**БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ**

**Кафедра теории вероятностей и математической статистики**

**ОТЧЕТ**

по лабораторной работе №2

«Основные выборочные характеристики»

учебной дисциплины

«Статистический анализ временных рядов»

Вариант №5

**Выполнил:**

Кендысь Алексей Максимович,

3 курс 7а группа, специальность «прикладная математика»

**Преподаватель:**

Цеховая Татьяна Вячеславовна,

кандидат физико-математических наук, доцент

Минск, 2023

Лабораторная работа №2

Исходные данные приведены в таблице 1. Даны три ряда температуры поверхности океана в январе, феврале и марте в точке 4 (60**°** с.ш. 20**°** з.д.).

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Год** | **Месяц 1,  X1** | **Месяц 2,  X2** | **Месяц 3,  X3** |
|  |
| 1957 | 8.6 | 7.9 | 8.5 |  |
| 1958 | 8.5 | 8.2 | 8.4 |  |
| 1959 | 8.6 | 8.3 | 8.5 |  |
| 1960 | 8.4 | 8.4 | 8.5 |  |
| 1961 | 8.9 | 8.4 | 8.8 |  |
| 1962 | 8.5 | 8.2 | 7.9 |  |
| 1963 | 8.3 | 8.2 | 8.5 |  |
| 1964 | 9 | 9 | 9.1 |  |
| 1965 | 8.4 | 9 | 8.9 |  |
| 1966 | 8.6 | 8.6 | 8.6 |  |
| 1967 | 8.4 | 8.8 | 7.9 |  |
| 1968 | 8.5 | 8.5 | 8.3 |  |
| 1969 | 8.8 | 8.2 | 8.2 |  |
| 1970 | 8.3 | 8.3 | 7.9 |  |
| 1971 | 8.3 | 7.8 | 7.8 |  |
| 1972 | 8.3 | 8 | 8.1 |  |
| 1973 | 8.2 | 7.7 | 7.8 |  |
| 1974 | 8.1 | 7.8 | 8 |  |
| 1975 | 7.4 | 7.2 | 7.3 |  |
| 1976 | 7.6 | 7.2 | 7.2 |  |
| 1977 | 6.4 | 7.3 | 8.1 |  |
| 1978 | 6.5 | 7.5 | 8.9 |  |
| 1979 | 9.2 | 7.9 | 7.1 |  |
| 1980 | 9 | 7.8 | 7.3 |  |
| 1981 | 8.2 | 6.3 | 7.3 |  |
| 1982 | 6.4 | 7.9 | 7.5 |  |
| 1983 | 9 | 9 | 7.9 |  |
| 1984 | 8 | 7.4 | 7.6 |  |
| 1985 | 8.5 | 7.9 | 8.3 |  |
| 1986 | 8.3 | 8.4 | 9 |  |
| 1987 | 8 | 7.7 | 8.1 |  |
| 1988 | 7.8 | 7.6 | 7.8 |  |
| 1989 | 8.3 | 7.9 | 8.1 |  |
| 1990 | 8.1 | 7.6 | 7.7 |  |
| 1991 | 7.5 | 7.6 | 8 |  |
| 1992 | 8.2 | 7.9 | 7.4 |  |
| 1993 | 7.6 | 7.6 | 7.6 |  |

Табл. 1 – три ряда температуры воды

В таблице 2 представлены абсолютные и абсолютные накопленные частоты для трёх рядов. Также для вычисления основных выборочных характеристик требуется сделать некоторые предварительные вычисления, они приведены в таблице 3. В таблице 4 указаны сами характеристики и выводы по ним.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Варианты x(i) ряда X1** | **Варианты  x(i) ряда X2** | **Варианты  x(i) ряда X3** | **Абсол. частота** | | | **Абсол. накопл. частота** | | |
| **m1** | **m2** | **m3** | **mc1** | **mc2** | **mc3** |
| 6.4 | 6.3 | 7.1 | 2 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 |
| 6.5 | 7.2 | 7.2 | 1 | 2 | 1 | 3 | 3 | 2 |
| 7.4 | 7.3 | 7.3 | 1 | 1 | 3 | 4 | 4 | 5 |
| 7.5 | 7.4 | 7.4 | 1 | 1 | 1 | 5 | 5 | 6 |
| 7.6 | 7.5 | 7.5 | 2 | 1 | 1 | 7 | 6 | 7 |
| 7.8 | 7.6 | 7.6 | 1 | 4 | 2 | 8 | 10 | 9 |
| 8 | 7.7 | 7.7 | 2 | 2 | 1 | 10 | 12 | 10 |
| 8.1 | 7.8 | 7.8 | 2 | 3 | 3 | 12 | 15 | 13 |
| 8.2 | 7.9 | 7.9 | 3 | 6 | 4 | 15 | 21 | 17 |
| 8.3 | 8 | 8 | 6 | 1 | 2 | 21 | 22 | 19 |
| 8.4 | 8.2 | 8.1 | 3 | 4 | 4 | 24 | 26 | 23 |
| 8.5 | 8.3 | 8.2 | 4 | 2 | 1 | 28 | 28 | 24 |
| 8.6 | 8.4 | 8.3 | 3 | 3 | 2 | 31 | 31 | 26 |
| 8.8 | 8.5 | 8.4 | 1 | 1 | 1 | 32 | 32 | 27 |
| 8.9 | 8.6 | 8.5 | 1 | 1 | 4 | 33 | 33 | 31 |
| 9 | 8.8 | 8.6 | 3 | 1 | 1 | 36 | 34 | 32 |
| 9.2 | 9 | 8.8 | 1 | 3 | 1 | 37 | 37 | 33 |
|  |  | 8.9 |  |  | 2 |  |  | 35 |
|  |  | 9 |  |  | 1 |  |  | 36 |
|  |  | 9.1 |  |  | 1 |  |  | 37 |
| **Итого** |  |  | 37 | 37 | 37 |  |  |  |

Табл. 2 – варианты и частоты рядов

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **(X1-Xср)3** | **(X2-Xср)3** | **(X3-Xср)3** | **(X1-Xср)4** | **(X2-Xср)4** | **(X3-Xср)4** |
|  |
|  | 0.073517 | -0.00039 | 0.090307 | 0.030798 | 2.84E-05 | 0.040516 |
|  | 0.032437 | 0.011701 | 0.04238 | 0.010345 | 0.002657 | 0.014776 |
|  | 0.073517 | 0.034974 | 0.090307 | 0.030798 | 0.011438 | 0.040516 |
|  | 0.010492 | 0.077869 | 0.090307 | 0.002297 | 0.033252 | 0.040516 |
|  | 0.371569 | 0.077869 | 0.419599 | 0.267128 | 0.033252 | 0.314132 |
|  | 0.032437 | 0.011701 | -0.00347 | 0.010345 | 0.002657 | 0.000525 |
|  | 0.001682 | 0.011701 | 0.090307 | 0.0002 | 0.002657 | 0.040516 |
|  | 0.54919 | 1.083292 | 1.153161 | 0.449742 | 1.11257 | 1.209261 |
|  | 0.010492 | 1.083292 | 0.611201 | 0.002297 | 1.11257 | 0.518695 |
|  | 0.073517 | 0.246524 | 0.165152 | 0.030798 | 0.154577 | 0.09061 |
|  | 0.010492 | 0.565665 | -0.00347 | 0.002297 | 0.46782 | 0.000525 |
|  | 0.032437 | 0.146386 | 0.015373 | 0.010345 | 0.077149 | 0.003822 |
|  | 0.237083 | 0.011701 | 0.003285 | 0.146735 | 0.002657 | 0.000488 |
|  | 0.001682 | 0.034974 | -0.00347 | 0.0002 | 0.011438 | 0.000525 |
|  | 0.001682 | -0.00518 | -0.01588 | 0.0002 | 0.000895 | 0.003991 |
|  | 0.001682 | 1.97E-05 | 0.000115 | 0.0002 | 5.34E-07 | 5.6E-06 |
|  | 6.77E-06 | -0.02034 | -0.01588 | 1.28E-07 | 0.005552 | 0.003991 |
|  | -0.00053 | -0.00518 | -0.00014 | 4.32E-05 | 0.000895 | 6.95E-06 |
|  | -0.47653 | -0.46184 | -0.42416 | 0.372207 | 0.356991 | 0.318693 |
|  | -0.19621 | -0.46184 | -0.61706 | 0.114011 | 0.356991 | 0.525334 |
|  | -5.65003 | -0.30478 | 0.000115 | 10.06317 | 0.205112 | 5.6E-06 |
|  | -4.75079 | -0.10581 | 0.611201 | 7.986466 | 0.050043 | 0.518695 |
|  | 1.057837 | -0.00039 | -0.86104 | 1.07785 | 2.84E-05 | 0.819151 |
|  | 0.54919 | -0.00518 | -0.42416 | 0.449742 | 0.000895 | 0.318693 |
|  | 6.77E-06 | -4.68238 | -0.42416 | 1.28E-07 | 7.833497 | 0.318693 |
|  | -5.65003 | -0.00039 | -0.1676 | 10.06317 | 2.84E-05 | 0.092409 |
|  | 0.54919 | 1.083292 | -0.00347 | 0.449742 | 1.11257 | 0.000525 |
|  | -0.00594 | -0.18811 | -0.09195 | 0.001075 | 0.10778 | 0.041501 |
|  | 0.032437 | -0.00039 | 0.015373 | 0.010345 | 2.84E-05 | 0.003822 |
|  | 0.001682 | 0.077869 | 0.853721 | 0.0002 | 0.033252 | 0.809882 |
|  | -0.00594 | -0.02034 | 0.000115 | 0.001075 | 0.005552 | 5.6E-06 |
|  | -0.05534 | -0.05188 | -0.01588 | 0.02109 | 0.019351 | 0.003991 |
|  | 0.001682 | -0.00039 | 0.000115 | 0.0002 | 2.84E-05 | 5.6E-06 |
|  | -0.00053 | -0.05188 | -0.04337 | 4.32E-05 | 0.019351 | 0.015239 |
|  | -0.31593 | -0.05188 | -0.00014 | 0.215177 | 0.019351 | 6.95E-06 |
|  | 6.77E-06 | -0.00039 | -0.27634 | 1.28E-07 | 2.84E-05 | 0.179995 |
|  | -0.19621 | -0.05188 | -0.09195 | 0.114011 | 0.019351 | 0.041501 |
| **Итого** | -13.5981 | -1.912 | 0.768561 | 31.93434 | 13.1723 | 6.331565 |

Табл. 3 – предварительные вычисления

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Месяц 1, X1** | **Месяц 2, X2** | **Месяц 3, X3** | **Вывод** |
| Среднее арифметическое | 8.181081081 | 7.972972973 | 8.051351351 | Для трёх рядов среднее значение температур примерно одинаковое, ≈8. |
|  |
| Выборочная дисперсия | 0.439371804 | 0.305756026 | 0.277092768 | Выборочная дисперсия первого ряда чуть больше выборочных дисперсий двух других рядов. Стандартное отклонение, соответственно, тоже больше. Таким образом, в январе наблюдался больший разброс температур. |  |
|  |
| Выборочная исправленная дисперсия | 0.451576577 | 0.314249249 | 0.28478979 |  |
| Стандартное отклонение | 0.662851269 | 0.552952101 | 0.526396019 |  |
| Коэффициент вариации | 0.081022454 | 0.069353314 | 0.065379834 | Для всех трёх рядов можно сделать вывод, что выборка однородна и наблюдается высокая степень концентрации относительно среднего. |  |
|  |
|  |
| Коэффициент асимметрии | -1.261906654 | -0.305649688 | 0.142409456 | Для первого ряда характерна большая асимметрия, распределение скошено влево. Для второго ряда характерна умеренная скошенность влево. Для третьего ряда - малая скошенность вправо. |  |
|  |
|  |
|  |
| Коэффициент эксцесса | 1.470868058 | 0.808111751 | -0.77126245 | Для первых двух рядов эмпирические кривые распределений приближены к нормальному. Третий же ряд хоть и не считается приближенно нормальным, но значение его эксцессы относительно близко к порогу -0.5. Для первого и второго ряда распределение имеет острый пик и является высоковершинным, а для третьего ряда распределение имеет плосковершинную форму. |  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
| Мода (моды) | 8.3 | 7.9 | 7.9, 8.1, 8.5 | Первые два ряда имеют по одной моде, которая близка к соответствующему среднему и равна медиане, т.е. приближённо выполняется свойство нормального распределения. Третий же ряд является полимодальным, что может говорить о возможной неоднородности распределения. |  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
| Медиана | 8.3 | 7.9 | 8 | Значение медианы близко к среднему для всех рядов. |  |

Табл. 4 – основные характеристики рядов

В таблице 5 приведены результаты вычислений основных выборочных характеристик рядов с помощью пакета MS Excel для анализа данных.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Результаты средств анализа данных пакета MS Excel** | | |
|  | **Месяц 1, X1** | **Месяц 2, X2** | **Месяц 3, X3** |
| Mean | 8.181081081 | 7.972972973 | 8.051351351 |
| Standard Error | 0.110475211 | 0.092158684 | 0.08773267 |
| Median | 8.3 | 7.9 | 8 |
| Mode | 8.3 | 7.9 | 8.5 |
| Standard Deviation | 0.671994477 | 0.560579387 | 0.533656996 |
| Sample Variance | 0.451576577 | 0.314249249 | 0.28478979 |
| Kurtosis | 1.87239286 | 1.110501576 | -0.705115153 |
| Skewness | -1.315864888 | -0.318719052 | 0.148498783 |
| Range | 2.8 | 2.7 | 2 |
| Minimum | 6.4 | 6.3 | 7.1 |
| Maximum | 9.2 | 9 | 9.1 |
| Sum | 302.7 | 295 | 297.9 |
| Count | 37 | 37 | 37 |

Табл. 5 – результаты анализа данных

Сравнивая результаты таблиц 4 и 5, можно сделать следующий вывод. Среднее арифметическое (mean), выборочная дисперсия (исправленная, sample variance), медиана (median) и мода (mean) были вычислены верно, а коэффициенты асимметрии (skewness) и эксцесса (kurtosis) имеют похожие значения (отличаются, т.к. пакет использует немного другие формулы, более уточнённые). Другие результаты пакета также совпадают с действительностью. Пакет выдаёт только одну моду.