**БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ**

**Кафедра теории вероятностей и математической статистики**

**ОТЧЕТ**

по лабораторной работе №1

«Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности по критерию Пирсона»

учебной дисциплины

«Статистический анализ временных рядов»

Вариант №5

**Выполнил:**

Кендысь Алексей Максимович,

3 курс 7а группа, специальность «прикладная математика»

**Преподаватель:**

Цеховая Татьяна Вячеславовна,

кандидат физико-математических наук, доцент

Минск, 2023

Лабораторная работа №1

Исходные данные приведены в таблице 1. Даны три ряда температуры поверхности океана в январе, феврале и марте в точке 4 (60**°** с.ш. 20**°** з.д.).

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Год** | **Температура воды, °C** | | |
| **Месяц** | | |
| **1** | **2** | **3** |
| 1957 | 8.6 | 7.9 | 8.5 |
| 1958 | 8.5 | 8.2 | 8.4 |
| 1959 | 8.6 | 8.3 | 8.5 |
| 1960 | 8.4 | 8.4 | 8.5 |
| 1961 | 8.9 | 8.4 | 8.8 |
| 1962 | 8.5 | 8.2 | 7.9 |
| 1963 | 8.3 | 8.2 | 8.5 |
| 1964 | 9 | 9 | 9.1 |
| 1965 | 8.4 | 9 | 8.9 |
| 1966 | 8.6 | 8.6 | 8.6 |
| 1967 | 8.4 | 8.8 | 7.9 |
| 1968 | 8.5 | 8.5 | 8.3 |
| 1969 | 8.8 | 8.2 | 8.2 |
| 1970 | 8.3 | 8.3 | 7.9 |
| 1971 | 8.3 | 7.8 | 7.8 |
| 1972 | 8.3 | 8 | 8.1 |
| 1973 | 8.2 | 7.7 | 7.8 |
| 1974 | 8.1 | 7.8 | 8 |
| 1975 | 7.4 | 7.2 | 7.3 |
| 1976 | 7.6 | 7.2 | 7.2 |
| 1977 | 6.4 | 7.3 | 8.1 |
| 1978 | 6.5 | 7.5 | 8.9 |
| 1979 | 9.2 | 7.9 | 7.1 |
| 1980 | 9 | 7.8 | 7.3 |
| 1981 | 8.2 | 6.3 | 7.3 |
| 1982 | 6.4 | 7.9 | 7.5 |
| 1983 | 9 | 9 | 7.9 |
| 1984 | 8 | 7.4 | 7.6 |
| 1985 | 8.5 | 7.9 | 8.3 |
| 1986 | 8.3 | 8.4 | 9 |
| 1987 | 8 | 7.7 | 8.1 |
| 1988 | 7.8 | 7.6 | 7.8 |
| 1989 | 8.3 | 7.9 | 8.1 |
| 1990 | 8.1 | 7.6 | 7.7 |
| 1991 | 7.5 | 7.6 | 8 |
| 1992 | 8.2 | 7.9 | 7.4 |
| 1993 | 7.6 | 7.6 | 7.6 |

Табл. 1 – три ряда температуры воды

На рисунке 1 представлен график трёх температурных рядов.

Рис. 1 – график температуры воды трёх рядов

Для первого ряда проверяется гипотеза о нормальном генеральной совокупности по критерию Пирсона. В таблицах 2-6 представлены соответствующие выкладки.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Год** | **Месяц 1, X1** | **Ранжированный ряд** |
|  |
|  |
|  |
| 1957 | 8.6 | 6.4 |  |
| 1958 | 8.5 | 6.4 |  |
| 1959 | 8.6 | 6.5 |  |
| 1960 | 8.4 | 7.4 |  |
| 1961 | 8.9 | 7.5 |  |
| 1962 | 8.5 | 7.6 |  |
| 1963 | 8.3 | 7.6 |  |
| 1964 | 9 | 7.8 |  |
| 1965 | 8.4 | 8 |  |
| 1966 | 8.6 | 8 |  |
| 1967 | 8.4 | 8.1 |  |
| 1968 | 8.5 | 8.1 |  |
| 1969 | 8.8 | 8.2 |  |
| 1970 | 8.3 | 8.2 |  |
| 1971 | 8.3 | 8.2 |  |
| 1972 | 8.3 | 8.3 |  |
| 1973 | 8.2 | 8.3 |  |
| 1974 | 8.1 | 8.3 |  |
| 1975 | 7.4 | 8.3 |  |
| 1976 | 7.6 | 8.3 |  |
| 1977 | 6.4 | 8.3 |  |
| 1978 | 6.5 | 8.4 |  |
| 1979 | 9.2 | 8.4 |  |
| 1980 | 9 | 8.4 |  |
| 1981 | 8.2 | 8.5 |  |
| 1982 | 6.4 | 8.5 |  |
| 1983 | 9 | 8.5 |  |
| 1984 | 8 | 8.5 |  |
| 1985 | 8.5 | 8.6 |  |
| 1986 | 8.3 | 8.6 |  |
| 1987 | 8 | 8.6 |  |
| 1988 | 7.8 | 8.8 |  |
| 1989 | 8.3 | 8.9 |  |
| 1990 | 8.1 | 9 |  |
| 1991 | 7.5 | 9 |  |
| 1992 | 8.2 | 9 |  |
| 1993 | 7.6 | 9.2 |  |

Табл. 2 – исходный ряд и его ранжирование

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Границы интервалов**  (ai,ai+1) | | **Середина интервалов,  x(i)** | **Абсолютная частота,  mi** | **Относительная частота,  wi** |
|  |
|  |
| **ai** | **ai+1** |  |
| 6.4 | 6.866667 | 6.633333333 | 3 | 0.081081081 |  |
| 6.866667 | 7.333333 | 7.1 | 0 | 0 |  |
| 7.333333 | 7.8 | 7.566666667 | 4 | 0.108108108 |  |
| 7.8 | 8.266667 | 8.033333333 | 8 | 0.216216216 |  |
| 8.266667 | 8.733333 | 8.5 | 16 | 0.432432432 |  |
| 8.733333 | 9.2 | 8.966666667 | 6 | 0.162162162 |  |
| **Итого** |  |  | 37 | 1 |  |

Табл. 3 – интервальный вариационный ряд

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Границы интервалов после объединения**  (ai,ai+1) | | **Абсолютная частота после объединения,  mi** |
|  |
|  |
| **ai** | **ai+1** |  |
| 6.4 | 7.333333333 | 3 |  |
| 7.333333333 | 7.8 | 4 |  |
| 7.8 | 8.266666667 | 8 |  |
| 8.266666667 | 8.733333333 | 16 |  |
| 8.733333333 | 9.2 | 6 |  |
|  |  |  |  |
| **Итого** |  | 37 |  |

Табл. 4 – объединение интервалов

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Границы интервалов**  (zi,zi+1) | | **Ф0(zi)** | **Ф0(zi+1)** | **Pi** | **mʹi** | **(mi-mʹi)2  mʹi** |
|  |
|  |
| **zi** | **zi+1** |  |
| -∞ | -1.438476 | -0.5 | -0.4236 | 0.0764 | 2.8268 | 0.01061208 |  |
| -1.43848 | -0.683531 | -0.4236 | -0.2517 | 0.1719 | 6.3603 | 0.87590461 |  |
| -0.68353 | 0.0714137 | -0.2517 | 0.0279 | 0.2796 | 10.3452 | 0.53164395 |  |
| 0.071414 | 0.8263585 | 0.0279 | 0.2939 | 0.266 | 9.842 | 3.85297338 |  |
| 0.826359 | ∞ | 0.2939 | 0.5 | 0.2061 | 7.6257 | 0.34657808 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| **Итого** |  |  |  | 1 | 37 | 5.61771211 |  |

Табл. 5 – теоретические частоты, значение критерия

|  |  |
| --- | --- |
| Объём выборки, n | 37 |
| Минимальное значение, xmin | 6.4 |
| Максимальное значение, xmax | 9.2 |
| Размах, R | 2.8 |
| Число интервалов, N | 6 |
| Величина интервалов, h | 0.466667 |
| Выборочное среднее, x̄ | 8.222523 |
| Выборочное среднеквадратическое отклонение, Sn | 0.618147 |
|  |
| χ2набл | 5.617712 |  |
| Число степеней свободы, k | 2 |  |
| Первый уровень значимости, α1 | 0.05 |  |
| χ2кр(α1; k) | 5.991465 |  |
| Второй уровень значимости, α2 | 0.02 |  |
| χ2кр(α2; k) | 7.824046 |  |

Табл. 6 – промежуточные вычисления

На рисунках 2, 3 представлены соответственно гистограмма и полигон абсолютных частот.

Рис. 2 – гистограмма

Рис. 3 – полигон

Перейдём к теперь к анализу результатов.

Гипотеза : генеральная совокупность ряда (январь) имеет нормальное распределение.

В результате вычислений получили значение критерия . Для уровня значимости критическая точка . Для уровня значимости критическая точка .

Вывод для уровня значимости :

. В данном случае нет оснований отвергнуть гипотезу о нормальном распределении. Таким образом, генеральная совокупность имеет нормальное распределение для уровня значимости .

Вывод для уровня значимости :

. Нет оснований отвергнуть гипотезу о нормальном распределении. Таким образом, генеральная совокупность имеет нормальное распределение для уровня значимости .