

# Testi degli Esami di Analisi Matematica

Fabio Ferrario

2022

## Indice

<b>1</b>	<b>Gennaio 2020</b>	<b>2</b>
1.1	Domande Chiuse . . . . .	2
1.2	Domande Aperte . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Gennaio 2021</b>	<b>5</b>
2.1	Domande Chiuse . . . . .	5
2.2	Domande Aperte . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Febbraio 2021</b>	<b>6</b>
3.1	Domande Chiuse . . . . .	6
<b>4</b>	<b>Luglio 2021</b>	<b>7</b>
4.1	Domande Chiuse . . . . .	7
4.2	Domande Aperte . . . . .	8
<b>5</b>	<b>Luglio 2022</b>	<b>9</b>
5.1	Domande Chiuse . . . . .	9
5.2	Domande Aperte . . . . .	10
<b>6</b>	<b>Settembre 2019</b>	<b>11</b>
6.1	Domande Chiuse . . . . .	11
<b>7</b>	<b>Settembre 2019</b>	<b>11</b>
7.1	Domande Chiuse . . . . .	11
7.2	Domande Aperte . . . . .	12
<b>8</b>	<b>Settembre 2020</b>	<b>13</b>
8.1	Domande Chiuse . . . . .	13
8.2	Domande Aperte . . . . .	14

<b>9 Settembre 2021</b>	<b>15</b>
9.1 Domande Chiuse . . . . .	15
9.2 Domande Aperte . . . . .	16

## 1 Gennaio 2020

### 1.1 Domande Chiuse

1 =

La funzione  $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1-x)}{2x} & x < 0 \\ x^2 + \frac{1}{2} & x \geq 0 \end{cases}$  ha in  $x = 0$ :

- |  |  |
|--|--|
| <p>(a) Una discontinuità di prima specie</p> | <p>(c) un punto di continuità</p>              |
| <p>(b) una discontinuità eliminabile</p>     | <p>(d) una discontinuità di seconda specie</p> |

1b =

la funzione  $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+x)}{2x} & x < 0 \\ x^2 + \frac{1}{2} & x \geq 0 \end{cases}$  ha in  $x = 0$ :

- |  |  |
|--|--|
| <p>(a) Una discontinuità di prima specie</p> | <p>(c) un punto di continuità</p>              |
| <p>(b) una discontinuità eliminabile</p>     | <p>(d) una discontinuità di seconda specie</p> |

2 =

Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  derivabile e tale che  $f(2) = 3$  e  $f'(2) = 4$ . Se  $g(x) = \sqrt{f^2(x) + 7}$  allora  $g'(2)$  vale:

- |              |              |
|--------------|--------------|
| <p>(a) 1</p> | <p>(c) 3</p> |
| <p>(b) 2</p> | <p>(d) 4</p> |

2b =

Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  derivabile e tale che  $f(2) = 2$  e  $f'(2) = 3$ . Se  $g(x) = \sqrt{f^2(x) + 5}$  allora  $g'(2)$  vale:

- |              |              |
|--------------|--------------|
| <p>(a) 1</p> | <p>(c) 3</p> |
| <p>(b) 2</p> | <p>(d) 4</p> |

**3**

La funzione  $f(x) = x^2 + 2x + k \ln x$  è strettamente convessa in  $(0, +\infty)$  se

- |              |              |
|--------------|--------------|
| (a) $k = -3$ | (c) $k = 1$  |
| (b) $k = -1$ | (d) $k = -2$ |

**3b**

La funzione  $f(x) = -x^2 + 2x + k \ln x$  è strettamente convessa in  $(0, +\infty)$  se

- |             |              |
|-------------|--------------|
| (a) $k = 3$ | (c) $k = -1$ |
| (b) $k = 1$ | (d) $k = 2$  |

**4**

Sia  $f(x) = x + e^x + \cos x$ . Il polinomio di Mc Laurin del secondo ordine di  $f$  è:

- |                              |                              |
|------------------------------|------------------------------|
| (a) $2 + 2x + \frac{x^2}{2}$ | (c) $2 + 2x$                 |
| (b) $2 + 2x + x^2$           | (d) $2 + 2x - \frac{x^2}{2}$ |

**4b**

Sia  $f(x) = -\frac{x^2}{2} + e^x + \sin x$ . Il polinomio di Mc Laurin del secondo ordine di  $f$  è:

**5**

L'integrale definito  $\int_1^2 \frac{2e^x}{e^x+2} dx$  vale:

**5b**

l'integrale definito  $\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{4e^{2x}}{e^{2x}+2} dx$  vale

**6**

L'insieme  $A = \{\frac{2+2^{-n}}{3-3^{-n}}, n = 1, 2, \dots\}$

- |                        |                                  |
|------------------------|----------------------------------|
| (a) Ha massimo $15/16$ | (c) Non è superiormente limitato |
| (b) Ha minimo $2/3$    | (d) non è inferiormente limitato |

**6b**

L'insieme  $A = \{\frac{2-2^{-n}}{3+3^{-n}}, n = 1, 2, \dots\}$

- |                      |                                  |
|----------------------|----------------------------------|
| (a) Ha minimo $9/20$ | (c) Non è superiormente limitato |
| (b) Ha massimo $2/3$ | (d) non è inferiormente limitato |

7

$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n \ln^3 n - \sqrt{n} + n^{3/2}}{2n+3 \sqrt[3]{n} - n \ln^4 n}$  vale

(a)  $-\frac{1}{3}$   
(b) 0

(c)  $+\infty$   
(d)  $-\infty$

7b

$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n \ln^3 n - \sqrt{n} - n^{1/3}}{2n^2+3 \sqrt[3]{n} - n \ln^4 n}$  vale

(a)  $-\frac{1}{3}$   
(b) 0

(c)  $+\infty$   
(d)  $-\infty$

8

La somma della serie  $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3}{4^{n+2}}$  è:

8b

La somma della serie  $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{4}{3^{n+2}}$  è:

## 1.2 Domande Aperte

1 Data la funzione:

$$f(x) = \frac{e^x}{x^2 - 1}$$

Se ne tracci un grafico qualitativo (in particolare si determinino: dominio, limiti agli estremi, eventuali asintoti, monotonia, estremanti relativi e assoluti. Non è richiesto lo studio della derivata seconda). Qual è il più grande intervallo del tipo  $(-\infty, a)$  su cui  $f$  è monotona crescente

2 Si dia la definizione di primitiva di una funzione  $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ , con  $I$  intervallo. Si determini, se esiste, una primitiva  $\phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  della funzione  $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x + \ln(x+1)$  tale che  $\phi(1) = 2\phi(0)$

3 Data la successione definita per ricorrenza:

$$\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_{n+1} = \sqrt{a_n + 2} \end{cases}$$

1. Si provi per induzione che  $a_n \geq 2$  per ogni  $n \in \mathbb{N}$ ;
2. si provi senza usare l'induzione che  $\{a_n\}$  è monotona decrescente;
3. si calcoli  $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$

## 2 Gennaio 2021

### 2.1 Domande Chiuse

1

La somma della serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} 2^{1-3n}$  vale:

- |            |           |
|------------|-----------|
| (a) $1/7$  | (c) $2/7$ |
| (b) $16/7$ | (d) $8/7$ |

2

$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 \ln^6 n - n^3 \ln^2 n + \sin n}{n^3 \ln^2 n - n^2 \ln^4 n - 3^{-n^2}}$  vale

- |               |                |
|---------------|----------------|
| (a) $-\infty$ | (c) non esiste |
| (b) $+\infty$ | (d) $-1$       |

3

La funzione  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & x \neq 1 \\ 2 & x = 1 \end{cases}$

- |                                      |  |
|--------------------------------------|--|
| (a) Ha una discontinuità eliminabile | (c) ha una discontinuità di prima specie   |
| (b) è continua su $\mathbb{R}$       | (d) ha una discontinuità di seconda specie |

4

Sia  $f(x) = x - 2e^x + \sin(x^2)$ . Il polinomio di McLaurin del secondo ordine di  $f$  è:

- |                    |                |
|--------------------|----------------|
| (a) $-2 - x - x^2$ | (c) $-2 - x$   |
| (b) $-x - x^2$     | (d) $-2 - x^2$ |

5

Tra le primitive di  $e^x \sin x$  c'è:

- |                                       |                                       |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| (a) $\frac{1}{2}e^x(\sin x + \cos x)$ | (c) $\frac{1}{2}e^x(\sin x - \cos x)$ |
| (b) $e^x(\sin x - \cos x)$            | (d) $e^{2x}(\sin x - \cos x)$         |

6

La funzione  $f(x) = \sqrt{x-4} - \frac{x}{2}$  è crescente sse

- |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|
| (a) $x \in [5, +\infty)$ | (c) $c \in (-\infty, 5]$ |
| (b) $x \in [4, 8]$       | (d) $x \in [4, 5]$       |

7

la derivata di  $f(x) = \frac{x \ln x - 1}{x^2}$  in  $x = 1$  è:

- |        |       |
|--------|-------|
| (a) -1 | (c) 0 |
| (b) 3  | (d) 1 |

8

$\lim_{x \rightarrow \pm 0}$

- |       |                 |
|-------|-----------------|
| (a) 0 | (c) non esiste  |
| (b) 1 | (d) $\pm\infty$ |

## 2.2 Domande Aperte

1 Studia la funzione

$$f(x) = \ln x - \arctan(x - 1)$$

In particolare: Dominio, limiti, asymptoti, punti di massimo/minimo (stazionari).

Qual'è l'equazione della retta tangente al grafico nel punto di ascissa  $x = 1$ ?

2 Data la funzione  $f(x) = 2x \ln x : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ , Si scrivano tutte le primitive. Si determini la primitiva  $\phi$  tale che  $\phi(e) = 2\phi(1)$ . Si calcoli  $\int_1^2 f(x) dx$ .

3 Sia  $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$  una serie numerica. Si enunci una condizione necessaria per la convergenza. La condizione enunciata è sufficiente? si motivi la risposta

## 3 Febbraio 2021

### 3.1 Domande Chiuse

1

Sia data la serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ , con  $a_n \geq 0$ . Per la convergenza della serie la condizione  $a_n \sim \frac{1}{n^2}$  è

- |                                   |                                   |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| (a) sufficiente ma non necessaria | (c) necessaria ma non sufficiente |
| (b) necessaria e sufficiente      | (d) nè necessaria nè sufficiente  |

**1b**

Sia data la serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ , con  $a_n \geq 0$ . Per la convergenza della serie la condizione  $a_n \sim \frac{1}{n}$  è

- |                                   |                                   |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| (a) sufficiente ma non necessaria | (c) necessaria ma non sufficiente |
| (b) necessaria e sufficiente      | (d) nè necessaria nè sufficiente  |

**2**

La funzione  $f_{a,b}(x) = \begin{cases} ax + x^2 & x \leq 0 \\ be^x + \sin(x) - 1 & x > 0 \end{cases}$  è continua in  $x = 0$  sse:

- |                            |                                    |
|----------------------------|------------------------------------|
| (a) $b = 1$ e per ogni $a$ | (c) per ogni $a, b \in \mathbb{R}$ |
| (b) $a = 0, b = 1$         | (d) per nessun valore di $a, b$    |

**2b**

La funzione  $f_{a,b}(x) = \begin{cases} x + ax^2 & x \leq 0 \\ e^x + \sin(x) - b & x > 0 \end{cases}$  è continua in  $x = 0$  sse:

- |                            |                                    |
|----------------------------|------------------------------------|
| (a) $b = 1$ e per ogni $a$ | (c) per ogni $a, b \in \mathbb{R}$ |
| (b) $a = 0, b = 1$         | (d) per nessun valore di $a, b$    |

## 4 Luglio 2021

### 4.1 Domande Chiuse

**O1**

La funzione  $f(x) = \begin{cases} \sin x^2 + a & x \leq 0 \\ \frac{\ln(1+x)}{2x} + \frac{3}{2} & x > 0 \end{cases}$  è continua se:

- |               |               |
|---------------|---------------|
| (a) $a = 3/2$ | (c) $a = 5/2$ |
| (b) $a = 2$   | (d) $a = 0$   |

**O2**

Sia  $f(x) = x^2 + 2x + 2$ . allora  $\frac{d}{dx} \ln(f(x))$  per  $x = 1$  è

- |       |         |
|-------|---------|
| (a) 1 | (c) 2/5 |
| (b) 4 | (d) 4/5 |

**O3**

La funzione  $f(x) = x^5 + x^3 - 1$  ha quanti flessi?

- |                 |                   |
|-----------------|-------------------|
| (a) Ha 5 flessi | (c) non ha flessi |
| (b) Ha 1 flesso | (d) ha 3 flessi   |

**O4**

$$\int_0^1 x e^x dx =$$

- |        |  |       |
|--------|--|-------|
| (a) 0  |  | (c) 1 |
| (b) -1 |  | (d) e |

**O5**

La funzione  $f(x) = \begin{cases} -|x+3| & -6 < x < -1 \\ -2x^2 & -1 \leq x < 1 \end{cases}$

- |                    |  |                                    |
|--------------------|--|------------------------------------|
| (a) non è limitata |  | (c) ha un unico punto di massimo   |
| (b) ha minimo      |  | (d) ha come immagine un intervallo |

**O6**

Sia  $f(x) = x \ln(x+1) - x^2$ , il rapporto incrementale di  $f$  relativo all'intervallo  $[0, e-1]$  vale)

- |                  |  |           |
|------------------|--|-----------|
| (a) $(e-2)(e-1)$ |  | (c) $e-2$ |
| (b) $(2-e)(e-1)$ |  | (d) $2-e$ |

**O7**

La serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2}{n \ln n + 2n^{\alpha+1}}$

- |                                    |  |  |
|------------------------------------|--|--|
| (a) converge per ogni $\alpha > 0$ |  | (c) converge se e solo se $\alpha > 2$ |
| (b) diverge per ogni $\alpha > 0$  |  | (d) converge se $0 < \alpha < 1$       |

## 4.2 Domande Aperte

1 Data la funzione  $f(x) = \ln x - \ln^2 x$ , si studi:

1. Dominio
2. Limiti ai punti di frontiera del dominio
3. Eventuali asintoti
4. Estremanti (specificando se relativi o assoluti)
5. Monotonia
6. Punti di flesso
7. Tangente di flesso



**2** data la funzione  $f(x) = x \sin x$

1. Si scrivano tutte le primitive
2. Si determini, se esiste, la primitiva  $\phi$  tale che  $\phi(\pi) = 2\phi(0)$
3. si calcoli  $\int_0^\pi f(x) dx$

**3** Sia  $\sum_{n=1}^{+\infty} \cos(\pi n) \sin \frac{1}{n}$ .

1. Per studiare la serie uso il criterio:
2. La successione  $\sin \frac{1}{n}$  è strettamente:
3. La serie data:
4. E la serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \sin \frac{1}{n}$ :

## 5 Luglio 2022

### 5.1 Domande Chiuse

1

La serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^{(\alpha+1)/2} \ln^2 n}$

CONVERGENZA DI UNA SERIE

- |                                  |  |  |
|----------------------------------|--|--|
| (a) Converge sse $\alpha \geq 1$ |  | (c) converge $\forall \alpha \in \mathbb{R}$ |
| (b) Converge sse $\alpha > 1$    |  | (d) diverge sse $\alpha \leq 1$              |

2

La funzione  $f(x) = \begin{cases} a \sin x - b^2 & -2 \leq x \leq 0 \\ 1 - e^x & 0 < x \leq 3 \end{cases}$  è derivabile in  $x = 0$  sse

DERIVABILITÀ

- |                     |  |  |
|---------------------|--|--|
| (a) $a = -1, b = 1$ |  | (c) $a = -1, \forall b \in \mathbb{R}$ |
| (b) $a = -1, b = 0$ |  | (d) $\forall a \in \mathbb{R}, b = 0$  |

3

Date le funzioni  $f(x) = \ln(x), g(x) = x^3, h(x) = 2 - x$ , la funzione composta  $(h \circ g \circ f)(x)$  è:

COMPOSIZIONE DI FUNZIONI

- |                       |  |                     |
|-----------------------|--|---------------------|
| (a) $2 - \ln(x^3)$    |  | (c) $(2 - \ln x)^3$ |
| (b) $2 - x^3 - \ln x$ |  | (d) $2 - (\ln x)^3$ |

4

INTERVALLI

Quali dei seguenti insiemi è un intervallo?

- |  |   |
|--|---|
| (a) $\{x \in \mathbb{R} : 3 x  \geq 1\}$   | (c) $\{x \in \mathbb{R} : 2 x  \geq x^2\}$    |
| (b) $\{x \in \mathbb{R} :  x^2 - 1  < 1\}$ | (d) $\{x \in \mathbb{R} :  x^2 - 1  \geq 1\}$ |

5

LIMITI DI SERIE

$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 \sin\left(\frac{1}{n+n^2}\right)$  vale

- |                |               |
|----------------|---------------|
| (a) 1          | (c) $+\infty$ |
| (b) non esiste | (d) 0         |

6

INTEGRALI

Una primitiva della funzione  $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^{2x}+1}$  è:

- |                          |                                   |
|--------------------------|-----------------------------------|
| (a) $2 \ln(e^x + 1) + 3$ | (c) $\ln(e^{2x} + 1) - 4$         |
| (b) $2 \ln(e^x + 1) + 1$ | (d) $\frac{\ln(e^{2x}+1)}{2} + 7$ |

7

MASSIMO/MINIMO

La funzione  $e^{-x^2}$  ha in  $x = 0$ :

- |                         |                               |
|-------------------------|-------------------------------|
| (a) Un punto di massimo | (c) Un punto di flesso        |
| (b) Un punto di minimo  | (d) Un punto di discontinuità |

8

La funzione  $f(x) = e^{3x-x^3}$  è monotona decrescente sse:

- |                          |   |
|--------------------------|---|
| (a) $x \in [-1, 1]$      | (c) $x \in (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ |
| (b) $x \in (-\infty, 1]$ | (d) $x \in [-1, +\infty)$                   |

## 5.2 Domande Aperte

1 Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = (x^2 - 2x)e^{-x}$ . Allora:

- Dominio
- Limiti
- Asintoti
- Massimi/Minimi
- Più grosso intervallo di convessità del tipo  $(k, +\infty)$

- Polinomio di McLaurin del secondo ordine:
- La funzione  $g(x) = f(x) + \sqrt{x^2 - x}$  per  $x \rightarrow +\infty$  ha asintoto obliquo di equazione:

**2** Data la funzione  $f(x) = \frac{1}{x \ln x} : (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,

- Si scrivano tutte le primitive e il loro dominio di definizione
- Si determini la primitiva che assume in  $x = e$  lo stesso valore della funzione  $g(x) = \frac{e}{x}$
- La media integrale di  $f(x)$  sull'intervallo  $[e, e^3]$  vale

## 6 Settembre 2019

### 6.1 Domande Chiuse

## 7 Settembre 2019

### 7.1 Domande Chiuse

1 La serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{1}{n^3}$  =

- |   |  |  |
|---|--|--|
| <p>(a) converge assolutamente</p> <p>(b) converge, ma non assolutamente</p> |  | <p>(c) diverge</p> <p>(d) è irregolare</p> |
|---|--|--|

2  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3 + 5 \ln^2 n - n^2 \sqrt{n^3 + 1}}{-n^3 + e^{1/n} - n^2 \sqrt{n}}$  è =

- |   |  |                           |
|---|--|---------------------------|
| <p>(a) <math>-\infty</math></p> <p>(b) <math>+\infty</math></p> |  | <p>(c) 1</p> <p>(d) 0</p> |
|---|--|---------------------------|

3 La funzione  $f(x) = x^2 + 2 \ln x$  è convessa se e solo se =

- |  |  |   |
|--|--|---|
| <p>(a) <math>x \in (-1, 1)</math></p> <p>(b) <math>x \in (0, 1)</math></p> |  | <p>(c) <math>x \in (1, +\infty)</math></p> <p>(d) <math>x \in (0, +\infty)</math></p> |
|--|--|---|

4

La funzione  $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+x^2)}{x} & x > 0 \\ 1 + k \cos x & x \leq 0 \end{cases}$  è continua in  $x = 0$  se e solo se

- |           |                              |
|-----------|------------------------------|
| (a) $k=0$ | (c) $k=-1$                   |
| (b) $k=1$ | (d) per nessun valore di $k$ |

5

L'insieme delle soluzioni della disequazione  $\sqrt{4-x^2} \leq \sqrt{3}$  è

- |                                       |                            |
|---------------------------------------|----------------------------|
| (a) $[-2, -1] \cup [1, 2]$            | (c) $[-1, 1]$              |
| (b) $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ | (d) $(-2, -1] \cup [1, 2)$ |

6

la funzione  $f(x) = xe^x - 3e^x$  ha

- |                                 |   |
|---------------------------------|---|
| (a) un punto di massimo globale | (c) un punto di minimo locale ma non globale  |
| (b) un punto di minimo globale  | (d) un punto di massimo locale ma non globale |

7

Sia  $a_n = \frac{1}{n^2+n}$  e  $b_n = \frac{1}{n}$ . Allora

- |                    |  |
|--------------------|--|
| (a) $a_n \sim b_n$ | (c) $b_n = o(a_n)$                     |
| (b) $a_n = o(b_n)$ | (d) nessuna delle alternative proposte |

8

L'integrale  $\int_{-2}^5 \sqrt[3]{x+3} dx$  vale

- |           |          |
|-----------|----------|
| (a) 3     | (c) 45/4 |
| (b) 315/4 | (d) 7/8  |

## 7.2 Domande Aperte

1 Data la funzione

$$f(x) = \frac{\ln x}{4x^2}$$

1. Si studi  $f$  e se ne tracci un grafico qualitativo (dominio, limiti ai punti di frontiera del dominio, eventuali asintoti, monotonia, punti di estremo relativo e/o assoluto, convessità/concavità);

2. si scriva l'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  nel punto di ascissa  $x = e$ ;
3. si calcoli  $\int_1^4 f(x)dx$

**2** Data la serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \left(\frac{1}{x-1}\right)^n$$

1. Si determinino i valori di  $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$  per cui la serie converge;
2. per i valori determinati al punto 1, si calcoli la somma della serie.

## 8 Settembre 2020

### 8.1 Domande Chiuse

1

Dato l'insieme  $A = \left\{ \frac{(-1)^n 2n}{n+1}, n \geq 1 \right\}$ , allora

- |  |  |  |
|--|--|--|
| <p>(a) <math>\inf A = -2</math></p> <p>(b) <math>\sup A = 4/3</math></p> |  | <p>(c) <math>\max A = 2</math></p> <p>(d) <math>\inf A = -1</math></p> |
|--|--|--|

2

$\lim_{n \rightarrow +\infty} \cos \frac{1}{n} \cdot \frac{\ln(1+\frac{1}{n})}{\frac{2}{n} + \frac{1}{n^3}} =$

- |   |  |   |
|---|--|---|
| <p>(a) <math>1/2</math></p> <p>(b) <math>1</math></p> |  | <p>(c) <math>+\infty</math></p> <p>(d) <math>0</math></p> |
|---|--|---|

3

La somma della serie  $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{4}{3^n}$  vale

- |   |  |  |
|---|--|--|
| <p>(a) <math>2/3</math></p> <p>(b) <math>6</math></p> |  | <p>(c) <math>2</math></p> <p>(d) <math>-3</math></p> |
|---|--|--|

4

sia  $(x) = \frac{1}{x} + \sqrt{x}$ . Allora  $\frac{d}{dx} \ln(f(x))$  per  $x = 4$  è

- |   |  |   |
|---|--|---|
| <p>(a) <math>1/12</math></p> <p>(b) <math>7/36</math></p> |  | <p>(c) <math>5/36</math></p> <p>(d) <math>1/36</math></p> |
|---|--|---|

5

sia  $f(x) \begin{cases} x^2 - x & x \leq 1 \\ \frac{e^x - e}{3(x-1)^2} & x > 1 \end{cases}$  Allora in  $x = 1$  la funzione  $f$ :

- |  |                                  |
|--|----------------------------------|
| (a) Ha discontinuità di seconda specie | (c) Ha discontinuità eliminabile |
| (b) Ha discontinuità di prima specie   | (d) Ha punto di continuità       |

6

Siano  $f(x) = e^x - 2$  e  $g(x) = e^{|x|}$ . Allora  $g \circ f(x) =$

- |                     |                               |
|---------------------|-------------------------------|
| (a) $e^{ e^x - 2 }$ | (c) $e^{e^{ x }} - 2$         |
| (b) $e^{ x  - 2}$   | (d) $(e^x - 2) \cdot e^{ x }$ |

7

Sia  $f(x) = x^2 \ln x$ . Allora  $f$  è crescente in:

- |                           |                       |
|---------------------------|-----------------------|
| (a) $(0, e^{-1/2})$       | (c) nessun intervallo |
| (b) $(e^{-1/2}, +\infty)$ | (d) $(0, +\infty)$    |

8

$\int_0^1 \frac{3x}{x^2+1} dx =$

- |                         |                      |
|-------------------------|----------------------|
| (a) $\frac{3}{2} \ln 2$ | (c) $\frac{\pi}{12}$ |
| (b) $3 \ln 2$           | (d) $\frac{\pi}{4}$  |

## 8.2 Domande Aperte

1 data la funzione  $f(x) = (1-x)e^{\frac{1}{x}}$ ,

- il suo dominio è:
- i limiti ai punti di frontiera del dominio sono (4):
- GLi eventuali asintoti verticali sono
- Gli eventuali asintoti obliqui sono
- il più ampio intervallo di monotonia del tipo  $(-\infty, k)$  si ha per  $k = \dots$  (la monotonia è del tipo?)

**2** Data la funzione  $f(x) = \frac{\ln x}{x} : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$

1. Si scrivano le primitive  $\Phi$ :
2. si determini la primitiva  $\Phi$  tale che  $\Phi(e^2) = 2\Phi(e)$
3. si calcoli  $\int_e^{e^2} \frac{\ln x}{x} dx =$

**3** Sia  $\sum_{n=1}^{+\infty}$  una serie numerica

1. La serie si dice convergente se:
2. se  $a_n = \ln n - \ln(n+1)$ , si calcoli la somma parziale  $s_n$ :
3. Usando la definizione di serie convergente, si verifichi se la serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} (\ln n - \ln(n+1))$  converge oppure no:

## 9 Settembre 2021

### 9.1 Domande Chiuse

1

La serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{1}{2n^4}$

- |                                    |                  |
|------------------------------------|------------------|
| (a) converge assolutamente         | (c) diverge      |
| (b) converge, ma non assolutamente | (d) è irregolare |

2

$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3 + 5ne^{-n^2} - n^2\sqrt{n^3+2}}{-n^3 + \cos n - n^2\sqrt{n}}$  è:

- |               |       |
|---------------|-------|
| (a) $-\infty$ | (c) 1 |
| (b) $+\infty$ | (d) 0 |

3

La funzione  $f(x) = \ln x + \frac{x^4}{12}$  è convessa se e solo se

- |                     |                          |
|---------------------|--------------------------|
| (a) $x \in (-1, 1)$ | (c) $x \in (1, +\infty)$ |
| (b) $x \in (0, 1)$  | (d) $x \in (0, +\infty)$ |

4

la funzione  $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1-x^2)}{x^2} & x > 0 \\ 1 + k \cos x & x \leq 0 \end{cases}$  è continua in  $x = 0$  se e solo se:

- |              |                              |
|--------------|------------------------------|
| (a) $k = 0$  | (c) $k = -2$                 |
| (b) $k = -1$ | (d) per nessun valore di $k$ |

5

L'insieme delle soluzioni della disequazione  $x(e^{2x} - 3) < 0$  è:

- |                                  |  |
|----------------------------------|--|
| (a) $(0, \frac{\ln 3}{2})$       | (c) $(-\infty, 0) \cup (\frac{\ln 3}{2}, +\infty)$ |
| (b) $(-\infty, \frac{\ln 3}{2})$ | (d) $(\frac{\ln 3}{2}, +\infty)$                   |

6

La funzione  $f(x) = e^x - xe^x$  ha:

- |                                 |   |
|---------------------------------|---|
| (a) un punto di minimo globale  | (c) un punto di massimo locale ma non globale |
| (b) un punto di massimo globale | (d) un punto di minimo locale ma non globale  |

7

Sia  $a_n = \frac{1}{3n^2-n}$  e  $b_n = \frac{1}{n}$ . Allora

- |                    |  |
|--------------------|--|
| (a) $a_n \sim b_n$ | (c) $b_n = o(a_n)$                     |
| (b) $a_n = o(b_n)$ | (d) nessuna delle alternative proposte |

8

L'integrale  $\int_{-2}^5 \sqrt[3]{x+3} dx$  vale:

- |           |          |
|-----------|----------|
| (a) 3     | (c) 45/4 |
| (b) 315/4 | (d) 7/8  |

## 9.2 Domande Aperte

1 Data la funzione

$$f(x) = \ln x + \frac{2}{x}$$

1. Il dominio è:
2. I limiti agli estremi del dominio sono:



3. Ha asintoti? Se sì quali?
  4. Quali sono gli intervalli di monotonia?
  5. Ci sono estremanti? se sì quali? Assoluti o relativi?
  6. Si determinino gli intervalli di concavità/convessità
  7. La retta tangente al graico di  $f$  nel punto di ascissa  $x = 1$  ha equazione:
  8.  $\int_1^e f(x)dx$  vale
- 2** Data la serie  $\sum_{n=2}^{+\infty} (\frac{1}{x-4})^n$ ,
1. Si determinino i valori di  $x \in \mathbb{R} \setminus \{4\}$  per cui la serie converge:
  2. Per i valori determinati al punto precedente si calcoli la somma della serie: