Projet Axessim : Calcul de matrice d'impédance pour la simulation numérique des lignes de transmission multi-conducteur

Proposé par T. Strub

avec G. Dollé, N. Pham, A. Samake, A. Assmar, qui

Semaine d'étude Maths-Entreprises

Strasbourg, le 27 juin 2014

Plan de la présentation I

1. Introduction
2. Problème
3. Cas des cables et des blindages
4. Conclusions et perspectives

Plan

1 Introduction

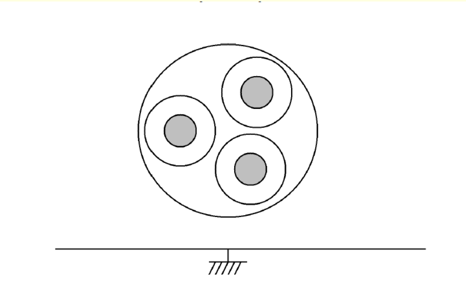
2 Problème

3 Cas des cables et des blindages

4 Conclusions et perspectives

Problème physique

Calculer les tensions $U(z, \omega) = (u_1 \cdots u_N)^T$ et les courants $I(z, \omega) = (I_1 \cdots I_N)$ complexes dans un faisceau de conducteurs w_i, $i = 1 \cdots N$. Les cables sont entourés d'un blindage w_0. La forme du faisceau est fixée dans le plan (x, y) et invariante suivant z.



Exemple de section de cab

Ligne de transmission

Équation des lignes de transmissions ($j^2 = -1$)

$$\frac{\partial U}{\partial z} = ZI, \quad Z = R + j\omega L,$$
$$\frac{\partial I}{\partial z} = YU, \quad Y = G + j\omega C.$$

Matrices : Impédance Z, Résistance R, Inductance L, Admittance Y, Conductance G, Capacité $C = L^-1$.

Propriétes des matrices :

- Symétrique
- Définie positive

Problème

Flux magnétique $\varphi(x, y)$.
Champ magnétique : dd́rive d'un potentiel vecteur

$$B = \nabla \times (0, 0, \varphi)^T.$$

et

$$\nabla \times B = (0, 0, j_z)^T$$

avec

- $j_z(x, y)$: densité de courant suivant z
- $I_i = \int_{w_i}(x, y)dxdy$: courant

On a

$$-\nabla\varphi = \begin{cases} j_z & \\ 0 & \text{sur } \Omega = w_0 \setminus \cup_i w_i, \end{cases} \tag{1}$$

Plan

1 Introduction

2 Problème

3 Cas des cables et des blindages

4 Conclusions et perspectives

Sous forme de matrice

On peut écrire

$$\varphi = \sum_k \phi_k \tilde{\varphi}_k \tag{2}$$

avec $\tilde{\varphi}$ est solution de problème suivante

$$\begin{cases} -\Delta\tilde{\varphi} = 0 & \text{sur } \Omega \\ \tilde{\varphi} = \delta_{ij} \end{cases} \tag{3}$$

donc on a

$$\sum_j \phi_j \left(\int_{w_i} -\Delta\tilde{\varphi}_j \right) = I_i \tag{4}$$

ou bien

$$\sum_j \phi_j \left(\int_{\partial w_i} -\nabla\tilde{\varphi}_j \right) \cdot n = I_i \tag{5}$$

en d'éduit

$$\sum_j M_{ij}\phi_j = I_i \quad \forall i \tag{6}$$

Calcul la matrice M

On a

$$M_{ij} = \int_{\partial w_j} \frac{\partial \varphi_i}{\partial n} \tag{7}$$

Properties de la matrice M

- Symétrique
- Définie positive
- Inversible

Ou bien

$$M\phi = I \quad \text{ou bien } \phi = LI \quad \text{où } L = M^{-}1 \tag{8}$$

Calcul la matrice M

Problème quand on a calculer directement l'intégrale : La matrice M n'est plus symétrique => solution : formulation faiblement

$$\int_{\Omega} -\Delta\varphi\psi = \int_{w} \nabla\varphi\psi - \int_{\partial w} \nabla\varphi \cdot \boldsymbol{n}\psi = \int_{\partial w} \nabla\varphi \cdot \boldsymbol{n} \tag{9}$$

avec $\psi \in H(w)$ satifait

$$\psi(z) = \begin{cases} 0 & \text{si } z \in w \\ 1 & \text{si } z \in \partial w \end{cases} \tag{10}$$

Plan

1 Introduction

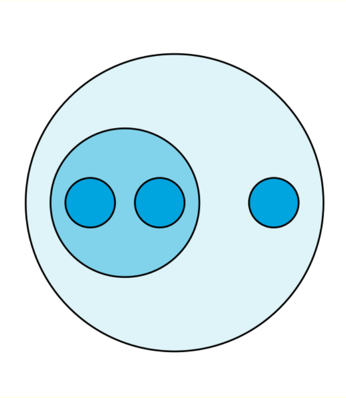
2 Problème

3 Cas des cables et des blindages

4 Conclusions et perspectives

Cas des cables et des blindages

- Blindage de rérérence w_0 et $N1$ conducteurs $w_1 \cdots w_N 1$
- Chaque conducteur w_i a NN_i sous conducteurs dedans
- Chaque conducteur w_i matrice d'inductance L^i_{int}
- L_{ext} : matrice d'inductance des conducteurs extérieurs



Plan

1. Introduction
2. Problème
3. Cas des cables et des blindages
4. Conclusions et perspectives

Bilan :

- AAA
- BBB
- CCC

Bilan :

- AAA
- BBB
- CCC

Perspectives :

- Cas général
- Problème global -> local
- Autres
- Modèles plus complexes

Merci de votre attention !