CheatSheet di Ricerca Operativa e Pianificazione delle Risorse

Fabio Ferrario

@fefabo

2022/2023

Indice

Capitolo 1

Ottimizzazione Non Lineare Vincolata

1.1 Condizioni di KKT

In un problema di ottimizzazione vincolata definito come:

$$\begin{gathered}\text{opt } f(x_1, ..., x_n),\\ g_m(x_1, ..., x_n) = 0 \text{ Vincoli di Uguaglianza},\\ h_l(x_1, ..., x_n) \leq 0 \text{ Vincoli di Disguaglianza},\end{gathered}$$

Generiamo la Lagrangiana cosí definita:

$$L(V) = f(X) \pm \sum_{i=0}^{m} \lambda_i \cdot g_i(X) \pm \sum_{j=0}^{l} \mu_j \cdot h_j(X) \text{ Per i problemi di MIN}$$

in cui $\pm$ diventa $+$ per i problemi di MIN e $-$ per i problemi di MAX, Abbiamo che λ sono i moltiplicatori lagrangiani associati ai vincoli di Uguaglianza, e μ quelli associati ai vincoli di Disuguaglianza.
con $V = \{x_1, ..., x_n, \lambda_1, ..., \lambda_m, \mu_1, ..., \mu_l\}$, ovvero tutte le variabili e $X = \{x_1, ..., x_n\}$, ovvero tutte le variabili origniali.

La tabella e il sistema Avendo questo, bisogna quindi generare un sistema che avrá $n+m+l$ incognite utilizzando le KKT, riportate qui in modo semplificato:

Stazionarietá Problemi di MIN (-) $\nabla f = -\sum \lambda_i \cdot \nabla g_i - \sum \mu_j \cdot \nabla h_j$		
Stazionarietá Problemi di MAX (+) $\nabla f = +\sum \lambda_i \cdot \nabla g_i + \sum \mu_j \cdot \nabla h_j$		
Ammissibilitá Vincoli Uguaglianza	$\forall$	$g_i = 0$
Ammissibilitá Vincoli Disuguaglianza	$\forall$	$h_j \leq 0$
Condizione di Complementarietá	$\forall$	$\mu_j \cdot h_j = 0$
Non Negativitá di μ	$\forall$	$\mu_j \geq 0$

Dove con $\forall$ si intende chiaramente tutti quelli presenti.