Matemática Discreta

Lógica Matemática.

Ciencia que estudia las **demostraciones matemáticas**. Los temas de la **lógica matemática** son las **pruebas matemáticas**, los **métodos** y los **medios para su construcción**. La división más simple de la **lógica matemática** es la **lógica proposicional**. La **proposición** es un **enunciado** que tiene un valor de verdad, es decir, puede ser verdadero (T) o falso (F). Las **proposiciones compuestas** pueden construirse a partir de **proposiciones atómicas** mediante **operaciones lógicas** y **paréntesis**.

Las **operaciones lógicas** más comunes son **y** ("and",**conjunción** o **multiplicación lógica,** "$\wedge$"), **o** ("or",**disyunción** o **adición lógica** "$\vee$"), **si ...entonces** ("if ... $then$", **consecuencia** o **implicación lógica,** "$\Rightarrow$"), no ("not" negación, "**¬, ~**").

La **conjunción**, la **disyunción** y la **implicación** se asignan a **operaciones binarias**, ya que utilizan dos **operandos**, la **negación** se asigna a una **operación unaria**, ya que requiere un **operando**.

Dos **proposiciones compuestas** se llaman **lógicamente equivalentes**, si toman los mismos valores de verdad para cualquier **conjunto de valores** de las partes componentes. Una **proposición compuesta** que toma **valores de verdad** para sus componentes se denomina **tautología**.
Una **proposición** (no Q) ⇒ (no P) se denomina **opuesta** o **contrapositiva** a la **proposición** P ⇒ Q.

La notación P ⇒ Q se lee : "**P implica Q**", o "**de P se sigue Q**", o "**Q es necesaria para P**", o "**P es suficiente para Q**". Para justificar la **equivalencia lógica** se utiliza la **tabla de verdad**, con los valores verdaderos de las **expresiones lógicas** para todos los conjuntos posibles de **valores de verdad** de los componentes. La **equivalencia** de dos **proposiciones** puede establecerse comparando sus **tablas de verdad**. Coinciden para las **proposiciones lógicamente equivalentes**.

Lógica Matemática. Tabla de verdad

Si las **proposiciones** A y B son **equivalentes**, entonces escribimos **A ⇔ B**. La última **proposición** puede escribirse mediante las **operaciones de conjunción** e **implicación** como (A ⇒ B) y (B ⇒ A). La **validez** de las **leyes del álgebra de la lógica** se demuestra construyendo las **tablas de verdad**. Algunas leyes tienen **análogos directos** en el **álgebra de los números reales**, incluyendo las leyes **conmutativa**, **asociativa** y **distributiva**. Hay leyes como, la **ley de Morgan**, que no tienen tales **análogos**.

Los **enunciados** sobre **propiedades de la variable x** se llaman **predicados** y se denotan por P(x), Q(x), ... El **dominio de verdad** de un **predicado** es una colección de todos los x, para los que el **predicado** dado se convierte en una **proposición verdadera**. Las propiedades de los predicados se estudian mediante la lógica de predicados.

Para construir **expresiones lógicas compuestas**, utilizamos **cuantificadores**: ∀ (para todos)-cuantificador universal y ∃ (existe)-cuantificador existencial. El **cuantificador** es una **operación lógica** que, mediante el **predicado** P(x) construye una **proposición** que caracteriza el dominio de verdad de P(x).

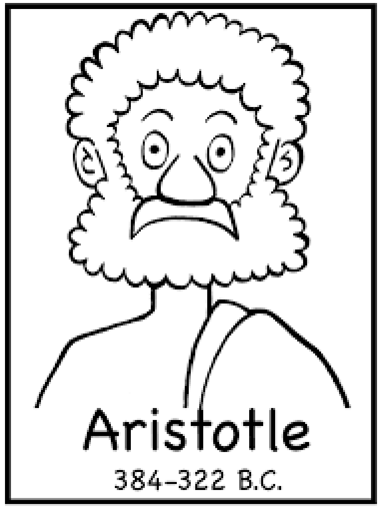
La **expresión lógica** ∀x (P(x)) ("para todo x P(x) es verdadera") significa que para todos los valores posibles x la **proposición** P(x) toma el valor verdadero. La expresión ∃x (P(x)) ("existe x tal que P(x) es verdadera") significa que para algún valor x P(x) toma el valor verdadero. Los paréntesis después de ∀x y ∃x limitan el rango de operación del cuantificador. A menudo se omiten los corchetes que definen el rango de operación.

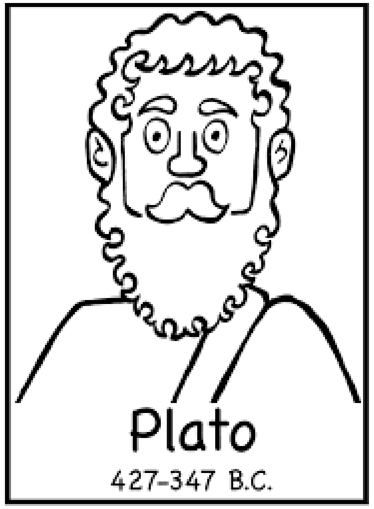
Lógica formal y demostraciones mediante tablas de verdad

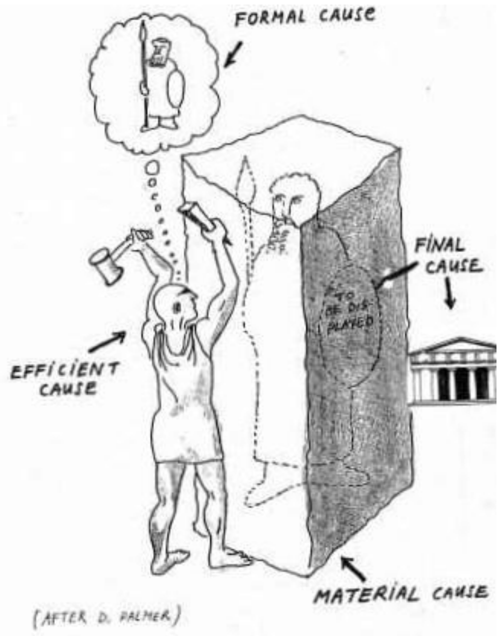
El fundamento de toda **matemática** es la **lógica**, estudia cómo construir **argumentos lógicamente sólidos** que demuestren que ciertas suposiciones conducen a ciertas conclusiones sin duda.

La **lógica formal** se **abstrae** de cualquier detalle especifico de los **argumentos** concretos que se construyen para centrarse en la estructura de los **argumentos**, que puede establecer algunos principios generales que se pueden utilizar en **argumentos** específicos.

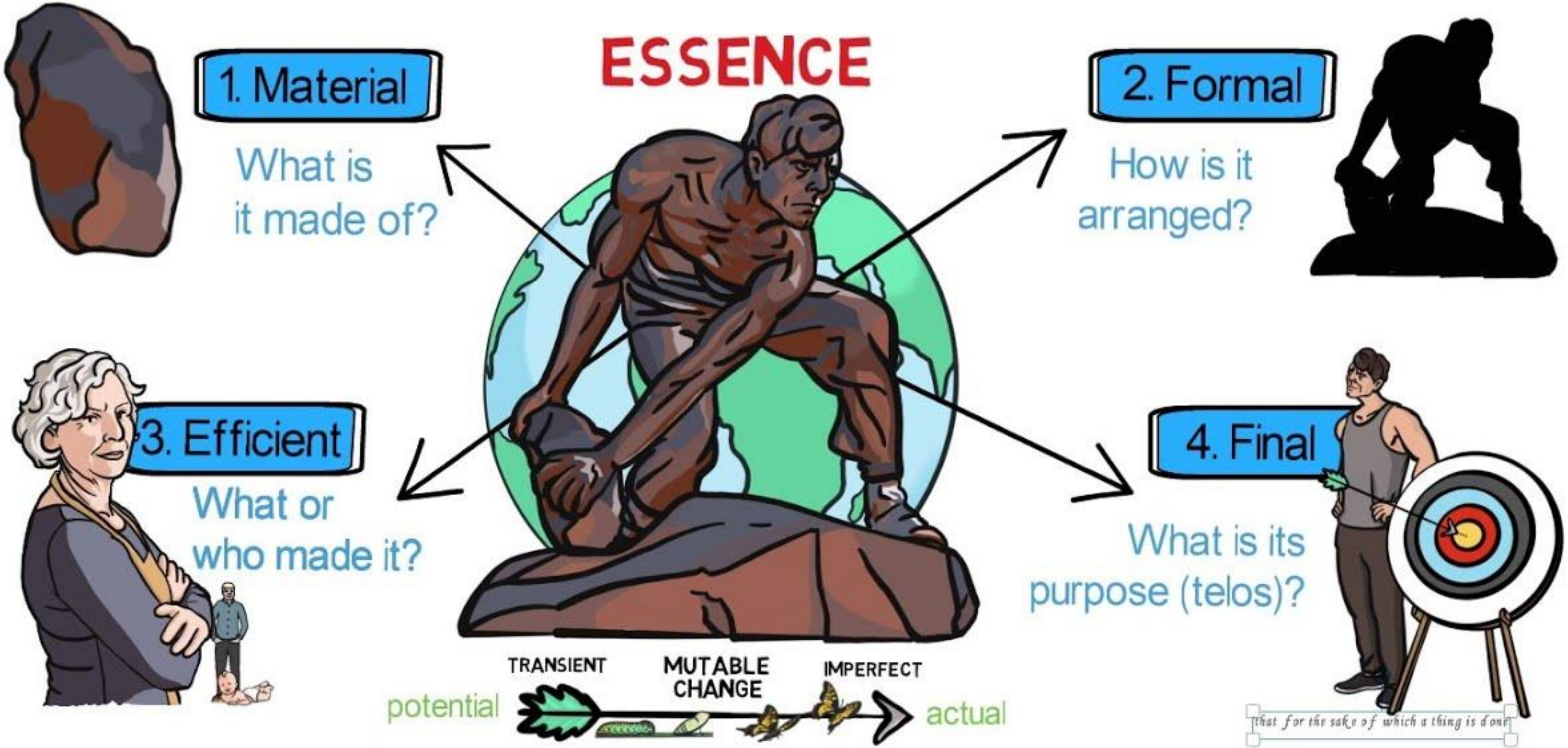
Aristóteles desarrolló muchos principios de **lógica silogística**, que es la **lógica** centrada en **argumentos** que deductivamente conducen de unos **supuestos** a una **conclusión**. Esta obra, que se remonta se remonta a los años 300 a.C., se sigue utilizando hoy en día. El estudio moderno de la **lógica formal** se basa en el trabajo pionero de **Aristóteles**.







ARISTOTLE'S FOUR CAUSES



Terminología básica de la lógica formal

Antes de proceder al estudio de la **lógica formal**, es necesario definir algunos términos y notación para facilitar la discusión.
La **lógica** estudia cómo algunas **afirmaciones** conducen a ciertas **consecuencias**.

"si un número entero positivo es múltiplo de 4, entonces también es múltiplo de 2".

1. **n** es un número **entero positivo**.
2. **n** es múltiplo de **4**.
3. Existe algún número **entero positivo**, **m**, donde **n** = **4m**.
4. Si factorizamos **2** en el lado derecho de la ecuación, encontramos que **n = 2(2m)**.
5. Por lo tanto, **n es múltiplo de 2**.

1. n es un número entero positivo.
2. n es múltiplo de 4.
3. Existe algún número entero positivo, m, donde n = 4m.
4. Si factorizamos 2 en el lado derecho de la ecuación, encontramos que n = 2(2m).
5. Por lo tanto, n es múltiplo de 2.

Terminología básica de la lógica formal

En el contexto del vocabulario de la lógica formal:

- Cada línea de una **cadena de** razonamiento que es **V o F** se denomina enunciado:

a) Las 5 líneas del razonamiento anterior son enunciados.

- Un conjunto de enunciados se denomina argumento:

a) El conjunto de enunciados 1-5 constituye un argumento.

b) El "argumento" de la **lógica formal** no incluye ambigüedad, sólo enunciados.

- Exactamente una afirmación de un argumento se llama conclusión:

a) El enunciado 5 es la conclusión.

b) Las conclusiones suelen ir al final.

c) Las conclusiones suelen ser cosas que nos gustaría demostrar en argumentos matemáticos.

- Todas las demás afirmaciones del argumento se llaman premisas:

a) Las afirmaciones 1-4 son premisas.

- Un argumento se llama **válido** si la **conclusión** debe ser cierta cuando todas las premisas son verdaderas:

a) El argumento es válido porque el enunciado 5 (conclusión) debe ser **V** cuando las 4 primeras afirmaciones (premisas) son **V**.

- Cualquier argumento que no sea **válido** se denomina **inválido**.

En un argumento válido, las premisas deben conducir inequívocamente a la conclusión, como ocurre en nuestro sencillo argumento matemático anterior.

Un argumento inválido es aquel en el que todas las premisas pueden ser **V**, pero la conclusión sigue siendo F.

Terminología básica de la lógica formal

Ejemplo - un argumento inválido
Consideremos el siguiente argumento:

1. n es un número entero positivo.
2. n es múltiplo de 3.
3. n es múltiplo de 5.
4. 3 y 5 son ambos números impares.
5. Por lo tanto, n es un número impar.

Por lo tanto, tenemos un número entero positivo, **n**, que es múltiplo de **3 y 5**, que son números **impares**. Supongamos que las afirmaciones 1-4 son premisas verdaderas y que la afirmación 5 es la conclusión del argumento. ¿Es un argumento válido?

Tiene sentido; muchos múltiplos de 3 son impares: 3, 9, 15, ...
Y muchos múltiplos de 5 son impares: 5, 15, 25, ...

Entonces, tiene sentido concluir que **¿ n** es impar?
¡No! Hay números que son múltiplos de 3 y 5 que no son impares, como los siguientes: 30, 60, 90, ...

Estos son números pares, por lo que las afirmaciones 1-4 podrían ser ciertas y n podría seguir siendo un número par, es decir, la afirmación 5 es falsa. En otras palabras, es posible que todas las premisas del argumento (afirmaciones 1-4) sean verdaderas pero que la conclusión del argumento (afirmación 5) sea falsa simultáneamente, por lo que este argumento no es válido. Un argumento válido no siempre es un buen argumento en la práctica.

Variable Proposicional

Representa a una **proposición simple** o **compuesta** pero su **valor de verdad** es desconocido, mientras no se especifiquen los **valores de verdad** de las **proposiciones** involucradas.

La **variable proposicional** se representa con las ultimas letras minúsculas del alfabeto español, ejemplo: p, q, r, etc.

Forma Proposicional

Son estructuras constituidas por **variables proposicionales** y relacionadas con los **operadores lógicos.** Se representan con las letras mayúsculas del alfabeto español A,B, C….D.

Ejemplo:

$$A: \quad [(p \wedge q) \rightarrow (r \vee - p)] \wedge r$$

Las **formas proposicionales** no tienen **valor de verdad** conocido y, por lo tanto, no serán consideradas **proposiciones**.

Si cada **variable proposicional** es reemplazada por una **proposición simple** o **compuesta**, la **forma proposicional** se convierte en una **proposición**.

Ejercicio de Forma Proposicional

Dada la siguiente forma proposicional. Construya la Tabla de verdad de una forma proposicional.

$$A: \quad [(p \wedge q) \rightarrow (r \vee - p)] \wedge r$$

Solución

Hay 3 **variables proposicionales** *p, q* y *r*, existirán 2^3 **proposiciones** en la tabla de verdad de ***A***.

p	q	r	$p \wedge q$	$\neg p$	$r \vee \neg p$	$[(p \wedge q) \rightarrow (r \vee \neg p)]$	A
0	0	0	0	1	1	1	0
0	0	1	0	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1	1	0
0	1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	1	0
1	**0**	**1**	0	0	1	1	**1**
1	1	0	1	0	0	0	0
1	1	1	1	0	1	1	1

Las **variables proposicionales** *p, q* y *r* toman los **valores de verdad** 0 y 1. El resultado la **proposición resultante** es verdadera.

Ejercicio:

Construir la tabla de vedad para la siguiente forma proporcional

$$B: \quad [-p \Rightarrow (q \wedge p] \Leftrightarrow -q$$

Solución:

p	q	$[-p \Rightarrow (q \wedge p)] \Leftrightarrow -q$				
V	V	F	V	V	F	F
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	F	V	F
F	F	V	F	F	F	V

Ejercicio:T

Construir la tabla de vedad para las siguientes formas proporcionales

$$C: \quad [-p \wedge (q \vee r)] \Rightarrow [(p \vee r) \wedge q]$$

Solución:

p	q	r	$[- p$	$\wedge$	$(q \vee r)]$	$\Rightarrow$	$[(p \vee r)$	$\wedge$	$q]$
V	V	V	F	F	V	**V**	V	V	V
V	V	F	F	F	V	**V**	V	V	V
V	F	V	F	F	V	**V**	V	F	F
V	F	F	F	F	F	**V**	V	F	F
F	V	V	V	V	V	**V**	V	V	V
F	V	F	V	V	V	**F**	F	F	V
F	F	V	V	V	V	**F**	V	F	F
F	F	F	V	F	F	**V**	F	F	F

TAUTOLOGÍAS, CONTRADICCIONES Y CONTINGENCIAS:

Dada la estructura lógica de una forma proposicional:

- ✓ ***Tautología,*** si los valores de su **tabla** de verdad todos son **verdaderos.**
- ✓ ***Contradicción*, ** si los valores de su **tabla** de verdad, todos son **falsos.**
- ✓ ***Contingencia*, ** si los valores de su **tabla** de verdad hay valores **verdaderos y falsos.**

Ejercicio:

Determinar si la siguiente forma proposicional es tautológico, consistente o contradictorio.

$$[\sim(p \vee q) \Leftrightarrow (\sim q \wedge \sim p)] \vee p$$

Solución:

p	q	$[\sim (p \vee q) \Leftrightarrow (\sim q \wedge \sim p)] \vee p$
V	V	F V V F F F V V
V	F	F V V V F F V V
F	V	F V V F F V V F
F	F	V F V V V V V F

Cálculo Proposicional

Determina el valor de verdad de las siguientes expresiones:

a) $(q \rightarrow \sim r) \wedge s$ b) $(p \wedge r) \vee (p \wedge q)$

si se sabe que:

- (V) p: Magnolia es doctora.
- (F) q: Magnolia es casada.
- (V) r: Magnolia vive con sus padres.
- (F) s: Magnolia viajará a Tacna.

a) $(F \rightarrow F) \wedge F$

$V \wedge F$

F

b) $(V \wedge V) \vee (V \wedge F)$

$V \vee F$

V

EJERCICIOS - T

1. Se sabe que únicamente P es verdadero, ¿Qué puede afirmarse del valor de verdad de cada una las proposiciones siguientes?

- $P \wedge Q$ $R \rightarrow P$ $S \rightarrow \sim P$
- $R \vee P$ $P \rightarrow Q$ $R \rightarrow (S \rightarrow P)$
- $R \wedge P$ $P \rightarrow P \vee S$ $P \vee S \rightarrow (Q \wedge \sim P)$
- $S \vee \sim P$ $\sim P \rightarrow Q \wedge R$ $Q \wedge \sim P \rightarrow R \wedge Q$

2.- Determinar cuáles de las siguientes proposiciones son tautologías:

- $P \wedge Q \rightarrow P \wedge R$ $(P \rightarrow Q) \rightarrow (\sim Q \rightarrow P)$
- $P \rightarrow P \wedge Q$ $(P \leftrightarrow Q) \wedge (P \wedge \sim Q)$
- $P \wedge \sim (Q \vee P)$ $P \wedge \sim ((P \vee Q) \vee R)$
- $(P \rightarrow (Q \vee \sim P)) \rightarrow \sim Q$ $P \vee (\sim P \vee R)$

RECORDEMOS:

Las **formas proposicionales** pueden ser conectadas con **operadores lógicos** para formar nuevas formas proposicionales. Dadas A y B, los símbolos:

$$\neg A,\ A \wedge B,\ A \vee B,\ A \veebar B,\ A \rightarrow B \text{ y } A \leftrightarrow B$$

IMPLICACIÓN LÓGICA

Sean A y B dos formas proposicionales, se dice que A implica lógicamente a B, denotado por $A \rightarrow B$, si y sólo si **$A \rightarrow B$** es una **tautología.**

EJEMPLO DE IMPLICACIÓN LÓGICA

Dada las siguientes formas proposicionales, demostrar que **A** implica a **B**

A: $p \wedge q$

B: $p \vee q$

Solución:

Unimos con la condicional $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$ y construimos la tabla:

		A	A $\Rightarrow$ B	B
p	q	$p \wedge q$	$\Rightarrow$	$p \vee q$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	V	F

El resultado tautológico, demuestra que A implica a B.

Proposición Lógica y Expresión Lógica

Una **proposición lógica** es cualquier **expresión** verdadera o falsa.

“El cielo es azul” es **una proposición lógica V** o **F**

Los **conectivos lógicos** representan **operaciones** sobre las **proposiciones**, capaces de formar otras **proposiciones** de mayor complejidad.

Una **expresión lógica** es una combinación de **proposiciones lógicas** y **conectivos lógicos**, como “y”, “o”, “no”, “si… entonces…”, etc.

Una **expresión lógica** puede contener **variables proposicionales**, que se pueden interpretar como **proposiciones** con un valor de verdad definido. “**p** y **q**” es una **expresión lógica**, donde **p** y **q** son **variables proposicionales**. Sin embargo, no se puede decir si esta **expresión** es V o F sin asignar un valor de V a las variables.

“El cielo es azul y el sol brilla” es una **expresión lógica**,
formada por las **proposiciones** “el cielo es azul” y “el sol brilla”, y el conectivo “y”.

Toda **proposición lógica** es una **expresión lógica**, pero no toda **expresión lógica** es una **proposición lógica**.

EQUIVALENCIA LÓGICA

Dos proposiciones son equivalentes, si tienen iguales valores de verdad.

Se representa por “ $\equiv$ ” pero **no es** un operador lógico.

Ejercicio:

Demostrar que las siguientes **formas proposicionales** son **equivalentes**

$$A: p \Rightarrow q \quad B: -p \wedge q$$

Se construye la tabla de verdad y luego se verifica los resultados

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim p \wedge q$
V	V	**V**	**V**
V	F	**F**	**F**
F	V	**V**	**V**
F	F	**V**	**V**

Resp: si son equivalentes

Principales leyes lógicas o Tautologías:

$1. -$ ***de identidad***:

$p \Rightarrow p \quad y \quad p \Leftrightarrow p$

$2. -$***Ley de contradicción***:

$\sim(p \wedge -p)$

$3. -$***Ley del Tercio excluido***:

$p \vee -p$

$4. -$***Ley Del Modus Ponens***:

$[p \wedge (p \Rightarrow q)] \;\Rightarrow q$

$5. -$***Ley de Simplificación***:

$a)\ p \wedge q \Rightarrow p$

$b)\ p \wedge q \Rightarrow q$

$6..$***Ley de Modus Tollens***:

$[(p \Rightarrow q) \wedge -q] \Rightarrow q$

$7. -$***Ley del Silogismo hipotètico***

$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$

$8. -$ ***Ley del Silogismo Disyuntivo***:

$[(p \vee q) \wedge -q] \Rightarrow q$

$9. -$***Ley del Absurdo***:

$a)\ [p \Rightarrow (q \wedge -q)] \Rightarrow -p$

$b)\ [(-p \Rightarrow q) \wedge (-p \Rightarrow -q)] \Rightarrow p$

Idempotent laws

A **or** $A \Leftrightarrow A$ $\qquad$ A **and** $A \Leftrightarrow A$

Properties of constants "T" and "F"

A **or** F $\Leftrightarrow A$ $\qquad$ A **and** T $\Leftrightarrow A$

A **or** T $\Leftrightarrow$ T $\qquad$ A **and** F $\Leftrightarrow$ F

Properties of negation

A **or** (**not** A) $\Leftrightarrow$ T $\qquad$ A **and** (**not** A) $\Leftrightarrow$ F

not (**not** A) $\Leftrightarrow A$

Commutative laws

A **or** $B \Leftrightarrow B$ **or** A $\qquad$ A **and** $B \Leftrightarrow B$ **and** A

Associative laws

A **or** (B **or** C) $\Leftrightarrow$ (A **or** B) **or** C $\qquad$ A **and** (B **and** C) $\Leftrightarrow$ (A **and** B) **and** C

Distributive laws

A **or** (B **and** C) $\Leftrightarrow$ (A **or** B) **and** (A **or** C) $\qquad$ A **and** (B **or** C) $\Leftrightarrow$ (A **and** B) **or** (A **and** C)

Absorption laws

A **or** (A **and** B) $\Leftrightarrow A$ $\qquad$ A **and** (A **or** B) $\Leftrightarrow A$

De Morgan's laws

not (A **or** B) $\Leftrightarrow$ (**not** A) **and** (**not** B) $\qquad$ **not** (A **and** B) $\Leftrightarrow$ (**not** A) **or** (**not** B)

Equivalencias Notables

$1.-$ ***Ley de involución***: (***Doble negación***):

$-(-p) \equiv p$

$2.-$ ***Ley de Idempotencia***:

$a) p \wedge p \equiv p$

$b)\ p \vee p \equiv p$

$3.-$ ***Ley Conmutativa***:

$a)\ p \wedge q \equiv q \wedge p$

$b)\ p \vee q \equiv q \vee p$

$c)\ p \Leftrightarrow q \equiv q \Leftrightarrow p$

$4.-$ ***Ley Asociativa***:

$a)\ (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$

$b)\ (p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$

$c)\ (p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow r \equiv p \Leftrightarrow (q \Leftrightarrow r)$

$5.-$ ***Leyes Distributivas***:

$a)\ p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

$b) p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

$c)\ p \Rightarrow (q \wedge r) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)$

$d)\ p \Rightarrow (q \vee r) \equiv (p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow r)$

$6.-$ ***Ley de D´Morgan***:

$a)\ -(p \vee q) \equiv -p \wedge -q$

$b)\ -(p \wedge q) \equiv -p \vee -q$

$7.-$ ***Leyes de Complemento***:

$a)\ p \vee -q \equiv V$

$b)\ \rightleftarrows -(-p) \equiv p$

$c)\ p \wedge -p \equiv F$

$8.-$***Leyes delCondicional***:

$a)\ p \Rightarrow q \equiv -p \vee q$

$b)\ -(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge -q$

$c)\ (p \Rightarrow q) \equiv -q \Rightarrow -p$

$9.-$ ***Ley del Bicondicional***:

$a)\ (p \Leftrightarrow q) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$

$b)\ (p \Leftrightarrow q) \equiv (p \wedge q) \vee (-p \wedge -q)$

$10.-$ ***Leyes de Identidad***:

$a)\ p \vee V = V \qquad b)\ p \wedge V = p$

$c)\ p \vee F = p \qquad d)\ p \wedge F = F$

$11.-$ ***Ley de Absorsión***:

$a)\ p \wedge (p \vee q) \equiv p \qquad b)\ p \vee (p \wedge q) \equiv p$

$c)\ p \wedge (-p \vee q) \equiv p \wedge q \qquad d)\ p \vee (-p \wedge q) \equiv p \vee q$

$12.-$***Ley de Transposición***:

$a)\ (p \Rightarrow q) \equiv (-q \Rightarrow -p)$

$b)\ (p \Leftrightarrow q) \equiv (-q \Leftrightarrow -p)$

$13.-$ ***Ley de Exportación***:

$a)\ (p \wedge q) \Rightarrow r \equiv p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$

$b)[(p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \ldots p_n) \Rightarrow r] \equiv [(p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \ldots p_n) \Rightarrow (p_n \Rightarrow r)]$

$14.-$ ***Elementos Neutros***:

$a) p \wedge T \equiv p \qquad b)\ p \vee T \equiv T$

$c)\ p \vee C \equiv p \qquad d)\ p \wedge C \equiv C$

$T = Tautología \quad ; \quad C = Contradicción$

CUANTIFICADORES

Función Proposicional:

Es todo enunciado abierto, que tiene la propiedad de convertirse en una proposición al ser sustituido la variable “x” por una constante específica. Se les denota asi:

$P(x)$; $q(x)$; etc.

Ejemplo:

Sea : $p(x): x + 5 = 12$; donde si reemplazamos x por 3 , la expresión es falsa; si reemplazamos x por 7, la expresión es verdadera. Esto escribimos asi:

$P(3): 3+5 = 12$ es falsa

$P(7): 7+5 = 12$ es verdadera.

TIPOS DE CUANTIFICADORES

1.- Cuantificador Universal:

Es toda función proposicional precedida por el Prefijo “**Para Todo**”, denotado por: $\forall$

Se lee: “Para todo x perteneciente a los reales, x^2es mayor o igual a cero” $\forall x \in R: x^2 \geq 0$

2.- Cuantificador Existencial

Es toda función proposicional precedida por el prefijo “**Existe algún** x”, denotado por :

$$\exists x: \quad se\ lee: \text{ Existe algún x}$$

$$Ejemplo: \ \exists x \in R: \ 2x^2 - 8 = 0$$

Negación de los Cuantificadores:

Dada una función proposicional , tal como : P(x), entonces, si esta función proposicional está cuantificada y se niega, entonces, se cumple la siguiente igualdad:

$$-[\forall x \in A : p(x)] \quad \equiv \quad \exists x \in A : -p(x)$$

Dada una función proposicional, tal como : P(x), entonces, si esta función proposicional está cuantificada en forma existencial y se niega, entonces, se cumple la igualdad:

$$-[\exists x \in A : p(x)] \quad \equiv \quad \forall x \in A : -p(x)$$

Circuitos lógicos

Llamados también redes lógicas. Son como su nombre indica, redes que representan posiciones lógicas.

Estas redes se presentan como **redes en serie** o como **redes en paralelo**

$-Una\ \boldsymbol{conexión\ en\ serie}\ se\ asocia\ con\ la\ \boldsymbol{CONJUNCI}ÓN\ p\ \wedge\ q$:

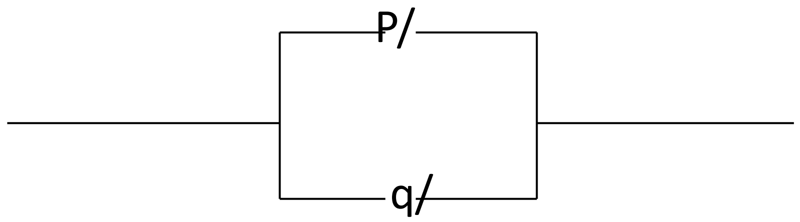
———— /p ———— /q ————

Circuitos lógicos

Llamados también redes lógicas. Son como su nombre indica, redes que representan posiciones lógicas.

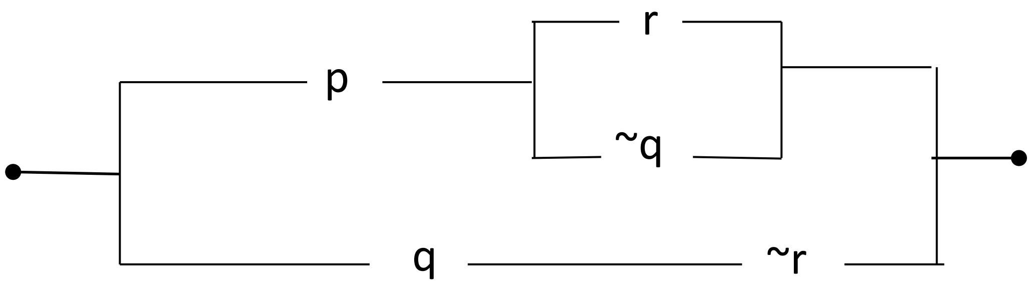
Estas redes se presentan como **redes en serie** o como **redes en paralelo**

–*Una* ***conexión en paralelo*** *se asocia con la* ***DISYUNCIÓN*** $p \vee q$:



Circuitos lógicos

Describir simbólicamente el circuito



1. CONJUNCIÓN están conectados en **paralelo** : $r \vee \sim q$

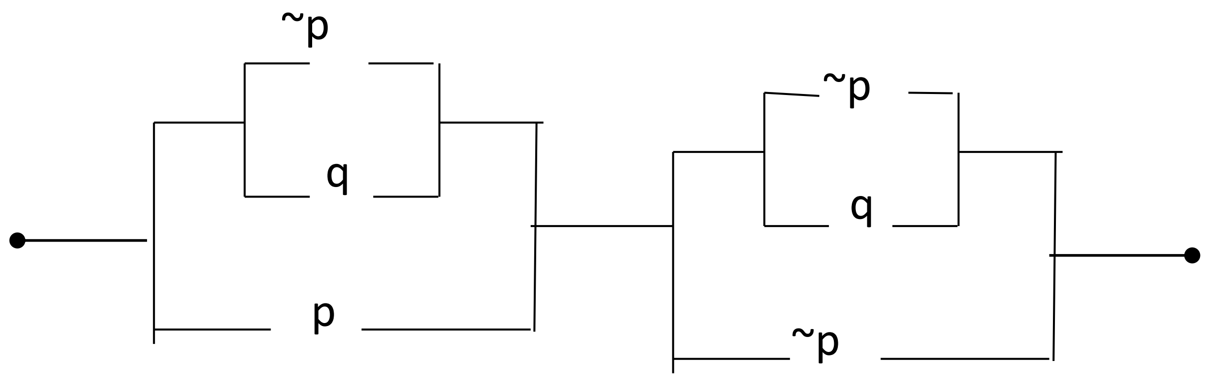
2. DISYUNCIÓN están conectados en **serie** : $p \wedge (r \vee \sim q)$

3. DISYUNCIÓN están conectados en **serie** : $q \wedge \sim r$

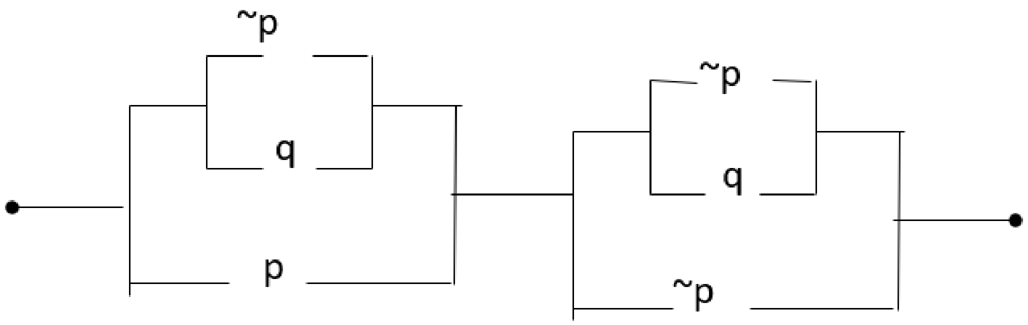
4. CONJUNCIÓN están conectados en **paralelo** : $[p \wedge (r \vee \sim q)] \vee (q \wedge \sim r)$

Circuitos lógicos

Determinar el circuito **equivalente** al circuito:



Circuitos lógicos



$$[(\sim p \vee q) \vee p] \wedge [(\sim p \vee q) \vee \sim p]$$

Simplificamos utilizando las leyes lógicas y las equivalencias notables.

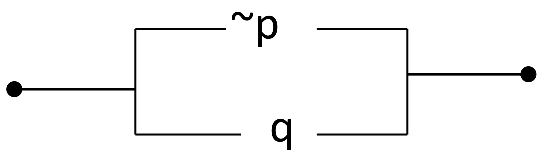
Asociativa $$[(\sim p \vee p) \vee q] \wedge [(\sim p \vee \sim p) \vee q]$$

Ley del tercio excluido , Idempotencia. $$[T \vee q] \wedge [\sim p \vee q]$$

$$[T] \wedge [\sim p \vee q]$$

Elemento neutro para la conjunción $$\sim p \vee q$$

El circuito equivalente es:



Lógica Matemática.

-Desarrollo axiomático del cálculo proposicional.

-Deducciones y demostraciones.

-Principios y Reglas de Inferencias.

-Casos de deducción lógica.

Cuantificadores

$$-[\forall x \in A: p(x)] \quad \equiv \quad \exists x \in A: -p(x)$$

$$- \forall\ x\ (p(x)) \Leftrightarrow \exists\ x\ (-\ p(x))$$

$$-[\exists x \in A: p(x)] \quad \equiv \quad \forall x \in A: -p(x)$$

$$- \exists x\ (p(x)) \Leftrightarrow \forall x\ (-\ p(x))$$

Lógica Matemática. Tabla de verdad / leyes del algebra de la lógica

P	Q	not P	P and Q	P or Q	$P \Rightarrow Q$
T	T	F	T	T	T
T	F	F	F	T	F
F	T	T	F	T	T
F	F	T	F	F	T

(1) razonamiento hacia delante: se sugiere la verdad P y se deriva la verdad Q;
(2) razonamiento hacia atrás: el razonamiento hacia adelante prueba la verdad de la proposición (no Q) ⇒ (no P) como lógicamente equivalente a P ⇒ Q;
(3) método "por contradicción": se sugiere la verdad de P y la falsedad de Q y sobre la base de un razonamiento fundamentado se obtiene una contradicción.

Idempotent laws

$A \text{ or } A \Leftrightarrow A \qquad A \text{ and } A \Leftrightarrow A$

Properties of constants "T" and "F"

$A \text{ or F} \Leftrightarrow A \qquad A \text{ and T} \Leftrightarrow A$

$A \text{ or T} \Leftrightarrow \text{T} \qquad A \text{ and F} \Leftrightarrow \text{F}$

Properties of negation

$A \text{ or } (\text{not } A) \Leftrightarrow \text{T} \qquad A \text{ and } (\text{not } A) \Leftrightarrow \text{F}$

$\text{not } (\text{not } A) \Leftrightarrow A$

Commutative laws

$A \text{ or } B \Leftrightarrow B \text{ or } A \qquad A \text{ and } B \Leftrightarrow B \text{ and } A$

Associative laws

$A \text{ or } (B \text{ or } C) \Leftrightarrow (A \text{ or } B) \text{ or } C \qquad A \text{ and } (B \text{ and } C) \Leftrightarrow (A \text{ and } B) \text{ and } C$

Distributive laws

$A \text{ or } (B \text{ and } C) \Leftrightarrow (A \text{ or } B) \text{ and } (A \text{ or } C) \qquad A \text{ and } (B \text{ or } C) \Leftrightarrow (A \text{ and } B) \text{ or } (A \text{ and } C)$

Absorption laws

$A \text{ or } (A \text{ and } B) \Leftrightarrow A \qquad A \text{ and } (A \text{ or } B) \Leftrightarrow A$

De Morgan's laws

$\text{not } (A \text{ or } B) \Leftrightarrow (\text{not } A) \text{ and } (\text{not } B) \qquad \text{not } (A \text{ and } B) \Leftrightarrow (\text{not } A) \text{ or } (\text{not } B)$