**БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ**

**Кафедра теории вероятностей и математической статистики**

**ОТЧЕТ**

по лабораторной работе №7

«Анализ временной изменчивости ряда температуры воды»

учебной дисциплины

«Статистический анализ временных рядов»

Вариант №5

**Выполнил:**

Кендысь Алексей Максимович,

3 курс, 7 группа, специальность «прикладная математика»

**Преподаватель:**

Цеховая Татьяна Вячеславовна,

кандидат физико-математических наук, доцент

Минск, 2023

Лабораторная работа №7

В работе используются данные для 3-го ряда температур, приведённые в таблице 1. В таблице также указано кол-во наблюдений и средняя температура.

|  |  |
| --- | --- |
| **Год** | **Месяц 3,  yt** |
|  |
| 1957 | 8.5 |  |
| 1958 | 8.4 |  |
| 1959 | 8.5 |  |
| 1960 | 8.5 |  |
| 1961 | 8.8 |  |
| 1962 | 7.9 |  |
| 1963 | 8.5 |  |
| 1964 | 9.1 |  |
| 1965 | 8.9 |  |
| 1966 | 8.6 |  |
| 1967 | 7.9 |  |
| 1968 | 8.3 |  |
| 1969 | 8.2 |  |
| 1970 | 7.9 |  |
| 1971 | 7.8 |  |
| 1972 | 8.1 |  |
| 1973 | 7.8 |  |
| 1974 | 8 |  |
| 1975 | 7.3 |  |
| 1976 | 7.2 |  |
| 1977 | 8.1 |  |
| 1978 | 8.9 |  |
| 1979 | 7.1 |  |
| 1980 | 7.3 |  |
| 1981 | 7.3 |  |
| 1982 | 7.5 |  |
| 1983 | 7.9 |  |
| 1984 | 7.6 |  |
| 1985 | 8.3 |  |
| 1986 | 9 |  |
| 1987 | 8.1 |  |
| 1988 | 7.8 |  |
| 1989 | 8.1 |  |
| 1990 | 7.7 |  |
| 1991 | 8 |  |
| 1992 | 7.4 |  |
| 1993 | 7.6 |  |
| T = | 37 |  |
| yср = | 8.051351 |  |

Табл. 1 – третий ряд температур

Далее использовался медианный метод и метод серий для определения наличия тренда, результаты можно увидеть в таблице 2.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Медианный метод** | | **Метод серий** | |
| **Me =** | **8** |
| + | | + | |
| + | | - | |
| + | |  | |
| + | | - | |
| + | | + | |
| - | | - | |
| + | | - | |
| + | | + | |
| + | | + | |
| + | | + | |
| - | | - | |
| + | | + | |
| + | | + | |
| - | | + | |
| - | | - | |
| + | | + | |
| - | | - | |
|  | | + | |
| - | | + | |
| - | | - | |
| + | | - | |
| + | | + | |
| - | | - | |
| - | |  | |
| - | | - | |
| - | | - | |
| - | | + | |
| - | | - | |
| + | | - | |
| + | | + | |
| + | | + | |
| - | | - | |
| + | | + | |
| - | | - | |
|  | | + | |
| - | | - | |
| - | |  | |
| Число серий ν(T) = | 14 | Число серий ν(T) = | 22 |
| Длина наиб. серии l(T) = | 6 | Длина наиб. серии l(T) = | 3 |
| ν0(T) = | 13.12 | ν0(T) = | 19.43115604 |
| l0(T) = | 5.247927513 | l0(T) = | 6 |
| Неравенства: ν(T) > ν0(T) и l(T) < l0(T). | | Неравенства: ν(T) > ν0(T) и l(T) < l0(T). | |
| Вывод: Не выполняется второе неравенство. Гипотеза об отсутствии тренда отвергается с уровнем значимости 0.05. Соответственно, можно сделать вывод о наличии тренда. | | Вывод: Оба неравенства выполнены. Гипотеза об отсутствии тренда не отвергается, уровень значимости 0.05. Следовательно, нет оснований предполагать наличие тренда. | |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

Табл. 2 – медианный метод и метод серий

Также было произведено сглаживание временного ряда с помощью метода скользящей средней, результаты и вывод можно увидеть таблице 3. График со сглаженным временным рядом приведён на рисунке 1.

|  |
| --- |
| **Скользящая средняя** |
|  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
| 8.442857143 |  |
| 8.528571429 |  |
| 8.6 |  |
| 8.614285714 |  |
| 8.528571429 |  |
| 8.457142857 |  |
| 8.5 |  |
| 8.414285714 |  |
| 8.228571429 |  |
| 8.114285714 |  |
| 8 |  |
| 8.014285714 |  |
| 7.871428571 |  |
| 7.728571429 |  |
| 7.757142857 |  |
| 7.914285714 |  |
| 7.771428571 |  |
| 7.7 |  |
| 7.6 |  |
| 7.628571429 |  |
| 7.728571429 |  |
| 7.657142857 |  |
| 7.571428571 |  |
| 7.842857143 |  |
| 7.957142857 |  |
| 8.028571429 |  |
| 8.114285714 |  |
| 8.085714286 |  |
| 8.142857143 |  |
| 8.014285714 |  |
| 7.814285714 |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
| Вывод по графику: Сглаживание временного ряда даёт представление об общей тенденции поведения ряда. В нашем случае температура с 8.5°C в 1960 году постепенно понижается до 7.5°C градусов в 1978 году, а далее идёт на небольшое повышение. В конце ряда опять заметно небольшое понижение температуры. Из графика видно, что характер тренда, скорее всего, будет отрицательным, т.е. будет описывать понижение температуры. |  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

Табл. 3 – метод скользящей средней

Рис. 1 – исходный и сглаженный ряд

Далее была построена модель тренда. В таблице 4 приведены значения построенной модели и дополнительные вычисления, а в таблице 5 – подсчёт коэффициентов и других характеристик модели.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Условное время, t** | **Значения тренда, y\*** | **(y\* - yср)2** | **(y-y\*)2** |
|  |
| -18 | 8.477240398 | 0.18138148 | 0.000517999 |  |
| -17 | 8.453579896 | 0.161787802 | 0.002870805 |  |
| -16 | 8.429919393 | 0.143313762 | 0.004911291 |  |
| -15 | 8.40625889 | 0.125959361 | 0.008787396 |  |
| -14 | 8.382598388 | 0.109724599 | 0.174224106 |  |
| -13 | 8.358937885 | 0.094609476 | 0.210623983 |  |
| -12 | 8.335277383 | 0.080613991 | 0.027133541 |  |
| -11 | 8.31161688 | 0.067738145 | 0.621547944 |  |
| -10 | 8.287956377 | 0.055981938 | 0.374597396 |  |
| -9 | 8.264295875 | 0.04534537 | 0.11269726 |  |
| -8 | 8.240635372 | 0.035828441 | 0.116032457 |  |
| -7 | 8.21697487 | 0.02743115 | 0.006893172 |  |
| -6 | 8.193314367 | 0.020153498 | 4.46977E-05 |  |
| -5 | 8.169653864 | 0.013995485 | 0.072713207 |  |
| -4 | 8.145993362 | 0.00895711 | 0.119711406 |  |
| -3 | 8.122332859 | 0.005038374 | 0.000498757 |  |
| -2 | 8.098672357 | 0.002239278 | 0.089205177 |  |
| -1 | 8.075011854 | 0.000559819 | 0.005626778 |  |
| 0 | 8.051351351 | 0 | 0.564528853 |  |
| 1 | 8.027690849 | 0.000559819 | 0.685072141 |  |
| 2 | 8.004030346 | 0.002239278 | 0.009210174 |  |
| 3 | 7.980369844 | 0.005038374 | 0.845719625 |  |
| 4 | 7.956709341 | 0.00895711 | 0.733950895 |  |
| 5 | 7.933048838 | 0.013995485 | 0.400750832 |  |
| 6 | 7.909388336 | 0.020153498 | 0.371354144 |  |
| 7 | 7.885727833 | 0.02743115 | 0.148785961 |  |
| 8 | 7.86206733 | 0.035828441 | 0.001438887 |  |
| 9 | 7.838406828 | 0.04534537 | 0.056837816 |  |
| 10 | 7.814746325 | 0.055981938 | 0.235471129 |  |
| 11 | 7.791085823 | 0.067738145 | 1.461473488 |  |
| 12 | 7.76742532 | 0.080613991 | 0.110605918 |  |
| 13 | 7.743764817 | 0.094609476 | 0.003162396 |  |
| 14 | 7.720104315 | 0.109724599 | 0.144320732 |  |
| 15 | 7.696443812 | 0.125959361 | 1.26465E-05 |  |
| 16 | 7.67278331 | 0.143313762 | 0.107070762 |  |
| 17 | 7.649122807 | 0.161787802 | 0.062062173 |  |
| 18 | 7.625462304 | 0.18138148 | 0.000648329 |  |

Табл. 4 – дополнительные вычисления

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Выборочные характеристики** | | | | | | | | |
| Уравнение модели тренда y\*(t) = -0.02 \* t + 8.05 | | | | | | | | |
| Параметры линейной регрессии | | Оценка значимости | | | | | | **Вывод** |
| *a* | -0.023660 |  |  |  |  |  |  |  |
| *b* | 8.051351 |  |  |  |  |  |  |  |
| rty | -0.479914 | σr | 0.148293 | tрасч | -3.236250 | tкр(35; 0,02) | 2.44 | Значение rty говорит об умеренной обратной зависимости. Нулевая гипотеза отвергается, т.е. величина rty значима (уровень значимости 0.02). Тренд неслучайным образом отличается от нуля и вносит вклад в формирование изменчивости ряда. |
| δ̅2 | 0.06381 | D̅ | 0.213273 |  |  | η2y(t) | 0.2303178 | Коэффициент детерминации меньше 0.7, соответственно модель не является адекватной. |
| σ2ε | 0.213273 |  |  |  |  |  |  |  |
| σε | 0.461815 | Sy | 0.526396 | 0.67 Sy | 0.352685 |  |  | σε > 0.67 Sy. Стандартная ошибка превышает допустимую, следовательно модель может быть не очень качественная. |
| Модель среднего качества и требует уточнения. Величина коэффициента корреляции является значимой. Тем не менее, дисперсия ошибки велика и превышает допустимую. Коэффициент детерминации меньше 0.7, причём намного, модель требует улучшения. Из всего этого можно сделать вывод, что модель не является адекватной, точность аппроксимации недостаточна. Из графика тренда видно, что он относительно неплохо описывает данные, но некоторые значения лежат довольно далеко от линии, т.е. есть значительные отклонения от фактических значений температуры. Тренд имеет отрицательный характер, т.е. он описывает падение температуры воды. Физические причины такого характера выявить довольно сложно, ведь в мире наблюдается, скорее, повышение температуры. Возможно, спад температуры произошёл из-за характера течений в океане. | | | | | | | | |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

Табл. 5 – подсчёт параметров модели и выводы

На рисунке 2 представлен график исходного ряда и тренда.

Рис. 2 – исходный ряд и тренд

Также с помощью тренда была спрогнозирована величина температуры в 1995 году, результат в таблице 6.

|  |  |
| --- | --- |
| Величина тренда в 1995 году = y\*(20) = | 7.578141299 |

Табл. 6 – тренд в 1995 году