Testi degli Esami di Analisi Matematica

Fabio Ferrario

2022

1 Febbraio 2021

1

Sia data la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$, con $a_n \geq 0$. Per la convergenza della serie la condizione $a_n \sim \frac{1}{n^2}$ è

(a) sufficiente ma non necessaria	**(c)** necessaria ma non sufficiente
(b) necessaria e sufficiente	**(d)** nè necessaria nè sufficiente

1b

Sia data la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$, con $a_n \geq 0$. Per la convergenza della serie la condizione $a_n \sim \frac{1}{n}$ è

(a) sufficiente ma non necessaria	**(c)** necessaria ma non sufficiente
(b) necessaria e sufficiente	**(d)** nè necessaria nè sufficiente

2

La funzione $f_{a,b}(x) = \begin{cases} ax + x^2 & x \leq 0 \\ be^x + \sin(x) - 1 & x > 0 \end{cases}$ è continua in $x = 0$ sse:

(a) $b = 1$ e per ogni a	**(c)** per ogni $a, b \in \mathbb{R}$
(b) $a = 0$,$b = 1$	**(d)** per nessun valore di a, b

2b

La funzione $f_{a,b}(x) = \begin{cases} x + ax^2 & x \leq 0 \\ e^x + \sin(x) - b & x > 0 \end{cases}$ è continua in $x = 0$ sse:

(a) $b = 1$ e per ogni a	**(c)** per ogni $a, b \in \mathbb{R}$
(b) $a = 0$,$b = 1$	**(d)** per nessun valore di a, b

2 Luglio 2021

Domande Chiuse

O1

La funzione $f(x) = \begin{cases} \sin x^2 + a & x \le 0 \\ \frac{\ln(1+x)}{2x} + \frac{3}{2} & x > 0 \end{cases}$ è continua se:

(a) $a = 3/2$	**(c)** $a = 5/2$
(b) $a = 2$	**(d)** $a = 0$

O2

Sia $f(x) = x^2 + 2x + 2$. allora $\frac{d}{dx} \ln(f(x))$ per $x = 1$ è

(a) 1	**(c)** 2/5
(b) 4	**(d)** 4/5

O3

La funzione $f(x) = x^5 + x^3 - 1$ ha quanti flessi?

(a) Ha 5 flessi	**(c)** non ha flessi
(b) Ha 1 flesso	**(d)** ha 3 flessi

O4

$\int_0^1 xe^x dx =$

(a) 0	**(c)** 1
(b) -1	**(d)** e

O5

La funzione $f(x) = \begin{cases} -|x+3| & -6 < x < -1 \\ -2x^2 & -1 \le x < 1 \end{cases}$

(a) non è limitata	**(c)** ha un unico punto di massimo
(b) ha minimo	**(d)** ha come immagine un intervallo

O6

Sia $f(x) = x\ln(x+1) - x^2$, il rapporto incrementale di f relativo all'intervallo $[0, e-1]$ vale)

(a) $(e-2)(e-1)$	**(c)** $e - 2$
(b) $(2-e)(e-1)$	**(d)** $2 - e$

O7
La serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2}{n \ln n + 2n^{\alpha+1}}$

(a) converge per ogni $\alpha > 0$	**(c)** converge se e solo se $\alpha > 2$
(b) diverge per ogni $\alpha > 0$	**(d)** converge se $0 < \alpha < 1$

Domande Aperte

1 Data la funzione $f(x) = \ln x - \ln^2 x$, si studi:

1. Dominio
2. Limiti ai punti di frontiera del dominio
3. Eventuali asintoti
4. Estremanti (specificando se relativi o assoluti)
5. Monotonia
6. Punti di flesso
7. Tangente di flesso

2 data la funzione $f(x) = x \sin x$

1. Si scrivano tutte le primitive
2. Si determini,se esiste, la primitiva ϕ tale che $\phi(\pi) = 2\phi(0)$
3. si calcoli $\int_0^\pi f(x)dx$

3 Sia $\sum_{n=1}^{+\infty} \cos(\pi n) \sin \frac{1}{n}$.

1. Per studiare la serie uso il critedio:
2. La successione $\sin \frac{1}{n}$ è strettamente:
3. La serie data:
4. E la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \sin \frac{1}{n}$:

3 Luglio 2022

Domande Chiuse

1 CONVERGENZA DI UNA SERIE

La serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^{(\alpha+1)/2} ln^2 n}$

(a) Converge sse $\alpha \geq 1$
(b) Converge sse $\alpha > 1$
(c) converge $\forall \alpha \in \mathbb{R}$
(d) diverge sse $\alpha \leq 1$

2 DERIVABILITÀ

La funzione $f(x) = \begin{cases} a \sin x - b^2 & -2 \leq x \leq 0 \\ 1 - e^x 0 < x \leq 3 \end{cases}$ è derivabile in $x = 0$ sse

(a) $a = -1, b = 1$
(b) $a = -1, b = 0$
(c) $a = -1, \forall b \in \mathbb{R}$
(d) $\forall a \in \mathbb{R}, b = 0$

3 COMPOSIZIONE DI FUNZIONI

Date le funzioni $f(x) = \ln(x), g(x) = x^3, h(x) = 2 - x$, la funzione composta $(h \circ g \circ f)(x)$ è:

(a) $2 - \ln(x^3)$
(b) $2 - x^3 - \ln x$
(c) $(2 - \ln x)^3$
(d) $2 - (\ln x)^3$

4 INTERVALLI

Quali dei seguenti insiemi è un intervallo?

(a) $\{x \in \mathbb{R} : 3|x| \geq 1\}$
(b) $\{x \in \mathbb{R} : |x^2 - 1| < 1\}$
(c) $\{x \in \mathbb{R} : 2|x| \geq x^2\}$
(d) $\{x \in \mathbb{R} : |x^2 - 1| \geq 1\}$

5 LIMITI DI SERIE

$\lim\limits_{n \to +\infty} n^2 \sin(\frac{1}{n+n^2})$ vale

(a) 1
(b) non esiste
(c) $+\infty$
(d) 0

6 INTEGRALI

Una primitiva della funzione $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^{2x}+1}$ è:

(a) $2\ln(e^x + 1) + 3$
(b) $2\ln(e^x + 1) + 1$
(c) $\ln(e^{2x} + 1) - 4$
(d) $\frac{ln(e^{2x}+1)}{2} + 7$

7 MASSIMO/MINIMO

La funzione e^{-x^2} ha in $x = 0$:

(a) Un punto di massimo
(b) Un punto di minimo
(c) Un punto di flesso
(d) Un punto di discontinuità

8 -

La funzione $f(x) = e^{3x-x^3}$ è monotona decrescente sse:

(a) $x \in [-1, 1]$
(b) $x \in (-\infty, 1]$
(c) $x \in (-\infty, -1] \vee [1, +\infty)$
(d) $x \in [-1, +\infty)$

Domande Aperte

1 Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = (x^2 - 2x)e^{-x}$. Allora:

- Dominio
- Limiti
- Asintoti
- Massimi/Minimi
- Più grosso intervallo di convessità del tipo $(k, +\infty)$
- Polinomio di Mclaurin del secondo ordine:
- La funzione $g(x) = f(x) + \sqrt{x^2 - x}$ per $x \to +\infty$ ha asintoto obliquo di equazione:

2 Data la funzione $f(x) = \frac{1}{x \ln^x} : (1, +\infty) \to \mathbb{R}$,

- Si scrivano tutte le primitive e il loro dominio di definizione
- Si determini la primitiva che assume in $x = e$ lo stesso valore della funzione $g(x) = \frac{e}{x}$
- La media integrale di $f(x)$ sull'intervallo $[e, e^3]$ vale

4 Settembre 2019

Domande Chiuse

5 Settembre 2019

Domande Chiuse

1

La serie $\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n\frac{1}{n^3}$

(**a**) converge asolutamente
(**b**) converge, ma non assolutamente
(**c**) diverge
(**d**) è irregolare

2

$\lim_{n\to+\infty}\frac{n^3+5ln^2n-n^2\sqrt{n^3+1}}{-n^3+e^{1/n}-n^2\sqrt{n}}$ è

(**a**) $-\infty$
(**b**) $+\infty$
(**c**) 1
(**d**) 0

3

La funzione $f(x)=x^2+2\ln x$ è convessa se e solo se

(**a**) $x\in(-1,1)$
(**b**) $x\in(0,1)$
(**c**) $x\in(1,+\infty)$
(**d**) $x\in(0,+\infty)$

4

La funzione $f(x)=\begin{cases}\frac{ln(1+x^2)}{x} & x>0\\ 1+k\cos x & x\leq 0\end{cases}$ è continua in $x=0$ se e solo se

(**a**) k=0
(**b**) k=1
(**c**) k=-1
(**d**) per nessun valore di k

5

L'insieme delle soluzioni della disequazione $\sqrt{4-x^2}\leq\sqrt{3}$ è

(**a**) $[-2,-1]\cup[1,2]$
(**b**) $(-\infty,-1]\cup[1,+\infty]$
(**c**) $[-1,1]$
(**d**) $(-2,-1]\cup[1,2)$

6

la funzione $f(x) = xe^x - 3e^x$ ha

(a) un punto di massimo globale

(b) un punto di minimo globale

(c) un punto di minimo locale ma non globale

(d) un punto di massimo locale ma non globale

7

Sia $a_n = \frac{1}{n^2+n}$ e $b_n = \frac{1}{n}$. Allora

(a) $a_n \sim b_n$

(b) $a_n = o(b_n)$

(c) $b_n = o(a_n)$

(d) nessuna delle alternative proposte

8

L'integrale $\int_{-2}^{5} \sqrt[3]{x+3}dx$ vale

(a) 3

(b) 315/4

(c) 45/4

(d) 7/8

Domande Aperte

1 Data la funzione

$$f(x) = \frac{lnx}{4x^2}$$

1. Si studi f e se ne tracci un grafico qualitativo (dominio, limiti ai punti di frontiera del dominio, eventuali asintoti, monotonia, punti di estremo relativo e/o assoluto, convessità/concavità);
2. si scriva l'equazione della retta tangente al grafico di f nel upnto di ascissa $x = e$;
3. si calcoli $\int_1^4 f(x)dx$

2 Data la serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} (\frac{1}{x-1})^n$$

1. Si determinino i valori di $x \in \mathbb{R}\{1\}$ per cui la serie converge;
2. per i valori determinati al punto 1, si calcoli la somma della serie.

6 Settembre 2020

Domande Chiuse

1
Dato l'insieme $A = \{\frac{(-1)^n 2n}{n+1}, n \geq 1\}$, allora

(a) $\inf A = -2$
(b) $\sup A = 4/3$
(c) $\max A = 2$
(d) $\inf A = -1$

2
$\lim_{n\to+\infty} \cos\frac{1}{n} \cdot \frac{\ln(1+\frac{1}{n})}{\frac{2}{n}+\frac{1}{n^3}} =$

(a) 1/2
(b) 1
(c) $+\infty$
(d) 0

3
La somma della serie $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{4}{3^n}$ vale

(a) 2/3
(b) 6
(c) 2
(d) -3

4
sia $(x) = \frac{1}{x} + \sqrt{x}$. Allora $\frac{d}{dx}\ln(f(x))$ per $x = 4$ è

(a) 1/12
(b) 7/36
(c) 5/36
(d) 1/36

5
sia $f(x) \begin{cases} x^2 - x & x \leq 1 \\ \frac{e^x - e}{3(x-1)^2} & x > 1 \end{cases}$ Allora in $x = 1$ la funzione f:

(a) Ha discontinuità di seconda specie
(b) Ha discontinuità di prima specie
(c) Ha discontinuità eliminabile
(d) Ha punto di continuità

6
Siano $f(x) = e^x - 2$ e $g(x) = e^{|x|}$. Allora $g \circ f(x) =$

(a) $e^{|e^x - 2|}$
(b) $e^{|x|-2}$
(c) $e^{e^{|x|}} - 2$
(d) $(e^x - 2) \cdot e^{|x|}$

7

Sia $f(x) = x^2 \ln x$. Allora f è crescente in:

(a) $(0, e^{-1/2})$	**(c)** nessun intervallo
(b) $(e^{-1/2}, +\infty)$	**(d)** $(0, +infty)$

8

$\int_0^1 \frac{3x}{x^2+1} dx =$

(a) $\frac{3}{2} \ln 2$	**(c)** $\frac{\pi}{12}$
(b) $3 \ln 2$	**(d)** $\frac{\pi}{4}$

Domande Aperte

1 data la funzione $f(x) = (1 - x)e^{\frac{1}{x}}$,

1. il suo dominio è:
2. i limiti ai punti di frontiera del dominio sono (4):
3. GLi eventuali asintoti verticali sono
4. Gli eventuali asintoti obliqui sono
5. il più ampio intervallo di monotonia del tipo $(-\infty, k)$ si ha per $k = ...$ (la monotonia è del tipo?)

2 Data la funzione $f(x) = \frac{\ln x}{x} : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$

1. Si scivano le primitive Φ:
2. si determini la primitiva Φ tale che $\Phi(e^2) = 2\Phi(e)$
3. si calcoli $\int_e^{e^2} \frac{\ln x}{x} dx =$

3 Sia $\sum_{n=1}^{+\infty}$ una serie numerica

1. La serie si dice convergente se:
2. se $a_n = \ln n - \ln(n + 1)$, si calcoli la somma parziale s_n:
3. Usando la definizione di serie convergente, si verifichi se la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} (\ln n - ln(n + 1))$ converge oppure no:

7 Settembre 2021

Domande Chiuse

1

La serie $\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n \frac{1}{2n^4}$

(a) converge assolutamente
(b) converge, ma non assolutamente
(c) diverge
(d) è irregolare

2

$\lim_{n+\to+\infty} \frac{n^3+5ne^{-n^2}-n^2\sqrt{n^3+2}}{-n^3+\cos n-n^2\sqrt{n}}$ è:

(a) $-\infty$
(b) $+\infty$
(c) 1
(d) 0

3

La funzione $f(x) = \ln x + \frac{x^4}{12}$ è convessa se e solo se

(a) $x \in (-1, 1)$
(b) $x \in (0, 1)$
(c) $x \in (1, +\infty)$
(d) $x \in (0, +\infty)$

4

la funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1-x^2)}{x^2} & x > 0 \\ 1 + k\cos x & x \leq 0 \end{cases}$ è continua in $x = 0$ se e solo se:

(a) $k = 0$
(b) $k = -1$
(c) $k = -2$
(d) per nessun valore di k

5

L'insieme delle soluzioni della disequazione $x(e^{2x} - 3) < 0$ è:

(a) $(0, \frac{\ln 3}{2})$
(b) $(-\infty, \frac{\ln 3}{2})$
(c) $(-\infty, 0) \cup (\frac{\ln 3}{2}, +\infty)$
(d) $(\frac{\ln 3}{2}, +\infty)$

6

La funzione $f(x) = e^x - xe^x$ ha:

(a) un punto di minimo globale
(b) un punto di massimo globale
(c) un punto di massimo locale ma non globale
(d) un punto di minimo locale ma non globale

7

Sia $a_n = \frac{1}{3n^2-n}$ e $b_n = \frac{1}{n}$. Allora

(a) $a_n \sim b_n$
(b) $a_n = o(b_n)$
(c) $b_n = 0(a_n)$
(d) nessuna delle alternative proposte

8

L'integrale $\int_{-2}^{5} \sqrt[3]{x+3}dx$ vale:

(a) 3
(b) 315/4
(c) 45/4
(d) 7/8

Domande Aperte

1 Data la funzione

$$f(x) = \ln x + \frac{2}{x}$$

1. Il dominio è:
2. I limiti agli estremi del dominio sono:
3. Ha asintoti? Se sì quali?
4. Quali sono gli intervalli di monotonia?
5. Ci sono estremanti? se si quali? Assoluti o relativi?
6. Si determinino gli intervalli di concavità/convessità
7. La retta tangente al graico di f nel punto di ascissa $x = 1$ ha equazione:
8. $\int_1^e f(x)dx$ vale

2 Data la serie $\sum_{n=2}^{+\infty}(\frac{1}{x-4})^n$,

1. Si determinino i valori di $x \in \mathbb{R}\backslash\{4\}$ per cui la serie converge:
2. Per i valori determinati al punto precedente si calcoli la somma della serie: