Formulario di Fisica

Gianluca Parpanesi

2022/2023

Prefazione

Questo formulario ha l'intenzione di fornire tutte le nozioni teoriche base ai fini di comprendere al meglio le formule qui riportate. Ogni argomento e ogni formula trattata sono precedute da una breve spiegazione teorica. Per chi desiderasse avere un riassunto conciso con le sole formule, può trovarlo in fondo al formulario.

Argomenti trattati

Gli argomenti trattati in questo formulario si basano sul corso di Fisica frequentato a settembre 2022 della facoltà di Informatica. Gli argomenti trattati sono i seguenti:

- Meccanica Classica
  - Cinematica
  - Dinamica
  - Energia e Lavoro
  - Moto Armonico e Oscillazioni
- Gravitazione
- Fluidodinamica
- Termodinamica
- Magnetismo
- Elettrostatica
- Elettromagnetismo
- Circuiti

Materiale di riferimento

Il libro adottato come riferimento per questo formulario è l'Halliday-Resnick Fondamenti di Fisica (Jearl Walker), Edizione 7, Casa Editrica Ambrosiana (Volume 1 e 2)

Indice

Nozioni Generiche

- La velolcità di un corpo è identificata come lo spostamento sul tempo :

$$v = \frac{dx}{dv}$$

- L'accelerazione di un corpo è identificata come la velocità sul tempo :

$$a = \frac{dv}{dt}$$

- La massa non influisce sul tempo di caduta dovuto da un campo gravitazionale. Due oggetti con masse completamente diverse subiscono la stessa identica accelerazione.

- Una forza è conservativa se il lavoro netto che una particella compie in un percoso chiuso è 0. In modo equivalente, una forza è conservativa se il Lavoro netto che compie una particella in movimento non dipende dal percorso che essa compie. La forza gravitazionale e la forza elastica sono forze conservative, l'attrito dinamico non è una forza conservativa.

Prodotto tra vettori Il prodotto tra due vettori può essere eseguito in due modi differenti: il primo tipo di prodotto dà origine ad uno scalare (prodotto scalare) mente l'altro darà origine ad un vettore (prodotto vettoriale).

- **Prodotto scalare**: il prodotto scalare dei vettori a e b si scrive $a \cdot b$ ed è definito dall'espressione

$$a \cdot b = ab \cos \Theta$$

dove a è il modulo del vettore $\boldsymbol{a}$, b il modulo del vettore $\boldsymbol{b}$ e Θ è l'angolo formato dalle semirette equiverse su cui giacciono i due vettori.

- **Prodotto vettoriale**: il prodotto vettoriale dei vettori a e b si scrive $a \times b$ ed è definito dall'espressione

$$a \times b = ab \sin \Theta$$

dove a è il modulo del vettore $\boldsymbol{a}$, b il modulo del vettore $\boldsymbol{b}$ e Θ è il minore dei due angoli formati dalle semirette equiverse su cui giacciono i due vettori. La direzione del vettore risultante è **perpendicolare** al piano individuato da a e b.

Capitolo 1

Cinematica

1.1 Moto rettilineo uniforme

Velocità La velocità viene rappresentata da uno scalare:

$$v_x = k \ [m/s] \tag{1.1}$$

Velocità media La velocità media viene rappresentata come un intervallo di uno spostamento su un intervallo di tempo:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} \tag{1.2}$$

Velocità istantanea detta anche semplicemente velocità di una particella, è definita come:

$$v = \lim_{x \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \tag{1.3}$$

Spostamento

$$x(t) = x_i + v_x t \ [m] \tag{1.4}$$

1.2 Moto uniformemente accelerato

Accelerazione media è il rapporto fra la variazione della velocità Δv che avviene in un intervallo di tempo Δt, definita come:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} \ [m/s^2] \tag{1.5}$$

Accelerazione istantanea o semplicemente accelerazione, è la rapidità di variazione della velocità. Matematicamente si tratta della derivata seconda della posizione $x(t)$ rispetto al tempo:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \tag{1.6}$$

Spostamento

$$x(t) = x_i + v_i t + \frac{1}{2}at^2 \ [m] \tag{1.7}$$

Velocità finale

$$v_f(t) = v_i + at \tag{1.8}$$

Caso particolare Per determinare il tempo possiamo effettuare la formula inversa dello spostamento. È possibile notare come il tempo non dipende dalla massa degli oggetti, ma dall'altezza e dalla forza di gravità . In assenza d'aria di conseguenza due oggetti con masse completamente diverse arrivano a terra allo stesso tempo!

$$t_c = \sqrt{\frac{2h}{g}} \ [s] \tag{1.9}$$

1.3 Moto di un proiettile

Il moto di un proiettile è scomponibile lungo gli assi cartesiani in due moti ben distinti, agenti su un unico corpo:

- **Asse X**: moto rettilineo uniforme.
- **Asse Y**: moto rettilineo uniformemente accelerato.

Soffermandoci su questo ragionamento possiamo notare come la forza di gravità (accelerazione) agisca in modo costante lungo l'asse y effettuando un'accelerazione negativa (decelerazione) lungo questa componente del moto. Il moto dell'asse x invece non viene intaccato da nessun'altra forza (trascurando ovviamente l'attrito dell'aria).

Equazioni del moto (Per assi cartesiani)

$$\text{Moto}: \begin{cases} x(t) & = x_0 + v_{0x}t \\ y(t) & = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2 \end{cases} \tag{1.10}$$

$$\text{Velocità}: v_f = v_0 + at \tag{1.11}$$

1.4 Moto circolare uniforme

Nel moto circolare uniforme agiscono 3 forze:

- Velocità tangenziale
- Accelerazione centripeta
- Accelerazione centrifuga

Le prime due sono forze fisiche reali, mentre la terza è chiamata forza apparente. Difatti la forza che ci fa sentire spinti verso l'esterno è data dalla nostra inerzia nel tendere a proseguire il nostro moto diritti, mentre l'accelerazione centripeta (sempre rivolta verso il centro della curva) ci tiene in traiettoria circolare. Questo accade perché ci troviamo in un sistema non inerziale: difatto se lanciassimo una pallina mentre ci troviamo all'interno di un moto circolare essa ci sembrerà allontanarsi da noi con una sua traiettoria, spinta da una forza (apparente) verso l'esterno. Vista da un osservatore posto al di fuori del moto (in un sistema inerziale) semplicemente la pallina proseguirà diritta nella sua traiettoria.

Analizziamo ora le formule del moto circolare uniforme:

Velocità tangenziale La velocità tangenziale è lo spazio percorso dal punto materiale in un intervallo di tempo:

$$v = \frac{2\pi r}{T} \; [m/s] \tag{1.12}$$

Accelerazione centripeta L'accelerazione centripeta è quella forza che mantiene un corpo in un moto circolare uniforme. Essa è sempre diretta verso il centro della circonferenza!.

$$a_c = \frac{v^2}{r} \; [m/s^2] \tag{1.13}$$

Come vedremo più avanti in questo formulario l'accelerazione è impressa da una forza agente sul corpo, descrivibile (tramite la Seconda Legge di Newton) come:

$$F_{accelerazione} = ma = m\frac{v^2}{r} \left[N = \frac{Kg \cdot m}{s^2} \right] \tag{1.14}$$

Periodo Il tempo richiesto perché una particella completi una circonferenza è:

$$T = \frac{2\pi r}{v} \left[N = \frac{Kg \cdot m}{s^2} \right] \tag{1.15}$$

Velocità angolare La velocità angolare è l'angolo percorso dal punto materiale in un intervallo di tempo:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \left[\frac{rad}{s} \right] \tag{1.16}$$

Espressa in radianti al secondo.

1.4.1 Moto Armonico

Il moto circolare uniforme può essere scomposto in due moti sinusoidali sin e cos. Il moto circolare uniforme e quello uniformemente accelerato possono essere perfettamente paragonati al moto rettilineo uniforme e quello uniformemente accelerato. In questo caso Θ è la nostra x mentre la velocità v diventa ω.

Nel caso uniformemente accelerato l'accelerazione a diventa α.

Legge oraria (equazione del moto) Essa descrive il moto del moto circolare uniforme, espresso come angolo in funzione del tempo:

$$\Theta = \Theta_0 + \omega t = \begin{cases} x(t) = R\cos\Theta(t) \\ y(t) = R\sin\Theta(t) \end{cases} = \begin{cases} x(t) = R\cos(\Theta_o + \omega t) \\ y(t) = R\sin(\Theta_o + \omega t) \end{cases} \tag{1.17}$$

Velocità tangenziale La velocità tangenziale è lo spazio percorso dal punto materiale in un intervallo di tempo:

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \begin{cases} v_x = -R\omega\sin(\Theta_o + \omega t) \\ v_y = R\omega\cos(\Theta_o + \omega t) \end{cases} \tag{1.18}$$

Da notare come (per definizione) le equazioni della velocità non sono altro che la derivata ' dell'equazione del moto (Legge oraria)!

Accelerazione centripeta L'accelerazione centripeta è quella forza che mantiene un corpo in un moto circolare uniforme. Essa è sempre diretta verso il centro della circonferenza!.

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \begin{cases} a_x = -R\omega^2 \cos(\Theta_o + \omega t) \\ a_Y = -R\omega^2 \sin(\Theta_o + \omega t) \end{cases} \tag{1.19}$$

> Da notare come (per definizione) le equazioni dell'accelerazione non sono altro che la derivata " dell'equazione del moto (Legge oraria)!

1.5 Moto circolare uniformemente accelerato

Nel moto circolare uniformemente accelerato entra in gioco l'accelerazione totale come somma vettoriale dell'accelerazione centripeta e dell'accelerazione tangeziale. Di conseguenza l'equazione del moto sarà il sistema:

Legge oraria (equazione del moto)

$$\begin{cases} \Theta = \Theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \\ \omega = \omega_0 + \alpha t \end{cases} \tag{1.20}$$

1.5.1 Tabelle di riepilogo

Di seguito sono riportate due tabelle contenenti un riepilogo delle formule (comprese le formule inverse) sia del Moto circolare uniforme 10.1 che del Moto circolare uniformemente accelerato 10.2.

Velocità tangenziale	Velocità angolare	Frequenza e periodo	Accelerazione centripeta
$v = \frac{s}{t}$	$\omega = \frac{2\pi}{T}$	$f = \frac{1}{T}$	$a_c = \frac{v^2}{r}$
$v = \frac{2\pi r}{T}$	$\omega = 2\pi f$	$T = \frac{1}{f}$	$a_c = \omega^2 r$
$r = \frac{vT}{2\pi}$	$T = \frac{2\pi}{\omega}$		$v = \sqrt{a_c r}$
$T = \frac{2\pi r}{v}$	$v = \omega r$		$r = \frac{v^2}{a_c}$
	$\omega = \frac{v}{r}$		$\omega = \sqrt{\frac{a_c}{r}}$
	$r = \frac{v}{\omega}$		$r = \frac{a_c}{\omega^2}$

Figura 1.1: Formule del Moto circolare uniforme

Tipo di formula	Formula per il MCUA
Accelerazione totale	$\vec{a}_{tot} = \vec{a}_T + \vec{a}_C$
Modulo accelerazione totale	$a_{tot} = \sqrt{a_T^2 + a_C^2}$
Modulo accelerazione tangenziale	$a_T = \alpha r$
Accelerazione angolare	$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{t_f - t_i}$
Legge oraria con $t_0 = 0$	$\theta = \frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_0 t + \theta_0$
Velocità angolare	$\omega = \omega_0 + \alpha t$
Equazione senza il tempo	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$

Figura 1.2: Formule del Moto circolare uniformemente accelerato

Capitolo 2

Dinamica

2.1 Principi della Dinamica - Leggi di Newton

2.1.1 Prima Legge di Newton

Se la somma delle forze che agiscono su un corpo è nulla, allora il corpo in quiete rimarrà in quiete, mentre se è in moto, continuerà a muoversi di moto rettilineo uniforme.

2.1.2 Seconda Legge di Newton

La forza agente su un corpo è direttamente proporzionale all'accelerazione e ne condivide la direzione e il verso, ed è direttamente proporzionale alla massa. Di contro l'accelerazione cui è soggetto il corpo è direttamente proporzionale alla forza e inversamente proporzionale rispetto alla massa.

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} \left[N = \frac{Kg \cdot m}{s^2} \right] \tag{2.1}$$

2.1.3 Terza Legge di Newton

Se un corpo A esercita una forza su un corpo B, allora il corpo B esercita su A una forza uguale e contraria.

$$F_{ab} = -F_{ba} \tag{2.2}$$

> Attenzione! Le forze hanno modulo uguale ma con segno vettoriale opposto!

2.2 Forza Elastica

La forza elastica di un corpo (o di una molla) è descritta dalla Legge di Hook nel seguente modo:

$$F = -kx \tag{2.3}$$

Dove $-k$ è chiamata **costante elastica** ed è una misura della rigidità della molla. Maggiore è k, più rigida è la molla: cioè maggiore è k, maggiore sarà la forza per uno stesso valore di spostamento.

2.3 Carrucola

Le forze agenti su due corpi collegati in un sistema a carrucola (se aventi masse diverse) sono sempre una l'opposta dell'altra.

$$\begin{cases} F_{y1} = T - m_1 g \\ F_{y2} = m_2 g - T \end{cases} \tag{2.4}$$

In questo caso si considera $m_2 > m_1$ e con un sistema di riferimento verticale. Si considera infatti un sistema a carrucola con forze agenti solo sull'asse y e con forze nulle sull'asse x. Nel caso in cui la carrucola non sia orientata unicamente lungo l'asse y basterà scomporre la forza lungo gli assi di riferimento!

2.4 Attrito Statico e Dinamico

La forza di attrito è una forza che agisce in direzione opposta allo spostamento (opponendosi al movimento). La forza di attrito può agire in due modi differenti:

- **Attrito statico**: agente quando il corpo è fermo, impedendo lo spostamento iniziale.
- **Attrito dinamico**: agente da quando il corpo ha appena compiuto lo spostamento iniziale ed è in movimento.

Le formule sono per l'attrito statico:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \quad \left[N = \frac{Kg \cdot m}{s^2} \right] \tag{2.5}$$

Mentre per quello dinamico:

$$f_k = \mu_k F_N \quad \left[N = \frac{Kg \cdot m}{s^2} \right] \tag{2.6}$$

2.5 Resistenza di un corpo

Quando un corpo solido si muove all'interno di un fludio, ad esso si oppone una forza contraria chiamata resistenza D la quale farà raggiungere al corpo una velocità massima:

$$D = \frac{1}{2} C A \rho v^2 \tag{2.7}$$

Con:

- C : Coefficiente di resistenza aerodinamica.
- A : Area efficace della sezione trasversale del corpo.
- ρ : densità dell'aria
- v : velocità.

2.6 Lavoro

Si applichi una forza F ad un oggetto per spostarlo. La Forza sarà tanto efficace ad ottenere uno spostamento **tanto più è applicata nella stessa direzione dello spostamento.**

$$W = Fd = Fd \cos \Theta \left[J = N \cdot m = \frac{Kg \cdot m^2}{s^2} \right] \tag{2.8}$$

2.6.1 Lavoro compiuto dalla Forza Gravitazionale

Il Lavoro svolto dalla Forza Gravitazionale ovviamente è descritto come Fd, per un corpo che sale la F_g è diretta in senso opposto allo spostamento formando un angolo Θ di 180°.

$$F = mgd \cos \Theta = mgd \cos 180 = -mgd \tag{2.9}$$

Mentre nel momento in cui un corpo cade, la F_g avrà stessa direzione dello spostamento (verso il basso), conferendo un segno positivo al Lavoro.

2.6.2 Lavoro compiuto dalla Forza Elastica

La Forza Elastica non è una forza costante e di conseguenza non possiamo utilizzare la classica equazione del Lavoro (per una forza costante). Possiamo però suddividere lo spostamento della molla in parti infinitesime in modo da avere forze infinitesime per ogni spostamento infinitesimo, facendo risultare cosi la forza infinitesima costante su uno spostamento infinitesimo. Integrando questa operazione otterremo così la formula del lavoro per la Forza Elastica (e in generale per una forza non costante!).

$$\begin{aligned} W_{molla} &= \int_{x_f}^{x_i} -F\,dx \\ W &= \int_{x_f}^{x_i} -kx\,dx \\ W &= -k\int_{x_f}^{x_i} x\,dx \\ &= (-\frac{1}{2}k)\left[x^2\right]_{x_f}^{x_i} \\ &= (-\frac{1}{2}k)(x_f^2 - x_i^2) \end{aligned}$$

$$W_m = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2 \; [J] \tag{2.10}$$

Il Lavoro W_m è positivo quando il blocco si avvicina alla posizione di riposo $x = 0$ ed è negativo quando se ne allontana. Il Lavoro è nullo se la distanza finale da $x = 0$ non è mutata.

2.7 Energia Cinetica

Rappresenta la quantità di energia associata al moto di una particella (corpo puntiforme) che si muove alla velocità v.

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \; [J] \tag{2.11}$$

> Il lavoro fatto su una particella è uguale a ΔK. L'energia cinetica (e la velocità) aumentano se il lavoro svolto è positivo, mentre diminuiscono se il lavoro svolto è negativo.

2.7.1 Teorema dell'Energia Cinetica

Chiamiamo ΔK la variazione di Energia Cinetica del corpo e L il Lavoro totale compiuto su di esso. Allora possiamo scrivere:

$$\Delta K = K_f - K_i = W \tag{2.12}$$

2.7.2 Energia Cinetica del Moto Armonico Semplice

Si consideri un sistema molla-blocco, nel caso senza attriti, possiamo visualizzare il suo andamento come un'oscillazione armonica e descrivere la sua Energia Cinetica come:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\Theta + \omega t) \tag{2.13}$$

2.8 Potenza

Se una forza esterna è applicata ad un oggetto e se il Lavoro è fatto in un intervallo di tempo, definiamo **potenza**:

$$P = \frac{W}{\Delta t} \left[W \text{ Watt} = \frac{J}{s} = \frac{Kg \cdot m^2}{s^2} \cdot \frac{1}{s} = \frac{Kg \cdot m^2}{s^3} \right] \tag{2.14}$$

2.8.1 Un altro sguardo alla Potenza

La Potenza Istantanea può essere espressa derivando la formula della Potenza (ovviamente!). Di conseguenza possiamo scrivere la potenza come:

$$P = \frac{dL}{dt} = \frac{F \cos\Theta dx}{dv} = F \cos\Theta (\frac{dx}{dt})$$

Ma sappiamo benissimo che $\frac{dx}{dv}$ non è altro che la definzione di velocità. Possiamo quindi riscriverla in modo più semplice:

$$P = Fv \cos\Theta$$

Ovvero il **prodotto scalare** tra F e v (dove v è la velocità della particella). Possiamo quindi scrivere che la Potenza Istantanea di una paricella a velocità v non è altro che:

$$P = F \cdot v \tag{2.15}$$

2.9 Energia Potenziale

Se la configurazione di un sistema cambia, allora cambierà anche la sua Energia potenziale. Quando un oggetto si trova ad una certa distanza dal suolo, il sistema terra-oggetto ha un'energia potenziale che si trasforma in lavoro. L'Energia Potenziale è associata con la configurazione del sistema nel quale le forze conservative agiscono. Quando una forza conservativa compie lavoro W su una particella (corpo) del sistema, il cambiamento ΔU dell'energia potenziale del sistema è definito come:

$$\Delta U = -W \ [J] \tag{2.16}$$

2.9.1 Energia Potenziale Gravitazionale

L'energia potenziale in un sistema composto dalla terra e dalla particella (corpo) è chiamata Energia Potenziale Gravitazionale. Se la particella si muove da un'altezza iniziale y_i ad una finale y_f, il cambiamento dell'Energia Potenziale Gravitazionale è definito come:

$$\Delta U = mg(y_f - y_i) = mg\Delta y \tag{2.17}$$

Se considerassimo come punto di arrivo un altezza $h = 0$, allora l'Energia Potenziale gravitazionale piò essere riscritta come:

$$\Delta U = mgh \tag{2.18}$$

Dove h è l'altezza dalla quale il corpo cade.

2.9.2 Energia Potenziale Elastica

L'energia Potenziale Elastica è l'energia associata allo stato di compressione o estensione di un oggetto elastico (molla). Per una molla con una forza definita come $F = -kx$, l'Energia Potenziale Elastica sarà definita come:

$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2 \tag{2.19}$$

2.9.3 Energia Potenziale del Moto Armonico Semplice

L'energia Potenziale Elastica di un oscillatore armonico, immagazzinata dalla molla a seguito di un allungamento x è:

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\Theta + \omega t) \tag{2.20}$$

2.10 Energia Meccanica

La somma dell'Energia Cinetica e dell'Energia Potenziale è detta Energia Meccanica, definita come:

$$E_m = K + U \tag{2.21}$$

2.10.1 Principio di conservazione dell'Energia Meccanica

Quando in un sistema isolato agiscono solo forze conservative, l'Energia Cinetica e l'Energia Potenziale prese singolarmente possono variare, ma la loro somma, l'Energia Meccanica E_m del sistema non cambia. Questo risultato è chiamato principio di conservazione dell'Energia Meccanica esprimibile nel seguente modo:

$$\Delta E_m = \Delta K + \Delta U = 0 \tag{2.22}$$

Il principio di conservazione dell'Energia Meccanica ci permette di risolvere problemi che sarebbe arduo risolvere usando solo le Leggi di Newton. Quando l'Energia Meccanica di un sistema si conserva, possiamo mettere in relazione il totale dell'Energia Cinetica e dell'Energia Potenziale in un istante con quello di un altro istante, *senza dover considerare gli stati intermedi e senza necessità di conoscere il lavoro compiuto dalle forze coinvolte!*

Principio esteso La variazione dell'Energia Meccanica è uguale al lavoro svolto dalle Forze non conservative:

$$\Delta E_m = W_{nc} \tag{2.23}$$

2.11 Moto Armonico e Pendolo

L'oscillatore armonico può essere rappresentato da un sistema molla-blocco il quale oscillando descrive un moto circolare uniforme. Le equazioni del moto sono state descritte in precedenza (1.4.1) durante il moto circolare uniforme.

$$x(t) = A\cos(\Theta_0 + \omega t) \tag{2.24}$$

ma con:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

ricordando l'equazione dei un sistema molla-blocco:

$$F = -kx$$

Il pendolo Il pendolo può essere descritto tramite il Moto Circolare Uniformemente Accelerato, considerando la lunghezza del filo inestensibile come il raggio della circonferenza. In questo caso abbiamo:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

2.12 Momento Lineare

Per una singola particella definiamo una quantità vettoriale p chiamata **momento lineare** o *quantità di moto*:

$$p = mv \left[Kg \cdot \frac{m}{s} \right] \tag{2.25}$$

Connessione con la II Legge di Newton Deriviamo il Momento Lineare rispetto al tempo. La derivata della quantità di moto di un punto materiale di massa m è uguale alla risultante della forza applicata.

$$\frac{dp}{dt} = \frac{d(mv)}{dt} = ma$$

$$\frac{dm}{dt} v + m \frac{dv}{dt} = ma$$

Ma la massa rimane costante nel tempo, quindi la derivata sarà 0.

$$m \frac{dv}{dt} = ma = \sum F$$

$$\sum F = 0 \implies p = \mathsf{cost}$$

Legge di conservazione del momento lineare Quando due o più particelle di un sistema isolato interagiscono, il momento lineare totale del sistema resta **costante**.

2.13 Impulso

Applicando al *momento lineare* la Seconda Legge di Newton ad un corpo puntiforme che subisce un urto, si ricava il **Teorema dell'Impulso**:

$$I = \Delta p \tag{2.26}$$

Significato L'impulso della forza che agisce su una particella è aguale al Δ del momento lineare della particella determinato dalla forza. L'impulso non è una caratteristica della particella, bensì una misura della modifica del momento lineare da parte di una forza esterna. Se F è l'intensità di una forza e Δt la durata della collisione, allora l'Impulso può essere descritto nel seguente modo:

$$I = F\Delta t \tag{2.27}$$

Connessione con il Momento Lineare Sia una forza $F = F(t)$ agente su una particella. Applicando la II Legge di Newton:

$$F = \frac{dp}{dt} \implies dp = Fdt$$

$$\Delta p = p_f - p_i = \int_{t_f}^{t_i} F\, dt = I$$

2.14 Urti

Gli urti accadono frequentemente nella vita quotidiana e possono essere caratterizzati in due differenti tipi:

- **Urti elastici**: Se durante l'urto tra due corpi l'Energia Cinetica totale del sistema non cambia ma si conserva completamente.
- **Urti anaelastici**: L'Energia Cinetica non si conserva ma parte viene dispersa in calore o suono (ad esempio).

2.14.1 Urti Anaelastici

La collisione anaelastica comporta sempre una perdita di Energia Cinetica del sistema. La massima perdita si ha quando i corpi si incollano insieme, in questo caso l'urto prenderà il nome di **urto completamente anaelastico**. Un urto anaelastico può essere descritto tramite la seguente formula:

$$p_{1,i} + p_{2,i} = p_{1,f} + p_{2,f} \tag{2.28}$$

ovvero:

$$m_1 v_{1,i} + m_2 v_{2,i} = m_1 v_{1,f} + m_2 v_{2,f}$$

Nel caso di un **urto completamente anaelastico** uno dei due corpi sarà inizalmente fermo (prendendo il nome di bersaglio). Dopo la collisione proseguiranno attaccati con una velocità V. Definiamo quindi l'equazione di un urto di questa tipologia:

$$m_1 v_{1,i} = (m_1 + m_2)V \tag{2.29}$$

Abbiamo analizzato gli urti in una singola dimensione. In caso di urti in due dimensioni le considerazioni appena fatte non cambiano. L'unica cosa da aggiungere è la scomposizione lungo gli assi della velocità!

Capitolo 3

Gravitazione

Date due masse separate da una distanza r, l'ampiezza delle forze è data dalla seguente formula:

$$F_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \left[\frac{m^3}{Kg \cdot s^2} \cdot \frac{Kg^2}{m^2} = \textsf{da controllare}\right] \tag{3.1}$$

Dove G è la costante di gravitazione universale:

$$G = 6,673^{-11} \left[\frac{m^3}{Kg \cdot s^2}\right]$$

Energia Potenziale Gravitazionale Cerchiamo l'Energia Potenziale Gravitazionale generica determinata dalla legge di gravitazione universale. Precedentemente (2.9.1) abbiamo considerato la particella di massa m vicino alla superficie terrestre, così da rendere costante la forza di gravità. Per particelle che non si trovano sulla superficie terrestre l'energia potenziale gravitazionale decresce col diminuire della distanza tra la particella e la Terra. Qui consideriamo due particelle separate da una distanza R. Per rendere $U = 0$ ci mettiamo nella condizione di $r = \infty$ in modo da semplificare i conti.

$$\begin{aligned}\Delta U_g &= U_f - U_i = -W_g \\ &= -\int_R^\infty F(r)\, dr \\ &= \int_R^\infty GMm\, \frac{1}{r^2}\, dr \\ &= GMm\left[-\frac{1}{r}\right]_R^\infty \\ &= GMm\left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{R}\right) \\ &= GMm\left(0 - \frac{1}{R}\right)\end{aligned}$$

$$\Delta U_g = \frac{-GMm}{R} \tag{3.2}$$

Questa è la formula per l'energia potenziale gravitazionale del sistema Terra-Particella per $r \geq R_t$. Non vale per un raggio inferiore a quello terrestre. L'espressione può essere applicata a qualunque delle masse separate da una distanza r. L'Energia Potenziale è sempre negativa, perché abbiamo posto che sarà $= 0$ a distanza infinita.

Velocità di Fuga Un oggetto sfuggirà all'attrazione gravitazionale di un corpo astronomico di massa M e raggio r se la sua velocità in vicinanza della superficie del corpo sarà non inferiore alla velocità di fuga data dalla seguente formula:

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \tag{3.3}$$

Capitolo 4

Fluidostatica

4.1 Pressione

Le forze esercitate da un fluido su un'oggetto sono sempre **perpendicolari** alla superficie. Se F è il modulo della forza esercitata e A la superificie sulla quale essa agisce, definiamo *pressione* P il seguente rapporto:

$$p = \frac{F}{A} \left[Pa \ \mathsf{Pascal} = \frac{Kg}{m \cdot s^2} \right] \tag{4.1}$$

È uno scalare, proporizionale al modulo della forza.

4.2 Densità

La densità di una sostanza è uno scalare definito come rapporto tra massa e volume:

$$\rho = \frac{m}{V} \left[\frac{Kg}{m^3} \right] \tag{4.2}$$

Se ρ è costante, il liquido preso in considerazione è incompressibile.

4.3 Legge di Stevino

La pressione di un fluido a riposo in un campo gravitazionale uniforme varia con la quota verticale y. Assegnando valori positivi all'orientamento verso l'alto, si ha:

$$p_2 = p_1 + \rho g(y_1 - y_2)$$

Chiamiamo h la profondità di un campione in un fluido misurata a partire da un livello di riferimento a cui la pressione assume un valore p_0, la precedente equazione diventa:

$$p = p_0 + \rho g h \tag{4.3}$$

In cui p è la pressione alla profondità h. La pressione è la stessa per tutti i punti allo stesso livello.

4.4 Forza di Bouyant

Un oggetto immerso in un fluido è soggetto ad una forza esercitata dal liquido, diretta dal basso verso l'alto, tale forza è detto di Bouyant o di galleggiamento. Il *Principio di Archimede* ci indica l'intensità di questa forza: essa è uguale al peso del liquido spostato.

$$F_{archimede} = m_{liquido} g \tag{4.4}$$

$$F_a = (\rho V) g \tag{4.5}$$

4.4.1 Oggetto totalmente sommerso

Se l'oggetto ha massa M, e densità ρ_0, il suo peso è:

$$F_g = M_g = (\rho_0 V_0) g \tag{4.6}$$

Se la densità dell'oggetto è $<$ di quella del fluido, la forza gravitazionale è inferiore a quella di galleggiamento, di conseguenza l'oggetto verrà accelerato verso l'alto. In caso contrario affonderà.

4.4.2 Oggetto galleggiante

Sia l'oggetto di volume V_0, in equilibrio nel fluido e galleggiante, cioè parzialmente sommerso. Ciò significa che la forza di galleggiamento verso l'alto è **bilanciata** dalla forza di gravità agente verso il basso.

$$F_a = F_g : \begin{cases} F_a & = (\rho_f V_f) g \\ F_g & = M_g = (\rho_0 V_0) g \end{cases} \tag{4.7}$$

$F_a = F_g$ perché l'oggetto è in equilibrio.

4.5 Peso appartente di un oggetto

Si consideri un oggetto con un determinato peso (forza peso!). Ripetiamo l'operazione sott'acqua o più in generale all'interno di un fluido: il peso sarà minore a causa della spinta di galleggiamento:

$$P_{app} = P - F_a \tag{4.8}$$

> **Caso particolare!** Per un corpo galleggiante ricordiamo che la forza di galleggiamento F_a è uguale alla forza peso F_g, di conseguenza il peso apparente dell'oggetto sara **nullo**!

Capitolo 5

Fluidodinamica

Un fluido ideale è un fluido incomprimibile; non ha viscosità e il suo flusso è laminare e irrotazionale. Una *linea di flusso* è il cammino seguito da una singola particella di fluido. Un *tubo di flusso* è un fascio di linee di flusso.

5.1 Equazione di Continuità

Il principio di conservazione della massa impone che il flusso attraverso ogni tubo di flusso obbedisca all'Equazione di Continuità.

$$R_v = Av = \mathsf{cost} \left[\frac{m^3}{s}\right] \tag{5.1}$$

R_v prende il nome di **portata volumica**, con A la sezione del tubo in un qualsiasi punto e v la velocità del fluido. Sappiamo che la massa di un fluido è data dalla seguente equazione:

$$m = \rho V$$

Quindi moltiplicando la Portata Volumica per la densità del fluido otterremo la **portata massica**, definita come:

$$R_m = \rho R_v = \rho A v = \mathsf{cost} \tag{5.2}$$

5.2 Equazione di Bernoulli

Essa ci permette di connettere la pressione, la velocità e l'altezza di un liquido. Supponiamo che in un intervallo di tempo Δt una certa quantità di liquido sia entrata da sinistra (in un tubo di flusso) e la stessa quantità sia uscita a destra (ricordiamoci che il liquido è incompressibile). Sappiamo inoltre dal Principio di Pascal (pressione!) che la F esercitata dal fluido a sinistra sarà:

5.2.1 Sviluppo dell'Equazione

$$F_1 = p_1 A_1$$

Mentre a destra sarà:

$$F_2 = p_2 A_2$$

Il Lavoro W fatto quindi sarà:

$$\begin{aligned} W_1 &= F_1 \Delta x_1 = p_1 A_1 \Delta x_1 \cos 0 \\ W_2 &= F_2 \Delta x_2 = p_2 A_2 \Delta x_2 \cos 180 \end{aligned}$$

Il secondo lavoro ha segno negativo siccome la forza gravitazionale ha verso opposto alla massa del fludio in salita!
Il lavoro totale quindi sarà:

$$\begin{aligned} W &= W_1 + W_2 \\ &= p_1 A_1 \Delta x_1 - p_2 A_2 \Delta x_2 \\ &= (p_1 - p_2) V \\ W &= (p_1 - p_2) V \end{aligned}$$

5.2.2 Applicazione Teorema del Lavoro

Ricordiamo inoltre il teorema del lavoro: il lavoro di una forza esterna su un sistema è uguale a ΔE_{mecc}. Una parte del lavoro effettuato fa cambiare l'energia cinetica del liquido mentre l'altra fa cambiare l'energia potenziale.

$$\begin{aligned} W &= \Delta K + \Delta U \\ (p_1 - p_2) V &= \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 + m g y_2 - m g y_1 \\ &= \frac{1}{2} \rho V v_2^2 - \frac{1}{2} \rho V v_1^2 + \rho V g y_2 - \rho V g y_1 \\ (p_1 - p_2) &= \frac{1}{2} \rho v_2^2 - \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_2 - \rho g y_1 \\ &= p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2 = \mathsf{cost} \end{aligned}$$

Quindi:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2 = \mathsf{cost} \tag{5.3}$$

In un fluido a flusso laminare, la somma della pressione, dell'Energia Cinetica per unità di Volume e dell'Energia Potenziale gravitazionale per unità di Volume è **costante**.

Capitolo 6

Termodinamica

La temperatura è una grandezza fondamentale legata alla nostra sensazione di caldo-freddo. Nel SI la temperatura si misura in Kelvin K. La temperatura T quindi assume il seguente valore:

$$T = 273,16\ [K]$$

Conversione da Fahrenheit a Celsius La quantità corrispondente a 1 grado della scala Celsius è equivalente a quella della scala Kelvin, ma lo zero della prima è spostato a un valore più comodo. Se T_c rappresenta una data temperatura Celsius, allora:

$$T_c = T - 273,15^\circ \tag{6.1}$$

6.1 Principio Zero della Termodinamica

Se due corpi A e B si trovano in equilibrio termico con un terzo corpo T, allora sono in reciproco quilibrio termico.

6.2 Dilatazione Termica

6.2.1 Dilatazione Lineare

Tutti gli oggetti cambiano dimensioni al vaariare della temperatura. La variazione Δl di qualsiasi dimensione lineare l è data da:

$$\Delta l = \alpha l \Delta T \tag{6.2}$$

Nella quale α è il **coefficiente di dilatazione lineare**.

6.2.2 Dilatazione Volumica

La varaizione ΔV nel volume di un solido o di un liquido è:

$$\Delta V = \beta V \Delta T \tag{6.3}$$

dove $\beta = 3\alpha$ è il **coefficiente di dilatazione volumica** della sostanza.

6.3 Calore

Il calore Q è l'energia che viene trasferita tra un sistema e il suo ambiente a causa della differenza di temperatura tra di essi. Può essere misurato in **calorie** (cal) o in **Joule** (J), dove:

$$1\ cal = 4,1868\ J$$

6.3.1 Capacità Termica

È la costante di proporzionalità tra il calore somministrato e la variazione di temperatura indotta:

$$Q = C\Delta T = C(T_2 - T_1) \tag{6.4}$$

dove C è la **capacità termica** dell'oggetto.

6.3.2 Calore Specifico

Due oggetti dello stesso materiale hanno capacità termiche proporzionali alla massa. È utile definire quindi una capacità terminca c per unità di massa, che si riferisce non all'oggetto specifico, ma alla massa unitaria di cui il materiale è fatto:

$$Q = cm\Delta T \implies c = \frac{Q}{m\Delta T} \left[\frac{J}{K \cdot Kg}\right] \tag{6.5}$$

6.3.3 Calore Latente

La materia si presenta in tre diversi stati fisici: solida, liquida e gassosa. Il calore fornito a una sostanza può cambiare lo stato fisico della sostanza stessa, per esempio, da solida a liquida o da liquida a gassosa. La quantità di calore richiesta per unità di massa di una determinata sostanza per cambiare il suo stato è chiamato **calore latente** L, perciò:

$$Q = Lm \implies L = \frac{Q}{m} \tag{6.6}$$

Il **calore latente di evaporazione** L_v è la quantità di energia per unità di massa che deve essere fornita per far evaporare un liquido o che deve essere **sottratta** per liquefare un gas. Il **calore latente di fusione** L_f è la quantità di energia per unità di massa che deve essere fornita per fondere un solido o che deve essere sottratta per solidifcare un liquido.

6.4 Lavoro associato ad una variazione di Volume

Un sistema può anche scambiare energia con il suo ambiente attraverso il lavoro. La quantità di lavoro W compiuto *da* un sistema quando si espande o quando si riduce da un volume iniziale V_i a un volume finale V_f può essere calcolata con:

$$W = \int_{V_i}^{V_f} dL = \int_{V_i}^{V_f} p\,dV \tag{6.7}$$

L'integrazione è necessaria perché la pressione p può cambiare durante la varizione del volume.

6.5 Primo Principio della Termodinamica

Il principio di conservazione dell'energia per una campione di sostanza che scambia energia con l'ambiente circostante per mezzo di lavoro e calore è espresso nel **primo principio della termodinamica**, che può assumere le due forme:

$$\Delta E_{int} = E_{int,f} - E_{int,i} = \Delta Q - \Delta W \tag{6.8}$$

$$dE_{int} = dQ - dW \tag{6.9}$$

E_{int} rappresente l'energia interna della sostanza, che dipende solo dal suo stato (temperatura, pressione e volume). Q rappresenta il calore scambiato dal sistema con l'ambiente; Q è positivo se il sistema acquista calore e negativo se il sistema perde calore. W è il lavoro compiuto *dal* sistema; L è positivo se il sistema si espande contro una qualche forza esterna esercitata dall'ambiente, e negativo se il sistema si contrae a causa di una forza esterna. Sia Q sia W *dipendono dal percorso seguito* ΔE_{int} *no!*

6.5.1 Applicazioni del Primo Principio

Il primo principio della termodinamica trova applicazione in numerosi casi particolari, tra cui:

- *Trasformazioni Isocore (V costante)*
- *Trasformazioni Isobara (p costante)*
- *Trasformazioni Isoterma (T costante)*
- *Trasformazioni Cicliche*
- *Trasformazioni ad Espansione Libera*: si tratta di trasformazioni adiabatiche nelle quali non viene compiuto alcun lavoro sul sistema o da parte di esso. Ad esempio se abbiamo due contenitori collegati isolati dall'esterno. Nel primo c'è un gas mentre il secondo è vuoto. Nel momento in cui apriamo il rubinetto che collega i due, il gas inizia ad occupare lo spazio vuoto ma non cambiando calore non compie lavoro (siccome ci troviamo in un sistema isolato), inoltre, la sua espansione non è contratasta da alcuna pressione . Siamo quindi nella seguente situazione:

$$\Delta Q = \Delta L = 0$$
$$\Delta E_{int} = 0$$

- *Trasformazioni Adiabatiche*: Ricodiamo inoltre che $c_v =$ (per tipo di gas):
  - Monoatomico: $\frac{3}{2}R$
  - Biatomico: $\frac{5}{2}R$
  - Poliatomico: $3R$

Tipo	p	V	T	Q	W	E_{int}
Isocora	-	cost	-	$Q = C\Delta T$	$W = 0$	$E_{int} = Q$
Isobara	cost	-	-	$Q = nc_p\Delta T$	$W = p(V_2 - V_1)$	E_{int}
Isoterma	-	-	cost	$Q = +W$	$W = nRT\ln(\frac{V_f}{V-i})$	$E_{int} = 0$
Adiabatica	-	-	-	$Q = 0$	$W = nc_v(T_2 - T_1)$	$E_{int} = -W$
Ciclica	-	-	-	$Q = W$	$W = Q$	$E_{int} = 0$

6.6 Conduzione, Convezione ed Irraggiamento

Sono tre tipi di trasmissione del calore, ognuno funzionante in modo differente dall'altro. Analizziamoli nel dettaglio.

6.6.1 Conduzione

La conduzione avviene mediante il contatto tra due superfici. La conduzione di calore P_c su unità di tempo, attraverso una lastra le cui superifici sono mantenute alle temperature T_1 e T_2 è:

$$P_c = \frac{Q}{t} = kA\frac{T_1 - T_2}{l} \tag{6.10}$$

Dove A e l sono l'area e la lunghezza della lastra e k è la conducibilità terminca del materiale. Grandi valori di k indicano ottimi conduttori termici.

Resistenza termina alla conduzione La resistenza termica R per una lastra di spessore l è definita come:

$$R = \frac{l}{k} \tag{6.11}$$

6.6.2 Convezione

La convezione ha luogo quando le differenze di temperatura causano il moto che trasferisce calore all'interno di un fluido.

6.6.3 Irraggiamento

L'irraggiamento è il trasferimento di calore attraverso l'emissione e l'assorbimento di energia elettromagnetica. La potenza P_r irraggiata da un oggetto è:

$$P_r = \sigma\varepsilon AT^4 \tag{6.12}$$

Dove $\sigma = 5,6703 \cdot 10^{-8}\ [\frac{W}{m^2 \cdot K^4}]$ è la costante di Stefan-Boltzmann, ε è l'emittanza caratteristica della superficie, A è l'area irraggiante e T la temperatura superficiale in Kelvin. La potenza P_a che un oggetto assorbe per via radiativa dell'ambiente a temperatura uniforme T_{amb} (in Kelvin) è:

$$P_a = \sigma\varepsilon AT_{amb}^4 \tag{6.13}$$

6.7 Numero di Avogadro

Una mole di una sostanza contiene N_a (*numero di Avogadro*) unità elementari (generalmente atomi o molecole) dove N_a risulta sperimentalmente:

$$N_a = 6,022 \cdot 10^{23}$$

6.7.1 Massa molare

Una massa molare M di qualsiasi sostanza è la massa di una mole della sostanza. È correlata con la massa m di una singola molecola della sostanza:

$$M = mN_a \tag{6.14}$$

6.7.2 Numero di moli

Il numero di moli n contenute in un campione di massa M_{cam} costituito da N molecole è dato da:

$$n = \frac{N}{N_A} = \frac{M_{cam}}{M} = \frac{M_{cam}}{mN_A} \tag{6.15}$$

6.8 Gas ideale o Gas perfetti

Un gas *ideale* o *perfetto* è quello per il quale la pressione p, il volume V e la temperatura T sono correlati da:

$$pV = nRT \tag{6.16}$$

Con:

- p Pressione del cilindro.
- n Numero di moli.
- R Costante dei gas $= 8,31 \frac{J}{mol \cdot K}$
- T Temperatura del cilindro.

Questa legge si può scrivere anche come:

$$pV = NkT \tag{6.17}$$

Dove k è la costante di Boltzmann e vale:

$$k = \frac{R}{N_A} = 1,38 \cdot 10^{-23} \left[\frac{J}{K}\right]$$

6.8.1 Equazione di stato per i gas ideali DA VERIFICARE

$$(p + \frac{an^2}{v^2})(V - nb) = nRT \tag{6.18}$$

6.9 Pressione, temperatura e velocità molecolare

La pressione esercitata da n moli di un gas ideale, in funzione della velocità delle sue molecole, è:

$$p = \frac{nMv_{qm}^2}{3V} \tag{6.19}$$

Dove $v_{qm} = \sqrt{v^2}$ è la **velocità quadratica media** delle molecole del gas. Con l'equazione dei gas perfetti si ha:

$$v_{qm} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \tag{6.20}$$

Capitolo 7

Elettrostatica

7.1 Legge di Coulomb

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\widehat{r} \tag{7.1}$$

Con:

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \tag{7.2}$$

Sostituendo nella Legge di Coulomb otteniamo:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\widehat{r} \tag{7.3}$$

7.1.1 Principio di sovrapposizione

Se su una particella agiscono più forze di carica, la F_{tot} non sarà altro che la somma vettoriale di tutte le forze!

7.1.2 Corrente elettrica

$$i = \frac{dq}{dt}\ [A \cdot s] \tag{7.4}$$

7.1.3 La carica è quantizzata

Qualunque carica q può essere scritta come:

$$q = ne \tag{7.5}$$

dove $e = 1,602 \cdot 10^{-19}[C]$ è la costante elementare, una delle costanti fondamentali della materia.

Particella	Carica
Elettrone	$-e$
Positrone	$+e$
Protone	$+e$
Antiprotone	$-e$
quark	$\pm\frac{1}{3}e \quad \pm\frac{2}{3}e$
Neutrone	0

Quando una grandezza fisica assume solo valori discreti, allora si dice **quatizzata**. Anche la massa è quantizzata, non è quantizzata ad esempio la velocità, il flusso, il calore, la temperatura etc...

7.2 Campo Elettrico

$$E = \frac{F}{q_0} \tag{7.6}$$

7.2.1 Principio di sovrapposizione

Anche per il campo elettrico vale il principio di sovrapposizione. Infatti se una particella è in interazione con più campi, il campo E risultante non sarà altro che la somma dei campi:

$$E = \frac{F_0}{q_0} = \frac{F_{01} + F_{02} + \cdots + F_{0n}}{q_0} = E_1 + E_2 + \cdots + E_n \tag{7.7}$$

7.2.2 Campo elettrico generato da una carica lineare

Diamo ora delle definizioni utili per dei calcoli e delle considerazioni successive:

- *Densità di carica lineare* λ: numero di cariche per unità di lunghezza.

$$\lambda = \frac{Q}{m} \tag{7.8}$$

- *Densità di carica superficiale* σ: numero di cariche per unità di superifice.

$$\sigma = \frac{Q}{m^2} \tag{7.9}$$

- *Densità di carica volumetrica* ρ: numero di cariche per unità di volume.

$$\rho = \frac{Q}{m^3} \tag{7.10}$$

7.3 Flusso di Campo Elettrico

Il flusso di campo elettrico E attraverso una superficie infinitesima ΔA è il prodotto scalare del campo elettrico e il vettore-area ΔA in quel punto (perfetta analogia con la fluidodinamica). Il vettore area ΔA è il vettore che ha per modulo l'area ΔA e direzione quella perperndicolare all'area stessa.

7.3.1 Caso 1: superficie piana e parallela con campo E uniforme

Scompondendo il vettore del campo nelle sue componenti cartesiane, noteremo che parte del campo viene scomposto lungo y, di conseguenza, il passaggio massimo si ha quando la normale della superficie A è parallela al campo, avendo così $\cos 0$. Definiamo quindi la formula per il flusso del campo elettrico:

$$\Delta\phi = E\Delta A = E\Delta A\cos\Theta \tag{7.11}$$

Che sull'interezza della superficie diventa:

$$\phi = \int E\cos\Theta\, dA = E\cos\Theta \int dA = E\cos\Theta A \tag{7.12}$$

7.3.2 Caso 2: superficie chiusa e campo E uniforme

Nel caso di una superficie chiusa dobbiamo valutare la somma dei flussi attraverso tutte le superfici, facendo l'intergrale su ogni piccola area:

$$\phi = \oint E\, dA \tag{7.13}$$

L'unità di misura del flusso è la seguente:

$$[\phi] = [E][A] = [N]\frac{[m^2]}{[C]}$$

7.4 Teorema di Gauss

Il Teorema di Gauss afferma che il flusso ϕ del campo elettrico attraverso una superficie chiusa è eguale alla carica totale Q racchiusa nella superficie, diviso ε_0:

$$\phi = \oint E\, dA = \frac{Q}{\varepsilon_0} \tag{7.14}$$

Non hanno alcuna importanza la dimensione e al forma della superficie, l'importante è che sia chiusa.

7.4.1 Campo elettrico generato da un filo conduttore infinitamente lungo

Tramite la *densità lineare di carica* è possibile calcolarsi il campo elettrico generato da un filo conduttore. Dobbiamo considerare il filo come una superficie gaussiana cilindrica:

$$\phi = \oint E\,dA = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{\lambda h}{\varepsilon_0} \tag{7.15}$$

scompondendo l'integrale come somma di area alta (cima del cilindro), area bassa (fondo del cilindro) e area laterale:

$$\int_{sup-alta} E\,dA + \int_{sup-bassa} E\,dA + \int_{sup-lat} E\,dA$$

Ma nella superficie alta e quella bassa E e dA sono perpendicolari, quindi:

$$\int_{sup-alta} E\,dA = 0$$
$$\int_{sup-bassa} E\,dA = 0$$

quindi:

$$\phi = \oint E\,dA = \frac{\lambda h}{\varepsilon_0} = \int_{sup-lat} E\,dA = E \cdot 2\pi r h$$

da cui:

$$E \cdot 2\pi r h = \frac{\lambda h}{\varepsilon_0} \implies E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} \tag{7.16}$$

7.4.2 Campo elettrico esterno generato da un conduttore

$$\phi = \oint E\,dA = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0} = \int_{sup_est} E\,dA$$

quindi:

$$\phi = \oint E\,dA = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0} = EA$$

da cui:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \tag{7.17}$$

7.5 Potenziale Elettrico

Il potenziale elettrico V nel punto P di un campo elettrico generato da un corpo carico è (ricordando che $U = -W$):

$$V = \frac{-W_\infty}{q_0} = \frac{U}{q_0} \tag{7.18}$$

dove W_∞ è il lavoro che dovrebbe compiere la forza elettrica su una carica esplorativa per portarla in P da una distanza infinita, mentre U è l'energia potenziale che verrebbe così immagazzinata nel sistema corpo carico-carica esplorativa.

> **Attenzione!** La parola *Potenziale* non va confusa con *Energia Potenziale*. Sebbene hanno nomi simili, il loro significato è assolutamente distinto. Non potendo spostare una carica elettrica "fino all'infinito" si pone allora l'attenzione sull'energia "potenziale" liberabile da questa durante l'ipotetico movimento. È interessante però notare che il potenziale elettrico è così definito per convenzione (concetto di "limite" per una variabile che "tende" all'infinito) ma poiché si tratta di un "lavoro" compiuto dal campo per spostare la carica da un punto ad un altro, se il punto di arrivo non è all'infinito ma con posizione nota allora il "potenziale" può essere espresso rispetto ad esso (potenziale zero di riferimento): in sostanza il potenziale è sempre riconducibile ad una "differenza" tra due valori.
> L'energia potenziale elettrica della carica è il livello di energia che la carica possiede a causa della sua posizione all'interno del campo elettrico, e pertanto il potenziale elettrico V della carica di prova è definito operativamente come il rapporto tra l'energia potenziale U e il valore della carica stessa.

7.5.1 Energia Potenziale Elettrica

Data una particella di carica q situata in un punto dove il potenziale elettrico prodotto da un corpo carico è V, l'energia potenziale elettrica U del sistema corpo-particella è:

$$U = qV \tag{7.19}$$

Se la particella si sposta subendo una variazione di potenziale ΔV, la variazione di energia potenziale elettrica è:

$$\Delta U = q\Delta V = q(V_f - V_i) \tag{7.20}$$

7.6 Energia Meccanica

Se una particella si sposta subendo una variazione di potenziale ΔV senza che agiscano su di essa forze applicate esterne, il principio di conservazione dell'Energia Meccanica impone che la variazione di energia cinetica sia:

$$\Delta K = -q\Delta V \tag{7.21}$$

Se al contrario è presente una forza applicata che compie lavoro W_{app} su di essa, la variazione di energia cinetica diventa:

$$\Delta K = -q\Delta V + W_{app} \tag{7.22}$$

Nel caso particolare in cui $\Delta K = 0$, il lavoro svolto dalla forza applicata comporta solo il moto della particella e una variazione del suo potenziale pari a:

$$W_{app} = q\Delta V \tag{7.23}$$

7.7 Superfici Equipotenziali

Una superficie equipotenziale è il luogo dei punti che hanno lo stesso potenziale. Il lavoro compiuto per portare una carica di prova da una di queste superfici a un'altra non dipende dalla posizione dei punti iniziale e finale su queste superfici, ne dal cammino che li unisce. Il campo elettrico E è sempre *perpendicolare* alle superfici equipotenziali.

7.7.1 Calcolo di V a partire da E

La differenza di potenziale tra due punti qualsiasi i e f è data da:

$$V_f - V_i = -\int_i^f E\,ds \tag{7.24}$$

dove l'integrale è calcolato lungo una linea qualsiasi che coniuga i punti. Possiamo scegliere pertanto il percorso che ci renda l'operazione d'integrale più semplice possibile. Se il punto iniziale è posto all'infinito e $V_i = 0$ si ha, per il potenziale in un punto:

$$V = -\int_i^f E\,ds \tag{7.25}$$

Nel caso particolare di un campo uniforme di modulo E, la differenza di potenziale tra le due linee equipotenziali adiacenti (necessariamente parallele) separate da una distanza Δx è data da:

$$\Delta V = -E\Delta x \tag{7.26}$$

7.8 Potenziale generato da cariche puntiformi

Il potenziale generato da una carica puntiforme isolata a una distanza r dalla carica puntiforme è:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r} \tag{7.27}$$

dove q ha lo stesso segno di V. Il potenziale dovuto a una distribuzione di cariche puntiformi è:

$$V = \sum_{i=1}^{n} V_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i} \tag{7.28}$$

7.9 Potenziale elettrico generato da una carica continua

Per una distrinuzione continua di cariche, l'equazione precedente diventa:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{r} \tag{7.29}$$

dove l'integrale è esteso all'intera distribuzione.

7.10 Calcolo di E partendo da V

La componente di E in qualsiasi direzione è l'inverso della derivata del potenziale rispetto alla distanza in quella direzione:

$$E_s = -\frac{\partial V}{\partial s} \tag{7.30}$$

Si possono definire le componenti di E secondo x, y e z nel seguente modo:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \tag{7.31}$$

$$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \tag{7.32}$$

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \tag{7.33}$$

Se il campo E è uniforme, la prima equazione si riduce a:

$$E = -\frac{\Delta V}{\Delta s} \tag{7.34}$$

dove s è perpendicolare alla superfice equipotenziale. Il campo elettrico è nullo in qualsiasi direzione parallela a una superficie equipotenziale.

7.11 Energia Potenziale di un sistema di cariche puntiformi

L'energia potenziale elettrica di un sistema di cariche puntiformi è definita come il lavoro necessario per costruire il sistema, partendo da una situazione in cui le cariche sono a riposo e infinitamente distanti l'una dall'altra. Per due cariche a distanza r abbiamo:

$$U = L = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r} \tag{7.35}$$

Capitolo 8

Elettrodinamica

8.1 Condensatori

Un condensatore consiste di due conduttori isolati (piatti) avneti cariche uguali ma di segno opposto $+q$ e -q.

8.1.1 Capacità di un condensatore

$$q = C\Delta V \tag{8.1}$$

con C costante di proporzionalità dipendente dalla geometria del condensatore. Indica capacità elettrica del condensatore.

8.1.2 Calcolo della capacità elettrica di un condensatore

Procedimento generale:

- Si assume che ci sia una carica q sui piatti.
- Si calcola E tra i due piatti in funzione di q, con la legge di Gauss.
- Si calcola ΔV a partire da E
- Si calcola C

8.1.3 Capacità elettrica di un condensatore piano

$$\begin{aligned}
\phi &= \oint E\,dA = \frac{q}{\varepsilon_0} \\
EA &= \frac{q}{\varepsilon_0} \implies q = \varepsilon_0 EA \\
\Delta V &= V_f - V_i = -\int_i^f E\,ds = -(-\int_i^f E\,ds)\ [\cos\Theta = -1] \\
\Delta V &= -(-\int_i^f E\,ds) = E\int_-^+ ds = Ed.
\end{aligned}$$

Sostituiamo in $q = C\Delta V \implies \varepsilon_0 EA = CEd$:

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \tag{8.2}$$

8.1.4 Capacità elettrica di un condensatore cilindrico

$$\begin{aligned}
EA &= \frac{q}{\varepsilon_0} \implies q = \varepsilon_0 EA \\
A_{cilindro} &= 2\pi rL \implies q = \varepsilon_0 E 2\pi rL \\
E &= \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{q}{Lr}
\end{aligned}$$

Ricordando che un condensatore cilindrico sono sostanzialmente due cerchi concentrici uno dentro l'altro ($\odot$), faccio il percorso dal polo $+$ a quello $-$ (interno verso l'esterno):

$$\begin{aligned}
\Delta V = -\int_i^f E\,ds = -(\int_+^- E\,ds) = (E\int_-^+ dr) &= \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 L}\int_b^a \frac{dr}{r} \\
&= \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 L}\Big[\ln(r)\Big]_a^b = -\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 L}\ln(\frac{a}{b}) \\
&= \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 L}\ln(\frac{b}{a})
\end{aligned}$$

da cui:

$$C = \frac{q}{\Delta V} \implies C = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln(\frac{b}{a})} \tag{8.3}$$

8.1.5 Capacità elettrica di un condensatore sferico

$$\begin{aligned} A &= \frac{q}{\varepsilon_0} \implies q = \varepsilon_0 E A \\ A_{sfera} &= 4\pi r^2 \implies q = \varepsilon_0 E 4\pi r^2 \\ E &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} \end{aligned}$$

Che notiamo essere lo stesso campo elettrico generato da una distribuzione sferica uniforme:

$$\begin{aligned} \Delta V = -\int_i^f E\,ds = -(\int_-^+ E\,ds) = -E\int_-^+ ds \\ &= -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_b^a \frac{dr}{r^2} \\ &= -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{r}\right]_b^a \\ &= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right] \\ &= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{b-a}{ba} \end{aligned}$$

da cui:

$$C = \frac{q}{\Delta V} \implies C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{ab}{b-a} \tag{8.4}$$

La capacità per una *sfera isolata* di raggio r sarà:

$$C = 4\pi\varepsilon_0 r \tag{8.5}$$

8.2 Condensatori in Serie e Parallelo

Le capacità equivalenti C_{eq} di un insieme di singoli condensatori collegati in parallelo e in serie sono:

8.2.1 Condensatori in Serie

$$C_{eq} = \sum_{j=1}^{n} C_j \tag{8.6}$$

8.2.2 Condensatori in Parallelo

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{C_j} \tag{8.7}$$

Questi condensatori equivalenti possono essere a loro volta combinati in modo da calcolare la capacità di connessioni più complicate di condensatori in serie o in parallelo.

8.3 Energia potenziale di un condensatore

L'energia potenziale elettrica U di un condensatore carico è data da:

$$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2 \tag{8.8}$$

è il lavoro richiesto per caricarlo. Si può pensare che questa energia sia immagazzinata nel campo elettrico E associato al condensatore. Per analogia, si può associare un'energia potenziale a ogni campo elettrico , qualunque sia la sua origine. La **densità di energia** u, ossia l'energia potenziale per unità di volume, è data da:

$$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \tag{8.9}$$

8.4 Capacità in presenza di un dielettrico

Se lo spazio tra i piatti di un condensatore è completamente occupato da un materiale dielettrico (non conduttore), la capacità C aumenta di un fattore ε_r, chiamato **costante dielettrica relativa**, caratteristica del materiale. In una regione completamente occupata da un dielettrico tutte le equazioni elettrostatiche contenenti ε_0 devono essere modificate sostituendo ε_0 con $\varepsilon_r\varepsilon_0 = \varepsilon$.
L'effetto dovuto all'introduzione di un dielettrico può essere spiegata fisicamente pensando all'azione del campo elettrico sui dipoli elettrici permanenti o indotti nella lastra di materiale dielettrico. Il risultato è la formazione di cariche superficiali indotte che comportano una diminuzione del campo all'interno del dielettrico.

8.4.1 Legge di Gauss in presenza di un dielettrico

In presenza di un dielettrico, la legge di Gauss può essere generalizzata in:

$$\varepsilon_0 \oint \varepsilon_r R \cdot dA = q \tag{8.10}$$

8.5 Corrente elettrica

Una corrente elettrica in un conduttore è definita come:

$$i = \frac{dq}{dt} \left[A = \frac{C}{s} \right] \tag{8.11}$$

dove dq è la quantità di carica (positiva) che passa in un tempo dt attraverso un piano immaginario che taglia trasversalmente il conduttore. Il verso della corrente elettrica è quello nel quale si muovono i portatori di carica positivi.

8.5.1 Densità di corrente elettrica

La corrente (grandezza scalare) è legata alla densità di corrente J (grandezza vettoriale) data da:

$$i = \int J\, dA \tag{8.12}$$

dove dA è un vettore perpendicolare all'elemento superficiale di area dA e l'integrale viene calcolato per ogni superficie normale del conduttore

8.6 Resistenza

La resistenza R di un conduttore viene definita come :

$$R = \frac{V}{i} \left[1\Omega = 1\frac{V}{A} \right] \tag{8.13}$$

dove v è la differenza di potenziale tra le due superfici e i è la corrente elettrica. Equazioni simili deiniscono la **resistività** ρ e la **conducibilità** σ:

8.6.1 Resistività e conducibilità

$$\rho = \frac{E}{J} = \frac{1}{\sigma} \tag{8.14}$$

8.6.2 Resistenza in Serie

Le resistenze si dicono in serie quando scorre in esse la medesima corrente.

$$R_{eq} = \sum_{j=1}^{n} R_j \tag{8.15}$$

8.6.3 Resistenza in Parallelo

Le resistenze sono in parallelo se le loro rispettive differenze di potenziale sono uguali alla differenza di potenziale applicata all'insieme di resistenze. La resistenza risultante da una combinazione in parallelo è:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{R_j} \tag{8.16}$$

8.7 Legge di Ohm

La legge di Ohm asserisce che la corrente che scorre attraverso un dispositivo è *sempre* direttamente proporizionale alla differenza di potenziale applicata al dispositivo stesso

8.8 Potenza nei Circuiti Elettrici

La potenza P o quantità di energia trasferita per unità di tempo in un dispositivo elettrico attraverso il quale viene mantenuta una differenza di potenziale V è:

$$P = iV \tag{8.17}$$

8.9 Forza elettromotrice di un generatore di Tensione

Un generatore di f.e.m compie lavoro sulle cariche per mantenere una differenza di potenziale tra i terminali di uscita. Se dW è il lavoro svolto dal dispositivo per portare una carica dq dal polo negativo a quello positivo , la f.e.m (lavoro per unità di carica) del generatore è data da:

$$\xi = \frac{dW}{dq}\ [V] \tag{8.18}$$

Un generatore di f.e.m ideale ha una resistenza interna nulla. In caso la differenza di potenziale alle estremità è uguale alla f.e.m. Un generatore di f.e.m reale ha una resistenza interna finita. La differenza di potenziale è equivalente alla f.e.m solo se non passa corrente attraverso il generatore.

8.10 Analisi dei circuiti

La variazione di potenziale attraverso una resistenza nella direzione della corrente è $-iR$; nella direzione opposta è $+iR$. La variazione di potenziale attraverso una generatore f.e.m ideale nella direzione della freccia della f.e.m è $+\xi$; nella direzione opposta è $-\xi$. Il principio di conservazione dell'energia porta alla legge delle maglie (secondo principio di Kirchoff).

8.11 Legge delle maglie

La somma algebrica delle variazioni di potenziale incontrate in un giro completo di un qualsiasi circuito deve essere uguale a zero.
La conservazione della carica si esprime nella legge dei nodi (primo principio di Kirchoff).

8.12 Legge dei nodi

La somma algebrica delle variazioni di potenziale che si dipartono da qualsiasi nodo deve essere uguale alla somma delle correnti che giungono allo stesso nodo.

8.13 Circuiti RC

I circuiti RC sono dei circuiti di carica-scarica di un condensatore tramite f.e.m e una resistenza.
Quando si applica una f.e.m ξ a una resistenza R e a un condensatore C disposti in serie, al carica del condensatore aumenta secondo l'espressione:

$$q = C\xi(1 - e^{\frac{-t}{RC}}) \tag{8.19}$$

nella quale $C\xi = q_0$ è la carica all'equilibrio e $RC = \tau$ è la **costante di tempo capacitiva** del circuito. Durante la carica la corrente è:

$$i = \frac{dq}{dt} = (\frac{\xi}{R})e^{\frac{-t}{RC}} \tag{8.20}$$

Quando un condensatore si scarica attraverso una resistenza R, la carica del condensatore decade secondo l'espressione:

$$q = q_0 e^{\frac{-t}{RC}} \tag{8.21}$$

Durante la scarica la corrente è:

$$i = \frac{dq}{dt} = -\frac{q_0}{RC} e^{\frac{-t}{RC}} \tag{8.22}$$

Capitolo 9

Elettromagnetismo

9.1 Forza di Lorentz

Un campo magnetico B è definito in funzione della forza agente su una particella di prova dotata di carica q che si muove in un campo magnetico con velocità v:

$$F_B = qv \times B = qvB \cos \Theta \; [T] \tag{9.1}$$

9.2 Carica in moto circolare uniforme

Una particella carica con massa m e carica $|q|$ che si muove con velocità v perpendicolare al campo uniforme B percorre una circonferenza. Applicando la seconda legge di Newton al moto circolare abbiamo:

$$|q|vB = \frac{mv^2}{r}$$

da cui troviamo il raggio:

$$r = \frac{mv}{|q|B}$$

La frequenza di rivoluzione f, la pulsazione ω e il periodo T sono dati da:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T} = \frac{|q|B}{2\pi m} \tag{9.2}$$

9.3 Forza agente su un filo percorso da corrente

Un filo rettilineo percorso dalla corrente i in un campo magnetico uniforme subisce una forza trasversale:

$$F_B = iL \times B \tag{9.3}$$

La forza agente su un elemento infinitesimo idL in un campo magnetico è:

$$dF_B = idL \times B \tag{9.4}$$

9.4 Campo Magnetico generato da una corrente elettrica

Il campo magnetico dovuto a un conduttore di corrente è descritto dalla legge di *Biot-Savart*.

9.4.1 Legge di Biot-Savart

Il contributo dB al campo dovuto a un elemento infinitesimo di corrente $i\,ds$ nel punto P, a una distanza r dall'elemento di corrente, vale:

$$dB = \left(\frac{\mu_o}{4\pi}\right)\frac{ids \times r}{r^3} \tag{9.5}$$

In questo caso r è il vettore diretto dall'elemento di corrente verso il punto in questione. La quantità chiamata μ_0, chiamata costante di permeabilità magnetica nel vuoto, ha un valore pari a $4\pi \cdot 10^-7 = 1,26 \cdot 10^{-6} T\frac{m}{A}$.

9.4.2 Campo magnetico in un filo lungo rettilineo

Per un filo lungo rettilinea percorso da una corrente i, la legge di Biot-Savart dà, per il campo magnetico a una distanza r dal filo:

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \tag{9.6}$$

9.4.3 Campo magnetico in un filo piegato ad arco

Per un filo piegato ad arco di circonferenza con raggio R e angolo dal centro ϕ, percorso da una corrente i, il campo magnetico è:

$$B = \frac{\mu_0 i\phi}{4\pi R} \tag{9.7}$$

9.4.4 Forza tra due fili conduttori paralleli

Fili paralleli percorsi da correnti con lo stesso verso si attraggono, mentre fili percorsi da correnti con versi opposti si respingono. L'intensità della forza per una lunghezza L di un o l'altro dei fili è:

$$F_{ba} = i_b L B_a \sin 90 = \frac{\mu_0 L i_a i_b}{2\pi d} \tag{9.8}$$

9.5 Legge di Ampere

La legge di Ampere afferma:

$$\oint B\, ds = \mu_0 i_{ch} \tag{9.9}$$

L'integrale di linea in questa equazione viene calcolato lungo una linea chiusa detta *linea amperiana.* La corrente i è la corrente totale netta che circola entro la linea chiusa. Per distribuzioni di corrente particolari questa equazione risulta, nel calcolo dei campi magnetici generati da correnti, di più semplice impiego della legge di Biot-Savart.

9.6 Solenoide

All'interno di un lungo solenoide percorso dalla corrente i, nei punti vicini al suo centro, l'intensità B del campo magnetico è data da:

$$B = \mu_0 i n \tag{9.10}$$

dove n è il numero delle spire per unità di lunghezza. Perciò il campo magnetico interno è uniforme.

Capitolo 10

Formule

Cinematica

Moto rettilineo uniforme

Velocità

$$v_x = k \; [m/s]$$

Velocità media

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$

Velocità istantanea

$$v = \lim_{x \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Spostamento

$$x(t) = x_i + v_x t \; [m]$$

Moto uniformemente accelerato

Accelerazione media

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} \; [m/s^2]$$

Accelerazione istantanea

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

Spostamento

$$x(t) = x_i + v_i t + \frac{1}{2}at^2 \ [m]$$

Velocità finale

$$v_f(t) = v_i + at$$

Caso particolare: tempo non dipendente dalla massa

$$t_c = \sqrt{\frac{2h}{g}} \ [s]$$

Moto di un proiettile

- **Asse X**: moto rettilineo uniforme.
- **Asse Y**: moto rettilineo uniformemente accelerato.

Equazioni del moto

(Per assi cartesiani)

$$\text{Moto}: \begin{cases} x(t) & = x_0 + v_{0x}t \\ y(t) & = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2 \end{cases} \tag{10.1}$$

$$\text{Velocità}: v_f = v_0 + at \tag{10.2}$$

Moto circolare uniforme

Velocità tangenziale

$$v = \frac{2\pi r}{T} \ [m/s]$$

Accelerazione centripeta

$$a_c = \frac{v^2}{r} \ [m/s^2]$$

Periodo

$$T = \frac{2\pi r}{v} \left[N = \frac{Kg \cdot m}{s^2} \right]$$

Velocità angolare

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \left[\frac{rad}{s} \right]$$

Espressa in radianti al secondo.

Moto Armonico

Legge oraria (equazione del moto)

$$\Theta = \Theta_0 + \omega t = \begin{cases} x(t) = R\cos\Theta(t) \\ y(t) = R\sin\Theta(t) \end{cases} = \begin{cases} x(t) = R\cos(\Theta_o + \omega t) \\ y(t) = R\sin(\Theta_o + \omega t) \end{cases}$$

Velocità tangenziale

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \begin{cases} v_x = -R\omega\sin(\Theta_o + \omega t) \\ v_y = R\omega\cos(\Theta_o + \omega t) \end{cases}$$

Accelerazione centripeta

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \begin{cases} a_x = -R\omega^2\cos(\Theta_o + \omega t) \\ a_Y = -R\omega^2\sin(\Theta_o + \omega t) \end{cases}$$

Moto circolare uniformemente accelerato

Legge oraria (equazione del moto)

$$\begin{cases} \Theta = \Theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \\ \omega = \omega_0 + \alpha t \end{cases}$$

Tabelle di riepilogo

Di seguito sono riportate due tabelle contenenti un riepilogo delle formule (comprese le formule inverse) sia del Moto circolare uniforme 10.1 che del Moto circolare uniformemente accelerato 10.2.

Velocità tangenziale	Velocità angolare	Frequenza e periodo	Accelerazione centripeta
$v = \frac{s}{t}$	$\omega = \frac{2\pi}{T}$	$f = \frac{1}{T}$	$a_c = \frac{v^2}{r}$
$v = \frac{2\pi r}{T}$	$\omega = 2\pi f$	$T = \frac{1}{f}$	$a_c = \omega^2 r$
$r = \frac{vT}{2\pi}$	$T = \frac{2\pi}{\omega}$		$v = \sqrt{a_c r}$
$T = \frac{2\pi r}{v}$	$v = \omega r$		$r = \frac{v^2}{a_c}$
	$\omega = \frac{v}{r}$		$\omega = \sqrt{\frac{a_c}{r}}$
	$r = \frac{v}{\omega}$		$r = \frac{a_c}{\omega^2}$

Figura 10.1: Formule del Moto circolare uniforme

Tipo di formula	Formula per il MCUA
Accelerazione totale	$\vec{a}_{tot} = \vec{a}_T + \vec{a}_C$
Modulo accelerazione totale	$a_{tot} = \sqrt{a_T^2 + a_C^2}$
Modulo accelerazione tangenziale	$a_T = \alpha r$
Accelerazione angolare	$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{t_f - t_i}$
Legge oraria con $t_0 = 0$	$\theta = \frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_0 t + \theta_0$
Velocità angolare	$\omega = \omega_0 + \alpha t$
Equazione senza il tempo	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$

Figura 10.2: Formule del Moto circolare uniformemente accelerato

Dinamica

Principi della Dinamica - Leggi di Newton

Prima Legge di Newton

Se la somma delle forze che agiscono su un corpo è nulla, allora il corpo in quiete rimarrà in quiete, mentre se è in moto, continuerà a muoversi di moto rettilineo uniforme.

Seconda Legge di Newton

La forza agente su un corpo è direttamente proporzionale all'accelerazione e ne condivide la direzione e il verso, ed è direttamente proporzionale alla massa. Di contro l'accelerazione cui è soggetto il corpo è direttamente proporzionale alla forza e inversamente proporzionale rispetto alla massa.

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} \left[N = \frac{Kg \cdot m}{s^2} \right]$$

Terza Legge di Newton

Se un corpo A esercita una forza su un corpo B, allora il corpo B esercita su A una forza uguale e contraria.

$$F_{ab} = -F_{ba}$$

> Attenzione! Le forze hanno modulo uguale ma con segno vettoriale opposto!

Forza Elastica

$$F = -kx$$

Carrucola

$$\begin{cases} F_{y1} = T - m_1 g \\ F_{y2} = m_2 g - T \end{cases}$$

Attrito Statico e Dinamico

- **Attrito statico**: agente quando il corpo è fermo, impedendo lo spostamento iniziale.
- **Attrito dinamico**: agente da quando il corpo ha appena compiuto lo spostamento iniziale ed è in movimento.

Le formule sono per l'attrito statico:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \quad \left[N = \frac{Kg \cdot m}{s^2} \right]$$

Mentre per quello dinamico:

$$f_k = \mu_k F_N \quad \left[N = \frac{Kg \cdot m}{s^2} \right]$$

Resistenza di un corpo

$$D = \frac{1}{2} C A \rho v^2$$

Con:

- C : Coefficiente di resistenza aerodinamica.
- A : Area efficace della sezione trasversale del corpo.
- ρ : densità dell'aria
- v : velocità.

Lavoro

$$W = Fd = Fd \cos \Theta \quad \left[J = N \cdot m = \frac{Kg \cdot m^2}{s^2} \right]$$

Lavoro compiuto dalla Forza Gravitazionale

$$F = mgd \cos\Theta = mgd \cos 180 = -mgd$$

Lavoro compiuto dalla Forza Elastica

$$W_m = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2 \ [J]$$

Energia Cinetica

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \ [J]$$

Teorema dell'Energia Cinetica

$$\Delta K = K_f - K_i = W$$

Energia Cinetica del Moto Armonico Semplice

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\Theta + \omega t)$$

Potenza

$$P = \frac{W}{\Delta t} \left[W \ \mathsf{Watt} = \frac{J}{s} = \frac{Kg \cdot m^2}{s^2} \cdot \frac{1}{s} = \frac{Kg \cdot m^2}{s^3} \right]$$

$$P = \frac{dL}{dt} = \frac{F \cos\Theta dx}{dv} = F \cos\Theta(\frac{dx}{dt})$$

Ma sappiamo benissimo che $\frac{dx}{dv}$ non è altro che la defინzione di velocità. Possiamo quindi riscriverla in modo più semplice:

$$P = Fv \cos\Theta$$

Ovvero il **prodotto scalare** tra F e v (dove v è la velocità della particella). Possiamo quindi scrivere che la Potenza Istantanea di una paricella a velocità v non è altro che:

$$P = F \cdot v$$

Energia Potenziale

$$\Delta U = -W \ [J]$$

Energia Potenziale Gravitazionale

$$\Delta U = mg(y_f - y_i) = mg\Delta y$$

Energia Potenziale Elastica

$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2$$

Energia Potenziale del Moto Armonico Semplice

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\Theta + \omega t)$$

Energia Meccanica

$$E_m = K + U$$

Principio di conservazione dell'Energia Meccanica

$$\Delta E_m = \Delta K + \Delta U = 0$$

Principio esteso

$$\Delta E_m = W_{nc}$$

Moto Armonico e Pendolo

1.4.1

$$x(t) = A\cos(\Theta_0 + \omega t)$$

ma con:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

ricordando l'equazione dei un sistema molla-blocco:

$$F = -kx$$

Il pendolo Il pendolo può essere descritto tramite il Moto Circolare Uniformemente Accelerato:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

Momento Lineare

$$p = mv \left[Kg \cdot \frac{m}{s}\right]$$

Impulso

$$I = \Delta p$$

Connessione con il Momento Lineare Sia una forza $F = F(t)$ agente su una particella. Applicando la II Legge di Newton:

$$F = \frac{dp}{dt} \implies dp = Fdt$$

$$\Delta p = p_f - p_i = \int_{t_f}^{t_i} F\,dt = I$$

Urti

- **Urti elastici**: Se nell'urto tra due corpi l'Energia Cinetica totale del sistema non cambia ma si conserva completamente.
- **Urti anaelastici**: L'Energia Cinetica non si conserva ma parte viene dispersa in calore o suono (ad esempio).

Urti Anaelastici

$$p_{1,i} + p_{2,i} = p_{1,f} + p_{2,f}$$

ovvero:

$$m_1v_{1,i} + m_2v_{2,i} = m_1v_{1,f} + m_2v_{2,f}$$

Nel caso di un **urto completamente anaelastico** uno dei due corpi sarà inizalmente fermo (prendendo il nome di bersaglio):

$$m_1v_{1,i} = (m_1 + m_2)V$$

Gravitazione

$$F_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \quad \left[\frac{m^3}{Kg \cdot s^2} \cdot \frac{Kg^2}{m^2} = \text{da controllare}\right]$$

Dove G è la costante di gravitazione universale:

$$G = 6,673^{-11} \left[\frac{m^3}{Kg \cdot s^2}\right]$$

Energia Potenziale Gravitazionale

$$\Delta U_g = \frac{-GMm}{R}$$

Velocità di Fuga

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Fluidostatica

Pressione

$$p = \frac{F}{A} \left[Pa \ \textsf{Pascal} = \frac{Kg}{m \cdot s^2} \right]$$

È uno scalare, proporizionale al modulo della forza.

Densità

$$\rho = \frac{m}{V} \left[\frac{Kg}{m^3} \right]$$

Se ρ è costante, il liquido preso in considerazione è incompressibile.

Legge di Stevino

$$p_2 = p_1 + \rho g (y_1 - y_2)$$

Chiamiamo h la profondità di un campione in un fluido misurata a partire da un livello di riferimento a cui la pressione assume un valore p_0, la precedente equazione diventa:

$$p = p_0 + \rho g h$$

In cui p è la pressione alla profondità h. La pressione è la stessa per tutti i punti allo stesso livello.

Forza di Bouyant

$$F_{archimede} = m_{liquido} g \tag{10.3}$$
$$F_a = (\rho V) g \tag{10.4}$$

Oggetto totalmente sommerso

S

$$F_g = M_g = (\rho_0 V_0) g$$

Oggetto galleggiante

$$F_a = F_g : \begin{cases} F_a & = (\rho_f V_f) g \\ F_g & = M_g = (\rho_0 V_0) g \end{cases} \tag{10.5}$$

$F_a = F_g$ perché l'oggetto è in equilibrio.

Peso appartente di un oggetto

$$P_{app} = P - F_a$$

Fluidodinamica

Equazione di Continuità

$$R_v = Av = \text{cost}\left[\frac{m^3}{s}\right]$$

R_v prende il nome di **portata volumica**, con A la sezione del tubo in un qualsiasi punto e v la velocità del fluido. Sappiamo che la massa di un fluido è data dalla seguente equazione:

$$m = \rho V$$

Quindi moltiplicando la Portata Volumica per la densità del fluido otterremo la **portata massica**, definita come:

$$R_m = \rho R_v = \rho A v = \text{cost}$$

Equazione di Bernoulli

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2 = \text{cost}$$

> In un fluido a flusso laminare, la somma della pressione, dell'Energia Cinetica per unitò di Volume e dell'Energia Potenziale gravitazionale per unità di Volume è **costante**.

Termodinamica

Principio Zero della Termodinamica

Se due corpi A e B si trovano in equilibrio termico con un terzo corpo T, allora sono in reciproco quilibrio termico.

Dilatazione Termica

$$\Delta l = \alpha l \Delta T$$

Nella quale α è il **coefficiente di dilatazione lineare**.

Dilatazione Volumica

$$\Delta V = \beta V \Delta T$$

dove $\beta = 3\alpha$ è il **coefficiente di dilatazione volumica** della sostanza.

Calore

$$1\ cal = 4,1868\ J$$

Capacità Termica

$$Q = C\Delta T = C(T_2 - T_1)$$

dove C è la **capacità termica** dell'oggetto.

Calore Specifico

$$Q = cm\Delta T \implies c = \frac{Q}{m\Delta T} \left[\frac{J}{K \cdot Kg}\right]$$

Calore Latente

$$Q = Lm \implies L = \frac{Q}{m}$$

Il **calore latente di evaporazione** L_v è la quantità di energia per unità di massa che deve essere fornita per far evaporare un liquido o che deve essere **sottratta** per liquefare un gas. Il **calore latente di fusione** L_f è la quantità di energia per unità di massa ched eve essere fornita per fondere un solido o che deve essere sottratta per solidifcare un liquido.

Lavoro associato ad una variazione di Volume

$$L = \int_{V_i}^{V_f} dL = \int_{V_i}^{V_f} p\, dV$$

L'integrazione è necessaria perché la pressione p può cambiare durante la varizione del volume.

Primo Principio della Termodinamica

$$\begin{aligned}\Delta E_{int} &= E_{int,f} - E_{int,i} = \Delta Q - \Delta W \\ dE_{int} &= dQ - dW\end{aligned}$$

Applicazioni del Primo Principio

Il primo principio della termodinamica trova applicazione in numerosi casi particolari, tra cui:

- *Trasformazioni Isocore (V costante)*: $W = 0 \implies \Delta E_{int} = \Delta Q$
- *Trasformazioni Isobara (p costante)*: $W = p(V_2 - V_1)$, $Q = nc_p\Delta T$
- *Trasformazioni Isoterma (T costante)*: $pV = \text{cost}$, $W = nRT\ln(\frac{V_f}{V_i})$, $\Delta E_{int} = 0$ $Q = +W$
- *Trasformazioni Cicliche*: $\Delta E_{int} = 0 \implies \Delta Q = \Delta W$
- *Trasformazioni ad Espansione Libera*: si tratta di trasformazioni adiabatiche nelle quali non viene compiuto alcun lavoro sul sistema o da parte di esso. Ad esempio se abbiamo due contenitori collegati isolati dall'esterno. Nel primo c'è un gas mentre il secondo è vuoto. Nel

momento in cui apriamo il rubinetto che collega i due, il gas inizia ad occupare lo spazio vuoto ma non cambiando calore non compie lavoro (siccome ci troviamo in un sistema isolato), inoltre, la sua espansione non è contratasta da alcuna pressione . Siamo quindi nella seguente situazione: $\Delta Q = \Delta L = 0 \implies \Delta E_{int} = 0$

- *Trasformazioni Adiabatiche*: $Q = 0 \implies \Delta E_{int} = -\Delta W$ $pV^\gamma = \text{cost}$ con $\gamma = \frac{c_p}{c_v} \implies c_p = c_v + R \implies \gamma = \frac{c_v+R}{c_v}$. Ricodiamo inoltre che $c_v =$ (per tipo di gas):
  - Monoatomico: $\frac{3}{2}R$
  - Biatomico: $\frac{5}{2}R$
  - Poliatomico: $3R$

Conduzione, Convezione ed Irraggiamento

Conduzione

$$P_c = \frac{Q}{t} = kA\frac{T_1 - T_2}{l}$$

Resistenza termina alla conduzione

$$R = \frac{l}{k}$$

Convezione

La convezione ha luogo quando le differenze di temperatura causano il moto che trasferisce calore all'interno di un fluido.

Irraggiamento

$$P_r = \sigma \epsilon A T^4$$

Dove $\sigma = 5,6703 \cdot 10^{-8}$ $[\frac{W}{m^2 \cdot K^4}]$ è la costante di Stefan-Boltzmann, ϵ è l'emittanza caratteristica della superficie, A è l'area irraggiante e T la temperatura superficiale in Kelvin. La potenza P_a che un oggetto assorbe per via radiativa dell'ambiente a temperatura uniforme T_{amb} (in Kelvin) è:

$$P_a = \sigma \epsilon A T_{amb}^4$$

Numero di Avogadro

$$N_a = 6,022 \cdot 10^{23}$$

Massa molare

$$M = mN_a$$

Numero di moli

$$n = \frac{N}{N_A} = \frac{M_{cam}}{M} = \frac{M_{cam}}{mN_A}$$

Gas ideale o Gas perfetti

$$pV = nRT$$

Con:

- p Pressione del cilindro.
- n Numero di moli.
- R Costante dei gas $= 8,31 \ \frac{J}{mol \cdot K}$
- T Temperatura del cilindro.

Questa legge si può scrivere anche come:

$$pV = NkT$$

Dove k è la costante di Boltzmann e vale:

$$k = \frac{R}{N_A} = 1,38 \cdot 10^{-23} \left[\frac{J}{K}\right]$$

Equazione di stato per i gas ideali DA VERIFICARE

$$(p + \frac{an^2}{v^2})(V - nb) = nRT$$

Pressione, temperatura e velocità molecolare

$$p = \frac{nMv_{qm}^2}{3V}$$

Dove $v_{qm} = \sqrt{v^2}$ è la **velocità quadratica media** delle molecole del gas. Con l'equazione dei gas perfetti si ha:

$$v_{qm} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

Elettrostatica

Legge di Coulomb

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\widehat{r}$$

Con:

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

Sostituendo nella Legge di Coulomb otteniamo:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\widehat{r}$$

Principio di sovrapposizione

Se su una particella agiscono più forze di carica, la F_{tot} non sarà altro che la somma vettoriale di tutte le forze!

Corrente elettrica

$$i = \frac{dq}{dt}\ [A \cdot s]$$

La carica è quantizzata

$$q = ne$$

dove $e = 1,602 \cdot 10^{-19}[C]$ è la cosstante elementare, una delle costanti fondamentali della materia.

Particella	Carica
Elettrone	$-e$
Positrone	$+e$
Protone	$+e$
Antiprotone	$-e$
quark	$\pm\frac{1}{3}e \quad \pm\frac{2}{3}e$
Neutrone	0

Campo Elettrico

$$E = \frac{F}{q_0}$$

Principio di sovrapposizione

$$E = \frac{F_0}{q_0} = \frac{F_{01} + F_{02} + \cdots + F_{0n}}{q_0} = E_1 + E_2 + \cdots + E_n$$

Campo elettrico generato da una carica lineare

- *Densità di carica lineare* λ: numero di cariche per unità di lunghezza.

$$\lambda = \frac{Q}{m}$$

- *Densità di carica superficiale* σ: numero di cariche per unità di superifice.

$$\sigma = \frac{Q}{m^2}$$

- *Densità di carica volumetrica* ρ: numero di cariche per unità di volume.

$$\rho = \frac{Q}{m^3}$$

Flusso di Campo Elettrico

Caso 1: superficie piana e parallela con campo E uniforme

$$\Delta\phi = E\Delta A = E\Delta A \cos\Theta$$

Che sull'interezza della superficie diventa:

$$\phi = \int E \cos\Theta \, dA = E \cos\Theta \int dA = E \cos\Theta A$$

Caso 2: superficie chiusa e campo E uniforme

$$\phi = \oint E \, dA$$

L'unità di misura del flusso è la seguente:

$$[\phi] = [E][A] = [N]\frac{[m^2]}{[C]}$$

Teorema di Gauss

$$\phi = \oint E \, dA = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Non hanno alcuna importanza la dimensione e al forma della superficie, l'importante è che sia chiusa.

Campo elettrico generato da un filo conduttore infinitamente lungo

$$E \cdot 2\pi r h = \frac{\lambda h}{\varepsilon_0} \implies E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

Campo elettrico esterno generato da un conduttore

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

Potenziale Elettrico

$$V = \frac{-W_\infty}{q_0} = \frac{U}{q_0}$$

Energia Potenziale Elettrica

$$U = qV$$

Se la particella si sposta subendo una variazione di potenziale ΔV, la variazione di energia potenziale elettrica è:

$$\Delta U = q\Delta V = q(V_f - V_i)$$

Energia Meccanica

$$\Delta K = -q\Delta V$$

Se al contrario è presente una forza applicata che compie lavoro w_{app} su di essa, la variazione di energia cinetica diventa:

$$\Delta K = -q\Delta V + W_{app}$$

Nel caso particolare in cui $\Delta K = 0$:

$$W_{app} = q\Delta V$$

Superfici Equipotenziali

Calcolo di V a partire da E

$$V_f - V_i = -\int_i^f E\, ds$$

Se il punto iniziale è posto all'infinito e $V_i = 0$ si ha, per il potenziale in un punto:

$$V = -\int_i^f E\, ds$$

Nel caso particolare di un campo uniforme di modulo E, la differenza di potenziale tra le due linee equipotenziali adiacenti (necessariamente parallele) separate da una distanza $Deltax$ è data da:

$$\Delta V = -E\Delta x$$

Potenziale generato da cariche puntiformi

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

dove q ha lo stesso segno di V. Il potenziale dovuto a una distribuzione di cariche puntiformi è:

$$V = \sum_{i=1}^{n} V_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i}$$

Potenziale elettrico generato da una carica continua

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{r}$$

dove l'integrale è esteso all'intera distribuzione.

Calcolo di E partendo da V

$$E_s = -\frac{\partial V}{\partial s}$$

Si possono definire le componenti di E secondo x, y e z nel seguente modo:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$$
$$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}$$
$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

Se il campo E è uniforme, la prima equazione si riduce a:

$$E = -\frac{\Delta V}{\Delta s}$$

Energia Potenziale di un sistema di cariche puntiformi

$$U = L = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r}$$

Elettrodinamica

Condensatori

Capacità di un condensatore

$$q = C\Delta V$$

con C costante di proporzionalità dipendente dalla geometria del condesaotre. Indica capacità elettrica del condensatore.

Calcolo della capacità elettrica di un condensatore

Procedimento generale:

- Si assume che ci sia una carica q sui piatti.
- Si calcola E tra i due piatti in funzione di q, con la legge di Gauss.
- Si calcola ΔV a partire da E
- Si calcola C

Capacità elettrica di un condensatore piano

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

Capacità elettrica di un condensatore cilindrico

$$C = \frac{q}{\Delta V} \implies C = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln(\frac{b}{a})}$$

Capacità elettrica di un condensatore sferico

$$C = \frac{q}{\Delta V} \implies C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{ab}{b-a}$$

La capacità per una *sfera isolata* di raggio r sarà:

$$C = 4\pi\varepsilon_0 r$$

Condensatori in Serie e Parallelo

Condensatori in Serie

$$C_{eq} = \sum_{j=1}^{n} C_j$$

Condensatori in Parallelo

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{C_j}$$

Energia potenziale di un condensatore

$$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2$$

La **densità di energia** u, ossia l'energia potenziale per unità di volume, è data da:

$$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

Capacità in presenza di un dielettrico

LEgge di Gauss in presenza di un dielettrico

$$\varepsilon_0 \oint \varepsilon_r R \cdot dA = q$$

Corrente elettrica

$$i = \frac{dq}{dt} \left[A = \frac{C}{s} \right]$$

Densità di corrente elettrica

$$i = \int J \, dA$$

Resistenza

$$R = \frac{V}{i} \left[1\Omega = 1\frac{V}{A} \right]$$

Resistività e conducibilità

$$\rho = \frac{E}{J} = \frac{1}{\sigma}$$

Resistenza in Serie

$$R_{eq} = \sum_{j=1}^{n} R_j$$

Resistenza in Parallelo

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{R_j}$$

Legge di Ohm

La legge di Ohm asserisce che la corrente che scorre attraverso un dispositivo è *sempre* direttamente proporizionale alla differenza di potenziale applicata al dispositivo stesso

Potenza nei Circuiti Elettrici

:

$$P = iV$$

Forza elettromotrice di un generatore di Tensione

$$\xi = \frac{dW}{dq} \, [V]$$

Analisi dei circuiti

La variazione di potenziale attraverso una resistenza nella direzione della corrente è $-iR$; nella direzione opposta è $+iR$. La variazione di potenziale attraverso una generatore f.e.m ideale nella direzione della freccia della f.e.m è $+\xi$; nella direzione opposta è $-\xi$. Il principio di conservazione dell'energia porta alla legge delle maglie (secondo principio di Kirchoff).

Legge delle maglie

La somma algebrica delle variazioni di potenziale incontrate in un giro completo di un qualsiasi circuito deve essere uguale a zero.
La conservazione della carica si esprime nella legge dei nodi (primo principio di Kirchoff).

Legge dei nodi

La somma algebrica delle variazioni di potenziale che si dipartono da qualsiasi nodo deve essere uguale alla somma delle correnti che giungono allo stesso nodo.

Circuiti RC

$$q = C\xi(1 - e^{\frac{-t}{RC}})$$

nella quale $C\xi = q_0$ è la carica all'equilibrio e $RC = \tau$ è la **costante di tempo capacitiva** del circuito. Durante la carica la corrente è:

$$i = \frac{dq}{dt} = (\frac{\xi}{R})e^{\frac{-t}{RC}}$$

Quando un condensatore si scarica attraverso una resistenza R, la carica del condensatore decade secondo l'espressione:

$$q = q_0 e^{\frac{-t}{RC}}$$

Durante la scarica la corrente è:

$$i = \frac{dq}{dt} = -\frac{q_0}{RC}e^{\frac{-t}{RC}}$$

Elettromagnetismo

Forza di Lorentz

$$F_B = qv \times B = qvB\cos\Theta \; [T]$$

Carica in moto circolare uniforme

$$|q|vB = \frac{mv^2}{r}$$

da cui troviamo il raggio:

$$r = \frac{mv}{|q|B}$$

La frequenza di rivoluzione f, la pulsazione ω e il periodo T sono dati da:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T} = \frac{|q|B}{2\pi m}$$

Forza agente su un filo percorso da corrente

$$F_B = iL \times B$$

La forza agente su un elemento infinitesimo idL in un campo magnetico è:

$$dF_B = idL \times B$$

Campo Magnetico generato da una corrente elettrica

Legge di Biot-Savart

$$dB = \left(\frac{\mu_o}{4\pi}\right)\frac{ids \times r}{r^3}$$

In questo caso r è il vetore diretto dall'elemento di corrente verso il punto in questione. La quantità chiamata μ_0, chiamata costante di permeabilità magnetica nel vuoto, ha un valore pari a $4\pi \cdot 10^-7 = 1,26 \cdot 10^{-6} T \frac{m}{A}$.

Campo magnetico in un filo lungo rettilineo

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

Campo magnetico in un filo piegato ad arco

$$B = \frac{\mu_0 i \phi}{4\pi R}$$

Forza tra due fili conduttori paralleli

$$F_{ba} = i_b L B_a \sin 90 = \frac{\mu_0 L i_a i_b}{2\pi d}$$

Legge di Ampere

La legge di Ampere afferma:

$$\oint B \, ds = \mu_0 i_{ch}$$

Solenoide

$$B = \mu_0 i n$$

dove n è il numero delle spire per unità di lunghezza. Perciò il campo magnetico interno è uniforme.