

Testi degli Esami di Analisi Matematica

Fabio Ferrario

2022

Indice

1	Gennaio 2020	2
1.1	Domande Chiuse	2
1.2	Domande Aperte	4
2	Gennaio 2021	5
2.1	Domande Chiuse	5
2.2	Domande Aperte	6
3	Febbraio 2021	6
3.1	Domande Chiuse	6
4	Luglio 2021	7
4.1	Domande Chiuse	7
4.2	Domande Aperte	8
5	Luglio 2022	9
5.1	Domande Chiuse	9
5.2	Domande Aperte	10
6	Settembre 2019	11
6.1	Domande Chiuse	11
7	Settembre 2019	11
7.1	Domande Chiuse	11
7.2	Domande Aperte	12
8	Settembre 2020	13
8.1	Domande Chiuse	13
8.2	Domande Aperte	14

9 Settembre 2021	15
9.1 Domande Chiuse	15
9.2 Domande Aperte	16

1 Gennaio 2020

1.1 Domande Chiuse

1 =

La funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1-x)}{2x} & x < 0 \\ x^2 + \frac{1}{2} & x \geq 0 \end{cases}$ ha in $x = 0$:

- | | |
|--|--|
| <p>(a) Una discontinuità di prima specie</p> | <p>(c) un punto di continuità</p> |
| <p>(b) una discontinuità eliminabile</p> | <p>(d) una discontinuità di seconda specie</p> |

1b =

la funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+x)}{2x} & x < 0 \\ x^2 + \frac{1}{2} & x \geq 0 \end{cases}$ ha in $x = 0$:

- | | |
|--|--|
| <p>(a) Una discontinuità di prima specie</p> | <p>(c) un punto di continuità</p> |
| <p>(b) una discontinuità eliminabile</p> | <p>(d) una discontinuità di seconda specie</p> |

2 =

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ derivabile e tale che $f(2) = 3$ e $f'(2) = 4$. Se $g(x) = \sqrt{f^2(x) + 7}$ allora $g'(2)$ vale:

- | | |
|--------------|--------------|
| <p>(a) 1</p> | <p>(c) 3</p> |
| <p>(b) 2</p> | <p>(d) 4</p> |

2b =

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ derivabile e tale che $f(2) = 2$ e $f'(2) = 3$. Se $g(x) = \sqrt{f^2(x) + 5}$ allora $g'(2)$ vale:

- | | |
|--------------|--------------|
| <p>(a) 1</p> | <p>(c) 3</p> |
| <p>(b) 2</p> | <p>(d) 4</p> |

3

La funzione $f(x) = x^2 + 2x + k \ln x$ è strettamente convessa in $(0, +\infty)$ se

- | | |
|--------------|--------------|
| (a) $k = -3$ | (c) $k = 1$ |
| (b) $k = -1$ | (d) $k = -2$ |

3b

La funzione $f(x) = -x^2 + 2x + k \ln x$ è strettamente convessa in $(0, +\infty)$ se

- | | |
|-------------|--------------|
| (a) $k = 3$ | (c) $k = -1$ |
| (b) $k = 1$ | (d) $k = 2$ |

4

Sia $f(x) = x + e^x + \cos x$. Il polinomio di Mc Laurin del secondo ordine di f è:

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| (a) $2 + 2x + \frac{x^2}{2}$ | (c) $2 + 2x$ |
| (b) $2 + 2x + x^2$ | (d) $2 + 2x - \frac{x^2}{2}$ |

4b

Sia $f(x) = -\frac{x^2}{2} + e^x + \sin x$. Il polinomio di Mc Laurin del secondo ordine di f è:

5

L'integrale definito $\int_1^2 \frac{2e^x}{e^x+2} dx$ vale:

5b

l'integrale definito $\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{4e^{2x}}{e^{2x}+2} dx$ vale

6

L'insieme $A = \{\frac{2+2^{-n}}{3-3^{-n}}, n = 1, 2, \dots\}$

- | | |
|------------------------|----------------------------------|
| (a) Ha massimo $15/16$ | (c) Non è superiormente limitato |
| (b) Ha minimo $2/3$ | (d) non è inferiormente limitato |

6b

L'insieme $A = \{\frac{2-2^{-n}}{3+3^{-n}}, n = 1, 2, \dots\}$

- | | |
|----------------------|----------------------------------|
| (a) Ha minimo $9/20$ | (c) Non è superiormente limitato |
| (b) Ha massimo $2/3$ | (d) non è inferiormente limitato |

7

$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n \ln^3 n - \sqrt{n} + n^{3/2}}{2n+3 \sqrt[3]{n} - n \ln^4 n}$ vale

- | | | |
|--------------------|--|---------------|
| (a) $-\frac{1}{3}$ | | (c) $+\infty$ |
| (b) 0 | | (d) $-\infty$ |

7b

$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n \ln^3 n - \sqrt{n} - n^{1/3}}{2n^2+3 \sqrt[3]{n} - n \ln^4 n}$ vale

- | | | |
|--------------------|--|---------------|
| (a) $-\frac{1}{3}$ | | (c) $+\infty$ |
| (b) 0 | | (d) $-\infty$ |

8

La somma della serie $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3}{4^{n+2}}$ è:

8b

La somma della serie $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{4}{3^{n+2}}$ è:

1.2 Domande Aperte

1 Data la funzione:

$$f(x) = \frac{e^x}{x^2 - 1}$$

Se ne tracci un grafico qualitativo (in particolare si determinino: dominio, limiti agli estremi, eventuali asintoti, monotonia, estremanti relativi e assoluti. Non è richiesto lo studio della derivata seconda). Qual è il più grande intervallo del tipo $(-\infty, a)$ su cui f è monotona crescente

2 Si dia la definizione di primitiva di una funzione $f : I \rightarrow \mathbb{R}$, con I intervallo. Si determini, se esiste, una primitiva $\phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ della funzione $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + \ln(x+1)$ tale che $\phi(1) = 2\phi(0)$

3 Data la successione definita per ricorrenza:

$$\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_{n+1} = \sqrt{a_n + 2} \end{cases}$$

1. Si provi per induzione che $a_n \geq 2$ per ogni $n \in \mathbb{N}$;
2. si provi senza usare l'induzione che $\{a_n\}$ è monotona decrescente;
3. si calcoli $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$

2 Gennaio 2021

2.1 Domande Chiuse

1

La somma della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} 2^{1-3n}$ vale:

- | | |
|------------|-----------|
| (a) $1/7$ | (c) $2/7$ |
| (b) $16/7$ | (d) $8/7$ |

2

$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 \ln^6 n - n^3 \ln^2 n + \sin n}{n^3 \ln^2 n - n^2 \ln^4 n - 3^{-n^2}}$ vale

- | | |
|---------------|----------------|
| (a) $-\infty$ | (c) non esiste |
| (b) $+\infty$ | (d) -1 |

3

La funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & x \neq 1 \\ 2 & x = 1 \end{cases}$

- | | |
|--------------------------------------|--|
| (a) Ha una discontinuità eliminabile | (c) ha una discontinuità di prima specie |
| (b) è continua su \mathbb{R} | (d) ha una discontinuità di seconda specie |

4

Sia $f(x) = x - 2e^x + \sin(x^2)$. Il polinomio di McLaurin del secondo ordine di f è:

- | | |
|--------------------|----------------|
| (a) $-2 - x - x^2$ | (c) $-2 - x$ |
| (b) $-x - x^2$ | (d) $-2 - x^2$ |

5

Tra le primitive di $e^x \sin x$ c'è:

- | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| (a) $\frac{1}{2}e^x(\sin x + \cos x)$ | (c) $\frac{1}{2}e^x(\sin x - \cos x)$ |
| (b) $e^x(\sin x - \cos x)$ | (d) $e^{2x}(\sin x - \cos x)$ |

6

La funzione $f(x) = \sqrt{x-4} - \frac{x}{2}$ è crescente sse

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| (a) $x \in [5, +\infty)$ | (c) $c \in (-\infty, 5]$ |
| (b) $x \in [4, 8]$ | (d) $x \in [4, 5]$ |

7

la derivata di $f(x) = \frac{x \ln x - 1}{x^2}$ in $x = 1$ è:

- | | |
|--------|-------|
| (a) -1 | (c) 0 |
| (b) 3 | (d) 1 |

8

$\lim_{x \rightarrow \pm 0}$

- | | |
|-------|-----------------|
| (a) 0 | (c) non esiste |
| (b) 1 | (d) $\pm\infty$ |

2.2 Domande Aperte

1 Studia la funzione

$$f(x) = \ln x - \arctan(x - 1)$$

In particolare: Dominio, limiti, asintoti, punti di massimo/minimo (stazionari).

Qual'è l'equazione della retta tangente al grafico nel punto di ascissa $x = 1$?

2 Data la funzione $f(x) = 2x \ln x : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, Si scrivano tutte le primitive. Si determini la primitiva ϕ tale che $\phi(e) = 2\phi(1)$. Si calcoli $\int_1^2 f(x) dx$.

3 Sia $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ una serie numerica. Si enunci una condizione necessaria per la convergenza. La condizione enunciata è sufficiente? si motivi la risposta

3 Febbraio 2021

3.1 Domande Chiuse

1

Sia data la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$, con $a_n \geq 0$. Per la convergenza della serie la condizione $a_n \sim \frac{1}{n^2}$ è

- | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| (a) sufficiente ma non necessaria | (c) necessaria ma non sufficiente |
| (b) necessaria e sufficiente | (d) nè necessaria nè sufficiente |

1b

Sia data la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$, con $a_n \geq 0$. Per la convergenza della serie la condizione $a_n \sim \frac{1}{n}$ è

- | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| (a) sufficiente ma non necessaria | (c) necessaria ma non sufficiente |
| (b) necessaria e sufficiente | (d) nè necessaria nè sufficiente |

2

La funzione $f_{a,b}(x) = \begin{cases} ax + x^2 & x \leq 0 \\ be^x + \sin(x) - 1 & x > 0 \end{cases}$ è continua in $x = 0$ sse:

- | | |
|----------------------------|------------------------------------|
| (a) $b = 1$ e per ogni a | (c) per ogni $a, b \in \mathbb{R}$ |
| (b) $a = 0, b = 1$ | (d) per nessun valore di a, b |

2b

La funzione $f_{a,b}(x) = \begin{cases} x + ax^2 & x \leq 0 \\ e^x + \sin(x) - b & x > 0 \end{cases}$ è continua in $x = 0$ sse:

- | | |
|----------------------------|------------------------------------|
| (a) $b = 1$ e per ogni a | (c) per ogni $a, b \in \mathbb{R}$ |
| (b) $a = 0, b = 1$ | (d) per nessun valore di a, b |

4 Luglio 2021

4.1 Domande Chiuse

O1

La funzione $f(x) = \begin{cases} \sin x^2 + a & x \leq 0 \\ \frac{\ln(1+x)}{2x} + \frac{3}{2} & x > 0 \end{cases}$ è continua se:

- | | |
|---------------|---------------|
| (a) $a = 3/2$ | (c) $a = 5/2$ |
| (b) $a = 2$ | (d) $a = 0$ |

O2

Sia $f(x) = x^2 + 2x + 2$. allora $\frac{d}{dx} \ln(f(x))$ per $x = 1$ è

- | | |
|-------|---------|
| (a) 1 | (c) 2/5 |
| (b) 4 | (d) 4/5 |

O3

La funzione $f(x) = x^5 + x^3 - 1$ ha quanti flessi?

- | | |
|-----------------|-------------------|
| (a) Ha 5 flessi | (c) non ha flessi |
| (b) Ha 1 flesso | (d) ha 3 flessi |

O4

$$\int_0^1 x e^x dx =$$

- | | | |
|--------|--|-------|
| (a) 0 | | (c) 1 |
| (b) -1 | | (d) e |

O5

$$\text{La funzione } f(x) = \begin{cases} -|x+3| & -6 < x < -1 \\ -2x^2 & -1 \leq x < 1 \end{cases}$$

- | | | |
|--------------------|--|------------------------------------|
| (a) non è limitata | | (c) ha un unico punto di massimo |
| (b) ha minimo | | (d) ha come immagine un intervallo |

O6

Sia $f(x) = x \ln(x+1) - x^2$, il rapporto incrementale di f relativo all'intervallo $[0, e-1]$ vale)

- | | | |
|------------------|--|-----------|
| (a) $(e-2)(e-1)$ | | (c) $e-2$ |
| (b) $(2-e)(e-1)$ | | (d) $2-e$ |

O7

La serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2}{n \ln n + 2n^{\alpha+1}}$

- | | | |
|------------------------------------|--|--|
| (a) converge per ogni $\alpha > 0$ | | (c) converge se e solo se $\alpha > 2$ |
| (b) diverge per ogni $\alpha > 0$ | | (d) converge se $0 < \alpha < 1$ |

4.2 Domande Aperte

1 Data la funzione $f(x) = \ln x - \ln^2 x$, si studi:

1. Dominio
2. Limiti ai punti di frontiera del dominio
3. Eventuali asintoti
4. Estremanti (specificando se relativi o assoluti)
5. Monotonia
6. Punti di flesso
7. Tangente di flesso

2 data la funzione $f(x) = x \sin x$

1. Si scrivano tutte le primitive
2. Si determini, se esiste, la primitiva ϕ tale che $\phi(\pi) = 2\phi(0)$
3. si calcoli $\int_0^\pi f(x) dx$

3 Sia $\sum_{n=1}^{+\infty} \cos(\pi n) \sin \frac{1}{n}$.

1. Per studiare la serie uso il criterio:
2. La successione $\sin \frac{1}{n}$ è strettamente:
3. La serie data:
4. E la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \sin \frac{1}{n}$:

5 Luglio 2022

5.1 Domande Chiuse

1

La serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^{(\alpha+1)/2} \ln^2 n}$

CONVERGENZA DI UNA SERIE

- | | | |
|----------------------------------|--|--|
| (a) Converge sse $\alpha \geq 1$ | | (c) converge $\forall \alpha \in \mathbb{R}$ |
| (b) Converge sse $\alpha > 1$ | | (d) diverge sse $\alpha \leq 1$ |

2

La funzione $f(x) = \begin{cases} a \sin x - b^2 & -2 \leq x \leq 0 \\ 1 - e^x & 0 < x \leq 3 \end{cases}$ è derivabile in $x = 0$ sse

DERIVABILITÀ

- | | | |
|---------------------|--|--|
| (a) $a = -1, b = 1$ | | (c) $a = -1, \forall b \in \mathbb{R}$ |
| (b) $a = -1, b = 0$ | | (d) $\forall a \in \mathbb{R}, b = 0$ |

3

Date le funzioni $f(x) = \ln(x), g(x) = x^3, h(x) = 2 - x$, la funzione composta $(h \circ g \circ f)(x)$ è:

COMPOSIZIONE DI FUNZIONI

- | | | |
|-----------------------|--|---------------------|
| (a) $2 - \ln(x^3)$ | | (c) $(2 - \ln x)^3$ |
| (b) $2 - x^3 - \ln x$ | | (d) $2 - (\ln x)^3$ |

4

INTERVALLI

Quali dei seguenti insiemi è un intervallo?

- | | |
|--|---|
| (a) $\{x \in \mathbb{R} : 3 x \geq 1\}$ | (c) $\{x \in \mathbb{R} : 2 x \geq x^2\}$ |
| (b) $\{x \in \mathbb{R} : x^2 - 1 < 1\}$ | (d) $\{x \in \mathbb{R} : x^2 - 1 \geq 1\}$ |

5

LIMITI DI SERIE

$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 \sin\left(\frac{1}{n+n^2}\right)$ vale

- | | |
|----------------|---------------|
| (a) 1 | (c) $+\infty$ |
| (b) non esiste | (d) 0 |

6

INTEGRALI

Una primitiva della funzione $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^{2x}+1}$ è:

- | | |
|--------------------------|-----------------------------------|
| (a) $2 \ln(e^x + 1) + 3$ | (c) $\ln(e^{2x} + 1) - 4$ |
| (b) $2 \ln(e^x + 1) + 1$ | (d) $\frac{\ln(e^{2x}+1)}{2} + 7$ |

7

MASSIMO/MINIMO

La funzione e^{-x^2} ha in $x = 0$:

- | | |
|-------------------------|-------------------------------|
| (a) Un punto di massimo | (c) Un punto di flesso |
| (b) Un punto di minimo | (d) Un punto di discontinuità |

8

La funzione $f(x) = e^{3x-x^3}$ è monotona decrescente sse:

- | | |
|--------------------------|---|
| (a) $x \in [-1, 1]$ | (c) $x \in (-\infty, -1] \vee [1, +\infty)$ |
| (b) $x \in (-\infty, 1]$ | (d) $x \in [-1, +\infty)$ |

5.2 Domande Aperte

1 Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = (x^2 - 2x)e^{-x}$. Allora:

- Dominio
- Limiti
- Asintoti
- Massimi/Minimi
- Più grosso intervallo di convessità del tipo $(k, +\infty)$

- Polinomio di McLaurin del secondo ordine:
- La funzione $g(x) = f(x) + \sqrt{x^2 - x}$ per $x \rightarrow +\infty$ ha asintoto obliquo di equazione:

2 Data la funzione $f(x) = \frac{1}{x \ln x} : (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$,

- Si scrivano tutte le primitive e il loro dominio di definizione
- Si determini la primitiva che assume in $x = e$ lo stesso valore della funzione $g(x) = \frac{e}{x}$
- La media integrale di $f(x)$ sull'intervallo $[e, e^3]$ vale

6 Settembre 2019

6.1 Domande Chiuse

7 Settembre 2019

7.1 Domande Chiuse

1 La serie $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{1}{n^3}$ =

- | | | |
|---|--|--|
| <p>(a) converge assolutamente</p> <p>(b) converge, ma non assolutamente</p> | | <p>(c) diverge</p> <p>(d) è irregolare</p> |
|---|--|--|

2 $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3 + 5 \ln^2 n - n^2 \sqrt{n^3 + 1}}{-n^3 + e^{1/n} - n^2 \sqrt{n}}$ è =

- | | | |
|---|--|---------------------------|
| <p>(a) $-\infty$</p> <p>(b) $+\infty$</p> | | <p>(c) 1</p> <p>(d) 0</p> |
|---|--|---------------------------|

3 La funzione $f(x) = x^2 + 2 \ln x$ è convessa se e solo se =

- | | | |
|--|--|---|
| <p>(a) $x \in (-1, 1)$</p> <p>(b) $x \in (0, 1)$</p> | | <p>(c) $x \in (1, +\infty)$</p> <p>(d) $x \in (0, +\infty)$</p> |
|--|--|---|

4

La funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+x^2)}{x} & x > 0 \\ 1 + k \cos x & x \leq 0 \end{cases}$ è continua in $x = 0$ se e solo se

- | | |
|-----------|------------------------------|
| (a) $k=0$ | (c) $k=-1$ |
| (b) $k=1$ | (d) per nessun valore di k |

5

L'insieme delle soluzioni della disequazione $\sqrt{4-x^2} \leq \sqrt{3}$ è

- | | |
|---------------------------------------|----------------------------|
| (a) $[-2, -1] \cup [1, 2]$ | (c) $[-1, 1]$ |
| (b) $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ | (d) $(-2, -1] \cup [1, 2)$ |

6

la funzione $f(x) = xe^x - 3e^x$ ha

- | | |
|---------------------------------|---|
| (a) un punto di massimo globale | (c) un punto di minimo locale ma non globale |
| (b) un punto di minimo globale | (d) un punto di massimo locale ma non globale |

7

Sia $a_n = \frac{1}{n^2+n}$ e $b_n = \frac{1}{n}$. Allora

- | | |
|--------------------|--|
| (a) $a_n \sim b_n$ | (c) $b_n = o(a_n)$ |
| (b) $a_n = o(b_n)$ | (d) nessuna delle alternative proposte |

8

L'integrale $\int_{-2}^5 \sqrt[3]{x+3} dx$ vale

- | | |
|-----------|----------|
| (a) 3 | (c) 45/4 |
| (b) 315/4 | (d) 7/8 |

7.2 Domande Aperte

1 Data la funzione

$$f(x) = \frac{\ln x}{4x^2}$$

1. Si studi f e se ne tracci un grafico qualitativo (dominio, limiti ai punti di frontiera del dominio, eventuali asintoti, monotonia, punti di estremo relativo e/o assoluto, convessità/concavità);

2. si scriva l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa $x = e$;
3. si calcoli $\int_1^4 f(x)dx$

2 Data la serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \left(\frac{1}{x-1}\right)^n$$

1. Si determinino i valori di $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ per cui la serie converge;
2. per i valori determinati al punto 1, si calcoli la somma della serie.

8 Settembre 2020

8.1 Domande Chiuse

1

Dato l'insieme $A = \left\{ \frac{(-1)^n 2n}{n+1}, n \geq 1 \right\}$, allora

- | | | |
|--|--|--|
| <p>(a) $\inf A = -2$</p> <p>(b) $\sup A = 4/3$</p> | | <p>(c) $\max A = 2$</p> <p>(d) $\inf A = -1$</p> |
|--|--|--|

2

$\lim_{n \rightarrow +\infty} \cos \frac{1}{n} \cdot \frac{\ln(1+\frac{1}{n})}{\frac{2}{n} + \frac{1}{n^3}} =$

- | | | |
|---|--|---|
| <p>(a) $1/2$</p> <p>(b) 1</p> | | <p>(c) $+\infty$</p> <p>(d) 0</p> |
|---|--|---|

3

La somma della serie $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{4}{3^n}$ vale

- | | | |
|---|--|--|
| <p>(a) $2/3$</p> <p>(b) 6</p> | | <p>(c) 2</p> <p>(d) -3</p> |
|---|--|--|

4

sia $(x) = \frac{1}{x} + \sqrt{x}$. Allora $\frac{d}{dx} \ln(f(x))$ per $x = 4$ è

- | | | |
|---|--|---|
| <p>(a) $1/12$</p> <p>(b) $7/36$</p> | | <p>(c) $5/36$</p> <p>(d) $1/36$</p> |
|---|--|---|

5

sia $f(x) \begin{cases} x^2 - x & x \leq 1 \\ \frac{e^x - e}{3(x-1)^2} & x > 1 \end{cases}$ Allora in $x = 1$ la funzione f :

- | | |
|--|----------------------------------|
| (a) Ha discontinuità di seconda specie | (c) Ha discontinuità eliminabile |
| (b) Ha discontinuità di prima specie | (d) Ha punto di continuità |

6

Siano $f(x) = e^x - 2$ e $g(x) = e^{|x|}$. Allora $g \circ f(x) =$

- | | |
|---------------------|-------------------------------|
| (a) $e^{ e^x - 2 }$ | (c) $e^{e^{ x }} - 2$ |
| (b) $e^{ x - 2}$ | (d) $(e^x - 2) \cdot e^{ x }$ |

7

Sia $f(x) = x^2 \ln x$. Allora f è crescente in:

- | | |
|---------------------------|-----------------------|
| (a) $(0, e^{-1/2})$ | (c) nessun intervallo |
| (b) $(e^{-1/2}, +\infty)$ | (d) $(0, +\infty)$ |

8

$\int_0^1 \frac{3x}{x^2+1} dx =$

- | | |
|-------------------------|----------------------|
| (a) $\frac{3}{2} \ln 2$ | (c) $\frac{\pi}{12}$ |
| (b) $3 \ln 2$ | (d) $\frac{\pi}{4}$ |

8.2 Domande Aperte

1 data la funzione $f(x) = (1-x)e^{\frac{1}{x}}$,

- il suo dominio è:
- i limiti ai punti di frontiera del dominio sono (4):
- GLi eventuali asintoti verticali sono
- Gli eventuali asintoti obliqui sono
- il più ampio intervallo di monotonia del tipo $(-\infty, k)$ si ha per $k = \dots$ (la monotonia è del tipo?)

2 Data la funzione $f(x) = \frac{\ln x}{x} : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$

1. Si scrivano le primitive Φ :
2. si determini la primitiva Φ tale che $\Phi(e^2) = 2\Phi(e)$
3. si calcoli $\int_e^{e^2} \frac{\ln x}{x} dx =$

3 Sia $\sum_{n=1}^{+\infty}$ una serie numerica

1. La serie si dice convergente se:
2. se $a_n = \ln n - \ln(n+1)$, si calcoli la somma parziale s_n :
3. Usando la definizione di serie convergente, si verifichi se la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} (\ln n - \ln(n+1))$ converge oppure no:

9 Settembre 2021

9.1 Domande Chiuse

1

La serie $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{1}{2n^4}$

- | | |
|------------------------------------|------------------|
| (a) converge assolutamente | (c) diverge |
| (b) converge, ma non assolutamente | (d) è irregolare |

2

$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3 + 5ne^{-n^2} - n^2\sqrt{n^3+2}}{-n^3 + \cos n - n^2\sqrt{n}}$ è:

- | | |
|---------------|-------|
| (a) $-\infty$ | (c) 1 |
| (b) $+\infty$ | (d) 0 |

3

La funzione $f(x) = \ln x + \frac{x^4}{12}$ è convessa se e solo se

- | | |
|---------------------|--------------------------|
| (a) $x \in (-1, 1)$ | (c) $x \in (1, +\infty)$ |
| (b) $x \in (0, 1)$ | (d) $x \in (0, +\infty)$ |

4

la funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1-x^2)}{x^2} & x > 0 \\ 1 + k \cos x & x \leq 0 \end{cases}$ è continua in $x = 0$ se e solo se:

- | | |
|--------------|------------------------------|
| (a) $k = 0$ | (c) $k = -2$ |
| (b) $k = -1$ | (d) per nessun valore di k |

5

L'insieme delle soluzioni della disequazione $x(e^{2x} - 3) < 0$ è:

- | | |
|----------------------------------|--|
| (a) $(0, \frac{\ln 3}{2})$ | (c) $(-\infty, 0) \cup (\frac{\ln 3}{2}, +\infty)$ |
| (b) $(-\infty, \frac{\ln 3}{2})$ | (d) $(\frac{\ln 3}{2}, +\infty)$ |

6

La funzione $f(x) = e^x - xe^x$ ha:

- | | |
|---------------------------------|---|
| (a) un punto di minimo globale | (c) un punto di massimo locale ma non globale |
| (b) un punto di massimo globale | (d) un punto di minimo locale ma non globale |

7

Sia $a_n = \frac{1}{3n^2-n}$ e $b_n = \frac{1}{n}$. Allora

- | | |
|--------------------|--|
| (a) $a_n \sim b_n$ | (c) $b_n = o(a_n)$ |
| (b) $a_n = o(b_n)$ | (d) nessuna delle alternative proposte |

8

L'integrale $\int_{-2}^5 \sqrt[3]{x+3} dx$ vale:

- | | |
|-----------|----------|
| (a) 3 | (c) 45/4 |
| (b) 315/4 | (d) 7/8 |

9.2 Domande Aperte

1 Data la funzione

$$f(x) = \ln x + \frac{2}{x}$$

1. Il dominio è:
2. I limiti agli estremi del dominio sono:

3. Ha asintoti? Se sì quali?
 4. Quali sono gli intervalli di monotonia?
 5. Ci sono estremanti? se sì quali? Assoluti o relativi?
 6. Si determinino gli intervalli di concavità/convessità
 7. La retta tangente al graico di f nel punto di ascissa $x = 1$ ha equazione:
 8. $\int_1^e f(x)dx$ vale
- 2** Data la serie $\sum_{n=2}^{+\infty} (\frac{1}{x-4})^n$,
1. Si determinino i valori di $x \in \mathbb{R} \setminus \{4\}$ per cui la serie converge:
 2. Per i valori determinati al punto precedente si calcoli la somma della serie: