Fisica

Fabio Ferrario

2022/2023

Indice

Il corso

Il corso di Fisica 2022/2023 è diviso in due turni.

Turno 1

Il corso di fisica (turno 1) verrà svolto da:

- Davide Gerosa (Responsabile corso)
- Costantino Pacilio (Esercitatore)

Orario Per il turno 1, il corso coprirà 48 ore di lezione frontale e 20 ore di esercitazioni:

- Lunedì 13.30-16.30 U3-08, Lezione.
- Martedì 14.30-16.30 U2-02, Esercitazione.
- Mercoledì, 8.30-10.30 U1-09, Lezione.

Turno 2

Il turno 2 verrà erogato da:

- Alberto Bravin (Lezioni)
- Mario Marini (Esercitazioni)
- Lunedì 8.30-11.30 U9-01, Lezione.

Le esercitazioni saranno ogni 8 ore di lezione (2 ore esercitazione)

testo di riferimento *D.Halliday, R. Resnick. Fondamenti di Fisica (vol. 1 e 2), Casa Editrice Ambrosiana.*

Il Programma

Prerequisiti Le nozioni acquisite nel corso di Analisi Matematica, fra cui derivate ed integrali.

Contenuti Sintetici del programma:

1. Meccanica.
2. Gravitazione.
3. Fluidodinamica.
4. Onde.
5. Termodinamica.
6. Elettromagnetismo.

Programma Esteso

1. **Meccanica**. (i) Sistemi di coordinate e vettori. (ii) Moto in una e più dimensioni. (iii) Moto rettilineo uniforme, uniformemente accelerato, parabolico, armonico. (iv) Leggi di Newton. (v) Energia cinetica, energia potenziale principio di conservazione. (vi) Centro di massa. (vii) Corpo rigido. (viii) Momento lineare. (ix) Moti di rotazione e di rotolamento. (x) Momento angolare, momento di inerzia, momento torcente. (xi) Moti relativi.

2. **Gravitazione**. (i) Leggi di Keplero. (ii) Legge di gravitazione universale. (iii) Campo gravitazionale. (iv) Legge di Gauss. (v) Velocità di fuga. (vi) Potenziale efficace.

3. **Fluidodinamica**. (i) Fluidi, densità e pressione. (ii) Legge di stevino. (iii) Principio di Pascal. (iv) Forza di Archimede. (v) Equazione di Continuità. (vi) Equazione di Bernoulli.

4. **Onde**. (i) Oscillatore armonico. (ii) Pendolo semplice. (iii) Oscillatore smorzato. (iv) Risonanza. (v) Concetto di onda. (vi) Onda piana. (vii) Periodo, lunghezza d'onda, velocità. (viii) Riflessione e interferenza. (ix) Onde stazionarie. (x) Onde sonore. (xi) Battimenti. (xii) Effetto Doppler

5. **Termodinamica**. (i) Temperatura e calore. (ii) Calore specifico, calore latente. (iii) Energia interna. (iv) Primo principio della termodinamica. (v) Trasformazioni termodinamiche. (vi) Trasmissione del calore (conduzione, convezione, irraggiamento). (vii) Legge dei gas perfetti. (viii) Teoria

cinetica dei gas. (ix) Irreversibilità, entropia. (x) Secondo principio della termodinamica. (xi) Macchine termiche. (xii) Ciclo di Carnot. (xiii) Zero assoluto.

6. **Elettromagnetismo**. (i) Carica elettrica. (ii) Legge di Coulomb. (iii) Campo elettrico. (iv) Legge di Gauss. (v) Potenziale. (vi) Conduttori. (vii) Condensatori. (viii) Corrente elettrica. (ix) Legge di Ohm. (x) Legge delle maglie, legge dei nodi. (xi) Circuito RC. (xii) Campo magnetico. (xiii) Forza di Lorentz. (xiv) Legge di Biot-Savart. (xv) Legge di Ampere. (xvi) Induzione elettromagnetica. (xvii) Legge di Faraday-Lenz. (xviii) Circuito RL. (xix) Oscillazione LC. (xx) Oscillazione Smorzata RLC. (xxi) Cenni di magnetismo nei materiali. (xxii) Legge di Ampere-Maxwell. (xxiii) Correnti di spostamento. (xxiv) Equazioni di Maxwell. (xxv) Onde elettromagnetiche. (xxvi) Velocità della luce.

L'Esame

L'esame ha *una prova scritta e una orale facoltativa.*

Prova scritta La prova scritta consite in alcuni esercizi da svolgere e alcune domante teoriche. Ha una durata di 2 ore, il voto massimo è 30/30 e *non vengono sottratti punti per le risposte sbagliate.* Ogni esercizio ha l'indicazione del punteggio e le risposte devono essere complete. è consentito l'utilizzo della calcolatrice (non grafica) ma *non del formulario.*

Prova orale Totalmente facoltativa, ha un punteggio di ± 5 ed è necessaria per il raggiungimento della *lode.*

Materiale Propedeutico

In questo capitolo introdurremo degli argomenti che sono propedeutici al corso, in modo da ripassare le cose necessarie.

Trigonometria

Angoli e la loro Misura

Quando vogliamo misurare un angolo possiamo usare due misure: *Gradi* e *Radianti.*

DEFINIZIONE

L'angolo di un grado è *la trecentosessantesima parte di un angolo giro.* La misura in gradi dell'angolo giro è 360°
L'angolo di un radiante è quell'angolo che su una circonferenza (di centro nell'origine dell'angolo) intercetta un angolo di lunghezza pari al raggio. La misura in radianti dell'angolo giro è 2π.
Più in generale, la misura α in radianti di un angolo al centro è il rapporto

$$\alpha = \frac{l}{r}$$

Dove l è la misura dell'arco sotteso dall'angolo al centro e r è il raggio della circonferenza.

La trasformazione delle misure

DEFINIZIONE

Se α è la misura in radianti di un angolo e $z°$ la sua misura in gradi, si ha:

$$\alpha : z° = \pi : 180°$$

In parole povere:

- *rad* → *deg*: $(\alpha \cdot 180)/\pi$
- *deg* → *rad*: $(z° \cdot \pi)/180$

Seno, Coseno e Tangente

DEFINIZIONE

Sia P un punto appartenente alla circonferenza C di centro (0,0) e di raggio 1 (circonferenza trigonometrica), e sia α l'angolo positivo descritto dal semiasse positivo delle ascisse per sovrapporsi alla semiretta OP.
Allora il punto P ha coordinate:

$$P = (\cos\alpha, \sin\alpha)$$

Periodicità Poichè la circonferenza C è lunga 2π, sommando 2π a α si fa compiere a P un giro completo e si giunge allo stesso punto P.
Quindi, per ogni α,

$$\sin(\alpha) = \sin(\alpha + 2\pi) \wedge \cos(\alpha) = \cos(\alpha + 2\pi)$$

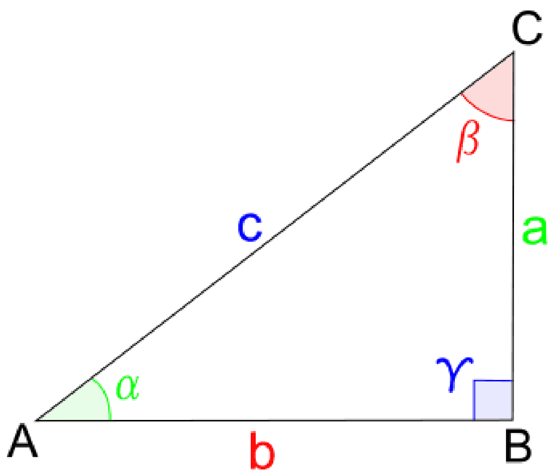
Si dice che le funzioni seno e coseno sono periodiche con periodo 2π

Teoremi trigonometrici sul triangolo rettangolo

Se abbiamo un vettore (di cui sappiamo il modulo) e un angolo su un asse cartesiano possiamo dividere il vettore sugli assi usando i *teoremi trigonometrici sul triangolo rettangolo.*
Se disegnamo un angolo rettangolo che usa come ipotenusa il nostro vettore, usiamo la definizione per trovare i due cateti:

DEFINIZIONE

La misura di un *cateto* è uguale a quella dell'ipotenusa per il seno dell'angolo opposto, oppure per il coseno dell'angolo adiacente.
La misura di un cateto è uguale a quella dell'altro cateto per la tangente dell'angolo opposto.



Quindi, prendendo in considerazione l'immagine:
Per il cateto a:

- β è l'angolo *adiacente all'ipotenusa*
- α è l'angolo *opposto all' ipotenusa*

Di conseguenza, avendo l'ipotenusa c e gli angoli α e β, il cateto a equivale a:

$$a = c \cdot \cos(\beta) \vee a = c \cdot \sin(\alpha)$$

quindi: $\mathbf{cateto = ipotenusa \cdot seno(opposto)}$ oppure $\mathbf{cateto = ipotenusa \cdot coseno(adiacente)}$

Capitolo 1

Introduzione alla Fisica

La fisica studia i fenomeni naturali e le leggi che li governano. Si basa sulla *Semplificazione* dei concetti, tramite *Modelli e Approssimazioni*.

Antica $\neq$ Moderna In antichità la fisica era legata alla filosofia e alla religione e vigeva il principio di autorità, *"ipse dixit"* (Aristotele).
La fisica moderna invece nasce con Galileo, separando ciò che è oggettivo da ciò che è soggettivo. Si basa sulle cose **Misurabili**.

Il metodo scientifico è un sistema che permette a chiunque abbia i mezzi di ripetere un esperimento. La scienza non è una religione, vale infatti il principio di Falsicabilità:

Principio di Falsicabilità: Se un esperimento da risultati contrastanti alle teorie correnti, allora c'è bisogno di una nuova teoria.
Ovvero ogni teoria è valida finchè non ne esiste una migliore.

1.1 Le unità di misura

Il Sistema Internazionale definisce varie unità di misure standard: lunghezza, massa, mole, etc...
In una formula, le dimensioni devono essere Bilanciate.

1.1.1 Le cifre significative

Un concetto molto importante è quello delle cifre significative.
Ogni Misurazione è affetto da **incertezze**:

1. Indeterminazioni nell'effettuare la Misurazione

2. Limite di sensibilità dello strumento usato

3. Capacità dello sperimentatore

4. *Aleatorietà* della sperimentazione

L'incertezza può essere *determinata* oppure *stimata*, in base al caso in esame.

Contare gli 0 Quando facciamo una misurazione, il numero di cifre significative è sempre importante, anche quando si tratta di 0, infatti vale che $39,0 \neq 39,00$ *Perchè* 3 cifre significative $\neq$ 4 cifre significative.

Proprietà delle cifre significative

- **Moltiplicando (o dividendo)** quantità affette da incertezza, il numero determinato ha *lo stesso numero di cifre significative della Meno accurata delle quantità*

- **Sommando (o sottraendo)** Vale la stessa proprietà.

Ordini di grandezza è un'approssimazione di un numero e indica la potenza di 10 più vicina al numero dato

1.1.2 Vettori e scalari

Esistono due tipi di grandezze nella fisica:

- **Grandezze Scalari**: determinate da un solo numero (la misura) ed una unità di misura.

- **Grandezze Vettoriali**: determinate da più valori $\rightarrow$ *Modulo (grandezza), direzione e verso*

  - Quando diventa necessario conoscere un punto specifico di localizzazione del vettore (l'origine) si usa la dizione Vettore Applicato.

I Vettori e le proprietà

Algebra Vettoriale

- a=b : vettori uguali *sse* hanno lo stesso modulo, direzione e verso.
- b=-a: vettori opposti *sse* hanno stesso modulo e direzione ma verso opposto
- vettore nullo: sse ha modulo nullo

Somma e differenza di vettori:

Capitolo 2

Cinematica

La Cinematica è la parte della Meccanica che studia il moto e le sue caratteristiche <u>indipendentemente dalle cause</u>

2.1 Moto del Punto 1D

Sia dato un sistema di riferimento orientato x. Sia dato un punto materiale. Avremo queste tre formule (dei *moduli*):

Spostamento: $\overrightarrow{s} = \Delta x = x_2 - x_1$

Velocità Media: $\overrightarrow{v_m} = \frac{(x_f - x_i)}{(t_f - ti)} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

Velocità Istantanea: $\overrightarrow{v_x} = \lim_{t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$

Spostamento $\neq$ Distanza Lo *spostamento* è un vettore che si annulla quando il punto torna alla posizione di partenza (in un tempo diverso), mentre la distanza è uno scalare che indica *tutta la distanza che il punto ha già percorso.*

L'accelerazione L'acelerazione è la variazione della velocità nel tempo. Le formule dell'acelerazione sono:

Accelerazione Media: $a_m = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

Accelerazione Istantanea: $a_x = \lim_{\Delta t \to 0} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv_x(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\frac{dx}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$

L'accelerazione è la derivata della velocità.

2.2 I tipi di Moto

Esistono tre tipi di moto del punto materiale 1D, ed essi variano in base all'accelerazione e alla velocità:

Moto Vario Se l'accelerazione varia continuamente, il moto non è facile da analizzare. Infatti non lo vedremo in questo corso.

2.2.1 Moto rettilineo Uniforme

Nel Moto Rettilineo Uniforme (MRU) la velocità è costante e l'accelerazione è 0. La Formula per lo spostamento è:

Spostamento MRU: $x(t) = x_i + v_x \cdot t$

Essendo uniforme sappiamo che $v_x = k$, con $k \in R$

2.2.2 Moto Uniformemente Accelerato

Come dice il nome, il Moto Uniformemente Accelerato ha Accelerazione costante. Siccome è costante è uguale in ogni momento, mentre la velocità cambia *linearmente* durante il moto.

Spostamento MRUA: $x(t) = x_i + v_i \cdot t + \frac{1}{2}a \cdot t^2$

Velocità MRUA: $v(t) = v_i + a \cdot t$

in questo caso sappiamo che $a = k$ con $k \in R$.

Notare che se $a_x = 0$ si ottiene il moto rettilineo uniforme.

La Caduta di un Grave Un caso particolare del moto rettilineo uniforme è la caduta di un grave, in cui la velocità iniziale è *zero* e l'accelerazione è quella di gravità, ovvero $g \approx 9,81 m/s^2$ ed è $\pm$ costante in tutto il mondo. Essendo il grave in caduta l'accelerazione è negativa, quindi usando le formule del moto uniformemente accelerato e applicando $a = -g = -9,81 m/s^2$ otteniamo:

$$y(t) = -\frac{1}{2}g \cdot t^2$$
$$v(t) = -g \cdot t$$

Se esplicitiamo la fromula rispetto a t (per sapere quanto ci mette a cadere un grave) e indichiamo con h l'altezza da cui cade otteniamo:

$$t_c = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Nota che la massa di un oggetto è irrilevante, quindi (nel vuoto) ci mettono tutti lo stesso tempo ad arrivare a terra.

le equazioni Cinematiche Siccome la *Derivazione è la funzione inversa dell'integrazione e viceversa* e l'accelerazione è la derivata della velocità che è la derivata dello spostamento possiamo da una ottenere l'altra e viceversa:

- $a_x = \frac{dv_x}{dt} \to dv_x = a_x dt \to v_x = \int a_x dt + C$
  - se a_x è costante allora $v_x = ... = a_x t + C$ (con C velocità iniziale)
- $v_x = \frac{dx}{dt} \to dx = v_x dt \to x = \int v_x dt + C$
  - se la velocità non è costante allora $v_x(t) = v_i + a_x \cdot t$

2.3 La cinematica del punto materiale 2D

Fin'ora abbiamo considerato solo il moto in una dimensione, adesso considereremo quella in 2 dimensioni. Quando studio il movimento 2D posso studiarlo in due modi: o studio il suo movimento in un piano o studio il cambiamento delle sue coordinate nel tempo.

Movimento in un piano Per studiare il movimento nel piano (quindi senza usare le coordinate) posso considerare ogni punto come un vettore r avente punto di applicazione in 0. In questo caso posso considerare lo spostamento da A a B nel tempo $\Delta t = t_f - t_i$ come $\Delta r = r_f - r_i$

Estensione del caso 1D Le stesse formule monodimenisonali valgono anche per il moto bidimensionale, bisogna solo usare i vettori.
Per estensione del caso 1D quindi la velocità media sarà:

$\overline{v} = \frac{\Delta r}{\Delta t}$ poichè t è uno scalare, $\overline{v}$ ha la stessa direzione e verso di Δr

Analogamente la velocità istantanea sarà

$$v = lim_{\Delta \to 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{dr}{dt}$$

Il vettore velocità è quindi la derivata del vettore posizione rispetto al tempo e in un punto avrà direzione della tangente alla curva dello spostamento in quel punto.
Quando un punto materiale viaggia su una traiettoria curva in 2D, il vettore velocità *varia di direzione punto per punto anche se il modulo rimane costante* e si verifica quindi una **accelerazione**.
L'accelerazione media si calcola:

$$\overline{a} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Analogamente ai casi simili già visti, a_m avrà la stessa direzione del vettore Δv

riassumento L'accelerazione di una particella in moto in uno spazio 2d può dunque corrispondere à:

1. una variazione del modulo di v
2. una variazione di direzione a modulo costante di v
3. una combinazione delle due

Un utile notazione diversa degli stessi concetti la si ha considerando le componenti cartesiane, in cui l'accelerazione è la somma delle acc di tutte le dimensioni cartesiane.

$$a = \frac{dv_x}{dt} i + \frac{dv_y}{dt} j + \frac{dv_z}{dt} k$$

2.4 Moto Uniformemente Accelerato in 2D

Per detereminare le equazioni del moto in 2D si estendono i concetti per il moto 1D. Questo passaggio logico è molto semplice: si *scompone il moto 2D in 2 moti 1D* sugli assi XY.

Moto con accelerazione costante Un moto 2D ad accelerazione costante è la *composizione dei due moti indipendenti lungo x ed y*, di accelerazione costante rispettivamente a_x e a_y:

$$v_f = v_i + at \implies \begin{cases} v_{xf} = v_{xi} + a_x t \\ v_{yf} = v_{yi} + a_y t \end{cases}$$

$$r_f = r_i + v_i t + \frac{1}{2}at^2 \implies \begin{cases} x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \\ y_f = x_i + v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2 \end{cases}$$

Nota che in alcuni casi le accelerazioni saranno nulle (moto costante) e le equazioni si semplificheranno.

2.4.1 Il moto di un proiettile

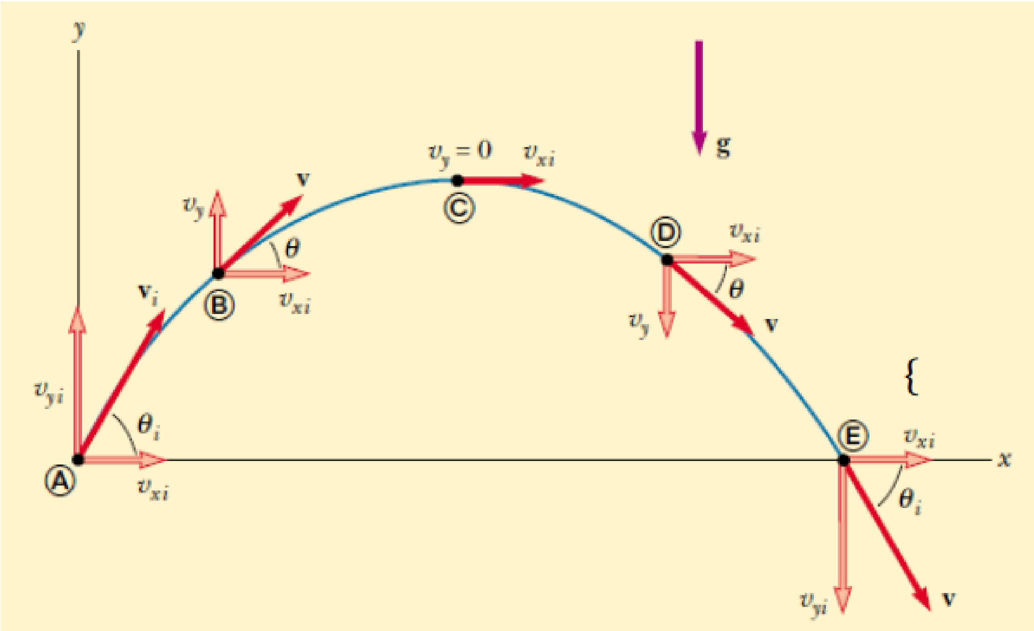
Il moto di un proiettile è di "facile" determinazione sotto due condizioni:

- L'accelerazione di gravità è *costante* lungo tutto il percorso del proiettile.
- La resistenza dell'aria è trascurabile.

Sotto queste condizioni il moto di un proiettile ha un'accelerazione costante ed è dunque di tipo parabolico.

I calcoli

Si consideri un proiettile lanciato con un vettore velocità iniziale $\overrightarrow{v_i}$ che forma un angolo θ_i con l'asse delle x:



Si può notare che:

- $a_x = 0$: L'accelerazione x (orizzontale) è zero
- $a_y = -g$: l'accelerazione y è la forza di gravità verso il basso.
- $v_{xi} = v_i \cdot \cos\theta_i$: la velocità iniziale orizzontale è calcolata con il coseno dell'angolo.
- $v_{yi} = v_i \cdot \sin\theta_i$: analogamente la velocità verticale è calcolata con il seno.
- $x_i = y_i = 0$ per la scelta dell'origine delle cooridnate.

Riassumendo, l'unica forza che agisce sul proiettile è quella di gravità ed agisce come accelerazione sulla componente verticale.

Troviamo velocità e posizione finale Avendo questi dati ed utilizzando le formule per il moto in 2D si ottiene:

- $v_x f = v_x i$ poichè non c'è alcuna accelerazione.
- $v_{yf} = v_{yi} - gt$, dato che la gravità rallenta il proiettile
- $x_f = v_{xi}t = (v_i \cos\theta_i)t$ sostituendo con il calcolo della velocità in x.
- $y_f = v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = (v_i \sin\theta_i)t - \frac{1}{2}gt^2$ analogamente

Se risolviamo x_f rispetto a t e la inseriamo in y_f otteniamo:

$$\begin{cases} x = (v_i \cos\theta_i)t \rightarrow t = \frac{x}{(v_i \cos\theta_i)} \\ y = (tan\theta_i)x - (\frac{g}{2v_i^2 \cos^2\theta_i})x^2 \end{cases}$$

Si noti che $y = ...$ è l'equazione di una parabola per l'origine degli assi.

2.5 Moto Circolare Uniforme

Il MCU è il moto di un punto materiale lungo una circonferenza, con **modulo della velocità costante**.
Nel Moto Circolare uniforme, dato un punto P sulla circonferenza, questo punto percorrerà spazi uguali in eguali intervalli di tempo.
In questo tipo di moto il modulo della velocità è costante, però c'è una **variazione della direzione** del vettore velocità, quindi c'è *sempre in gioco un'accelerazione*, infatti è definita accelerazione la variazione nel tempo del vettore velocità.

Le componenti del MCU

Accelerazione Centripeta O accelerazione istantanea, è diretta verso il centro della circonferenza:

Accelerazione Centripeta: $a_r = \frac{v^2}{r}$

Il pedice r indica che è **diretta lungo il raggio r** del cerchio. Anche se la velocità è costante, l'accelerazione centripeta *c'è sempre*.

Il Periodo Il tempo richiesto perchè una particella (a velocità costante) faccia il giro completo di una circonferenza è calcolato come:

Periodo: $T = \frac{2\pi r}{v}$

Velocità Tangenziale Questa velocità (indicata con v) è lo spazio percorso dal punto materiale sulla circonferenza in un periodo di tempo:

Velocità Tangenziale: $v = \frac{2\pi r}{T}$ [m/s]

Velocità Angolare A differenza della veocità tangenziale, la velocità angolare indica l'**angolo** percorso dal punto (in radianti) in un periodo di tempo:

Velocità Angolare: $\omega = \frac{2\pi}{T}$ [rad/s]

2.5.1 Moto Circolare Uniformemente Accelerato

Nel moto circolare unifromemente accelerato entra in gioco l'accelerazione totale come somma vettoriale dell'accelerazione centripeta e dell'acelerazione tangenziale. Di conseguenza l'equazione del moto sarà il sistema:

Legge Oraria MCUA: $\begin{cases} \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \\ \omega = \omega_0 + \alpha t \end{cases}$

Nel caso del moto circolare uniformemente accelerato α è l'accelerazione angolare, mentre a è l'accelerazione tangenziale

Accelerazione tangenziale/angolare Il rapporto tra acelerazione tangenziale e angolare è così definito:

$$a_t = \alpha r \implies \alpha = \frac{a}{r}$$

2.6 Moto Armonico

Il moto circolare uniforme può essere scomposto in **due moti sinusoidali** sin e cos.
MCU e MCUA possono essere perfettamente paragonati al moto rettilineo (uniforme e uniformemente accelerato). In questo caso θ è x, mentre la velocità v diventa ω.

Legge oraria (equazione del moto) Questa legge descrive il moto circolare uniforme come angolo in funzione del tempo:

$$\theta = \theta_0 + \omega t = \begin{cases} x(t) = R\cos(\theta_0 + \omega t) \\ y(t) = R\sin(\theta_0 + \omega t) \end{cases}$$

Capitolo 3

Dinamica

La Dinamica è la parte della Meccanica che studia l'influenza delle <u>**forze** nel moto</u>
Fin'ora abbiamo solo considerato le equazioni della cinematica, cioè il moto di particelle indipendenetemente dalle cause stesse del moto. Per determinare le cause di un moto dovremmo considerare si ala massa del corpo, che le forze che agiuscono su questa massa.

In alcuni casi le Forze determinano degli *spostamenti*, ovvero un moto, ma in altri casi applicando delle forze non si verificano moti, per esempio il fatto che stiamo seduti senza cadere al suolo.

DEFINIZIONE

Un oggetto che stia fermo, o sia in moto rettilineo uniforme, accelera se e solo se la forza totale, come somma vettoriale delle forze, detta anche la **risultante delle forze**, è diversa da zero

3.1 I Legge di Newton e l'inerzia

Newton disse che "le forze determinano i cambiamenti di velocità delle masse", cioè delle *Accelerazioni.*

Introduzione Si consideri un oggetto fermo su un piano, se lo si spinge orizzontalmente, si muoverà solo quando *la forza applicata supererà la forza di attrito del tavolo.*
Per mantenere il corpo a velocità costante, bisognerà applicare una forza che eguagli la forza di attrito con il piano. La forza di attrito è una forza che va nella **direzione opposta** alla forza che stiamo applicando, quindi finché

sono uguali la loro risultante sará nulla. Se applichi una forza maggiore, l'oggetto accellererà.

Enunciato La prima legge di Newton enuncia:

DEFINIZIONE

Prima Legge di Newton: Quando un punto materiale non è soggetto a forze esterne, oppure la loro risultante è nulla, allora il punto materiale ha una velocità **Costante o Nulla**.

In parole povere, un corpo permane nel suo stato di quiete (o moto rettilineo uniforme) a meno che non intervenga una forza esterna a modificare tale stato.

3.2 II Legge di Newton

Introduciamo prima il concetto di **Massa**:

La Massa La massa di un oggetto specifica **quanta inerzia ha l'oggetto all'azione di una forza.**
Più grande è la massa, meno l'oggetto accelera come conseguenza della forza applicata. La massa è uno scalare e la sua unità di misura in SI è il *kg* ed è una caratteristica intrinseca dell'oggetto e non dipende dall'ambiente circostante. È diversa dal peso che invece dipenderà dal luogo dove l'oggetto è misurato.

Enunciato della Seconda Legge

DEFINIZIONE

L' **accelerazione** di un oggetto è direttamente proporzionale alla **risultante delle forze** agenti ed è inversamente proporzionale alla **massa**.

$$\sum \overrightarrow{F} = m\overrightarrow{a}$$

Si possono quindi correlare la massa e le forze agenti in base alla II legge di Newton.
La forza è un vettore e quindi l'espressione precedente è valida *per tutte e tre le componenti cartesiane della forza*

Il Newton N Consideriamo il modulo della formula scritta in modo compatto: $F = ma$, la sua unità di misura è il **Newton**.

DEFINIZIONE

1N (Newton) è quella forza che impressa ad una massa di 1 kg, determina una sua accelerazione di $1m/s^2$.

$$1[N] = 1[kg \cdot m/s^2]$$

Notare che con la stessa forza, all'incrementare della massa l'accelerazione decrementa.

3.3 I Sistemi Inzerziali

DEFINIZIONE

Si definisce inerzia la resistenza naturale di un oggetto alle modificazioni della sua velocità.

Un sistema di riferimento si dice inerziale se **esso non accelera**. In un sistema di riferimento inerziale vale il primo principio della dinamica.
Se in un sistema inerziale un osservatore nota che l'accelerazione di un oggetto è nulla, o, in modo equivalente, che la risultante delle forze è nulla, allora esse saranno nulle in qualunque altro sistema inerziale. Le leggi della meccanica classica sono invarianti solo per osservatori inerziali.

La terra come sistema inzerziale La terra non è un vero sistema inerziale a causa della rotazione e rivoluzione, ma siccome le accelerazioni in gioco sono molto piccole rispetto a quelle dovute alla gravità (dell'ordine di qualche punto percentuale), la terra è in ottima approssimazione un sistema inerziale.

il passaggiuo tra due sistemi di riferimento inerziali si da attraverso le trasformazioni di galileo.

3.3.1 Sistemi di riferimento non inerziali e forze apparenti

Se ci troviamo su una piattaforma rotante e rilasciamo una pallina da tennis sul pavimento di essa (a velocità nulla) osserveremo che essa accelera e si muove verso l'esterno della piattaforma stessa. Ci sembrerà che il primo principio di Newton sia invalido, un osservatore esterno però noterà che la palla ha una velocità iniziale quando viene lasciata libera sul pavimento della piattaforma (perchè la piattaforma si muove), e continua a muoversi di moto rettilineo uniforme.

Sulla piattaforma rotante, poichè la palla si muove senza che su di essa agisca alcuna forza, il **primo principio della dinamica non è valido**: ed è detto non inerziale. Anche il **secondo principio della dinamica non è valido** in un sistema non inerziale. È comunque possibile usare le leggi di Newton anche in questo tipo di sistema di riferimento, a patto che si utilizzi un trucco:

Usare le leggi di Newton in sistemi Non inerziali Il trucco che usiamo è di scrivere l'equazione $F = ma$ come se, oltre alle altre forze che possono essere presenti, agisse una forza uguale a $F = mv^2/r$ (o $m\omega^2 r$) in direzione radiale e verso l'esterno. Questa forza supplementare, che possiamo denominare forza centrifuga perché sembra che agisca verso l'esterno, è detta forza apparente o pseudoforza. È una pseudoforza («pseudo» vuol dire «falso») perché non vi è alcun oggetto che la esercita e perché, se osservato da un sistema di riferimento inerziale, questo effetto non esiste. Abbiamo inventato questa pseudoforza in modo da potere usare anche in un sistema di riferimento non inerziale il secondo principio della dinamica, F = ma.

3.4 III Legge di Newton

Se due corpi interagiscono tra di loro, la forza F_{12} esercitata dal corpo 1 sul corpo 2 è uguale in ampiezza, ed ha la stessa direzione e verso opposto della forza F_{21} esercitata dal corpo 2 sul corpo 1.

DEFINIZIONE

La terza legge di Newton enuncia:

$$F_{12} = -F_{21}$$

"Ad ogni azione corrisponde una reazione uguale e contraria".
La forza dall'oggetto 1 all'oggetto 2 è detta *azione*, l'altra è detta *reazione*

N.B. l'azione e la reazione agiscono su oggetti diversi!

3.5 La Forza di Gravità e la Forza Peso

La terra attrae tutti gli oggetti, quindi esercita una forza. Essa è chiamata *Forza di Gravità* F_g. La forza di gravità è diretta verso il centro della terra e la sua ampiezza è chiamata **peso** di un oggetto.

DEFINIZIONE

Un corpo di massa m, che è soggetto solo alla forza di gravità, si muovo di moto uniformemente accelerato con accelerazione g verso il centro della Terra.

$$g \sim 9.81 m/s^2 \text{ e si chiama Accelerazione di Gravità}$$

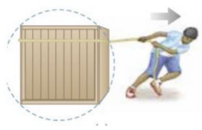
$F_g = mg$ è il **peso** di un oggetto ed è pari al modulo della forza di gravità

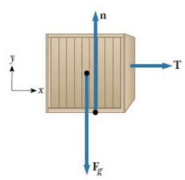
3.5.1 La Forza Normale

Se abbiamo un oggetto su un tavolo, su cui si esercita la forza di gravità, perchè non accelera in direzione di F_g? A causa della presenza del tavolo che esercita una **Forza Normale**, con stesso modulo e direzione della forza di gravità ma *di verso opposto*. La forza normale è una forza di contatto, si verifica quindi SOLO quando un oggetto è a contatto con un altro.
N.B. La forza normlae NON è la forza di reazione della terza legge di Newton perchè è esercitata sullo stesso corpo. il modulo di F_g e F_n è uguale finchè il tavolo non si rompe: $F_g = F_n = mg$

3.6 La Tensione

Se cosideriamo un oggetto trainato da una corda (su una superficie orizzontale senza attrito), avremo che *la forza esercitata dalla corda sulla scatola* è la **Tensione** e si indica di solito con $\overrightarrow{T}$.
Questa forza è applicata al punto di fissaggio del filo, diretta lungo il filo e con verso quello di allontanamento dal corpo.





3.7 La forza d'Attrito

Quando si applica una forza ad un oggetto, sembra che stia fermo e poi improvvisamente si muova: superata la resistenza iniziale, il moto appare più fluido. In generale serve più forza per mettere in moto un oggetto che a mantenerlo in moto.

Attrito Statico Quando applichiamo una forza F orizzontale a un oggetto appoggiato ad una superficie incontriamo una forza che si oppone al movimento chiamata forza d'attrito. Se l'oggetto non si muove, ovvero è statico, la forza che si oppone ad F è indicata come **forza d'attrito statico** f_s e, finchè l'oggetto rimarrà statico, avremo che $f_s = F$ le origini della forza d'attrito f_s possono essere di origine chimica o elettrostatica tra i due materiali a contatto, come a causa della rugosità del materiale che forma delle asperità che bloccano il movimento.

Attrito Dinamico Se F aumenta in modulo, pure f_s aumenta in modulo, e tutto rimane statico. Ad un certo punto f_s **non può crescere ulteriormente**, ed l'oggetto inizierà ad accelerare: in quell'esatto punto f_s è massimo (f_{s-max}).

Se $F > f_{s-max}$ l'oggetto inizierà a muoversi accelerando, facendo diminuire la forza d'attrito, diventando $< f_{s-max}$ e chiamandosi **forza d'attrito Dinamico**. Se $F = f_k$ allora l'oggetto si muoverà do moto uniforme a velocità costante, mentre se F è rimossa, la forza d'attrito frenerà l'oggetto fino a fermarlo.

Quindi Riassumento gli attriti:

- La direzione della forza di attrito statico tra due superfici in contatto è quella della forza applicata ed in verso opposto

  Attrito Statico: $F = f_s \leq \mu_s \cdot N$

  con μ_s coefficiente di attrito statico (scalare, dipende dai materiali) e N modulo della forza normale.
  Nota che quando l'oggetto sta per muoversi, vale l'eguale $F = f_s = mu_s \cdot n = f_{s-max}$

- La direzione della forza di attrito dinamico che agisce su un oggetto è nella direzione e verso opposto alla direzione del moto sulla superficie.

  Attrito dinamico: $f_k = \mu_k \cdot N$

  con μ_k coefficiente di attrito dinamico

I coefficienti di attrito dipendono dai materiali e dalla natura delle superfici, e quello dinamico dipende in generale anche da v. Avremo sempre che $\mu_k < \mu_s$.

3.8 Il Lavoro *W*

Si applichi una forza $\overrightarrow{F}$ ad un oggetto per spostarlo. La forza sarà tanto più efficace ad ottenere uno spostamento tanto più è applicata nella stessa direzione dello spostamento.

DEFINIZIONE

Il **Lavoro** W fatto da una forza di modulo costante F è il prodotto scalare della forza $\overrightarrow{F}$ per il vettore spostamento $\overrightarrow{d}$ del corpo su cui è applicata.

$$\textbf{Lavoro}: \quad W = \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{d} = F \cdot d \cdot \cos(\theta)$$

W è uno scalare con segno e θ è l'angolo tra la forza e il vettore spostamento.

Il **Segno** del lavoro W dipende dall'angolo tra F è lo spostamento. Cioè, se per fare il lavoro bisogna dare energia al sistema, allora $W > 0$. Se invece cede energia, allora $W < 0$.

Il lavoro di una forza può essere nullo ($W = 0$), in particolare lo è se:

- La forza è nulla.
- La forza non determina alcuno spostamento.
- La forza applicata è perpendicolare allo spostamento ($\cos 90 = 0$).

Unita di Misura Se la forza di 1 Newton determina lo spostamento di un oggetto di 1 metro nella stessa direzione della forza, allora si è realizzato il lavoro di **1 N · m = 1 Joule**.

Composizione di Lavori Se una particella è soggetta a più forze, alllora il lavoro totale sarà la somma algebrica dei lavori delle singole forze. Analogamente, si potrebbe calcolare la risultante delle forze, e calcoalre il lavoro effettuato dalla risultante.

Lavoro di una Forza non costante

Se abbiamo una traiettoria *non lineare*, il lavoro può essere calcolato dividendo il percorso in dei pezzi lineari, così facendo il calcolo del lavoro diventa di fatto un integrale:

$$W = \int_a^b \overrightarrow{F} \cdot d\overrightarrow{s}$$

3.9 La Forza Elastica

Sia data una **molla** di massa trascurabile con attaccata una massa qualunque appoggiata su una superficie senza attrito. con il movimento di estensione/compressione della molla lungo l'asse x. Lo zero sia definito con la posizione della massa quando la molla è a riposo.

DEFINIZIONE

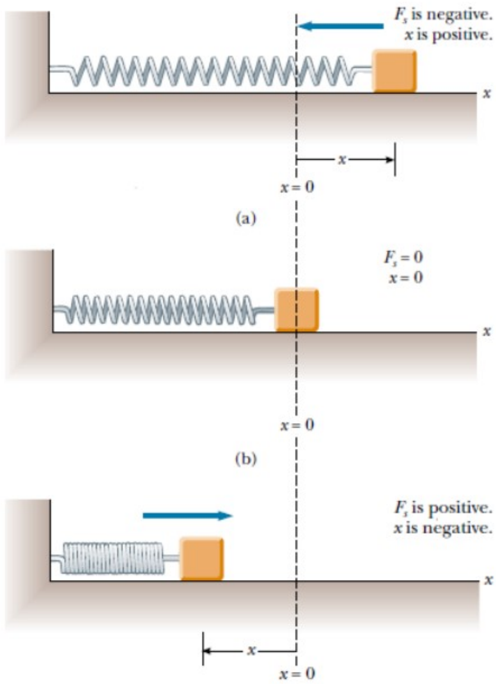
Se la molla è *estesa o compressa* essa esercita sul blocco una forza che è **proporzionale all'estensione o compressione** x **applicata**.

Questa forza elastica è descritta dalla **legge di Hooke**:

Forza di Hooke: $F = -kx$

Dove $-k$ è la **costante elastica** ed è una misura della rigidità della molla.

maggiore è k, più rigida è la molla: ovvero maggiore è k, maggiore sarà la forza per uno stesso valore di spostamento. Il meno indica che si tratta di una forza di richiamo, opposta all'estensione applicata. si tratta di una forza che varia punto per punto al variare di x.



Se la molla è estesa fino ad x_{max}, una volta rilasciata si muoverà fino ad $-x_{max}$, passando per lo zero, e così via **continuando ad oscillare**.

3.9.1 Lavoro svolto da una Forza Elastica

Come sappiamo la forza elastica *non* è una forza costante, quindi l'equazione del lavoro non è valida in questo caso. Si può però suddividere lo spostamento della molla in parti inifinitesime, di fatto valutando un integrale:

$$W_{molla} = \int_{x_i}^{x_f} F dx$$

Sviluppando questo integrale:

$$W = \int_{x_f}^{x_i} -kx\,dx = -k\int_{x_f}^{x_i} x\,dx = (-\frac{1}{2}k)\Big[x^2\Big]_{x_f}^{x_i} = (-\frac{1}{2}k)(x_f^2 - x_i^2)$$

Quindi il lavoro svolto da una forza elastica è:

Lavoro di una forza elasitca: $W_m = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2$ [J]

Il Lavoro W_m è quindi **positivo quando il blocco si avvicina alla posizione di riposo** $x = 0$ ed è negativo quando se ne allontana. Il Lavoro è nullo se la distanza finale da $x = 0$ non è mutata.
Si può notare che se la posizione di partenza x_i è 0, allora la formula è notevolmente semplificata.

3.10 Energia Cinetica e il Teorema Lavoro-Energia Cinetica

DEFINIZIONE

L'energia cinetica rappresenta la quantità di energia associata al moto di una particella che si muove alla velocità v.

Energia Cinetica: $K = \frac{1}{2}mv^2$ [J]

L'energia cinetica e la velocità della particella aumentano se svogliamo un lavoro positivo sulla particella, quindi aumentiamo l'energia della particella, invece diminuiscono se il lavoro svolto è negativo.

3.10.1 Teorema dell'energia cinetica

Il lavoro fatto su una particella dalla risultante delle forze ΣF che agiscono su di essa è eguale alla variazione di energia cinetica della particella. Questo teorema è detto *Teorema Lavoro-Energia Cinetica.*

DEFINIZIONE

Chiamiamo ΔK la variazione di energia cinetica del corpo, e W il lavoro totale compiuto su di esso. Allora vale:

Teorema dell'energia Cinetica: $\Delta K = K_f - K_i = W$

Di conseguenza, vale anche:

$$K_f = K_i + W$$

3.11 Potenza

Se consideriamo due Automobili della stessa massa che devono fare lo stesso percorso, queste compieranno lo stesso lavoro. Ma, se una delle due macchine è più *Potente* dell'altra, questa ci metterà meno tempo.

DEFINIZIONE

La **potenza** è la rapidità con la quale viene eseguito un lavoro W in un intervallo di tempo Δt.

Se una forza esterna è applicata ad una particella e se il lavoro nell'intervallo di tempo Δt è W, avremo:

Potenza Media: $P_m = \frac{W}{\Delta t}$ [Watt]

Poichè il lavoro contribuisce a far variare l'energia di un oggetto, si può definire come potenza la velocità di trasferimento dell'energia.

Potenza Istantanea Analogamente alla velocità ed accelerazione, potremmo definire un concetto di potenza istantanea:

Potenza Istantanea: $P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}$ [Watt]

Ovvero la variazione inifinitesimale del lavoro dW fatto nell'intervallo di tempo dt. Se una forza $\overrightarrow{F}$ agisce su un oggetto nella direzione che forma un angolo θ rispetto alla sua velocità istantanea $\overrightarrow{v}$ allora la Potenza istantanea vale:

$$P = Fv\cos\theta = \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{v}$$

Cioè la potenza è anche il prodotto scalare della Forza e la velocità.

L'unità di misura Se consideriamo il lavoro di 1J compiuto in 1 secondo, la potenza sarà di 1 Watt:

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{1J}{1s} = 1Watt = \frac{[N \cdot m]}{s} = \frac{[1kg \cdot \frac{m^2}{s^2}]}{s} = \frac{[1kg \cdot m^2]}{[s^3]}$$

1 Cavallo Vapore [HP], che è una unità non SI ma tra le più usate, vale 746 Watt. Si può dunque definire una unità di misura di energia (o lavoro, che sono equivalenti) a partire da una potenza:

$$P = \frac{W}{\Delta t} \implies W = P \cdot \Delta t$$

1 Kilowattora [kWh] è l'energia convertita o consumata in 1 ora alla 'velocità' costante di 1kW. Alternativamente, è il lavoro compiuto in 1 ora dalla potenza costante di 1kW.

3.12 Energia Potenziale

Mentre l'energia cinetica è associata ad un solo oggetto, *l'energia potenziale è una forma di energia che è associata ad un sistema di oggetti.* Un **sistema** è un insieme di due o più oggetti che esercitano forze l'uno sull'altro. Se la configurazione del sistema muta, allora l'energia potenziale del sistema cambia.

3.12.1 Energia potenziale Gravitazionale

Se un oggeto è vicino alla Terra, la Terra esercita su di esso la forza gravitazionale mg, con direazione della forza pari a quella del moto dell'oggetto. La forza gravitazionale **compie un lavoro sull'oggetto**, che quindi incrementa la sua energia, cinetica in particolare.
Quando un oggetto si trova ad una certa distanza dal suolo, il sistema Terra-Oggetto ha una **energia potenziale che può trasformare in lavoro**. La conversione da energia potenziale in energia cinetica avviene lungo *tutto il tratto della caduta dell'oggetto.*
Cosa determina qunato lavoro un oggetto sospeso in aria sia in grado di fare?

- Tanto più grande la massa dell'oggetto, tanto più energia rilascierà.
- Da tanto più in altro viene lasciato cadere, tanto maggiore sarà il lavoro compiuto.

DEFINIZIONE

Il prodotto del modulo della Forza Gravitazionale mg applicata ad un oggetto di massa m che si trova all'altezza y dal suolo, assume il nome di Energia Potenziale Gravitazionale.

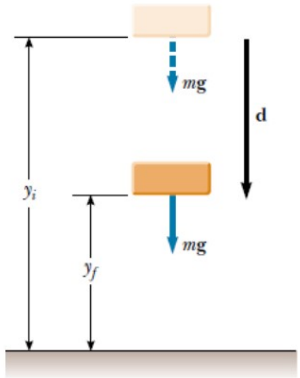
Essa è l'energia potenziale del sistema Terra-Oggetto.

Energia Potenziale Gravitazionale: $U_g = mgy$

Chiaramente questa definizione vale soltanto per oggetti vicini alla terra, per la quale g è una costante.

3.12.2 Teorema Lavoro-Energia Potenziale (Per forze conservative)

Sia un oggetto di massa m all'altezza y_i.



Il lavoro fatto dalla forza gravitazionale per passare dal punto y_i al punto y_f, cioè per effettuare lo spostamento d, è:

$$W_g = mg \cdot d = mg \cdot (y_i - y_f) = mgy_i - mgy_f = mgy_i - mgy_f$$

Ovvero:

Lavoro Forza Gravitazionale: $W_g = U_i - U_f = -\Delta U_g$

Il lavoro fatto dalla forza gravitazionale su di un oggetto è dato da **meno** la variazione dell'energia potenziale gravitazionale.
In altre parole quello che conta sono solo l'altezza dell'oggetto, rispetto alla Terra, prima e dopo il movimento e siamo quindi liberi di fissare l'origne delle coordinate dove cogliamo in altezza. Inoltre, il lavoro fatto dalla forza gravitazionale è identico sse la massa è in caduta libera oppure se scivola lungo un piano inclinato.

Unità di misura L'unità di misura del potenziale gravitazionale è lo stesso del lavoro, quindi il Joule.

3.12.3 Energia potenziale Elastica

L'energia potenziale elastica è l'energia potenziale associata allo stato di compressione o allungamento di un oggetto elastico. Per una molla, che esercita una forza elastica $F = -kx$, quando il suo *capo libero subisce uno spostamento* x l'energia potenziale elastica é:

Energia Potenziale Elastica: $U_s(x) = \frac{1}{2}kx^2$

La configurazione di riferimento vede la molla in stato di riposo con il suo capo libero i $x = 0$, ove l'energia potenziale associata è $U = 0$.
Inoltre notiamo anche che $U_s \geq 0$ sempre, perchè dipende da x^2.

3.13 Forze Conservative

Abbiamo visto che il lavoro della forza gravitazionale e di quella elastica dipoendono solo dal punto iniziale dal punto finale dello spostamento, mentre il percorso che è stato fatto è ininfluente sul lavoro eseguito: Queste forze si dicono Conservative. Il lavoro delle forze di attrito invece dipende dalla lunghezza del percorso fatto, queste forze quindi si dicono Non conservative.

Proprietà delle forze conservative Le forze conservative hanno due Proprietà:

1. Una forza è conservativa se il lavoro fatto su una particella che si muove tra due punti qualunque è indipendente dal cammino intrapreso.
2. Il lavoro fatto da una forza conservativa che si muove lungo un cammino chiuso è 0.

Si nota che queste due proprietà sono quivalenti.

Forze conservative, energia potenziale e lavoro L'energia Potenziale Associata ad una forza è definibile **solo se questa forza è conservativa**.
La relazione tra lavoro ed energia potenziale è valida per ogni forza conservativa:

$$W = -\Delta U$$

Il termine energia potenziale implica che un oggetto ha il potenziale di:

- O di guadagnare energia cinetica al costo di energia potenziale
- O di compiere lavoro quando è rilasciato in un certo punto a causa della forza conservativa esercitata su di esso da un altro membro del sistema.

3.13.1 Relazione tra Forze conservative e Energia potenziale

Consideriamo un ogggetto, che si muove lungo la direzione x, soggetto alla componente x di una forza conservativa F_x che ne determina uno spostamento Δx. Determiniamo ora F_x, se l'energia potenziale del sistema è conosciuta. Abbiamo visto che per il teorema Lavoro-Energia: $W = F_x \Delta x = -\Delta U$ Se passiamo agli infinitesimi, cioè supponiamo che la forza determini uno spostamento infinitesimale dx, allora la variazione di energia potenziale sarà anch'essa infinitesimale (dU).

$$\Longrightarrow f_x dx = -dU \Longrightarrow F_x = -\frac{dU}{dx}$$

Ogni forza conservativa che agisce su un oggetto di un sistema è uguale a meno la derivata dell'energia potenziale nella direzione dello spostamento.

Conclusioni finali In generale, l'energia non può essere nè creata nè distrutta ma solo trasformata da una forma all'altra. L'energia totale in un sistema isolato si conserva, ovvero resta costante.

3.14 Energia Meccanica

L'energia meccanica di un sistema è la somma dell'energia cinetica K e dell'energia potenziale U:

Energia Meccanica: $E_{mec} = K + U$

Principio di conservazione dell'energia meccanica Un sistema si dice isolato quando non vi sono forze esterne a provocare variazioni di energia all'interno. Quando in un sistema isolato agiscono **solo forze conservative**, l'energia meccanica E_{mecc} complessiva del sistema non può cambiare, è quindi una costante. Tale principio di conservazione dell'energia meccanica si esprime come:

Principio di conservazione di E_{mec}: $\Delta E_{mec} = \Delta K + \Delta U = 0$

Vedremo come la variazione dell'energia meccanica è uguale al lavoro svolto dalle forze NON conservative : $\Delta E_m = W_{nc}$

3.15 Forze Non Conservative

Una forza è non conservativa se causa una variazione dell'energia meccanica

$$\Delta E_{mec} = \Delta K + \Delta U \neq 0$$

Le forze di attrito in generale trasformano l'energia cinetica in calore, e non in energia potenziale. Ed il calore non è riconvertito in energia cinetica o potenziale.

3.15.1 Lavoro effettuato da forze Non conservative

Si sollevi e sposti un libro applicando una forza esterna; essa farà un certo lavoro, che indichiamo con W_{est}, del quale supponiamo di non sapere nulla a priori. La forza gravitazionale, che invece è conservativa, farà un lavoro W_g. Il lavoro totale sul libro, $W_{est} + W_g$ sarà eguale alla variazione dell'energia cinetica:
$W_{est} + W_g = \Delta K$, ma la forza gravitazionale è conservativa ($W_g = -\Delta U$), Quindi: $W_{est} = \Delta K + \Delta U$, cioè il lavoro della forza esterna è uguale alla variazione dell'energia meccanica.

Lavoro Non conservativo: Attrito dinamico

L'attrito dinamico è una forza non conservativa. Se la forza di attrito agisce per una lunghezza d, allora la variazione di energia cinetica $\Delta K_{attrito}$:

Variazione K per Attrito: $\Delta K_{attrito} = -f_k d$

Il lavoro della forza esterna è uguale alla variazione di energia meccanica.

3.16 Momento Lineare

In molte occasioni è utile sapere qualcosa sia riguardo l'oggetto che la sua velocità. Si definisce:

DEFINIZIONE

Momento Lineare: $\overrightarrow{p} = m\overrightarrow{v}$

Il momento Lineare (p) di una particella di massa m e che si muove a velocità v è il prodotto di massa per velocità. è un vettore con direzione e verso di $\overrightarrow{v}$.

Newton definì il momento come "quantità di moto".
Le sue dimensioni sono $[\frac{kg \cdot m}{s}]$, e poichè si tratta di un vettore si può dividere nelle varie direzioni ($p_x = mv_x$, $p_y = mv_y$, ...).
Il concetto di momento dà immediatamente un "senso" alla massa: **due particelle di massa diversa e stessa velocità avranno momenti diversi associati**.

Il Momento e la II Legge di Newton Esiste una forte connessione tra il momento e la seconda legge di Newton, infatti se *deriviamo* il momento *rispetto al tempo*:

$$\frac{d\overrightarrow{p}}{dt} = \frac{d(mv)}{dt} = ma = \Sigma F$$

La **derivata del momento** di un punto materiale di massa m è **uguale alla risultante delle forze** applicate. Se $\Sigma F = 0$, allora la derivata del momento è uguale a zero, quindi il momento è costante. Se una particella è isolata, il suo momento $\overrightarrow{p}$ sarà sempre costante.

Conservazione del momento lineare

DEFINIZIONE

Legge di **conservazione del momento lineare**: Quando due o più particelle di un sistema **isolato** interagiscono, il momento lineare totale del sistema resta costante.

Questa legge vale per una qualunque forza in un sistema isolato, l'unica cosa importante è che siano interne al sistema.

3.16.1 Impulso

DEFINIZIONE

Sia $\overrightarrow{F}$ una forza costante che agisce su una particella per un certo Δt. Si definisce **Impulso**:

$$\textbf{Impulso}: \ \overrightarrow{I} = \overrightarrow{F} \cdot \Delta t$$

Teorema Impulso-Momento Sia ora $\overrightarrow{F}$ una forza che agisce su una particella, e questa $\overrightarrow{F} = \overrightarrow{F}(t)$. Applichiamo la II legge di Newton:

$$\overrightarrow{F} = \frac{d\overrightarrow{p}}{dt} \implies d\overrightarrow{p} = \overrightarrow{F} dt$$

Integriamo l'espressione tra i due istanti di tempo tra i quali agisce la forza:

$$\textbf{Teorema Impulso-Momento}: \ \Delta\overrightarrow{p} = \overrightarrow{p_f} - \overrightarrow{p_i} = \int_{t_1}^{t_f} \overrightarrow{F} dt = \overrightarrow{I}$$

L'impulso della forza $\overrightarrow{F}$ che agisce su una particella è uguale alla variazione del momento lineare della particella determinato dalla forza. L'impulso non è una caratteristica specifica di una particella, bensì è una misura della modifica del momento lineare da parte delle forze esterne.

3.17 Urti

Un urto è un evento tra due particelle che interagiscono per un breve intervallo di tempo, determinando reciprocamente forze di impulso. Esse sono assunte essere molto maggiori di ogni forza esterna agente. Nota che in fisica un urto non vuol dire per forza contatto: due particelle cariche possono interagire e fare un urto anche a distanza.

Classificazione Gli urti possono essere caratterizzati in due differenti tipi:

- Urti Elastici: Durante l'urto tra due corpi l'Energia Cinetica totale del sistema non cambia ma si conserva completamente.
- Urti Anelastici: L'Energia Cinetica Totale non si conserva, ma parte viene dispersa (per esempio in calore o suono). Il momento però viene conservato

3.17.1 Gli Urti Anelastici

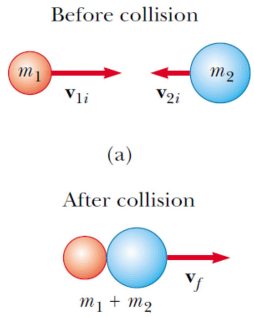
Come abbiamo detto, un urto anelastico tra due corpi è un urto nel quale non si conserva l'energia cinetica totale, ma invece **il momento si conserva**. Anche qui si dividono in due categorie:

- Perfettamente Anelastici, in cui gli oggetti viaggiano insieme dopo l'urto.
- Anelastici, in cui gli oggetti non viaggiano insieme ma parte dell'energia cinetica è persa.

Urto Perfettamente Anelastico (1D)

Siano date due particelle di massa m1 e m2 che si muovono con velocità iniziale v1i e v2i lungo una traiettoria rettilinea. Dopo la collisione, le due masse si incollano assieme e si muovono di velocità comune vf. Essendo perfettamente anelastici, il momento viene conservato:

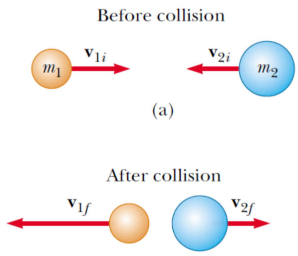
$$m_1 \cdot v_{1i} + m_2 \cdot v_{2i} = (m_1 + m_2) \cdot v_f \implies v_f = \frac{m_1 \cdot v_{1i} + m_2 \cdot v_{2i}}{m_1 + m_2}$$



3.17.2 Gli urti Elastici

In un urto elastico tra due corpi è un urto nel quale si conserva l'energia cinetica totale, oltre che il momento.

Urto elastico 1D Su cibsuderu l'urto Perfettamente Elastico come da figura. Il momento e l'energia cinetica si conservano.



Avremo quindi:

- Conservazione del momento:

$$m_1 \cdot v_{1i} + m_2 \cdot v_{2i} = m_1 \cdot v_{1f} + m_2 \cdot v_{2f}$$

- Conservazione dell'Energia Cinetica:

$$\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_{1i}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_{2i}^2 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_{1f}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_{2f}^2$$

Capitolo 4

Gravitazione

4.1 La legge di gravitazione di Newton

Nel 1655 Isaac Newton dimostrò che esiste un'atttrazione tra ogni corpo dell'universo. Questa tendenza dei corpi ad avvicinarsi prende il nome di *Gravitazione* ed è determinata dalla distanza e dalla **massa** dei corpi.

DEFINIZIONE

Date due masse separte da una distanza r, l'ampiezza della forza gravitazionale è:

Forza di Attrazione Gravitazionale: $F_g = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$ [N]

Dove G è la **costante di gravitazione universale**:

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \; [\mathrm{N} \cdot \frac{m^2}{kg^2}]$$

Si tratta di una forza quadratica inversa, perchè la sua ampiezza varia come l'inverso della distanza tra le particelle.

Forma vettoriale In forma vettoriale, la formula della legge di gravitazione si presenta in questo modo:

$$\overrightarrow{F_g} = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot \frac{\overrightarrow{r}}{r}[N]$$

In cui $\overrightarrow{r}$ rappresenta il vettore posizione della particella 2 rispetto alla 1, quindi $\frac{\overrightarrow{r}}{r}$ è il versore, orientato e diretto come l'asse $\overrightarrow{F}$, di modulo 1. Il meno è presente perchè la forza è opposta al versore.

La forza di gravitazione universale esercitata da una massa sferica m_1 di dimensione finita su una particella m_2 ha lo stesso modulo che avrebbe se la **massa** fosse **concentrata tutta al centro** (baricentro).

Relazione gravità-distanda dalla Terra

Nella definizione di peso, indicammo con g l'ampiezza dell'accelerazione di gravità. Eguagliamo i moduli della forza di gravitazione universale con la forza peso:

$$mg = G\frac{M_T \cdot m}{R_T^2} \implies g = G\frac{M_T}{R_T^2}$$

Si consideri una massa m a distanza h dalla superficie terrestre. La distanza dal centro della terra sarà $r = h+R_T$. Il modulo della forza di attrazione gravitazionale sarà:

$$F_g = G\frac{M_T m}{r^2} = G\frac{M_T m}{(h+R_T)^2}$$

A quell'altezza l'accelerazione di gravitazione non sarà più $g = 9.81 m \cdot s^{-2}$ ma un valore diverso che indichiamo g':

$$g' = G\frac{M_T}{r^2} = G\frac{M_T}{(h+R_T)^2}$$

Questa relazione ci dice che g decresce con l'altitudine.

4.2 Le leggi di Keplero

L'astronomo tedesco Keblero scrisse un modello orbitale del moto dei pianeti. Ci riuscì grazie ai dati della rivoluzione di Marte intorno al Sole.

DEFINIZIONE

Keplero determinò che:

1. Tutti i pianeti si muovono su **orbite ellittiche** e il sole si trova in uno dei fuochi.
2. Il raggio vettore disegnato dal sole al pianeta spazza **aree uguali in tempi uguali**.
3. Il quadrato del **periodo orbitale** è proporzionale al cubo del semiasse maggiore dell'orbita ellittica:

$$\frac{a^3}{T^2} = \text{costante}$$

Le orbite dei pianeti solari sono quasi tutte assimilabili ad una circonferenza. L'eccentricità orbitale è massima per Plutone (0.248) praticamente nulla per Venere (0.0068) e di 0.0167 per la Terra. L'orbita terrestre è quindi, con ottima approssimazione, circolare.

Molti asteroidi e comete seguono le leggi dikeplero, compresa la cometa di Halley, con un orbita molto ellittica (e=0.96).
La prima legge di keplero è la conseguenza della legge di Gravitazione universale e della sua dipendenza da $\frac{1}{r^2}$. Questo fu dimostrato 50 anni dopo da Newton.

4.2.1 La terza Legge di Keplero: Legge dei periodi

Come abbiamo già detto, la terza legge di Keplero enuncia:

DEFINIZIONE

Il quadrato del periodo di un pianeta è proporzionale al cubo del semiasse maggiore della sua orbita.

$$\frac{a^3}{T^2} = \text{costante}$$

Dimostrazione Si consideri il pianeta di massa M_p che si muova attorno al Sole di massa M_s con orbita circolare. Poichè la forza gravitazionale esercitata dal Sole sul pianeta e che tiene il pianeta in movimento circolare è definita radialmente, possiamo applicare la II legge di Newton ($\Sigma F = ma = mv^2/r$, in cui v^2/r è l'accelerazione centripeta)

$$G \cdot \frac{M_s \cdot M_p}{r^2} = \frac{M_p v^2}{r}$$

Detto T il tempo di rivoluzione del pianeta, e ricordando che $v = \omega r = (\frac{2\pi r}{T})$ avremo che:

$$\Longrightarrow G \cdot \frac{M_s}{r^2} = \frac{v^2}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{rT^2}$$

$$\Longrightarrow G \cdot \frac{M_s}{4\pi^2} = \frac{r^3}{t^2}$$

$$\Longrightarrow T^2 = (\frac{4\pi^2}{GM_s}) \cdot r^3 = K_s r^3$$

Ovvero la III legge di keplero, con $K_s = \frac{4\pi^2}{GM_s} = 2.97 \times 10^{-19} \frac{s^2}{m^3}$. K_s è indipendente dalla massa del pianeta, quindi è valida per tutti i pianeti del sistema solare.
Conoscendo il periodo di rivoluzione terrestre, e la distanza media Terra-Sole (1.496*10+11 m), potremmo pure calcolarci la massa solare.

Come si può vedere dalla tabella, la III legge di Keplero, ricavata in modo così semplice, è verificata sperimentalmente (ultima colonna).

TABLE 14.2 Useful Planetary Data

Body	Mass (kg)	Mean Radius (m)	Period of Revolution (s)	Mean Distance from Sun (m)	$\frac{T^2}{r^3}$ (s^2/m^3)
Mercury	3.18×10^{23}	2.43×10^{6}	7.60×10^{6}	5.79×10^{10}	2.97×10^{-19}
Venus	4.88×10^{24}	6.06×10^{6}	1.94×10^{7}	1.08×10^{11}	2.99×10^{-19}
Earth	5.98×10^{24}	6.37×10^{6}	3.156×10^{7}	1.496×10^{11}	2.97×10^{-19}
Mars	6.42×10^{23}	3.37×10^{6}	5.94×10^{7}	2.28×10^{11}	2.98×10^{-19}
Jupiter	1.90×10^{27}	6.99×10^{7}	3.74×10^{8}	7.78×10^{11}	2.97×10^{-19}
Saturn	5.68×10^{26}	5.85×10^{7}	9.35×10^{8}	1.43×10^{12}	2.99×10^{-19}
Uranus	8.68×10^{25}	2.33×10^{7}	2.64×10^{9}	2.87×10^{12}	2.95×10^{-19}
Neptune	1.03×10^{26}	2.21×10^{7}	5.22×10^{9}	4.50×10^{12}	2.99×10^{-19}
Pluto	$\approx 1.4 \times 10^{22}$	$\approx 1.5 \times 10^{6}$	7.82×10^{9}	5.91×10^{12}	2.96×10^{-19}
Moon	7.36×10^{22}	1.74×10^{6}	—	—	—
Sun	1.991×10^{30}	6.96×10^{8}	—	—	—

4.3 Il Campo Gravitazionale

Per Newton, come per noi, era difficile concepire che le forze gravitazionali si esercitavano anche nel vuoto, senza bisogno di un mezzo.

Il concetto di Campo Un approccio descrittivo dei fenomeni a distanza, ancora completamente attuale, è quello di campo, e specificamente di campo gravitazionale. Il campo gravitazionale caratterizza lo spazio in ogni suo punto.

DEFINIZIONE

Sia data la particella di massa m, posizionata in un punto qualunque vicino alla Terra. Essa sente la forza $F_g = mg$ esercitata dalla forza gravitazionale. In altre parole c'è un campo gravitazionale $\overrightarrow{g}$, che agisce sulla massa m definito come:

Campo Gravitazionale Terrestre: $\overrightarrow{g} = \frac{F_g}{m}$

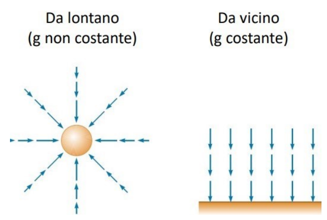
Il campo gravitazionale in un punto dello spazio è eguale alla forza percepita da una particella "di prova" di amssa m, diviso la massa della particella stessa. L'esistenza della particella di prova non è necessaria ell'esistenza del campo stesso, serve solo per identificare la sua presenza. L'oggetto che crea il campo di forze è detto sorgente. In altre parole, stiamo identificando l'effetto dovuto alla presenza di una massa in termini della Forza che eserciterebbe se un secondo oggetto (la massa di prova) fosse presente in quello spazio.

Esempio Consideriamo un oggetto di massa m vicino alla superficie terrestre. Poichè la forza gravitazionale su di esso ha modulo $G\frac{M_T \cdot m}{r^2}$, il campo $\overrightarrow{g}$ a distanza r dal centro della terra è:

$$\overrightarrow{g} = \frac{F_g}{m} = -G \cdot \frac{M_T}{r^2} \cdot \hat{r}$$

Con $\hat{r}$ il versore che punta verso l'esterno, ed il meno ad indicare che la forza è invece verso il centro della Terra.

Si noti che i vettori campo a diverse distanze dalla Terra variano in direzione ed ampiezza. In una piccola regione il campo g è approssimativamente costante ed uniforme.



4.4 L'energia potenziale gravitazionale

In precedenza abbiamo parlato di energia potenziale gravitazionale, però lì era nel caso in cui ci trovassimo sulla superficie terrestre e calcolassimo U per una particella di massa molto più piccola di quella della terra.
Qui generalizziamo il concetto considerando l'energia potenziale gravitazionale U di due particelle, di massa m e M, separate da una distanza r **determinata dalla legge di gravitazione universale**.

Si può dimostrare che laforza gravitazionale è conservativa, e inoltre è una forza centrale, ovvero diretta lungo una linea radiale ad ha ampiezza che dipende solo dalla distanza.

A differenza del caso perecedente, qui definiamo $U = 0$ nel caso in cui $r = \infty$, e definiamo che l'energia potenziale gravitazionale è negativa per ogni distanza finita e aumenta in modulo all'avvicinarsi della particella:

Energia Potenziale Gravitazionale: $U_g = -\frac{GMm}{r}$

Questa è una proprietà comune ad un sistema di due particelle, non di ogni singola particella.

Sempre negativa L'energia potenziale è sempre negativa, perchè abbiamo posto che è uguale a zero a distanze infinite.
Si può vedere anche in questo modo: Essendo $U_g = -\frac{GMm}{r}$ l'energia associata ad ogni coppia di masse, allora per separarle ad una distanza infinita (Tale che U sia zero), si dovrà fornire l'energia pari a $+\frac{GMm}{r}$.

Il valore assoluto dell'energia potenziale può essere pensato come l'energia di legame del sistema. Se un agente esterno fornisce una energia superiore a quella di legame, l'energia in eccesso viene convertita in energia cinetica.

4.4.1 Velocità di Fuga

DEFINIZIONE

Un oggetto sfuggirà all'attrazione gravitazionale di un corpo astronomico di massa M e raggio r se la sua velocità (iniziale) in vicinanza della superficie del corpo sarà non inferiore alla velocità di fuga data dalla seguente formula:

Velocità di Fuga: $v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

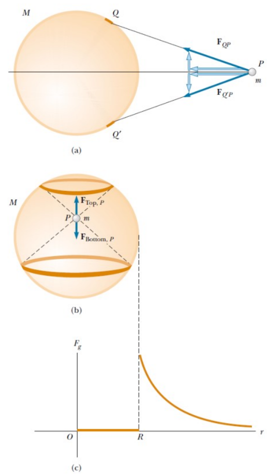
Con M massa del pianeta e R il suo raggio. Si può notare che la velocità di fuga dipende solo dal corpo celeste!

4.5 Gusci e Masse sferiche

Due casi particolari che incontreremo anche più in la con gli argomenti sono il comportamento della forza di gravità nel caso avessimo dei **Gusci** o **Masse Sferiche**

4.5.1 Forza gravitazionale tra una particella ed un guscio sferico

Sia una massa m ed un guscio sferico di massa totale M. Calcoliamoci l'attrazione gravitazionale quando m si trova **fuori dal guscio o dentro**.



Esterno del Guscio siamo nel caso in cui la massa m sia esterna al guscio di massa M e raggio R. La massa M attrae m come se **la sua massa fosse concentrata al centro** della sfera. si comporta come una sfera puntiforme, cioè:

$$F_g = -G\frac{Mm}{r^2}\hat{r}$$

in questo caso $r \geq R$.

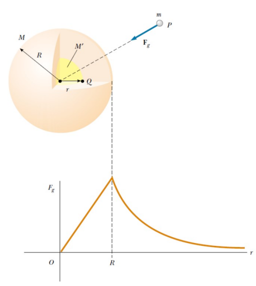
Interno del Guscio Se la massa m è interna al Guscio, si dimostra che **la forza attrattiva è 0**.ù

$$F_g = 0$$

4.5.2 Forza gravitazionale tra una particella ed una massa sferica

Vediamo ora come varia la forza di gravità su una particella quando essa si trova dentro la sfera stessa.

Sia m una piccola massa ed M una massa estesa omogenea.



Esterno della Sfera La massa si trova in P, esterno alla massa M. La massa M attrae la particella come se la sua massa M fosse concentrata al centro della sfera stessa. Abbiamo già visto questo molte volte. Si può considerare infatti la grande sfera come composta da tanti piccoli gusci concentrati.

$$F_g = -G\frac{Mm}{r^2}\hat{r}$$

in questo caso $r \geq R$.

Interno della Sfera La massa m si trova in Q, all'interno della massa omogenea M. si può dimostrare che la massa efficace è solo quella conenuta della sferetta di raggio minore o eguale alla distandza di Q dal centro della sfera, che chiameremo M'.

$$F_g = -G\frac{M'm}{r^2}\hat{r}$$

in questo caso $r < R$.

Capitolo 5

Fluidostatica

Un fluido è costituito da molecole che sono disposte senza un ordine preciso. Esse sono tenute assieme da forze di legame debole, e dalle forze esercitate dalle pareti di un contenitore. Sia i liquidi che i gas sono dei fluidi.

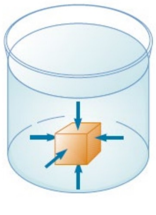
Gli stati della materia La materia si trova in 4 stati classici: solido, liquido gassoso, plasma (gas ionizzato):
Un solido ha volume e forma definiti, un gas non ha *ne volume ne forma* propria, un liquido ha volume definito ma non una forma definita e il plasma è come un gas da questo punto di vista.

Ciò che appare solido può essere in realtà un liquido, ma con una densità molto elevata, che, dopo giorni, mesi od anni si deforma (gocciola) come un liquido.

Lo studio dei fluidi Per studiare le proprietà dinamiche collettive non servirà conoscere in dettaglio le forze di coesione tra le molecole, alla stessa stregua che non ci siamo posti la domanda nella dinamica classica. Si tratta di fenomeni collettivi quelli che studieremo

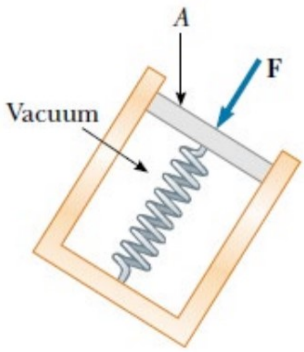
La fluidostatica studia i liquidi fermi, le loro caratteristiche in funzione di pressione, densità e profondità. La fluidodinamica tratta i liquidi in movimento, sotto certe condizioni di base, e nell'equazione di Bernoulli si metteranno assieme le caratteristiche del moto, in base alla densità, pressione, velocita punto per punto.

5.1 La Pressione



Le forze esercitate da un fluido su un oggetto sono sempre perpendicolari alle superfici dell'oggetto stesso. Lo stesso vale per le forze esercitate del liquido sulle pareti del contenitore.

Se prendiamo un pistone attivo su una piccola camera del vuoto, connesso con una molla di costante K conosciuta e lo immergiamo in un liquido il pistone si abbassa finchè si raggiunge un equilibrio nel quale le forze esterne pareggiano la forza eguale e contraria esercitata dalla molla sul pistone.



DEFINIZIONE

Se F è il modulo della Forza esercitata e A la superficie sul quale agisce, si definisce pressione P del liquido come il rapporto:

Pressione: $P = \frac{F}{A}$ [Pascal]

La pressione P, è equamente distribuita in un fluido a riposo, ed ha lo stesso valore indipendentemente dall'orientazione del sensore.

Poichè la pressione è una forza per unità di area, le unità sono [Newton]/m^2, ovvero il Pascal. La presisone di 1 Pascal è quella esercitata dalla forza di 1 Newton su 1 metro quadro di superficie.

Pressione in un punto Se prendiamo lo stesso strumento di prima e consideriamo un liquido che agisca su di esso determinando una forza F. Detta dF la forza infinitesima esercitata dal liquido sulla superficie infinitesimale dA, allora la pressione in quel punto è definita come:

$$P = \frac{dF}{dA}$$

5.2 La Legge di Stevino

è ben noto che la pressione dipende dalla profondità alla quale viene misurata in un fluido. La pressione eserictata sulla colonna d'aria sulla Terra aumenta all'approssimarsi della Terra. Ad alta quota gli aerei devono essere pressurizzati per poter mantenere una situazione confortevole, poichè la pressione esterna è molto debole. Allo stesso modo un sub subisce una pressione aumentata man mano che scende in profondità.

5.2.1 Densità

Definiamo prima il concetto di **Densità di una sostanza** ρ:

DEFINIZIONE

la **Densità** di una sosteanza è uno scalare definito come il rapporto tra la massa ed il volume:

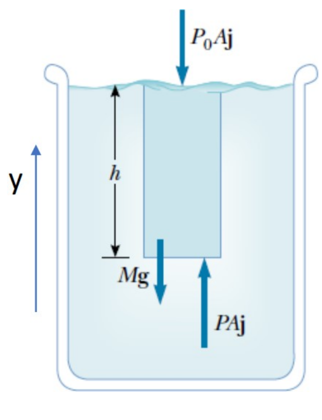
Densità: $\rho = \frac{m}{V}$

Essa varia con la temperatura poichè il volume della sostanza cambia con la temperatura.

se ρ è costante, allora il liquido è **incompressibile**.

5.2.2 Variazione della Pressione con la profondità

Si consideri un fluido di densità ρ (costante) a riposo, in un contenitore aperto. Se consideriamo un volume virtuale di liquido dentro il nostro contenitore, di altezza h e sezione A. Sia P la pressione esercitata dal liquido sotto il nostro volume e P_0 la pressione atmosferica esercitata sull'analoga superficie superiore.



- La forza esercitata dall'atmosfera sulla superficie superiore è $F_0 = P_0 \cdot A$ verso il basso.
- La forza esercitata dal fluido sulla parete inferiore è $F = P \cdot A$ verso l'alto.
- La forza peso del liquido è $F_p = Mg = \rho \cdot V \cdot g = \rho \cdot A \cdot h \cdot g$ verso il basso.

La massa del liquido è $M = \rho V = \rho A \cdot h$. Poichè nulla si muove, vuol dire che la somma delle forze agenti è nulla sulle varie componenti. Fissiamo un sistema di riferimento con $Y > 0$ rivolto verso l'alto:

$$\Sigma F = 0 = PA - P_0 A - \rho \cdot g \cdot A \cdot h \implies P = P_0 + \rho \cdot g \cdot h$$

Come riferimento si prenda 1.00 atm = $1.013 \cdot 10^5$ Pa.

DEFINIZIONE

Legge di stevino: La pressione P alla profondità h sotto la superficie di un liquido aperto in atmosfera supera quella atmosferica della quantità $\rho \cdot g \cdot h$:

Legge di Stevino: $P = P_0 + \rho \cdot g \cdot h$

La pressione è la stessa per una data profondità, indipendentemente dalla forma e diametro del contenitore.

5.3 Il Principio di Pascal

DEFINIZIONE

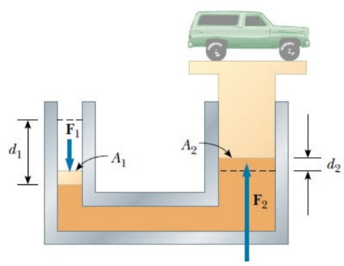
Il **cambio di pressione** esercitata su un fluido è **trasmessa in modo inalterato** ad ogni punto del fluido ed alle pareti del contenitore.

In quanto principio vuol dire che non si dimostra ma si osserva. Non c'è alcuna formula associata a questo principio.

Se applichiamo un apressione sulla superficie di un liquido in un contenitore, essa si trasmettrerà inalterata nel liquido all'interno del contenitore e quindi alle pareti. Quindi, ad esempio, la pressione atmosferica, viene percepita e misurata anche da un sub che Si immerge nel mare. La pressa idraulica (o martinetto) sono un'applicazione diretta del principio di Pascal.

5.3.1 La pressa o Martinetto Idraulico

Un'applicazione della legge di pascal è la pressa idraulica.



il liquido sia incompressibile e si supponga il meccanismo in figura. Sia F_1 la forza esercitata sul pistone di area A_1 per la lunghezza d_1. La pressione si trasmette attraverso il liquido sull'altro pistone di superficie maggiore A_2. Poiche la pressione si trasmette inalterata (Legge di Pascal):

$$P = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \implies F_2 = F_1 \cdot \frac{A_2}{A_1}$$

La forza F_1 viene quindi magnificata del rapporto $\frac{A_2}{A_1}$. Poichè la quantità di liquido rimane costante, possiamo ricavare una analoga relazione eguaglianzo i volumi di liquido spostato:

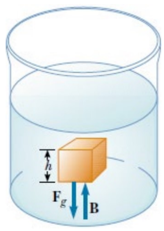
$$A_1 \cdot d_1 = A_2 \cdot d_2 \implies d_2 = d_1 \cdot \frac{A_1}{A_2}$$

I freni idraulici, gli elevatori etc usano lo stesso principio.

5.4 Forze di Buoyant o Principio di Archimede

Le forze di Buoyant, anche dette forze di galleggiamento o principio di Archimede è una forza che agisce su un oggetto immerso in un liquido **esercitata dal liquido stesso**.
Il **prinicpio di Archimede** è il prinicpio che ci indica l'intensità di questa forza: essa è uguale al peso del liquido spostato. Tale principio non enumera alcuna condizione sull'oggetto, quindi può essere di qualunque tipo.

esempio Si ponga l'attenzione sul volumetto di liquido nel contenitore.



Sia il liquido composto da acqua pura, così come il cubetto. Il cubetto si trova in equilibrio; è soggetto alla forza peso F_g che lo trascina verso il basso. la forza di galleggiamento compensa la forza peso, quindi la forza di galleggiamento B esercitata sul cubo è eguale in modula d F_g, che è il peso del liquido nel cubo:

$$B = F_g$$

Se rimpiazzassimo il cubo d'acqua con un cubo di acciaio delle stesse dimensioni, il liquido circostante si comporterebbe nello stesso modo. Per cui la forza di galleggiamento **sarebbe la stessa di quella esercitata su un cubo di liquido delle stesse dimensioni**. Quindi la forza di galleggiamento è la stessa, in intensità, di quella agente sul cubo di liquido e non cubo di acciaio.

La definizione del Principio di Archimede

DEFINIZIONE

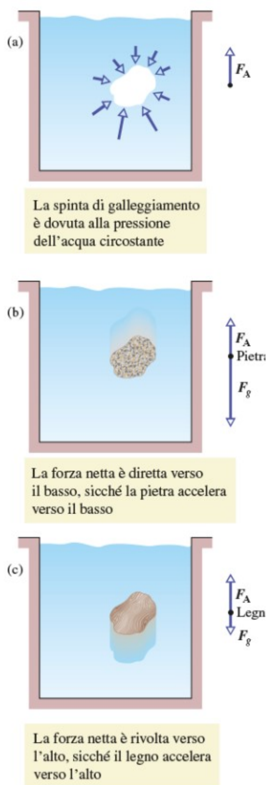
Il **Principio di Archimede** stabilisce che un corpo immerso in un fluido subisce una spinta dal basso verso l'alto pari al peso del liquido spostato, dove la spinta esercitata dal fluido è una forza detta spinta di archimede (o spinta idrostatica, o forza di Buoyant)

Forza di Buoyant: $B = (\rho \cdot V) \cdot g$

Ricordiamo che $\rho = \frac{m}{V} \implies m = \rho \cdot V$ e che la forza peso è $F_g = m \cdot g = (\rho \cdot V) \cdot g$.

L'origine della forza di galleggiamento La forza di galleggiamento è dovuta alla pressione differenziale esercitata dalla parte immersa dell'oggetto.

5.4.1 Oggetto Totalmente Sommerso



Prendiamo un oggetto di Volume V_0 immerso in un fluido di densità ρ_f. Il Modulo della forza di galleggiamento è $B = \rho_f \cdot V_0 \cdot g$ Se l'oggetto ha massa M, e densità ρ_0, allora il suop peso è: $F_g = M \cdot g = \rho_0 \cdot V_0 \cdot g$ La forza totale sull'oggetto è: $B - F_g = (\rho_f - \rho_0) \cdot V_0 g$.

Se la densità dell'oggetto è Minore di quella del fluido, allora la forza gravitazionale è inferiore a quella di galleggiamento e l'oggetto accelera verso l'alto. Nel caso contrario, l'oggetto affonda.

5.4.2 Oggetto Galleggiante

Sia l'oggetto di volume V_0, in equilibrio nel fluido e galleggiante, cioè parzialmente sommerso. Ciò significa che la forza di galleggiamento verso l'alto è **bilanciata** dalla forza di gravità agente verso il basso. poichè l'oggetto è in equilibrio $F_a = F_g$:

$$B = F_g \begin{cases} B & = (\rho_f \cdot V_f) \cdot g \\ F_g & = M \cdot g = (\rho_0 \cdot V_0) \cdot g \end{cases} \implies \frac{\rho_0}{\rho_f} = \frac{V_f}{V_0}$$

Quindi, **si ha galleggiamento quando la spinta di archimede uguaglia in modulo la forza di gravità**.

5.4.3 Peso apparente di un oggetto in un fluido

Si consideri un oggetto su di una bilancia: supponiamo abbia un certo peso (=forza peso). Ripetiamo l'operazione sott'acqua o più in generale all'interno di un fluido: il peso sarà minore a causa della spinta di galleggiamento che l'acqua applica all'oggetto:

$$P_{app} = P - B$$

Nel caso in cui l'oggetto sia galleggiante avremo che $P = B$, quindi il peso apparente è nullo.

Capitolo 6

Fluidodinamica

La fluidodinamica studia il moto dei fluidi nel loro insieme, in funzione del tempo. Non segue il moto di ogni singola particella (molecola), che sarebbe impossibile anche al giorno d'oggi se non con metodi statistici e non deterministici.

Se il fluido è in moto, il suo movimento movimento può essere identificato da due tipi:

- Stazionario o Laminare: Le particelle seguono dei cammini che non si incrociano e che si chiamano linee di flusso. Per un determinato punto, la velocità del fluido è costante nel tempo.

- Turbolento: Il moto è irregolare e con zone di turoblenza, con movimenti basso/alto e viceversa. Presenta la formazione di vortici che si mescolano e fondono tra di loro.

Numero di Reynolds Esiste un numero, detto numero di Reynolds, in base al quale si può stabilire se un fluido si muove in regime laminare o turbolento. Valori bassi (< 2000) corrispondono ad un regime laminare, alti (> 4000) ad un regime turbolento.

Questo numero dipende dalla velicità del fluido, dalla sua viscosità ed ad una lunghezza sulla quale si esamina il flusso.

6.0.1 La Viscosità

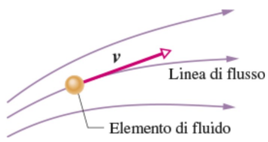
Viscosità è il termine usate per indicare il grado di attrito o frizione interna del fluido. L'attrito interno, o forza viscosa, è associata alla resistenza che due strati adiacenti di fluido oppongono al muovere relativamente l'uno sull'altro.

La viscosità causa la trasformazione di parte dell'energia cinetica in energia interna.

Il fluido ideale Nello studio dei moti di un fluidi si considera un fluido ≪ideale≫ cioè con determinate caratteristiche:

- Liquido **non viscoso**, cioè le forze interne sono trascurate.
- Il flusso è **Laminare** (stazionario) cioè la velocità è costante nel tempo, punto per punto.
- Il fluido è **Incompressibile** (volume costante).
- Il fluido è **Irrotazionale**, cioè non ha un momento angolare (non fa ruotare oggetti sferici).

Si può visualizzare il moto di un fluido mediante dei traccianti, in un fluido ideale ogni elemento segue una linea, senza incrociare le altre linee: si chiama **linea di flusso**.



Come già visto nella cinematica, il vettore velocità di una particella lungo una traittoria qualunque è sempre tangente alla traiettoria. In questo caso, e per analogia, il vettore velocità è tangente alla linea di flusso.

6.1 Equazione di Continuità

La **velocità** del fluido dipende dal **diametro della sezione** normale A attraversata. Basti pensare a quando riduci il diametro di una canna d'acqua, la velocità del flusso aumenta.

La portata Volumica L'equazione di Continuità impone che Portata Volumica (R_v), ovvero la **sezione di un tubo per la velocità del fluido**, **deve essere sempre costante**.

DEFINIZIONE

Equazione di continuità per il flusso di un fluido ideale: La velocità di un fluido aumenta al diminuire della sezione di passaggio.

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$$

Analogamente, si può dire che la portata volumica R_v è sempre costante:

Equazione di Continuità: $R_v = A \cdot v = \text{Costante}$

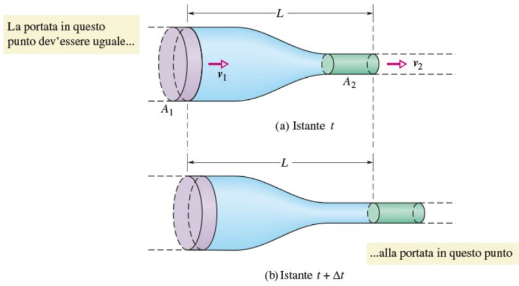
in cui A è la sezione del tubo e v la velocità del fluido.

L'unità di misura della portata volumica è $[A \cdot v] = [m^3/s]$.

La portata Massica Se moltiplichiamo la portata volumica per la densità del fluido, otteniamo la portata massica, ovvero la massa nell'unità di tempo.

$$R_v \cdot \rho = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \text{ Costante}$$

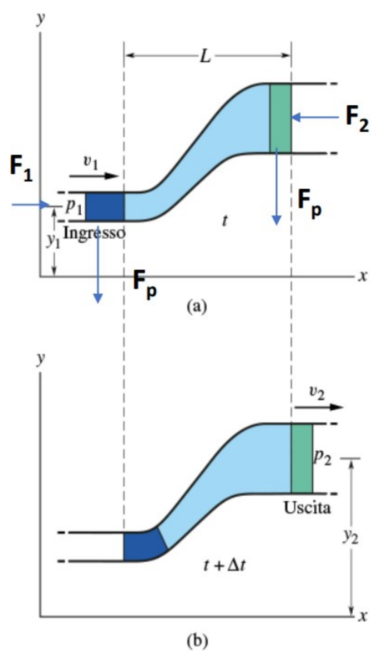
La massa che ogni secondo entra nel segmento di tubo è uguale alla massa che ogni secondo ne esce.



6.2 Equazione di Bernoulli

L'equazione di Bernoulli permette di connettere la pressione , la velocità e l'altezza di un liquido.

Dimostrazione del principio di Bernoulli Si consideri un tubo di flusso, con fluido che scorre in regime laminare, con le condizioni come in figura. Dopo un certo intervallo di tempo Δt una certa quantità di liquido sia entrata da sinistra ed un identico volume esca da destra. I due volumi sono identici perchè il fluido è incompressibile.



Siano anche y_1, v_1, p_1 l'altezza, velocità e pressione del fluido all'estremità sinistra, e y_2, v_2, p_2 le analoghe a destra. Siano A_1 ed A_2 le due sezioni del tupo, ρ la densità e m la massa del liquido.

Per il principio di Pascal sappiamo che le forze a sinistra e destra sono rispettivamente:

$$\text{Forza a Sinistra: } F_1 = p_1 \cdot A_1$$
$$\text{Forza a Destra: } F_2 = p_2 \cdot A_2$$

Mentre il lavoro da esse fatto è rispettivamente:

$$\text{Lavoro a Sinistra: } W_1 = F_1 \cdot \Delta x = p_1 \cdot A_1 \cdot \Delta x$$
$$\text{Lavoro a Destra: } W_2 = -F_2 \cdot \Delta x = -p_2 \cdot A_2 \cdot \Delta x$$

Il lavoro totale W fatto da queste forze è:

$$W = W_1 + W_2 = p_1 \cdot A_1 \cdot \Delta x - p_2 \cdot A_2 \cdot \Delta x$$
$$\implies W = (p_1 - p_2) \cdot V$$

Ricordando il teorema dell'energia meccanica, ovvero che il lavoro di una forza esterna su un sistema è uguale alla variazione di energia meccanica, avremo che $W = \Delta K + \Delta U$, dove: $\Delta K = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$ e $\Delta U = mgy_2 - mgy_1$ Una parte del lavoro effettuato fa cambiare l'energia cinetica del liquido, e parte fa cambiare l'energia potenziale. Allora:

$$W = \Delta K + \Delta U \implies p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2 = \text{Costante}$$

Che è esattamente il Teorema di Bernoulli.

DEFINIZIONE

Teorema di Bernoulli: In un fluido a flusso laminare, la somma della pressione, dell'energia cinetica per unità di volume e dell'energia potenziale gravitazionale per unità di volume è costante.

Equazione di Bernoulli: $p + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot y = \text{Costante}$

Che sono rispettivamente p, K e U_g.

Da questa definizione possiamo notare due casi particolari:

Fluido a Riposo Se il fluido è a riposo, allora $v_1 = v_2 = 0$, e quindi: $p_1 + \rho g y_1 = p_2 + \rho g y_2 = \text{ costante } \implies p_2 = p_1 + \rho g(y_2 - y_1)$ Ovvero la legge di stevino.

Fluido ad altezza costante in cui $y_2 = y_1$. avremo che:

$$p_2 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

Ovvero l'equazione di venturi: Se lungo una linea di flusso orizzontale aumenta la velocità del liquido, allora deve diminuire la sua pressione e viceversa. In altre parole, dove la velocità del fluido è elevata, la pressione è bassa e viceversa.

6.3 Equazione di Torricelli

Una delle applicazioni del teorema di Bernoulli è la deduzione della velocità di fuoriuscita di un fluido da un recipiente nell'ipotesi che la superficie del foro sia molto più piccola rispetto alla superficie libera.

DEFINIZIONE

La velocità di un fluido in uscita da un foro è pari alla radice quadrata del doppio prodotto dell'accelerazione di gravità e della distanza h fra il pelo libero del fluido e il centro del foro che è stato pèraticato.

Equazione di Torricelli: $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$

La velocità è uguale a quella che avrebbe il fluido durante una caduta libera dall'altezza h.

f

Capitolo 7

Termodinamica

La Termodinamica è la branca della fisica classica che studia le **trasformazioni di calore in lavoro e viceversa** in un sistema detto sistema termodinamico.

Tali trasformazioni coinvolgono cambiamenti di variabili che caratterizzano il sistema, dette **variabili termodinamiche** quali:

- Temperatura
- Pressione
- Volume
- Composizione chimica.

Le variabili termodinamiche sono il risultato macroscopico di fenomeni su scala microscopica e nanoscopica.

7.1 Il principio Zero della termodinamica

Il principio Zero è cosí chiamato perchè è stato elaborato dopo il principio uno.

Le proprietà fisiche e chimiche di molti corpi cambiano con la temperatura. Si possono usare questi effetti per comprendere e misurare il concetto di Temperatura. Definiamo prima di tutto l'equilibrio termico:

Equilibrio termico Si considerino due sistemi messi a "contatto" termico all'interno di un contenitore termicamente isolante. Il passaggio di calore (ovvero di energia) da un sistema all'altro porta a delle modifiche delle proprietá dei due sistemi. I cambiamenti sono piú veloci all'inizio e rallentano con il passare del tempo, finché le proprietá dei due sistemi tendono ad assumere valori costanti. Una volta raggionta questa situazione, diciamo che i sistemi sono in **equilibrio termico**.

Il principio Zero della Termodinamica

DEFINIZIONE

Se due corpi A e B si trovano in equilibrio termico con un terzo corpo T, allora sono in equilibrio termico reciproco.

Quando due sistemi si trovano in equilibrio termico, diciamo che hanno la stessa temperatura.

7.2 La Temperatura

Quando due sistemi si trovano in equilibrio termico, diciamo che hanno la stessa temperatura.

Il senso comune di temperatura è fallace e non è quello fisico. Se tocco due oggetti che hanno temperaature simili od eguli potrei percepirle con "temperature" diverse, perchè toccando il ferro o l'acqua con la mano provo non solo la temperatura ma anche la capacitá dell'oggetto a trasferire calore alla mia mano: se l'oggetto è capace di sottrarre rapidamente calore dalla mia mano, lo percepirò come freddo.

Principio Zero: Enunciato alternativo

Un altro enunciato del principio zero che fa riferimento alla temperatura è il seguente:

DEFINIZIONE

Esista una grandezza scalare chiamata temperatura, che è una proprietà di tutti i sistemi termodinamici in equilibrio. Due sistemi sono in equilibrio termico se, e solo se, sono uguali le loro temperature.

La misura della temperatura: il Kelvin

La temperatura è una delle grandezze fondamentali del sistema internazionale. L'unità nel S.I è il Kelvin.

Nonostante si possa con le attuali conoscenze aumentare la temperatura a volontà, non si può abbasrla senza limite e la temperatura più bassa possibile, detta zero assoluto, è stata fissata come Zero nella scala Kelvin, di conseguenza la scala Kelvin usa soltanto valori positivi.

Il punto triplo dell'acqua Per definire le scale di temperatura servono dei fenomeni termici riproducibili cui si associa un valore della scala Kelvin. Per questa scala si usa il punto triplo dell'acqua. L'acqua liquida, il ghiaccio e il vapore acqueo coesistono, in equilibrio termico ad un solo valore di pressione e temperatura. A questa temperatura è stato attribuito il valore di $T_3 = 273.16K$.

Si è stabilito inoltre che l'unità Kelvin è $\frac{1}{273.16}$ della differenza di temperatura tra il punto triplo e lo zero assoluto.

In fisica si usa sempre il Kelvin se non espressamente indicato.

7.3 La dilatazione Termica

La dilatazione termica è un fenomeno comune che viene anche usato nelle costruzioni, sia in modo attivo che passivo.

Analizziamo un solido generico. Gli atomi sono mantenuti assieme in un reticolo regolare dalle forze elettrostatiche, in modo simile all'azione che eserciterebbero delle molle congiungenti gli atomi. Possiamo quindi immaginare il reticolo cristallino come una griglia tridimensionale in cui gli atomi sono collegati tra di essi tramite molle:

- Se due atomi si avvicinano troppo, gli elettroni di un atomo entrano in interazione con gli elettroni dell'atomo vicino.
- Se due atomi si allontanono troppo, vuol dire che si avvicineranno al campo elettrico generato da altri atomi.

Si genera un'oscillazione in 3D come un sistema di molle in cui **l'aumento della temperatura fa aumentare la vibrazione degli atomi**.
Quindi, per temperature crescenti l'ampiezza delle vibrazioni aumenta e quindi aumenta la distanza media tra gli atomi, **dando una espansione del corpo**.

La dilatazione Lineare

DEFINIZIONE

La variazione di qualsiasi dimensione lineare di un solido è chiamata dilatazione lineare. Se L è la lunghezza di questa dimensione lineare e ΔT la variazione di temperatura, allora la variazione di lunghezza sará:

Dilatazione Lineare: $\Delta L = \alpha \cdot L \cdot \Delta T$

con α ($[\alpha] = K^{-1}$) coefficiente di dilatazione lineare

Il coefficiente α dipende dal materiale e varia anche con la temperatura.

La dilatazione Volumica

DEFINIZIONE

Se le tre dimensioni di un corpo si dilatano, allora aummenterà il suo volume:

Dilatazione Volumica: $\Delta V = \beta \cdot V \cdot \Delta T$

in cui $\beta = 3\alpha$.

Il comportamento dell'acqua L'acqua non si comporta come le altre sostanze: per $T > 4°C$ si dilata al crescere della temperatura, come gli altri elementi. Per $0°C < T < 4°C$ invece si contrae all'aumentare della temperatura. a $T = 4°C$ la sua densitá (anche detta massa volumica) è massima.

7.4 il numero di Avogadro

I gas (ma anche la materia) sono costituiti da un numero molto elevato di atomi. Non saremo mai in grado di descrivere cosa avviene per ciascun atomo di un certo gas, ma potremo vedere gli effetti collettivi macroscopici delle proprietà microscopiche, cioè interpretare il significato di temperatura e pressione in base al comportamento delle molecole che lo compongono.
Risulta così utile confrontare quello che accade per un **numero eguale e costante di atomi** (o molecole), introducendo il concetto di mole.

Mole La **mole** è una delle unità fondamentali del SI ed è definita come il numero di atomi contenuti in 12.0 g dell'isotopo del carbonio avente numero di massa 12 ($^{12}_{6}C$).

Il numero di Avogadro Quanti atomi o molecole ci sono in una mole?

Numero di Avogadro: $N_A = 6.022 \cdot 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$

Avogadro fu il primo che ipotizzò che tutti i gas contengano lo stesso numero di atomi o molecole quando occupano lo stesso volume ad una data temperatura e pressione.
Il **numero di moli** di un gas (materiale) sarà $n = \frac{N}{N_A}$, con N numero di atomi (molecole) del campione.

Massa Molare Si definisce massa molare M la massa di una mole di sostanza, la massa M_{cam} di un campione sarà dunque: $M_{cam} = n \cdot M$, oppure $M_{cam} = m \cdot N_A$.

7.5 I gas Ideali o Perfetti

Il gas perfetto, detto anche gas ideale è un gas le cui proprietà rappresentano il comportamento limite dei gas reali, **quando la loro densità tende a zero**.
Il gas perfetto è un'utile astrazione:

- Tutti i gas reali, tanto più approssimano le caratteristiche del gas perfetto quanto **minore è la loro densità**.
- le proprietà termodinamiche del gas perfetto sono legate tra loro da relazioni particolarmente semplici.

7.5.1 Equazione di stato del gas perfetto

L'equazione di stato del gas perfetto é un equazione che lega Pressione, Temperatura e numero di moli.

DEFINIZIONE

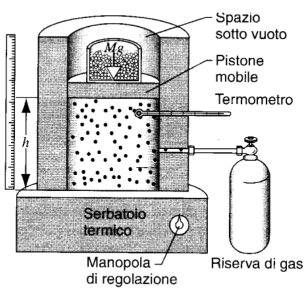
Sperimentalmente é stato determinato che la pressione, T, n, sono legati dall'espressione:

Equazione di stato del gas perfetto: $pV = nRT$

con n numero di moli nel volume V, p pressione nel cilindro, T temperatura nel cilindro (in kelvin). R invece è la costante dei gas, ovvero $R \simeq 8.31 J \cdot mole/K$. $R = kN_A$ con k costante di boltzmann.

Storicamente, l'equazione di stato dei gas perfetti formulata da E.Clapeyron è la sintesi di 3 leggi: La legge di Avogadro, Legge di Boyle-Mariotte e legge di Gay-Lussac.

L'apparecchio per la sperimentazione Sia dato un gas ideale contenuto in un cilindro, termicamente isolato e munito di pistone, con dentro una determinata quantità di gas. La posizione del pistone determina il volume del gas. La temperatura può essere regolata dall'esterno. Sul pistone si possano posare dei pallini di piombo per variare la pressione in modo noto.



Questo apparecchio é utilizzato per vari esperimenti su pressione, volume e temperatura di un gas.

7.6 Equazione di stato per i gas reali

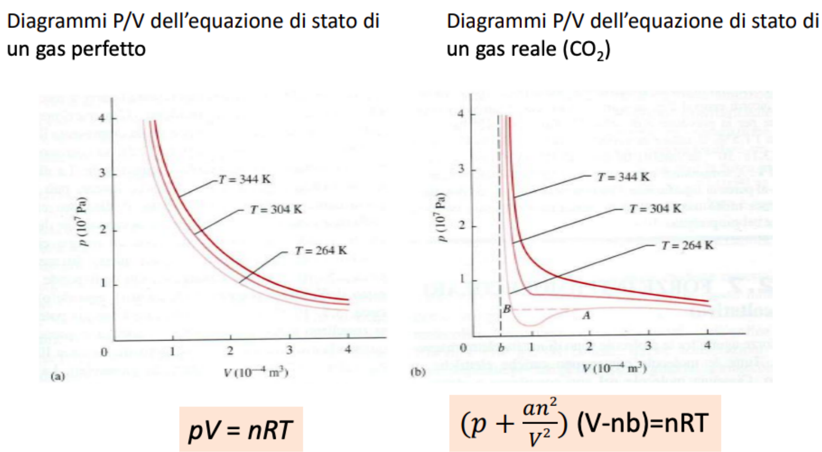
Nel 1873 il fisico olandese J.D Van der Waals propose un equazione di stato per i gas reali. Tale equazione é molto simile a quella dei gas perfetti, con alcuni termini che la correggono per tenere conto del fatto sche si tratta appunto di gas reali.

Equazione di Van der Waals: $(p + \frac{an^2}{V^2})(V - nb) = nRT$

a e b sono costanti determinate sperimentalmente.
Notiamo le correzioni che sono state fatte:

1. **Correzione per il volume**: Tiene conto del fatto che le molecole occupano un certo volume, e che quindi il volume totale a disposizione é minore di quello del caso ideale.

2. **Correzione per la pressione**: Le molecole sui bordi delle pareti assorbono un po del momento lineare, quindi la pressione totale esercitata dalle molecole sul pistone é minore che nel caso ideale.



7.7 Il Calore

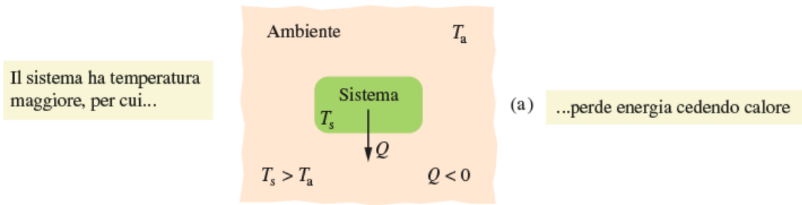
Gli oggetti tendono a stabilire un equilibrio termico con l'ambiente circostante.

DEFINIZIONE

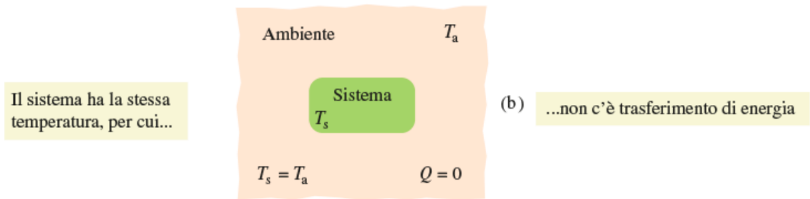
Si definisce calore l'**energia** che fluisce tra un sistema e il suo ambiente a causa della **differenza di temperatura** fra essi.

Si puó ben notare quindi che calore $\neq$ temperatura.

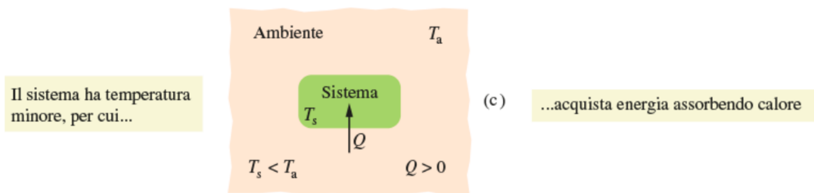
- Se la temperatura di un sistema é maggiore della temperatura dell'ambiente ($T_s > T_a$), l'energia fluisce dal sistema all'ambiente sotto forma di calore Q fino al raggiungimento dell'equilibrio termico.



- Se ($T_s = T_a$) non c'é trasferimento di energia.



- Se la ($T_s < T_a$), l'energia fluisce dall'ambiente al sistema.



Per convenzione, la quantitá di calore $Q > 0$ se fa aumentare l'energia interna E_{int} del sistema.

L'Unità di misura del Calore

Storicamente ci sono due unitá diverse: la prima fu la caloria

La caloria (o piccola caloria, cal) é la quantitá di calore necessaria per innalzare la temperatura di un grammo di H_2O da 14.5 a 15.5C. La grande caloria é equivalente a 1kcal = 1000 cal.

Il Joule dal 1948 si usa il joule, perché **Il calore é un tipo di energia** (O lavoro, che sono equivalenti)

$$1 \text{ cal} \approx 4.18 \text{ Joule}$$

7.8 Recap: Calore, Temperatura ed Energia Interna

Calore, temperatura ed energia interna sono tre concetti diversi, specifichiamo quindi le loro differenze:

Il Calore Come il lavoro, il calore é un **mezzo di trasferimento di energia all'interno o all'esterno del sistema**. Esso, sempre come il lavoro, **non é una proprietá intrinseca del sistema**, diversamente da p,V,T,E_{int}.
Una variazione di temperatura di un gas corrisponde ad una variazione dell'energia cinetica media traslazionale dei suoi atomi e delle sue moloecole. Se noi forniamo energia ad un gas, l'energia interna aumenta (Cinetica, vibrazionale, rotazionale,...) ma soltanto la frazione di energia che si trasforma in energia cinetica traslazionale corrisponde ad un aumento di temperatura.

La Temperatura la temperatura é un **indicatore della capacitá di due corpi a contatto di scambiarsi calore**, se due corpi hanno temperature uguali, essi non si scambiano calore, ovvero non trasferiscono energia sotto forma di calore l'uno all'altro.
Se uno dei due corpi é piú grande dell'altro, ma sono alla stessa temperatura, il primo possederá maggior energia interna del secondo, ma nemmeno in questo caso trasferirá calore al secondo.

Il Trasferimento di Calore Possiamo accrescere la temperatura di un corpo senza cedergli calore, per esempio compiendo lavoro su di esso. Al contrario, possiamo trasferire calore da un corpo a temperatura maggiore ad un altro a temperatura minore, senza variare le loro temperature, per esempio nei processi di fusione o evaporazione.

Se un sistema é isolato, non scambia energia con l'esterno, quindi la somma degli scambi termici interni $\Delta Q = 0$.

7.9 Capacitá Termica e Calore Specifico

Se variamo lo stato di un corpo fornendogli energia termica, sotto forma di calore, oppure energia meccanica, sotto forma di lavoro, avremo una **variazione della temperatura T**.
Se trasferiamo una quantitá di calore Q ad un corpo, la variazione di temperatura T dipenderá dalle cricostanze in cui il calore é trasmesso. Se compiamo un lavoro su un corpo (per esempio strofinandolo), possiamo anche in questo caso variare la temperatura senza fornire calore.

Capacitá termica

DEFINIZIONE

La capacitá termica C é la costante di proporzionalitá tra il calore somministrato e la variazione di temperatura indotta.

Capacitá Termica: $Q = C \cdot \Delta T = C \cdot (T_2 - T_1)$

N.B. C é la capacitá termica
Attenzione che capcacitá non va intesa come un qualcosa che ha un limite (come un secchio): il trasferimento puó avvenire senza limiti finché c'é un ΔT.

Calore specifico

Due oggetti dello stesso materiale hanno capacitá termiche porporzionali alla loro massa:

DEFINIZIONE

La capacitá termica per unitá di massa, o **calore specifico** é cosí definita:

Calore Specifico: $c = \frac{C}{m}$

Essa si riferisce non all'oggetto specifico ma alla massa unitaria del materiale

il calore specifico dell'acqua é $1 \frac{[cal]}{[K] \cdot [kg]}$. Come giá indicato, é importnate conoscere come il calore sia stato assorbito. Per i solidi ed i liquidi i calori specifici a volume costante o a pressione costante variano di poco, ma variano molto nei gas come vedremo.

7.10 Calore Latente di trasformazione

Quando un corpo solido o un liquido assorbe calore, **non é detto che la sua temperatura debba aumentare**: potrebbe anche cambiare stato passando da una fase a un'altra fase, solida, liquida o gassosa. in questi casi *si assorbe calore per rompere legami chimici od elettrostatici.*

DEFINIZIONE

Il calore latente (L) é la quantitá di calore Q (per unitá di massa) da trasferire per far avvenire il cambiamento di fase completo.

Calore Latente: $Q = L \cdot m$

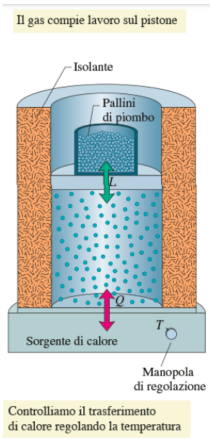
si chiama calore latente di evaporazione se si passa dalla fase liquida a quella gassosa (e viceversa) e calora latente di fusione se si passa dalla fase solida a quella liquida (e viceversa).
Il calore latente é una costante e l'unitá di misura é:

$$Q = L \cdot m \implies L = \frac{Q}{m} = \frac{[J]}{[kg]}$$

TABELLA 18.4 Alcuni valori di calore latente

	Fusione		Evaporazione	
Sostanza	Punto di fusione (K)	Calore latente di fusione L_F (kJ/kg)	Punto di ebollizione (K)	Calore latente di evaporazione L_V (kJ/kg)
Idrogeno	14,0	58,0	20,3	455
Ossigeno	54,8	13,9	90,2	213
Mercurio	234	11,4	630	296
Acqua	273	333	373	2256
Piombo	601	23,2	2017	858
Argento	1235	105	2323	2336
Rame	1356	207	2868	4730

7.11 Calore e Lavoro



L'esperimento Consideriamo un gas perfetto contenuto in un cilindro con pistone mobile. La pressione del gas é bilanciata da pallini di piombo. Il sistema sia isolato termicamente, a parte alla base dobe puó scambiare calore (un fornello per esempio) a T variabile:

- Stato inizile del sistema i: p_i, V_i, T_i
- Stato finale del sistema f: p_f, V_f, T_f

Il processo di trasformazione é detto "Processo/trasformazione termodinamico/a". Il sitema puó:

- Ricevere/Cedere calore (dalla sorgente)
  ($\Delta Q > 0/\Delta Q < 0$)
- Fare lavoro alzando il pistone o ricevere lavoro aumentando i pallini di piombo
  ($\Delta L > 0/\Delta L < 0$)

Tutti i processi siano lenti, cosicché il sistema sia sempre in equilibrio termodinamico.
Cosa succede se rimuoviamo un pallino di Piombo?
Il gas spinge il pistone con una certa forza F, diretta verso l'alto di modulo: $|F| = pA$, con p pressione e A superficie del pistone. Questa forza fa sollevare il pistone di una piccola quantitá ds, anch'essa direatta verso l'alto.

Il Lavoro svolto Dalla definizione di lavoro quindi, avremo che:

$$dL = F \cdot ds = (pA) \cdot ds \cdot \cos(0) = pAds = pdV$$

dove dV é il cambiamento infinitesio di volume del gas dovuto allo spostamento del pistone.

Lavoro Associato ad una variazione di Volume

In generale, un sistema puó anche scambiare energia con il suo ambiente attraverso il lavoro. La quantitá di lavoro W compiuto da un sistema quando si espande o quando si riduce da un volume iniziale V_i ad un volume finale V_f é:

Lavoro - Volume: $W = \int dW = \int_{V_i}^{V_f} p \cdot dV$

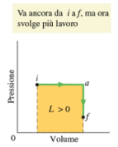
durante la variazione di volume possono cambiare anche p e T in generale. Per calcolarci l'integrale dovremmo sapere come varia p al variare di V.

7

Rappresentiamo il grafico della pressione del gas in funzione del suo volume, chiamato **diagramma p-V**: la curva dà la variazione di p in funzione di *V*

$$L = \int_{V_i}^{V_f} p\, dV$$

L'integrale del Lavoro è rappresentato dall'area ombreggiata sottesa dalla curva tra i punti «i» ed «f». **Questo lavoro è positivo** (indipendentemente da come è stato fatto), per il fatto che il gas aumenta il suo volume spingendo il pistone verso l'alto.



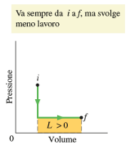
Un altro modo per passare dallo stato «i» allo stato «f»: il cambiamento avviene in due fasi: la prima dallo stato iniziale allo stato *a,* e la seconda dallo stato *a* allo stato finale.

Fase 1: **p= costante** (non si spostano pallini di piombo sopra il pistone); si aumenta il volume (da V_i a V_f) alzando la temperatura da T_i a T_a ($T_a > T_i$). Durante questo processo, viene compiuto lavoro dal gas che si espande (per spostare il pistone zavorrato) e viene fornito calore al sistema dal serbatoio (tramite l'aumento di T). Questo calore è positivo perché viene fornito al sistema.

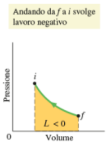
Fase 2: **V=costante**: viene bloccato il pistone, per impedire un suo spostamento. Usiamo quindi la manopola di controllo per ridurre la temperatura in modo che la pressione scenda da p_a al a p_f ($p_a > p_f$)

L>0 e viene compiuto solo nello step1 (step2: V=costante -> L=0)

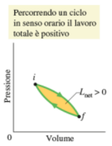
8



I due stadi precedenti vengono svolti in ordine inverso. In questo caso il Lavoro è ancora positivo ma è minore che nella figura precedente (l'area è più piccola), così pure il calore assorbito. Il lavoro nello step1 =0



In questo esempio il lavoro compiuto dal sistema è L<0, perché c'è una forza esterna che comprime il pistone, riducendo il volume. Il valore assoluto del Lavoro è sempre l'area sotto la curva, ma il valore è negativo perché (ΔV <0).



Ciclo. Esempio di un ciclo termodinamico nel quale il sistema passa da uno stato iniziale «i» ad uno finale «f» infine allo stato iniziale «i». Il lavoro totale è la somma del lavoro positivo durante l'espansione e negativo durante la compressione. In figura il lavoro totale è positivo perchè l'area sotto la curva di espansione è maggiore di quella di compressione.

7.12 Meccanismi di trasferimento del calore

Esistono tre modi che permettono il trasferimento di calore:

- Conduzione, mediante il contatto.
- Convezione, tramite masse fluide.
- Irraggiamento, tramite onde elttromagnetiche.

Conduzione

La conduzione avviene mediante il contatto tra due superfici. La conduzione di calore P_c su unità di tempo, attraverso una lastra le cui superifici sono mantenute alle temperature T_1 e T_2 è dettata dalla legge di Fourier:

Legge di Fourier: $P_c = \frac{Q}{t} = k \cdot A \frac{T_1 - T_2}{l}$

Dove A e l sono l'area e la lunghezza della lastra e k è la conducibilità terminca del materiale. Grandi valori di k indicano ottimi conduttori termici.

Resistenza termica alla conduzione La resistenza termica R per una lastra di spessore l è definita come:

Resistenza Termica: $R = \frac{l}{k}$

Grandi valori di R corrispondono a buoni isolanti termici.

Convezione

La convezione ha luogo quando le differenze di temperatura causano il moto che trasferisce calore all'interno di un fluido.

Irraggiamento

L'irraggiamento è il trasferimento di calore attraverso l'emissione e l'assorbimento di energia elettromagnetica. La potenza P_r irraggiata da un oggetto è:

Legge di Stefan: $P_r = \sigma \varepsilon A T^4$

Dove $\sigma = 5,6703 \cdot 10^{-8}$ $[\frac{W}{m^2 \cdot K^4}]$ è la costante di Stefan-Boltzmann, ε è l'emittanza caratteristica della superficie, A è l'area irraggiante e T la temperatura superficiale in Kelvin. La potenza P_a che un oggetto assorbe per via radiativa dell'ambiente a temperatura uniforme T_{amb} (in Kelvin) è:

$$P_a = \sigma \varepsilon A T_{amb}^4 \tag{7.1}$$

N.B. Queste formule non sono richieste all'esame.

7.13 La prima legge della termodinamica

La prima legge della Termodinamica esprime la conservazione di energia di un sistema che ha scambi con l'esterno.

Per un sistema termodinamico, per il quale l'energia interna é l'unico tipo di energia possibile ($\Delta U = \Delta K = 0$), il principio di conservazione dell'energia é:

DEFINIZIONE

L'energia di un sistema aumenta all'aumentare del calore fornito al sistema, e diminuisce per il lavoro fatto dal sistema.

Pima Legge Termodinamica: $\Delta Q - \Delta W = \Delta E_{int}$

Calore ΔQ é l'energia trasferita (sotto forma di calore) fra il sistema e l'ambiente esterno per effetto di una differenza di temperatura fra essi esistente. Un trasferimento di calore che avvenga interamente entro il contorno del sistema non é compreso in ΔQ. $\Delta Q > 0$ se il calore é trasferito dall'ambiente esterno al sistema.

Lavoro ΔW é il lavoro compiuto sul (o dal) sistema per effetto di forze che agiscono attraverso il contorno del sistema. Un lavoro svolto da forze che agiscono internamente all'interno del sistema nel entra nel computo di L. $\Delta L > 0$ se il lavoro é compiuto dal sistema.

Enunciato Alternativo L'energia di un sistema termodinamico cresce quando vi è trasferimento di energia mediante l'immissione di calore ΔQ e diminuisce quando si asporta energia mediante il lavoro ΔL compiuto dal sistema. Questo avviene nell'ipotesi che non ci sono variazioni di energia cinetica e potenziale: $\Delta U = \Delta K = 0$.

La quantitá ΔE_{int} é indipendente dal precorso fatto.

7.14 Casi Particolari: Trasformazioni

Esistono quattro casi particolari per la prima legge della termodinamica ($\Delta Q - \Delta W = \Delta E_{int}$):

TABELLA 18.5 Primo principio della termodinamica: quattro casi particolari

La legge: $\Delta E_{int} = Q - L$ (eq. 18.26)		
Trasformazione	Vincolo	Conseguenza
Adiabatica	$Q = 0$	$\Delta E_{int} = -L$
Isocòra	$L = 0$	$\Delta E_{int} = Q$
Ciclo chiuso	$\Delta E_{int} = 0$	$Q = L$
Espansione libera	$Q = L = 0$	$\Delta E_{int} = 0$

Vediamoli piú nel dettaglio.

Trasformazione Adiabatica

In una trasformazione adiabatica di un gas perfetto il sistema é **perfettamente isolato**, quindi:

$$\Delta Q = 0 \implies \Delta E_{int} = -\Delta L$$

Quindi il lavoro compiuto sul sitema ($L < 0$) fa aumentare l'energia interna, mentre il lavoro compiuto dal sistema fa diminuire l'energia interna.

Trasformazione Isocora

Nella trasformazione isocora di un gas perfetto il volume é costante, quindi:

$$\Delta V = 0 \implies \Delta E_{int} = \Delta Q$$

Se viene fornito calore al sistema, l'energia interna aumenta.

Trasformazioni Cicliche

Le trasformazioni Cicliche di un gas perfetto sono quelle trasformazioni per le quali dopo alcuni scambi di calore e lavoro il sistema ritorna nello stato iniziale. L'energia interna del sistema sará quindi sempre la stessa:

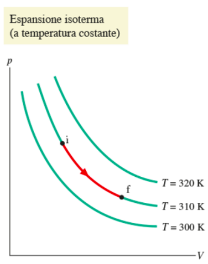
$$\Delta E_{int} = 0 \implies \Delta Q - \Delta L = 0$$

Il lavoro totale compouto dal sistema durante il processo ciclico é eguale alla quantitá di calore trasferito al sistema.

7.15 Il lavoro effettuato dalle trasformazioni

Lavoro a T costante

Supponiamo un gas ideale (n moli) che sia chiuso in un pistone con cilindro, e possa espandersi da un volume V_i ad un volume V_f. Supponiamo che la temperatura T sia tenuta costante. É una espansione isoterma:



Ricordando la legge di stato di un gas perfetto: $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$ Sappiamo che n e R sono sempre costanti, ed essendo la trasformazione isoterma anche T é costante, quindi:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \implies p \cdot V = \text{costante} \implies p = \frac{\text{costante}}{V}$$

Il grafico $p - V$ per tre valori diversi della temperatura T ci mostra che il 'percorso' di un gas con una trasformazione isoterma segue il percorso dell'iperbole.

Il Lavoro ricordando che $pV = nRT \implies p = \frac{nRT}{V}$, Il lavoro eseguito per un'espanisone isoterma é:

$$W = \int_{V_i}^{V_f} pdV = \int_{V_i}^{V_f} \frac{nRT}{V} dV = \frac{nRT}{V} \int_{V_i}^{V_f} dV = nRT[\ln V]_{V_i}^{V_i}$$

ovvero:

Lavoro di una trasformazione Isoterma: $W = nRT \cdot \ln(\frac{V_f}{V_i})$

quindi:

- Se $V_f > V_i$, quindi si verifica una espansione, allora $L > 0$
- Se $V_f < V_i$, quindi si verifica una compressione, allora $L < 0$

Lavoro di una trasformazione Isocora

Il lavoro effettuato da una trasformazione isocora é sempre 0.

Lavoro di una trasformazione Isobara

il lavoro effettuato da una trasformazione isobara é: $W = p \cdot \Delta V$

Recap

Esistono 4 trasformazioni notevoli principali, ognuna caratterizzata da un valore che rimane costante.

nome	cost	Lavoro	ΔE_{int}	Q
Isocora	V	$W = 0$	$\Delta E_{int} = Q$	$Q = nc_v \cdot \Delta T$
Isobara	P	$W = P \cdot \Delta V$	ΔE_{int}	$Q = nc_p \cdot \Delta T$
Isoterma	T	$W = nRT \cdot \ln(\frac{V_f}{V_i})$	$\Delta E_{int} = 0$	$Q = T \cdot W$
Adiabatica	Q		$\Delta E_{int} = -\Delta W$	$Q = 0$

In generale avremo che:

- $\Delta E_{int} = \Delta Q - \Delta W$
- c_p è il calore specifico a Pressione Costante
- c_v è il calore specifico a Volume Costante
- $Q = m \cdot c \cdot \Delta T$

7.16 Energia interna e temperatura

Come conseuenza della prima legge della termodinamica abbiamo visto che la variazione di energia cinetica di un gas dipende solo dallo stato iniziale e dallo stato finale del gas. Specifichiamo ora come:

DEFINIZIONE

$$\Delta E_{int} = nC\Delta T$$

La variazione di energia interna di n moli di un gas in un contenitore é eguale al prodotto del numero di moli e della capacitá termica. Questa relazione vale per qualunque tipo di trasformazione.

Capitolo 8

Elettrostatica

Brevi cenni storici

L'elettrostatica fu studiata già dagli antichi filosofi greci:
un pezzo d'ambra strofinato e avvicinato a pagliuzze sottili le attrae. Oggi sappiamo che tale attrazione è dovuta a forze elettriche. I filosofi greci avevano anche scoperto che alcune pietre con proprietà magnetiche naturali attraggono e catturano pezzetti di ferro. Oggi sappiamo che ciò è dovuto alla forza magnetica.

Si capì intorno al 1700 che i fenomeni elettrici e magnetici erano intrinsecamente legati e nacque cosi l'elettromagnetismo. Eminenti studiosi furono Michael Faraday e J.C. Maxwell; quest'ultimo mise in forma matematica molte delle idee e risultati sperimentali di Faraday in forma matematica e pose le basi teoriche dell'elettromagnetismo.

8.1 La carica elettrica

La carica elettrica è un fenomeno intrinseco delle particelle fondamentali.

le cariche Esistono cariche elettriche *Positive* e *Negative*.
Normalmente in un corpo il numero di cariche positive e negative si eguagliuano, dando al corpo una **carica neutra**. Quando un oggeto si squilibra, esso ha delle *cariche in eccesso*, ovvero si carica di elettricità statica.
Si nota sperimentalmente che **le particelle cariche dello stesso segno si attraggono**.

L'elettrostatica studia i fenomeni che avvengono tra particelle cariche ferme (o quasi ferme) una rispetto all'altra. L'elettrodinamica invece studia i fenomeni generati da cariche elettriche in movimento.

Fenomeni Elettrostatici Se strofino della seta su del vetro, la seta "strappa" cariche negative dal vetro lasciando il vetro *carico positivamente* La *Messa a terra* scarica nel terreno tutti gli squilibri.

8.1.1 Definizioni di Base

Le sostanze si possono comportare in diversi modi con le cariche, e si classificano in base alla facilità che el cariche hanno di muoversi attraverso esse:

- **Conduttori**, le cariche si possono muovere più o meno liberamente all'interno.
- **Isolanti**, Le cariche all'interno sono *fisse*.
- **Semiconduttori** Sostanze naturali che in acluni casi sono conduttori e in altri casi isolanti (Silicio, germanio,...)
- **Superconduttori**, sostanze perfettamente conduttrici in cui le cariche si possono muovere in modo "perenne".

8.2 I Conduttori

Il **percorso conduttivo** è il passaggio di una carica da un sistema all'altro, per esempio quando strofiniamo una bacchetta di rame con un panno di lana si trasferiscono cariche dalla lana al rame. Quando poi la bacchetta di rame tocca terra, le cariche saranno trasferite sulla terra che funge da enorme conduttore che le neutralizza.

Le Particelle Cariche La struttura e la natura elettrica degli atomi sono responsabili delle proprietà dei conduttori e degli isolanti. Gli atomi sono formati da particelle cariche, ovvero *Elettroni* $-$*, Protoni* $+$ *e Neutroni.*

L'intensità della Carica la carica di un singolo elettrone e di un singolo protone hanno la **stessa intensità ma segno opposto**. Quindi un atomo elettricamente neutro contiene un numero uguale di elettroni e protoni.

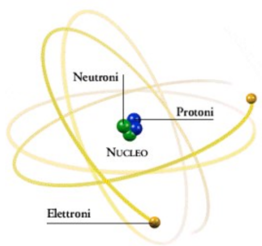


TABELLA 21.1 Carica di tre particelle

Particella	Simbolo	Carica
Elettrone	e oppure e^-	$-e$
Protone	p	$+e$
Neutrone	n	0

La conduzione nei metalli Gli elettroni esterni dei metalli, quando più atomi si aggregano, non restano legati ai singoli atomi ma diventano **liberi** di muoversi all'interno del solido, diventando **Elettroni di Conduzione**. Se un elettrone libero lascia il solido, resta un eccesso di carica nel metallo, facendo diventare gli atomi carichi positivamente (ioni positivi).

Carica Indotta La carica indotta è la carica dovuta alla mobilità della carica nei conduttori, ovvero se spostiamo la carica da una parte di un oggetto all'altra questo genera una carica indotta.

8.2.1 Conduttori Sferici

Se si pone una carica su un guscio sferico di materiale conduttore, la carica si espande uniformemente sulla superficie esterna, in modo da occupare il massimo spazio disponibile, per minimizzare la repulsione reciproca.

Se si toglie carica negatica da un guscio sferico metallico, la carica positiva viene uniformemente distribuita sulla superficie della sfera, per lo stesso motivo appena indicato.

Per il primo teorema del guscio (che vedremo in seguito), la sfera attirerà o respingerà una carica esterna come se tutte le cariche fossero concentrate nel suo centro.

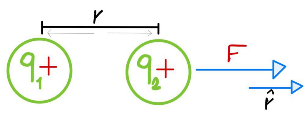
8.3 La legge di Coulomb

La legge di Coulomb esprime la forza elettrostatica agente su particelle cariche *nei corpi puntiformi.*

DEFINIZIONE

Quando due particelle si *attraggono/respingono* esse **accelerano**. Le forze di attrazione e repulsione hanno stesso modulo (quindi sono forti uguali) ma hanno segno opposto.

Forza di Coulomb: $F = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$



In questa definizione:

- k è la costante di Coulomb
- q_1, q_2 sono le cariche delle particelle
- r è la distanza tra le particelle
- $\frac{\vec{r}}{r}$ è il versore, di intensità 1, diretto come la retta congiungente e orientato nel verso di allontanamento delle particelle. Questo versore serve soltanto a dare direzione e verso alla forza.

Si osserva che la forma di questa legge è uguale a quella della legge di Newton per la forza gravitazionale tra due masse. $(F_N = G\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2})$

La costante di Coulomb $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ in cui ϵ_0 è la costante universale

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.988 \cdot 10^9 [\frac{N \cdot m^2}{C^2}]$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} [\frac{C^2}{N \cdot m^2}]$$

L'unità di misura

L'unità di misura della forza di Coulomb è il *Coulomb [C]*, che **non** è un unità fondamentale del SI ma è derivata dall'Ampere:

$$1 \text{ [Coulomb]} = 1 \text{ [Ampere]} \cdot \text{[Secondo]}$$

8.3.1 La Composizione delle forze elettrostatiche

Se abbiamo tante particelle in vicinanza con una particella q, la forza totale che agisce sulla particella è data dalla somma vettoriale delle forze

$$F_{qTOT} = F_{q2} + F_{q3} + ...$$

Per conoscere la forza agente totale su una particella carica circondata da molte altre, si calcola prima la forza individuale che agisce sulla carica, poi si disegnano i vettori forza agenti con le regole di composizione dei vettori.

8.4 Teorema dei gusci per le cariche elettrostatiche

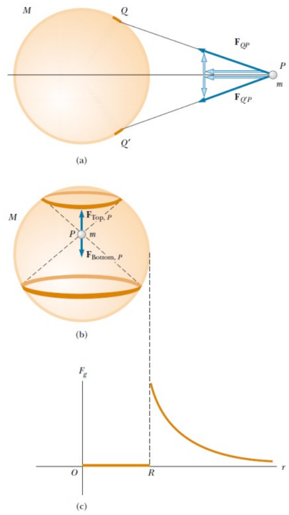
Il Teorema dei Gusci per le cariche elettrostatiche è esattamente analogo a quello gravitazionale.

DEFINIZIONE

I Teorema del Guscio: Una superficie sferica uniformemente carica attrae o repsinge una carica esterna come se tutta la carica della sfera fosse concentrata nel suo centro

DEFINIZIONE

II Teorema del Guscio: Una carica posta all'interno di una superficie chiusa uniformemente carica non risente di forze elettrostatiche nette da parte della superificie chiusa.



8.5 La carica è quantizzata e si conserva

Qualunque carica q può essere scritta come:

Carica: $q = n \cdot e$ con $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, ...$

dove e è la carica elementare e vale:

$$e01.502 \cdot 10^{-19}[C]$$

Particella	Carica
Elettrone	-e
Positrone	+e
Protone	+e
Antiprotone	-e
quark	$\pm$1/3e o $\pm$2/3e
neutrone	0

La carica elementare è una delle costanti fondamentali della natura.
Quando una grandezza fisica assume solo valori discreti (e non varia con continuità) allora si dice quantizzata. Il quanto elementare di carica è molto piccolo, 10^9 cariche entrano in un filamento di lampadina da 100W ogni secondo ed altrettante ne fuoriescono. Data la necessità di un numero molto grande di cariche per avere effetti visibili, la quantizzazione non è evidente.

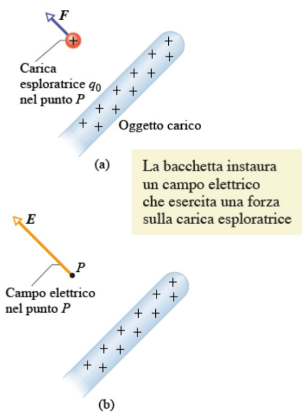
La carica si conserva

Se strofiniamo una bacchetta di vetro con un panno, una carica + si accumula sulla bacchetta ed una - appare sulla seta. Lo strofinamento NON CREA la carica, ma la trasferisce da un oggetto all'altro. Questo è il principio di conservazione della carica elettrica, formulato da B. Franklin.

8.6 Il Campo Elettrico

Il concetto di campo è quello di una **azione a distanza**. La presenza di una massa modifica lo spazio e crea un'attrazione su di essa per tute le altre masse che potremmo mettere nello spazio considerato. Lo stesso avviene per la carica elettrica: la sua presenza modifica lo spazio circostante ed è percepita da una qualunque altra carica che venga mesa in quello spazio.

Il campo elettrico è un campo **vettoriale**, perchè porta con se informazioni relative alla forza di attrazione o repulsione, la direzione di azione e il verso. Tale campo consiste nella distribuzione di vettori campo elettrico E, uno per ciascun punto dello spazio attorno alla carica.



Esempio di Campo Consideriamo una distribuzione di carica. Questa modifica lo spazio intorno a sé . Avviciniamo una carica q_0 chiamata carica esplorativa che appunto serve per testare le caratteristiche dello spazio dal punto di vista elettrico, dobbiamo fare l'ipotesi che questa carica di prova non modifichi lo spazio a sua volta!

q_0, che supponiamo sia semrpe > 0 sentirà una forza elttrostatica $\overrightarrow{F}$ che agisce su di essa: il campo elettrico $\overrightarrow{E}$ nel punto dove si trova q_0 è definito come:

$$E = \frac{F}{q_0}$$

L'unità di misura del campo elettrico è $[E] = \frac{[N]}{C}$. Se spostiamo poi la carica esplorativa in un altro punto dello spazio vicino alla bacchetta otteniamo una mappa della distribuzione del campo elettrico

Il concetto di campo elettrico serve appunto per svincolare la descrizione dello spazio occupato da una carica da quello di carica di prova.

Definizione di Campo Elettrico

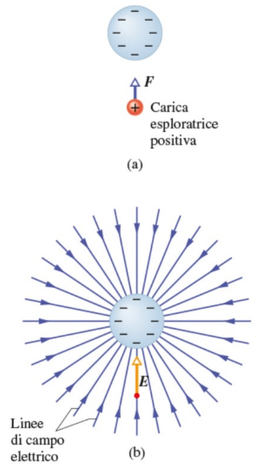
DEFINIZIONE

Per definizione il campo elettrico generato da una carica Q in un punto dello spazio circostante è dato dal rapporto tra la forza che la carica Q eserciterebbe su una carica q^+ collocata in tale punto, detta carica di prova e considerata convenzionalmente positiva.

Campo Elettrico: $\overrightarrow{E} = \frac{\overrightarrow{F}}{q^+}\ [\frac{N}{C}]$

8.6.1 Linee di Campo Elettrico

Si prenda una carica esplorativa, e la si collochi vicino ad una sfera carica negativamente: La carica sarà attratta con un vettore forza diretto radialmente come la congiungente della particella ed il centro della sfera, e diretto verso il centro. **Il campo può essere rappresentato dalle linee di campo**. In tutti i punti, la direzione della linea di campo che passa per quel punto coincide con la direzione e verso del vettore campo elettrico.



Regole per disegnare le linee di campo elettrico

- Il vettore campo elettrico deve essere tangente alla linea di campo passante per quel punto
- Deve avere verso concorde
- la densità di curve è proporzionale all'intensità del campo elettrico

N.B. Le linee di forza elettrica escono dalle cariche positive ed entrano in quelle negative

8.6.2 Campo elettrico generato da una carica puntiforme

Per calcolare il campo elettrico generato da una particella collochiamo una carica esploratrice $q_0 > 0$ e la spostiamo in ogni punto dello spazio.
Alla generica distanza r, la **forza di attrazione/repulsione** generata sulla particella esploratrice è data dalla legge di Coulomb:

$$F = k \cdot \frac{q_1 q_0}{r^2} \frac{\overrightarrow{r}}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_0}{r^2} \frac{\overrightarrow{r}}{r}$$

Il **Campo elettrico** sarà:

$$E = \frac{F}{q_0} = k \cdot \frac{q_1}{r^2} \frac{\overrightarrow{r}}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1}{r^2} \frac{\overrightarrow{r}}{r}$$

di modulo:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q_1|}{r^2}$$

Essendo $q_0 > 0$ F e E hanno sempre lo stesso verso. E è uscente per carica generante il campo positiva, entrante per carica generante il campo negativa.

La forza elettrostatica F agente su una particella carica posta in un campo elettrico esterno E, ha lo stesso orientamento di E se la carica q è positiva, e orientamento opposto se negativa.

Principio di Sovrapposizione

Anche per il campo elettrico, come per le forze, vige il principio di sobrapposizione. Infatti se una particella è soggetta a più forze generate da più particelle, la forza finale cui è soggett è la somma delle forze di interazione con le singole particelle.

8.6.3 La densità di Carica

Definiamo le tre densità di carica:

- Densità di Carica Lineare λ: numero di cariche per unità di lunghezza

$$[\lambda] = \frac{[C]}{[m]}$$

- Densità di Carica Superficiale σ: numero di cariche per unità di superficie

$$[\sigma] = \frac{[C]}{[m^2]}$$

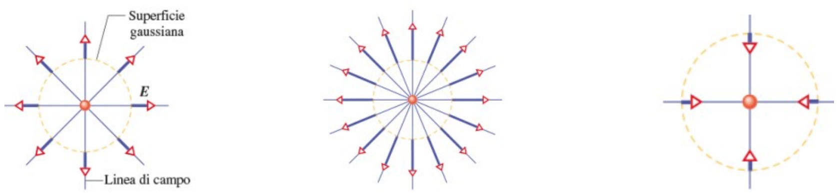
- Densità di Carica Volumetrica ρ: numero di cariche per unità di volume

$$[\rho] = \frac{[C]}{[m^3]}$$

8.7 Il Teorema di Gauss

8.7.1 Introduzione al teorema di Gauss

Sia data una carica Q^+ ed una superficie sferica attorno ad essa, di raggio r



I vettori del campo elettrico sulla superficie hanno modulo $E = k \cdot \frac{Q}{r^2}$, in direzione radiale verso l'esterno.
Le linee del campo elettrico hanno una **densità che è data dall'intensità del campo** (figura a sinistra). Le linee di campo attraversano questa superficie, che è

detta **superficie gaussiana**.
Consideriamo una carica doppia $2Q^+$. Il modulo del campo elettrico sulla stessa superficie sarà raddoppiato. La densità delle linee di campo sarà raddoppiata (figura centrale). Sostanzialmente, questa è la Legge di Gauss: questa legge mette in relazione i campi elettrici in tutti i puti di una superficie gaussiana chiusa con le cariche chiusa dalla superficie stessa.
Se avessimo la figura di destra, diremmo che la carica Q è negativa, perchè le frecce sono verso l'interno, e visto che le linee di campo sono dimezzate dal primo caso la carica sarà dimezzata (-0.5Q).

Quindi ci troveremo davanti due casi:

- Conosciamo la carica e usiamo il Teorema di Gauss per calcolare il campo in un dato punto.

- Conosciamo il campo su una superficie gaussiana e ci calcoliamo la carica contenuta nella superficie.

La grandezza che ci consente di gare il paragone tra le densità di linee di campo è il **flusso del campo elettrico**.

8.7.2 Flusso del campo Elettrico

DEFINIZIONE

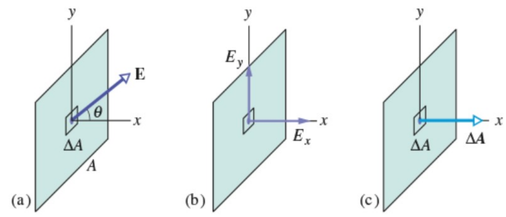
Il flusso del campo elettrico $\overrightarrow{E}$ attraverso una superficie infinitesima ΔA è il prodotto scalare del campo elettrico ed il vettore area $\overrightarrow{\Delta A}$ in quel punto.

Flusso Infinitesimale di Campo Elettrico: $\Delta\Phi = \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{\Delta A}$

Il vettore area $\overrightarrow{\Delta A}$ è il vettore ottenuto moltiplicando ΔA con un versore $\overrightarrow{n}$ perpendicolare alla superficie, così ottenendo un vettore che ha per modulo l'area ΔA, e per direzione quella perpendicolare all'area stessa.

Superficie piana e parallela con campo $\overrightarrow{E}$ uniforme

Se ho un vettore $\overrightarrow{E}$, che scompongo nelle sue coordinate cartesiane, solo la componente lungo x in figura contribuisce al flusso di campo che passa attraverso.



E tanto più il campo è parallelo alla superficie tanto meno ci passa. Il passaggio massimo è quando sono perpendicolari (cioè la normale alla superficie è parallela al campo)

$$\Delta\Phi = \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{\Delta A} = \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{\Delta A} \cdot \cos(\theta)$$

Per trovare il flusso attraverso **l'area totale**, bisogna fare la somma del dlusso su tutte le aree: Passando al limite per aree piccole a piacere (dA):

$$\Phi = \int E \cdot \cos(\theta)\, dA = E \cdot \cos(\theta) \cdot \int dA = E \cdot \cos(\theta) \cdot A$$

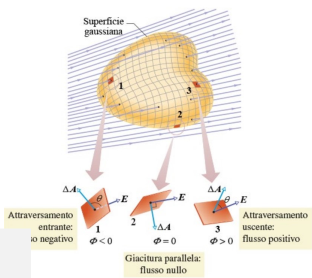
quindi la formula del flusso totale (per una superficie piana) è:

Flusso totale: $\Phi = \int E \cdot dA = E \cdot \cos(\theta) \cdot A$

Si può dimostrare facilmente che:
Campi con verso uscente danno flussi positivi, campi con verso entrante danno flussi negativi.

Superficie chiusa e Campo $\overrightarrow{E}$ uniforme

Dobbiamo valutare la somma dei flussi attraverso tutta la superficie: se la superficie fosse un parallelepipedo, dovremmo fare la somma dei flussi attraferso le 6 facce. Per una superficie qualunque come in figura (quindi con forma non ben definita) dovremo fare l'integrale su ogni piccola area.
Questo si chiama Flusso Netto:



Flusso Netto: $\Phi = \oint \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dA}$

dove il 'cerchietto' indica la superficie chiusa.

Unità di misura del flusso elettrico $[\Phi] = [E][A] = \frac{[N][m^2]}{[C]}$

8.7.3 Il teorema di Gauss

Il teorema di gauss afferma:

DEFINIZIONE

Il flusso Φ del campo elettrico attraverso una superficie chiusa è equale alla carica totale Q racchiusa nella superficie diviso ϵ_0

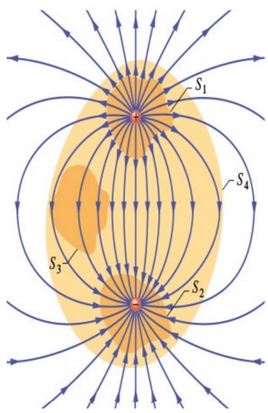
Teorema di Gauss: $\Phi = \oint \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dA} = \frac{Q}{\epsilon_0}$

Questa espressione è corretta solo nel vuoto e con ottima approssimazione in aria. In un qualunque altro mezzo serve una piccola correzzione. **Non hanno alcuna importanza né la dimensione della superficie, né la sua forma; l'importante è che sia chiusa.**

Applicazione del teorema di Gauss

Vediamo ora una applicazione del teorema di Gauss:

Siano date, come in figura, due cariche puntiformi uguali per intensità ma opposte di segno, e le linee di forza che rappresentano il loro campo elettrico.
Sono messe in evidenza le sezioni di 4 superfici gaussiane:



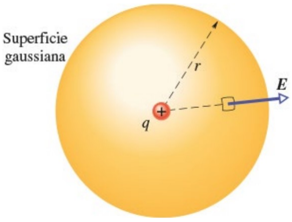
1. S1 racchiude la carica Positiva.
2. S2 racchiude la carica Negativa.
3. S3 non racchiude alcuna carica.
4. S4 racchiude entrambe le cariche.

Adesso applichiamo il teorema di gauss alle superfici e alle cariche posizionate come in figura. Avremo che:

1. S1: solo linee uscenti $\Phi > 0, Q > 0$.
2. S2: solo linee entranti $\Phi < 0, Q < 0$.
3. S3: le linee che entrano sono le stesse che escono, quindi $\Phi = 0, Q = 0$.
4. S4:racchiude entrambe le cariche, quindi la carica netta è nulla $\Phi = 0, Q = 0$.

8.7.4 Derivazione della legge di Coulomb dal Teorema di Gauss

Se consideriamo una particella carica e vogliamo calcolarci il campo elettrico generato da essa utilizzando il Toerema Di Gauss, allora *otterremo la legge di Coulomb.*



Il campo generato da una particella carica è a simmetria sferica, quindi consideriamo una sfera centrata attorno alla particella stessa cosicchè il campo avrà lo stesso modulo in ogni punto della sfera.

Supponiamo che la carica sia > 0, di conseguenza il flusso sarà > 0, e consideriamo un elemento $\overrightarrow{dA}$ della superficie. Il vettore $\overrightarrow{E}$ è perpendicolare a $\overrightarrow{dA}$ in ogni punto: Il flusso infinitesimo $d\Phi$ è:

$$d\Phi = \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dA} = E \cdot dA \cdot \cos(\theta) = E \cdot dA$$

il flusso totale è la somma dei flussi infinitesimi, quindi $\Phi = \oint d\Phi$, e applicando il teorema di gauss:

$$\Phi = \oint E \cdot dA = \frac{Q}{\epsilon_0} \implies ... \implies \Phi = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Il $4\pi r^2$ compare perchè l'area di una sfera è $A = 4\pi r^2$ e $\oint dA = A$.
Da qui otteniamo il campo elettrico E:

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Che è esattamente il campo elettrico prodotto da una carica puntiforme come espresso dalla legge di Coulomb.

8.7.5 Cariche in eccesso

Le cariche in eccesso sono le cariche che "forniamo" ad un oggetto in equilibrio elettrostatico. I conduttori hanno alcune proprietà sulle cariche in eccesso:

Carica in eccesso su di un conduttore carico isolato Una conseguenza del teorema di Gauss è il seguente enunciato:

DEFINIZIONE

Una carica fornita ad un conduttore isolato si dispone **totalmente sulla superficie esterna del conduttore**. Nessuna carica in eccesso può trovarsi all'interno del corpo del conduttore.

In pratica, se un conduttore è perfettamente isolato (quindi non ha messa a terra), ogni carica in eccesso si distribuirà sempre sulla superficie esterna del conduttore, quindi:

$$E = 0 \text{ all'interno di un conduttore isolato.}$$

Carica in eccesso su di un conduttore carico isolato contenente una cavità Consideriamo un conduttore isolato (come prima), con un eccesso di carica Q e **una cavità al suo interno**. In questo caso, consideriamo la superficie gaussiana intorno a questa cavitò. Sappiamo che **all'interno del conduttore** $E = 0$, ovvero non ci sono correnti, quindi il flusso Φ attraverso la superficie è uguale a zero.

Ma se il flusso è $\Phi = 0$, per il teorema di Gauss non può contenere cariche, per cui NON sono nella cavità foro, ma **restano sempre sulla superficie esterna**.

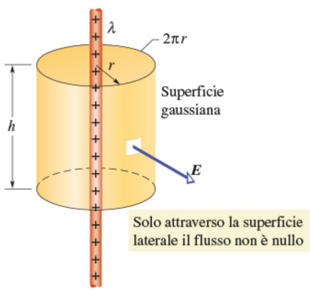
Il conduttore Rimosso Sempre su un conduttore, per esempio piatto, supponiamo di congelare le cariche, e rimuovere piano piano tutto il conduttore con uno strumento. Ciò equivale ad allargare il buco del caso precedente, fino a rimuovere il conduttore. Il campo rimarrebbe lo stesso per tutti i punti esterni. Ciò significa che un conduttore è solo un mezzo per far muovere liberamente le cariche, mentre il campo elettrico è generato dalle cariche, non dal conduttore.

8.8 Campi Elettrici Generati

8.8.1 Campo elettrico generato da un filo conduttore infinitamente lungo

Si consideri un filo infinitamente lungo sul quale sono distribuite delle cariche +. La distribuzione di carica e il campo E hanno simmetria cilindrica. λ, ovvero la densità lineare, è (come da definizione) $\lambda = \frac{Q}{h}$, quindi $Q = \lambda \cdot h$.

Calcoliamo il campo E in un punto a distanza r dal filo.
Costriuamo la superficie gaussiana cilindrica, di raggio r e altezza h a piacere. Per simmetria, il campo $\overrightarrow{E}$ è radiale con linee uscenti dal filo.



Calcoliamo il flusso del campo con il teorema di Gauss:

$$\Phi = \oint \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dA} = \frac{Q}{\epsilon_0} = \int_{\text{sup Alta}} \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dA} + \int_{\text{sup Bassa}} \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dA} + \int_{\text{sup Lat}} \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dA}$$

Siccome nelle superfici alta e bassa $\overrightarrow{E}$ e $\overrightarrow{dA}$ sono **perpendicolari**, allora abbiamo che:

$$\int_{\text{sup Alta}} \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dA} = 0 \ \wedge \ \int_{\text{sup Bassa}} \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dA} = 0$$

Inoltre ricordiamo che $Q = \lambda \cdot h$, quindi il flusso Φ:

$$\Phi = \oint \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dA} = \frac{\lambda \cdot h}{\epsilon_0} = \int_{\text{sup Lat}} \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dA}$$

Il prodotto scalare di $\overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dA}$ è $E \cdot dA$, visto che sono paralleli. Inoltre la superficie del cilindro $A = 2\pi r \cdot h$. Quindi $\int_{\text{sup Lat}} \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dA} = E \cdot 2\pi r \cdot h$ e:

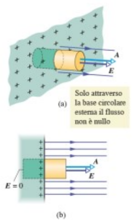
$$\Longrightarrow E \cdot 2\pi r \cdot h = \frac{\lambda h}{\epsilon_0} \Longrightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

Per cui il **Modulo del campo elettrico generato da una carica lineare distribuita su un filo di lunghezza infinita** è $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$

8.8.2 Campo elettrico esterno generato da un conduttore carico

Distribuiamo una certa carica sulla superficie di un conduttore di forma qualunque. A parte i conduttori sferici, dove si distrivuisce in modo uniforme, negli altri casi non è sempre semplice calcolare la sua distribuzione perchè non sarà omogenea dappertutto.

9.15.4 Il campo elettrico esterno generato da un conduttore carico



Distribuiamo una certa carica sulla superficie di un conduttore di forma qualunque.
A parte i conduttori sferici, dove si distribuisce in modo uniforme, negli altri casi non è sempre semplice calcolare la sua distribuzione perché non sarà omogenea dappertutto.

Consideriamo una piccola area sul conduttore: la possiamo sempre considerare piana.
Sia σ = densità di carica per unità di superficie σ = Q/A

Applichiamo il teorema di Gauss considerando una superficie gaussiana cilindrica, con una base dentro il conduttore (completamente), ed una all'esterno (completamente).

E è perpendicolare alla superficie punto per punto: altrimenti avrebbe una componente in una direzione, e le cariche di conseguenza si muoverebbero.

Applichiamo il teorema di Gauss al cilindro:

$$\Phi = \oint \mathbf{E}\, d\mathbf{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0} = \int_{sup\ int} \mathbf{E}\, d\mathbf{A} + \int_{sup\ esterna} \mathbf{E}\, d\mathbf{A} + \int_{sup-lat} \mathbf{E}\, d\mathbf{A}$$

$$\int_{sup\ int} \mathbf{E}\, d\mathbf{A} = 0$$ **(E=0** nel conduttore)

$$\int_{sup-lat} \mathbf{E}\, d\mathbf{A} = 0$$ (**E è perpendicolare dA** oltre che essere zero dentro)

$$\int_{sup\ esterna} \mathbf{E}\, d\mathbf{A} = EA$$

$$\Rightarrow \quad \Phi = \oint \mathbf{E}\, d\mathbf{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0} = EA$$ Divido per A

$$\Rightarrow \quad E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

L' intensità del campo E appena fuori un conduttore è proporzionale alla densità di carica superficiale che si trova in quel punto del conduttore. Il segno della carica determina il verso del campo.

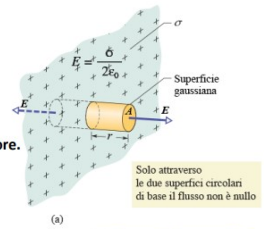
9.16 Il campo elettrico generato da una lamina piana <u>isolante</u>

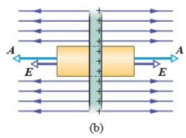
Si consideri una lamina isolante, sottile ed infinitamente estesa*, con **densità di carica superficiale σ=Q/A** costante, positiva. In pratica, un sottile foglio di plastica, uniformemente carico da una parte.

Si trovi **il campo elettrico E subito al di fuori della lamina.**

<u>Il vettore **E** è perpendicolare alla lamina, ed il vettore è uscente da entrambe le parti (Q>0).</u>

Consideriamo la superficie gaussiana cilindrica con le due basi fuori dalla lamina, entrambe di area A, una da una parte, una dall'altra.
La carica si distribuisce infatti su tutto il volume (perchè non è un conduttore) e per racchiudere tutta la carica devo fare le superfici gaussiane fuori dal conduttore.
Applichiamo il teorema di Gauss a questa superficie chiusa.





$$\Phi = \oint \mathbf{E}\, d\mathbf{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \int_{sup.A1} \mathbf{E}\, d\mathbf{A} + \int_{sup\ A2} \mathbf{E}\, d\mathbf{A} + \int_{sup-lat} \mathbf{E}\, d\mathbf{A}$$

$$\int_{sup.A1} \mathbf{E}\, d\mathbf{A} = EA$$

$$\int_{sup.A2} \mathbf{E}\, d\mathbf{A} = EA$$

$$\int_{sup-lat} \mathbf{E}\, d\mathbf{A} = 0$$ (**dA** è perpendicolare al vettore **E**)

$$\Rightarrow \quad \Phi = 2EA = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$ Ma Q= σ A

$$\Rightarrow \quad 2EA = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow \quad E = \frac{\sigma}{2\,\varepsilon_0}$$

Campo elettrico E generato ad una piccola distanza da una lamina isolante carica.

8.9 Il potenziale Elettrico

Sappiamo che se una forza è conservativa, allora si può associare una energia potenziale e il suo lavoro è indifferente da come viene svolto (dipende solo da stato iniziale e stato finale). Se è così allora in un sistema chiuso che contempli tale forza si può applicare il **principio di conservazione meccanica**.
è stato verificato sperimentalmente che **la forza elettrica è conservativa**, quindi vi si può associare una energia potenziale.

Misrurare l'energia potenziale elettrica Per misurare l'energia potenziale elettrica U usiamo un procedimento *analogo a quello a quello gravitazionale*: Definisco l'energia potenziale elettrica $U_0 = 0$ in un punto posto a distanza infinita dalla carica, poi trasporto la carica dalla distanza infinita fino ad un punto P, e definisco:

$$\Delta U = U - 0 = -W \implies U = -W_\infty$$

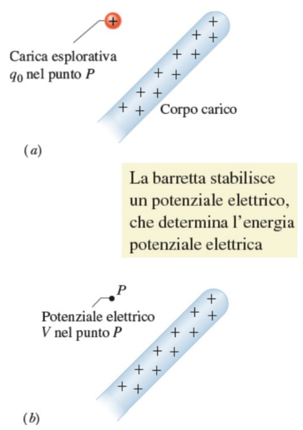
L'energia potenziale è il **lavoro compiuto per trasportare la carica dall'infinito fino al punto P**. In analogia al caso gravitazionale, definiamo il **potenziale elettrico** per un punto P generico come:

DEFINIZIONE

Il potenziale elettrico in un punto P è eguale all'energia potenziale elettrica, per unità di carica, necessaria a trasportare una carica esplorativa da distanta infinita al punto P.

Potenziale Elettrico: $V = \frac{U}{q_0}$

Il potenziale elettrico è una grandezza scalare che può assumere valori positivi e negativi, come il lavoro, la carica e l'energia potenziale.



Come possiamo definire un campo elettrico per ogni punto dello spazio intorno ad una carica, così possiamo associare ad ogni punto un potenziale. Se conosciamo il potenziale in un punto, e là poniamo una carica q, allora:

DEFINIZIONE

L'energia potenziale di una particella è data dalla carica della particella moltiplicata per il potenziale

Energia Potenziale elettrica: $U = q \cdot V$

AttenzioneLa scelta storica di dare i nomi ≪potenziale≫ ed ≪energia potenziale≫ fa un po' confondere. Non sono la stessa cosa anche se sono due grandezze legate.

L'unità di misura del potenziale elettrico è il Volt [V] = Volt = [Joule]/[Coulomb].

8.10 il Moto in un Campo Elettrico

Se in un campo elettrico ci spostiamo da un punto iniziale ≪i≫ ad un punto finale ≪f≫, il potenziale elettrico varia dando luogo alla **differenza di potenziale**:

$$\Delta V = V_f - V_i$$

Se a muoversi è una particella di carica q, allora l'energia potenziale del sistema, per definizione di potenziale, cambia come:

Variazione dell'energia Potenziale elettrica: $\Delta U = q \cdot \Delta V$

Poichè la forza è conservativa, la variazione di energia potenziale è **indipendente dal cammino** percorso.

Lavoro svolto dal campo La relazione Lavoro-Energia Potenziale è valida anche in questo caso:

$$W = -\Delta U \implies W = -q \cdot \Delta V$$

8.11 Energia Meccanica

Se una particella si muove attraverso un campo elettrico da un punto i a un punto f **spinta da solo le forze del campo**, subirà una variazione di potenziale ΔV, e l'energia meccanica totale **si conserva** ($\Delta E_{mec} = \Delta K + \Delta U = 0$):

$$\Delta K = -\Delta U \implies \Delta K = -q\Delta V$$

Lavoro svolto da una forza esterna

Se oltre alla forza elettrica agisce anche una **froza esterna**, allora essa può **compiere lavoro** e non è detto che sia conservativa, quindi non può in generale essere associata a un potenziale. Sapendo che $E_{mec-i} + W_{est} = E_{mec-f}$:

$$\Delta E_{mec} = W_{est} \implies \Delta K + \Delta U = W_{est} \implies \Delta K + q\Delta V = W_{est}$$

Il lavoro della forza esterna è uguale alla varaizione dell'energia meccanica, e siccome può essere positivo o negativo, l'energia può variare in modo positivo o negtivo. Se la particella è ferma all'inizio ed alla fine del moto (ovvero $K_i = K_f$):

$$W_{est} = q\Delta V = -W$$

8.12 Superfici Equipotenziali

Una superficie equipotenziale è il luogo dei punti che hanno lo stesso potenziale. Il lavoro compiuto per portare una carica di prova da una di queste superfici a un'altra non dipende dalla posizione dei punti iniziale e finale su queste superfici, ne dal cammino che li unisce.

$$W = -\Delta U = 0$$

Il campo elettrico E è sempre perpendicolare alle superfici equipotenziali. Se E non fosse perpendicolare ad una superficie equipotenziale, avrebbe una componente non nulla su tale superficie e quindi si compirebbe lavoro per spostarla lungo la superficie, che è in contraddizione con la definizione di superficie equipotenziale.

8.13 Calcolo del potenziale dato il campo elettrico

Si può calcolare la ΔV se si conosce il vettore $\overrightarrow{E}$ in tutti i punti lungo un qualunque percorso tra i punti iniziale e finale.

DEFINIZIONE

La differenza di potenziale tra due punti i e f qualunque del campo elettrico è:

Differenza di potenziale: $\Delta V = -\int_i^f \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dS}$

ovvero meno l'integrale lungo il percorso lineare $\overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dS}$.

Se il potenziale iniziale è nullo ($V_i = 0$) allora la formula per il potenziale è:

$$V = -\int_i^f \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dS}$$

Questa equazione ci dà il potenziale V in ogni punto f del campo elettrico, relativo al potenziale zero del punto iniziale.

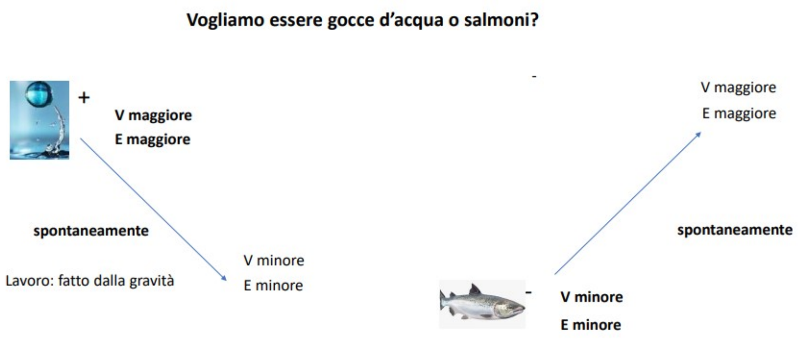
8.13.1 Caso particolare: Campo uniforme

Spostiamoci dal punto i su una linea equipotenziale a potenziale V_i, al punto f di potenziale V_f, minore del precendete. La distanza tra le due superfici equipotenziali sia Δx. L'angolo tra E e ds è 0.

ΔV per campo uniforme: $\Delta V = -E\Delta x$

Percorrendo la distanza Δx in verso concorde a quello del campo, il potenziale decresce. Viceversa aumenta.
Il vettore campo elettrico è diretto da potenziali maggiori a potenziali minori.

8.13.2 Gocce d'acqua o salmoni?



8.14 Calcolo del Potenziale dovuto ad una carica puntiforme

Una carica puntiforme q isolata, a una distanza r da essa genererà il potenziale:

Potenziale di Carica Puntiforme: $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r}$

V e q hanno lo stesso segno.
Se invece di avere una sola carica se ne hanno n, vale il principio di addizione dei campi (e dei potenziali):

$$V = \Sigma V_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\Sigma\frac{q_i}{r_i}$$

Potenziale dovuto ad una distribuzione continua di carica

Quando una distribuzione di carica q è continua, la sommatoria precendete non è applicabile, quindi la formula diventa:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int\frac{dq}{r}$$

8.15 Calcolo di E conoscendo V

La compenente E in qualunque direzione è la derivata del potenziale elettrico, cambiata di segno, rispetto alla distanza in quella direzione:

Campo E conoscendo V: $E = -\frac{\delta V}{\delta s}$

considerando i tre assi x, y, z allora diventa:

$$E_x = -\frac{\delta V}{\delta x}, E_y = -\frac{\delta V}{\delta y}, E_z = -\frac{\delta V}{\delta z}$$

Se si conosce quindi V in tutti i punti di una sitribuzione di carica, allora si possono trovare le componenti di E lungo le tre direzioni semplicemente integrando il Campo rispetto alla distanza in quella direzione.

E uniforme Se il campo e è uniforme, allora: $E = -\frac{\Delta V}{\Delta s}$ nella direzione in cui è diretta.

Capitolo 9

Formulario

9.1 Cinematica

MOTO UNIFORMEMENTE ACCELERATO		
Spostamento	$x(t) = x_i + v_i t + \frac{1}{2}at^2$	$[m]$
Velocità	$v(t) = v_i + at$	
Velocità Media	$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$	$[m/s]$
Velocità Istantanea	$\overrightarrow{v} = \lim_{x \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$	
Accelerazione Istantanea	$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{d^2 x}{dt^2}$	

MOTO CIRCOLARE UNIFORME		
Velocità Tangenziale	$v = \frac{2\pi r}{T}$	$[m/s]$
Velocità Angolare	$\omega = \frac{2\pi}{T}$	$[rad/s]$
Accelerazione Centripeta	$a_c = \frac{v^2}{r}$	$[m/s^2]$
Periodo	$T = \frac{2\pi r}{v}$	

MOTO CIRCOLARE UNIFORMEMENTE ACCELERATO	
Legge Oraria	$\begin{cases} \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \\ \omega = \omega_0 + \alpha t \end{cases}$
Acelerazione Tangenziale	$a_t = \alpha r$

Moto Armonico	
Legge Oraria	$\theta(t) = \theta_0 + \omega t$ $\begin{cases} x(t) = R \cdot \cos(\theta_0 + \omega t) \\ y(t) = R \cdot \sin(\theta_0 + \omega t) \end{cases}$

9.2 Dinamica

9.2.1 Leggi di newton

I	Se la somma delle forze che agiscono su un corpo è nulla, allora il corpo in quiete rimarrà in quiete, mentre se è in moto continuerà a muoversi di moto rettilineo uniforme	
II	La forza agente su un corpo è direttamente proporzionale all'accelerazione e ne condividide direzione e verso, ed è direttamente proprorzionale alla massa.	$\overrightarrow{F} = m \cdot \overrightarrow{a}$ $[N]$
III	Se un corpo A esercita una forza su un corpo B, allora il corpo B esercita su A una forza uguale e contraria.	$F_{ab} = -F_{ba}$

9.2.2 Forze e Lavoro

Forza di Hooke (Elastica)	$F = -kx$
Forza di Gravità (Peso)	$F_g = mg$
Forza Normale	Stesso modulo e direzione di F_g ma di *Verso opposto*

LAVORO W		
Lavoro	$W = \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{d}$	$[\text{J} = N \cdot M]$
Lavoro su traiettoria non lineare	$W = \int_a^b \overrightarrow{F} \cdot d\overrightarrow{s}$	[J]
Lavoro di una Forza Elastica	$W_m = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2$	[J]

ENERGIA E/U		
Energia Cinetica	$J = \frac{1}{2}mv^2$	[J]
Teorema Energia cinetica	$\Delta K = K_f - K_i = W$	[J]

Teorema Energia Potenziale	$\Delta U = -W$	[J]
Energia Potenziale Gravitazionale	$U(y) = mgy$	[J]
Energia Potenziale Elastica	$U(x) = \frac{1}{2}kx^2$	[J]
Energia Meccanica	$E_{mec} = K + U$	[J]

Momento Lineare	$\overrightarrow{p} = m \cdot \overrightarrow{v}$	[m · kg / s]
Momento e ΣF	$\frac{d}{dt}\overrightarrow{p} = \Sigma F$	
Impulso	$I = \overrightarrow{F} \cdot \Delta t$	

9.3 Elettrostatica

Legge di Coulomb	$F = k\frac{q_1 \cdot q_2}{r}$ con k costante di coulomb e ϵ_0 costante universale	[C]
Costante di Coulomb	$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$	
Costante Universale	$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$	$\frac{C^2}{N \cdot m}$