). Определить оптимальную стратегию магазина по завозу товаров, используя критерии Вальда, Сэвиджа, Гурвица при  $\alpha = 0.5$ , Лапласа.

1	$p = 300, c = 50, k = 70$	2	$p = 350, c = 60, k = 70$
3	$p = 400, c = 50, k = 90$	4	$p = 210, c = 70, k = 60$
5	$p = 410, c = 50, k = 80$	6	$p = 290, c = 40, k = 60$
7	$p = 250, c = 30, k = 90$	8	$p = 210, c = 20, k = 60$
9	$p = 320, c = 40, k = 90$	10	$p = 310, c = 40, k = 70$
11	$p = 410, c = 50, k = 70$	12	$p = 250, c = 50, k = 60$
13	$p = 180, c = 50, k = 40$	14	$p = 340, c = 40, k = 50$
15	$p = 420, c = 40, k = 90$	16	$p = 330, c = 30, k = 50$
17	$p = 320, c = 50, k = 40$	18	$p = 210, c = 50, k = 40$
19	$p = 400, c = 30, k = 60$	20	$p = 300, c = 40, k = 50$
21	$p = 410, c = 60, k = 90$	22	$p = 310, c = 75, k = 60$
23	$p = 340, c = 55, k = 90$	24	$p = 260, c = 75, k = 60$