Fisica

Fabio Ferrario

2022/2023

Indice

Il corso

Il corso di Fisica 2022/2023 è diviso in due turni.

Turno 1

Il corso di fisica (turno 1) verrà svolto da:

- Davide Gerosa (Responsabile corso)
- Costantino Pacilio (Esercitatore)

Orario Per il turno 1, il corso coprirà 48 ore di lezione frontale e 20 ore di esercitazioni:

- Lunedì 13.30-16.30 U3-08, Lezione.
- Martedì 14.30-16.30 U2-02, Esercitazione.
- Mercoledì, 8.30-10.30 U1-09, Lezione.

Turno 2

Il turno 2 verrà erogato da:

- Alberto Bravin (Lezioni)
- Mario Marini (Esercitazioni)
- Lunedì 8.30-11.30 U9-01, Lezione.

Le esercitazioni saranno ogni 8 ore di lezione (2 ore esercitazione)

testo di riferimento *D.Halliday, R. Resnick. Fondamenti di Fisica (vol. 1 e 2), Casa Editrice Ambrosiana.*

Il Programma

Prerequisiti Le nozioni acquisite nel corso di Analisi Matematica, fra cui derivate ed integrali.

Contenuti Sintetici del programma:

1. Meccanica.
2. Gravitazione.
3. Fluidodinamica.
4. Onde.
5. Termodinamica.
6. Elettromagnetismo.

Programma Esteso

1. **Meccanica**. (i) Sistemi di coordinate e vettori. (ii) Moto in una e più dimensioni. (iii) Moto rettilineo uniforme, uniformemente accelerato, parabolico, armonico. (iv) Leggi di Newton. (v) Energia cinetica, energia potenziale principio di conservazione. (vi) Centro di massa. (vii) Corpo rigido. (viii) Momento lineare. (ix) Moti di rotazione e di rotolamento. (x) Momento angolare, momento di inerzia, momento torcente. (xi) Moti relativi.

2. **Gravitazione**. (i) Leggi di Keplero. (ii) Legge di gravitazione universale. (iii) Campo gravitazionale. (iv) Legge di Gauss. (v) Velocità di fuga. (vi) Potenziale efficace.

3. **Fluidodinamica**. (i) Fluidi, densità e pressione. (ii) Legge di stevino. (iii) Principio di Pascal. (iv) Forza di Archimede. (v) Equazione di Continuità. (vi) Equazione di Bernoulli.

4. **Onde**. (i) Oscillatore armonico. (ii) Pendolo semplice. (iii) Oscillatore smorzato. (iv) Risonanza. (v) Concetto di onda. (vi) Onda piana. (vii) Periodo, lunghezza d'onda, velocità. (viii) Riflessione e interferenza. (ix) Onde stazionarie. (x) Onde sonore. (xi) Battimenti. (xii) Effetto Doppler

5. **Termodinamica**. (i) Temperatura e calore. (ii) Calore specifico, calore latente. (iii) Energia interna. (iv) Primo principio della termodinamica. (v) Trasformazioni termodinamiche. (vi) Trasmissione del calore (conduzione, convezione, irraggiamento). (vii) Legge dei gas perfetti. (viii) Teoria

cinetica dei gas. (ix) Irreversibilità, entropia. (x) Secondo principio della termodinamica. (xi) Macchine termiche. (xii) Ciclo di Carnot. (xiii) Zero assoluto.

6. **Elettromagnetismo**. (i) Carica elettrica. (ii) Legge di Coulomb. (iii) Campo elettrico. (iv) Legge di Gauss. (v) Potenziale. (vi) Conduttori. (vii) Condensatori. (viii) Corrente elettrica. (ix) Legge di Ohm. (x) Legge delle maglie, legge dei nodi. (xi) Circuito RC. (xii) Campo magnetico. (xiii) Forza di Lorentz. (xiv) Legge di Biot-Savart. (xv) Legge di Ampere. (xvi) Induzione elettromagnetica. (xvii) Legge di Faraday-Lenz. (xviii) Circuito RL. (xix) Oscillazione LC. (xx) Oscillazione Smorzata RLC. (xxi) Cenni di magnetismo nei materiali. (xxii) Legge di Ampere-Maxwell. (xxiii) Correnti di spostamento. (xxiv) Equazioni di Maxwell. (xxv) Onde elettromagnetiche. (xxvi) Velocità della luce.

L'Esame

L'esame ha *una prova scritta e una orale facoltativa.*

Prova scritta La prova scritta consite in alcuni esercizi da svolgere e alcune domante teoriche. Ha una durata di 2 ore, il voto massimo è 30/30 e *non vengono sottratti punti per le risposte sbagliate.* Ogni esercizio ha l'indicazione del punteggio e le risposte devono essere complete. è consentito l'utilizzo della calcolatrice (non grafica) ma *non del formulario.*

Prova orale Totalmente facoltativa, ha un punteggio di ± 5 ed è necessaria per il raggiungimento della *lode.*

Capitolo 1

Materiale Propedeutico

In questo capitolo introdurremo degli argomenti che sono propedeutici al corso, in modo da ripassare le cose necessarie.

1.1 Trigonometria

1.1.1 Angoli e la loro Misura

Quando vogliamo misurare un angolo possiamo usare due misure: *Gradi* e *Radianti.*

DEFINIZIONE

L'angolo di un grado è *la trecentosessantesima parte di un angolo giro.* La misura in gradi dell'angolo giro è 360°
L'angolo di un radiante è quell'angolo che su una circonferenza (di centro nell'origine dell'angolo) intercetta un angolo di lunghezza pari al raggio. La misura in radianti dell'angolo giro è 2π.
Più in generale, la misura α in radianti di un angolo al centro è il rapporto

$$\alpha = \frac{l}{r}$$

Dove l è la misura dell'arco sotteso dall'angolo al centro e r è il raggio della circonferenza.

La trasformazione delle misure

DEFINIZIONE

Se α è la misura in radianti di un angolo e $z°$ la sua misura in gradi, si ha:

$$\alpha : z° = \pi : 180°$$

In parole povere:

- *rad* $\rightarrow$ *deg*: $(\alpha \cdot 180)/\pi$
- *deg* $\rightarrow$ *rad*: $(z° \cdot \pi)/180$

1.1.2 Seno, Coseno e Tangente

DEFINIZIONE

Sia P un punto appartenente alla circonferenza C di centro (0,0) e di raggio 1 (circonferenza trigonometrica), e sia α l'angolo positivo descritto dal semiasse positivo delle ascisse per sovrapporsi alla semiretta OP.
Allora il punto P ha coordinate:

$$P = (\cos\alpha, \sin\alpha)$$

Periodicità Poichè la circonferenza C è lunga 2π, sommando 2π a α si fa compiere a P un giro completo e si giunge allo stesso punto P.
Quindi, per ogni α,

$$\sin(\alpha) = \sin(\alpha + 2\pi) \wedge \cos(\alpha) = \cos(\alpha + 2\pi)$$

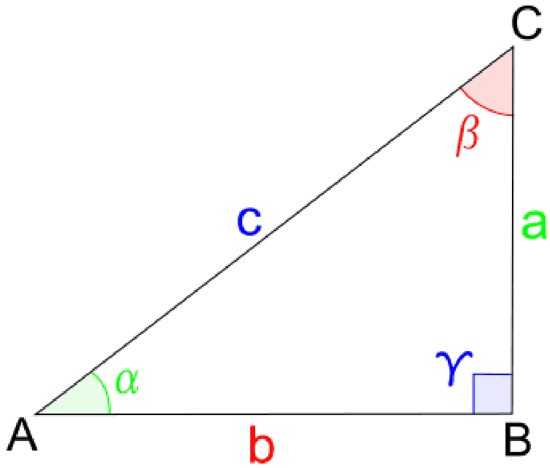
Si dice che le funzioni seno e coseno sono periodiche con periodo 2π

1.1.3 Teoremi trigonometrici sul triangolo rettangolo

Se abbiamo un vettore (di cui sappiamo il modulo) e un angolo su un asse cartesiano possiamo dividere il vettore sugli assi usando i *teoremi trigonometrici sul triangolo rettangolo.*
Se disegnamo un angolo rettangolo che usa come ipotenusa il nostro vettore, usiamo la definizione per trovare i due cateti:

DEFINIZIONE

La misura di un *cateto* è uguale a quella dell'ipotenusa per il seno dell'angolo opposto, oppure per il coseno dell'angolo adiacente.
La misura di un cateto è uguale a quella dell'altro cateto per la tangente dell'angolo opposto.



Quindi, prendendo in considerazione l'immagine:
Per il cateto a:

- β è l'angolo *adiacente all'ipotenusa*
- α è l'angolo *opposto all' ipotenusa*

Di conseguenza, avendo l'ipotenusa c e gli angoli α e β, il cateto a equivale a:

$$a = c \cdot \cos(\beta) \vee a = c \cdot \sin(\alpha)$$

quindi: $\mathbf{cateto = ipotenusa \cdot seno(opposto)}$ oppure $\mathbf{cateto = ipotenusa \cdot coseno(adiacente)}$

Capitolo 2

Introduzione alla Fisica

La fisica studia i fenomeni naturali e le leggi che li governano. Si basa sulla *Semplificazione* dei concetti, tramite *Modelli e Approssimazioni.*

Antica $\neq$ Moderna In antichità la fisica era legata alla filosofia e alla religione e vigeva il principio di autorità, *"ipse dixit"* (Aristotele).
La fisica moderna invece nasce con Galileo, separando ciò che è oggettivo da ciò che è soggettivo. Si basa sulle cose **Misurabili**.

Il metodo scientifico è un sistema che permette a chiunque abbia i mezzi di ripetere un esperimento. La scienza non è una religione, vale infatti il principio di Falsicabilità:

Principio di Falsicabilità: Se un esperimento da risultati contrastanti alle teorie correnti, allora c'è bisogno di una nuova teoria.
Ovvero ogni teoria è valida finchè non ne esiste una migliore.

2.1 Le unità di misura

Il Sistema Internazionale definisce varie unità di misure standard: lunghezza, massa, mole, etc...
In una formula, le dimensioni devono essere <u>Bilanciate</u>.

2.1.1 Le cifre significative

Un concetto molto importante è quello delle cifre significative.
Ogni Misurazione è affetto da **incertezze**:

1. Indeterminazioni nell'effettuare la Misurazione

2. Limite di sensibilità dello strumento usato

3. Capacità dello sperimentatore

4. *Aleatorietà* della sperimentazione

L'incertezza può essere *determinata* oppure *stimata*, in base al caso in esame.

Contare gli 0 Quando facciamo una misurazione, il numero di cifre significative è sempre importante, anche quando si tratta di 0, infatti vale che $39,0 \neq 39,00$ *Perchè* 3 cifre significative $\neq$ 4 cifre significative.

Proprietà delle cifre significative

- **Moltiplicando (o dividendo)** quantità affette da incertezza, il numero determinato ha *lo stesso numero di cifre significative della Meno accurata delle quantità*

- **Sommando (o sottraendo)** Vale la stessa proprietà.

Ordini di grandezza è un'approssimazione di un numero e indica la potenza di 10 più vicina al numero dato

2.1.2 Vettori e scalari

Esistono due tipi di grandezze nella fisica:

- **Grandezze Scalari**: determinate da un solo numero (la misura) ed una unità di misura.

- **Grandezze Vettoriali**: determinate da più valori $\rightarrow$ *Modulo (grandezza), direzione e verso*

  - Quando diventa necessario conoscere un punto specifico di localizzazione del vettore (l'origine) si usa la dizione Vettore Applicato.

I Vettori e le proprietà

Algebra Vettoriale

- a=b : vettori uguali *sse* hanno lo stesso modulo, direzione e verso.
- b=-a: vettori opposti *sse* hanno stesso modulo e direzione ma verso opposto
- vettore nullo: sse ha modulo nullo

Somma e differenza di vettori:

Capitolo 3

Cinematica

La Cinematica è la parte della Meccanica che studia il moto e le sue caratteristiche indipendentemente dalle cause

3.1 Moto del Punto 1D

Sia dato un sistema di riferimento orientato x. Sia dato un punto materiale. Avremo queste tre formule (dei *moduli*):

Spostamento: $\overrightarrow{s} = \Delta x = x_2 - x_1$

Velocità Media: $\overrightarrow{v_m} = \frac{(x_f - x_i)}{(t_f - ti)} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

Velocità Istantanea: $\overrightarrow{v_x} = \lim_{t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$

Spostamento $\neq$ Distanza Lo *spostamento* è un vettore che si annulla quando il punto torna alla posizione di partenza (in un tempo diverso), mentre la distanza è uno scalare che indica *tutta la distanza che il punto ha già percorso.*

L'accelerazione L'acelerazione è la variazione della velocità nel tempo. Le formule dell'acelerazione sono:

Accelerazione Media: $a_m = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

Accelerazione Istantanea: $a_x = \lim_{\Delta t \to 0} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv_x(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\frac{dx}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$

L'accelerazione è la derivata della velocità.

3.2 I tipi di Moto

Esistono tre tipi di moto del punto materiale 1D, ed essi variano in base all'accelerazione e alla velocità:

Moto Vario Se l'accelerazione varia continuamente, il moto non è facile da analizzare. Infatti non lo vedremo in questo corso.

3.2.1 Moto rettilineo Uniforme

Nel Moto Rettilineo Uniforme (MRU) la velocità è costante e l'accelerazione è 0. La Formula per lo spostamento è:

Spostamento MRU: $x(t) = x_i + v_x \cdot t$

Essendo uniforme sappiamo che $v_x = k$, con $k \in R$

3.2.2 Moto Uniformemente Accelerato

Come dice il nome, il Moto Uniformemente Accelerato ha Accelerazione costante. Siccome è costante è uguale in ogni momento, mentre la velocità cambia *linearmente* durante il moto.

Spostamento MRUA: $x(t) = x_i + v_i \cdot t + \frac{1}{2}a \cdot t^2$

Velocità MRUA: $v(t) = v_i + a \cdot t$

in questo caso sappiamo che $a = k$ con $k \in R$.

Notare che se $a_x = 0$ si ottiene il moto rettilineo uniforme.

La Caduta di un Grave Un caso particolare del moto rettilineo uniforme è la caduta di un grave, in cui la velocità iniziale è *zero* e l'accelerazione è quella di gravità, ovvero $g \approx 9,81 m/s^2$ ed è $\pm$ costante in tutto il mondo. Essendo il grave in caduta l'accelerazione è negativa, quindi usando le formule del moto uniformemente accelerato e applicando $a = -g = -9,81 m/s^2$ otteniamo:

$$y(t) = -\frac{1}{2}g \cdot t^2$$
$$v(t) = -g \cdot t$$

Se esplicitiamo la fromula rispetto a t (per sapere quanto ci mette a cadere un grave) e indichiamo con h l'altezza da cui cade otteniamo:

$$t_c = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Nota che la massa di un oggetto è irrilevante, quindi (nel vuoto) ci mettono tutti lo stesso tempo ad arrivare a terra.

le equazioni Cinematiche Siccome la *Derivazione è la funzione inversa dell'integrazione e viceversa* e l'accelerazione è la derivata della velocità che è la derivata dello spostamento possiamo da una ottenere l'altra e viceversa:

- $a_x = \frac{dv_x}{dt} \rightarrow dv_x = a_x dt \rightarrow v_x = \int a_x dt + C$
  - se a_x è costante allora $v_x = ... = a_x t + C$ (con C velocità iniziale)
- $v_x = \frac{dx}{dt} \rightarrow dx = v_x dt \rightarrow x = \int v_x dt + C$
  - se la velocità non è costante allora $v_x(t) = v_i + a_x \cdot t$

3.3 La cinematica del punto materiale 2D

Fin'ora abbiamo considerato solo il moto in una dimensione, adesso considereremo quella in 2 dimensioni. Quando studio il movimento 2D posso studiarlo in due modi: o studio il suo movimento in un piano o studio il cambiamento delle sue coordinate nel tempo.

Movimento in un piano Per studiare il movimento nel piano (quindi senza usare le coordinate) posso considerare ogni punto come un vettore r avente punto di applicazione in 0. In questo caso posso considerare lo spostamento da A a B nel tempo $\Delta t = t_f - t_i$ come $\Delta r = r_f - r_i$

Estensione del caso 1D Le stesse formule monodimenisonali valgono anche per il moto bidimensionale, bisogna solo usare i vettori.
Per estensione del caso 1D quindi la velocità media sarà:

$\overline{v} = \frac{\Delta r}{\Delta t}$ poichè t è uno scalare, $\overline{v}$ ha la stessa direzione e verso di Δr

Analogamente la velocità istantanea sarà

$$v = lim_{\Delta \to 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{dr}{dt}$$

Il vettore velocità è quindi la derivata del vettore posizione rispetto al tempo e in un punto avrà direzione della tangente alla curva dello spostamento in quel punto.
Quando un punto materiale viaggia su una traiettoria curva in 2D, il vettore velocità *varia di direzione punto per punto anche se il modulo rimane costante* e si verifica quindi una **accelerazione**.
L'accelerazione media si calcola:

$$\overline{a} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Analogamente ai casi simili già visti, a_m avrà la stessa direzione del vettore Δv

riassumento L'accelerazione di una particella in moto in uno spazio 2d può dunque corrispondere à:

1. una variazione del modulo di v
2. una variazione di direzione a modulo costante di v
3. una combinazione delle due

Un utile notazione diversa degli stessi concetti la si ha considerando le componenti cartesiane, in cui l'accelerazione è la somma delle acc di tutte le dimensioni cartesiane.

$$a = \frac{dv_x}{dt} i + \frac{dv_y}{dt} j + \frac{dv_z}{dt} k$$

3.4 Moto Uniformemente Accelerato in 2D

Per detereminare le equazioni del moto in 2D si estendono i concetti per il moto 1D. Questo passaggio logico è molto semplice: si *scompone il moto 2D in 2 moti 1D* sugli assi XY.

Moto con accelerazione costante Un moto 2D ad accelerazione costante è la *composizione dei due moti indipendenti lungo x ed y*, di accelerazione costante rispettivamente a_x e a_y:

$$v_f = v_i + at \implies \begin{cases} v_{xf} = v_{xi} + a_x t \\ v_{yf} = v_{yi} + a_y t \end{cases}$$

$$r_f = r_i + v_i t + \frac{1}{2}at^2 \implies \begin{cases} x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \\ y_f = x_i + v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2 \end{cases}$$

Nota che in alcuni casi le accelerazioni saranno nulle (moto costante) e le equazioni si semplificheranno.

3.4.1 Il moto di un proiettile

Il moto di un proiettile è di "facile" determinazione sotto due condizioni:

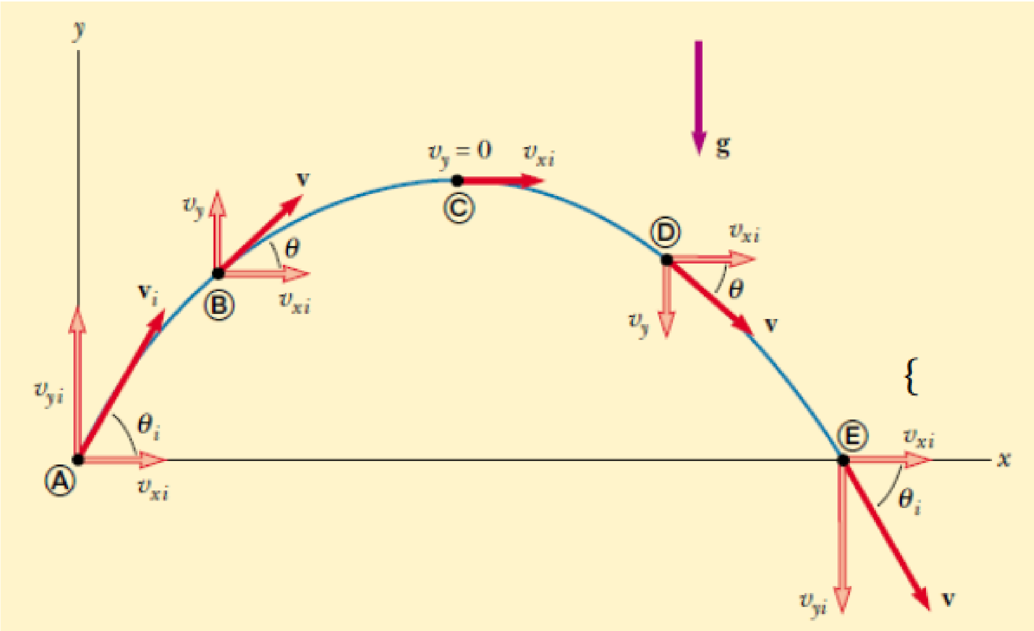
- L'accelerazione di gravità è *costante* lungo tutto il percorso del proiettile.

- La resistenza dell'aria è trascurabile.

Sotto queste condizioni il moto di un proiettile ha un'accelerazione costante ed è dunque di tipo parabolico.

I calcoli

Si consideri un proiettile lanciato con un vettore velocità iniziale $\overrightarrow{v_i}$ che forma un angolo θ_i con l'asse delle x:



Si può notare che:

- $a_x = 0$: L'accelerazione x (orizzontale) è zero
- $a_y = -g$: l'accelerazione y è la forza di gravità verso il basso.
- $v_{xi} = v_i \cdot \cos\theta_i$: la velocità iniziale orizzontale è calcolata con il coseno dell'angolo.
- $v_{yi} = v_i \cdot \sin\theta_i$: analogamente la velocità verticale è calcolata con il seno.
- $x_i = y_i = 0$ per la scelta dell'origine delle cooridnate.

Riassumendo, l'unica forza che agisce sul proiettile è quella di gravità ed agisce come accelerazione sulla componente verticale.

Troviamo velocità e posizione finale Avendo questi dati ed utilizzando le formule per il moto in 2D si ottiene:

- $v_x f = v_x i$ poichè non c'è alcuna accelerazione.
- $v_{yf} = v_{yi} - gt$, dato che la gravità rallenta il proiettile
- $x_f = v_{xi}t = (v_i \cos\theta_i)t$ sostituendo con il calcolo della velocità in x.
- $y_f = v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = (v_i \sin\theta_i)t - \frac{1}{2}gt^2$ analogamente

Se risolviamo x_f rispetto a t e la inseriamo in y_f otteniamo:

$$\begin{cases} x = (v_i \cos\theta_i)t \rightarrow t = \frac{x}{(v_i \cos\theta_i)} \\ y = (tan\theta_i)x - (\frac{g}{2v_i^2 \cos^2\theta_i})x^2 \end{cases}$$

Si noti che $y = ...$ è l'equazione di una parabola per l'origine degli assi.

3.5 Moto Circolare Uniforme

Il MCU è il moto di un punto materiale lungo una circonferenza, con **modulo della velocità costante**.
Nel Moto Circolare uniforme, dato un punto P sulla circonferenza, questo punto percorrerà spazi uguali in eguali intervalli di tempo.
In questo tipo di moto il modulo della velocità è costante, però c'è una **variazione della direzione** del vettore velocità, quindi c'è *sempre in gioco un'accelerazione*, infatti è definita acelerazione la variazione nel tempo del vettore velocità.

Le componenti del MCU

Accelerazione Centripeta O accelerazione istantanea, è diretta verso il centro della circonferenza:

Accelerazione Centripeta: $a_r = \frac{v^2}{r}$

Il pedice r indica che è **diretta lungo il raggio r** del cerchio. Anche se la velocità è costante, l'accelerazione centripeta *c'è sempre*.

Il Periodo Il tempo richiesto perchè una particella (a velocità costante) faccia il giro completo di una circonferenza è calcolato come:

Periodo: $T = \frac{2\pi r}{v}$

Velocità Tangenziale Questa velocità (indicata con v) è lo spazio percorso dal punto materiale sulla circonferenza in un periodo di tempo:

Velocità Tangenziale: $v = \frac{2\pi r}{T}$ [m/s]

Velocità Angolare A differenza della veocità tangenziale, la velocità angolare indica l'**angolo** percorso dal punto (in radianti) in un periodo di tempo:

Velocità Angolare: $\omega = \frac{2\pi}{T}$ [rad/s]

3.5.1 Moto Circolare Uniformemente Accelerato

Nel moto circolare unifromemente accelerato entra in gioco l'accelerazione totale come somma vettoriale dell'acelerazione centripeta e dell'acelerazione tangenziale. Di conseguenza l'equazione del moto sarà il sistema:

Legge Oraria MCUA: $\begin{cases} \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \\ \omega = \omega_0 + \alpha t \end{cases}$

Nel caso del moto circolare uniformemente accelerato α è l'accelerazione angolare, mentre a è l'accelerazione tangenziale

Accelerazione tangenziale/angolare Il rapporto tra acelerazione tangenziale e angolare è così definito:

$$a_t = \alpha r \implies \alpha = \frac{a}{r}$$

3.6 Moto Armonico

Il moto circolare uniforme può essere scomposto in **due moti sinusoidali** sin e cos.
MCU e MCUA possono essere perfettamente paragonati al moto rettilineo (uniforme e uniformemente accelerato). In questo caso θ è x, mentre la velocità v diventa ω.

Legge oraria (equazione del moto) Questa legge descrive il moto circolare uniforme come angolo in funzione del tempo:

$$\theta = \theta_0 + \omega t = \begin{cases} x(t) = R\cos(\theta_0 + \omega t) \\ y(t) = R\sin(\theta_0 + \omega t) \end{cases}$$

Capitolo 4

Dinamica

La Dinamica è la parte della Meccanica che studia l'influenza delle **forze** nel moto Fin'ora abbiamo solo considerato le equazioni della cinematica, cioè il moto di particelle indipendenetemente dalle cause stesse del moto. Per determinare le cause di un moto dovremmo considerare si ala massa del corpo, che le forze che agiuscono su questa massa.

In alcuni casi le Forze determinano degli *spostamenti*, ovvero un moto, ma in altri casi applicando delle forze non si verificano moti, per esempio il fatto che stiamo seduti senza cadere al suolo.

DEFINIZIONE

Un oggetto che stia fermo, o sia in moto rettilineo uniforme, accelera se e solo se la forza totale, come somma vettoriale delle forze, detta anche la **risultante delle forze**, è diversa da zero

4.1 I Legge di Newton e l'inerzia

Newton disse che "le forze determinano i cambiamenti di velocità delle masse", cioè delle *Accelerazioni.*

Introduzione Si consideri un oggetto fermo su un piano, se lo si spinge orizzontalmente, si muoverà solo quando *la forza applicata supererà la forza di attrito del tavolo.*
Per mantenere il corpo a velocità costante, bisognerà applicare una forza che eguagli la forza di attrito con il piano. La forza di attrito è una forza che va nella **direzione opposta** alla forza che stiamo applicando, quindi finché

sono uguali la loro risultante sará nulla. Se applichi una forza maggiore, l'oggetto accellererà.

Enunciato La prima legge di Newton enuncia:

DEFINIZIONE

Prima Legge di Newton: Quando un punto materiale non è soggetto a forze esterne, oppure la loro risultante è nulla, allora il punto materiale ha una velocità **Costante o Nulla**.

In parole povere, un corpo permane nel suo stato di quiete (o moto rettilineo uniforme) a meno che non intervenga una forza esterna a modificare tale stato.

4.2 II Legge di Newton

Introduciamo prima il concetto di **Massa**:

La Massa La massa di un oggetto specifica **quanta inerzia ha l'oggetto all'azione di una forza.**
Più grande è la massa, meno l'oggetto accelera come conseguenza della forza applicata. La massa è uno scalare e la sua unità di misura in SI è il *kg* ed è una caratteristica intrinseca dell'oggetto e non dipende dall'ambiente circostante. È diversa dal peso che invece dipenderà dal luogo dove l'oggetto è misurato.

Enunciato della Seconda Legge

DEFINIZIONE

L' **accelerazione** di un oggetto è direttamente proporzionale alla **risultante delle forze** agenti ed è inversamente proporzionale alla **massa**.

$$\sum \overrightarrow{F} = m\overrightarrow{a}$$

Si possono quindi correlare la massa e le forze agenti in base alla II legge di Newton.
La forza è un vettore e quindi l'espressione precedente è valida *per tutte e tre le componenti cartesiane della forza*

Il Newton N Consideriamo il modulo della formula scritta in modo compatto: $F = ma$, la sua unità di misura è il **Newton**.

DEFINIZIONE

1N (Newton) è quella forza che impressa ad una massa di 1 kg, determina una sua accelerazione di $1m/s^2$.

$$1[N] = 1[kg \cdot m/s^2]$$

Notare che con la stessa forza, all'incrementare della massa l'accelerazione decrementa.

4.3 I Sistemi Inzerziali

DEFINIZIONE

Si definisce inerzia la resistenza naturale di un oggetto alle modificazioni della sua velocità.

Un sistema di riferimento si dice inerziale se **esso non accelera**. In un sistema di riferimento inerziale vale il primo principio della dinamica.
Se in un sistema inerziale un osservatore nota che l'accelerazione di un oggetto è nulla, o, in modo equivalente, che la risultante delle forze è nulla, allora esse saranno nulle in qualunque altro sistema inerziale. Le leggi della meccanica classica sono invarianti solo per osservatori inerziali.

La terra come sistema inzerziale La terra non è un vero sistema inerziale a causa della rotazione e rivoluzione, ma siccome le accelerazioni in gioco sono molto piccole rispetto a quelle dovute alla gravità (dell'ordine di qualche punto percentuale), la terra è in ottima approssimazione un sistema inerziale.

il passaggiuo tra due sistemi di riferimento inerziali si da attraverso le trasformazioni di galileo.

4.3.1 Sistemi di riferimento non inerziali e forze apparenti

Se ci troviamo su una piattaforma rotante e rilasciamo una pallina da tennis sul pavimento di essa (a velocità nulla) osserveremo che essa accelera e si muove verso l'esterno della piattaforma stessa. Ci sembrerà che il primo principio di Newton sia invalido, un osservatore esterno però noterà che la palla ha una velocità iniziale quando viene lasciata libera sul pavimento della piattaforma (perchè la piattaforma si muove), e continua a muoversi di moto rettilineo uniforme.

Sulla piattaforma rotante, poichè la palla si muove senza che su di essa agisca alcuna forza, il **primo principio della dinamica non è valido**: ed è detto non inerziale. Anche il **secondo principio della dinamica non è valido** in un sistema non inerziale. È comunque possibile usare le leggi di Newton anche in questo tipo di sistema di riferimento, a patto che si utilizzi un trucco:

Usare le leggi di Newton in sistemi Non inerziali Il trucco che usiamo è di scrivere l'equazione $F = ma$ come se, oltre alle altre forze che possono essere presenti, agisse una forza uguale a $F = mv^2/r$ (o $m\omega^2 r$) in direzione radiale e verso l'esterno. Questa forza supplementare, che possiamo denominare forza centrifuga perché sembra che agisca verso l'esterno, è detta forza apparente o pseudoforza. È una pseudoforza («pseudo» vuol dire «falso») perché non vi è alcun oggetto che la esercita e perché, se osservato da un sistema di riferimento inerziale, questo effetto non esiste. Abbiamo inventato questa pseudoforza in modo da potere usare anche in un sistema di riferimento non inerziale il secondo principio della dinamica, F = ma.

4.4 III Legge di Newton

Se due corpi interagiscono tra di loro, la forza F_{12} esercitata dal corpo 1 sul corpo 2 è uguale in ampiezza, ed ha la stessa direzione e verso opposto della forza F_{21} esercitata dal corpo 2 sul corpo 1.

DEFINIZIONE

La terza legge di Newton enuncia:

$$F_{12} = -F_{21}$$

"Ad ogni azione corrisponde una reazione uguale e contraria".
La forza dall'oggetto 1 all'oggetto 2 è detta *azione*, l'altra è detta *reazione*

N.B. l'azione e la reazione agiscono su oggetti diversi!

4.5 La Forza di Gravità e la Forza Peso

La terra attrae tutti gli oggetti, quindi esercita una forza. Essa è chiamata *Forza di Gravità* F_g. La forza di gravità è diretta verso il centro della terra e la sua ampiezza è chiamata **peso** di un oggetto.

DEFINIZIONE

Un corpo di massa m, che è soggetto solo alla forza di gravità, si muovo di moto uniformemente accelerato con accelerazione g verso il centro della Terra.

$$g \sim 9.81 m/s^2 \text{ e si chiama Accelerazione di Gravità}$$

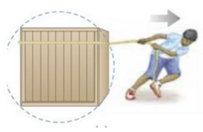
$F_g = mg$ è il **peso** di un oggetto ed è pari al modulo della forza di gravità

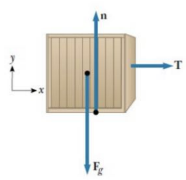
4.5.1 La Forza Normale

Se abbiamo un oggetto su un tavolo, su cui si esercita la forza di gravità, perchè non accelera in direzione di F_g? A causa della presenza del tavolo che esercita una **Forza Normale**, con stesso modulo e direzione della forza di gravità ma *di verso opposto*. La forza normale è una forza di contatto, si verifica quindi SOLO quando un oggetto è a contatto con un altro.
N.B. La forza normlae NON è la forza di reazione della terza legge di Newton perchè è esercitata sullo stesso corpo. il modulo di F_g e F_n è uguale finchè il tavolo non si rompe: $F_g = F_n = mg$

4.6 La Tensione

Se cosideriamo un oggetto trainato da una corda (su una superficie orizzontale senza attrito), avremo che *la forza esercitata dalla corda sulla scatola* è la **Tensione** e si indica di solito con $\overrightarrow{T}$.
Questa forza è applicata al punto di fissaggio del filo, diretta lungo il filo e con verso quello di allontanamento dal corpo.





4.7 La forza d'Attrito

Quando si applica una forza ad un oggetto, sembra che stia fermo e poi improvvisamente si muova: superata la resistenza iniziale, il moto appare più fluido. In generale serve più forza per mettere in moto un oggetto che a mantenerlo in moto.

Attrito Statico Quando applichiamo una forza F orizzontale a un oggetto appoggiato ad una superficie incontriamo una forza che si oppone al movimento chiamata forza d'attrito. Se l'oggetto non si muove, ovvero è statico, la forza che si oppone ad F è indicata come **forza d'attrito statico** f_s e, finchè l'oggetto rimarrà statico, avremo che $f_s = F$ le origini della forza d'attrito f_s possono essere di origine chimica o elettrostatica tra i due materiali a contatto, come a causa della rugosità del materiale che forma delle asperità che bloccano il movimento.

Attrito Dinamico Se F aumenta in modulo, pure f_s aumenta in modulo, e tutto rimane statico. Ad un certo punto f_s **non può crescere ulteriormente**, ed l'oggetto inizierà ad accelerare: in quell'esatto punto f_s è massimo (f_{s-max}).

Se $F > f_{s-max}$ l'oggetto inizierà a muoversi accelerando, facendo diminuire la forza d'attrito, diventando $< f_{s-max}$ e chiamandosi **forza d'attrito Dinamico**. Se $F = f_k$ allora l'oggetto si muoverà do moto uniforme a velocità costante, mentre se F è rimossa, la forza d'attrito frenerà l'oggetto fino a fermarlo.

Quindi Riassumento gli attriti:

- La direzione della forza di attrito statico tra due superfici in contatto è quella della forza applicata ed in verso opposto

  Attrito Statico: $F = f_s \leq \mu_s \cdot N$

  con μ_s coefficiente di attrito statico (scalare, dipende dai materiali) e N modulo della forza normale.
  Nota che quando l'oggetto sta per muoversi, vale l'eguale $F = f_s = mu_s \cdot n = f_{s-max}$

- La direzione della forza di attrito dinamico che agisce su un oggetto è nella direzione e verso opposto alla direzione del moto sulla superficie.

  Attrito dinamico: $f_k = \mu_k \cdot N$

  con μ_k coefficiente di attrito dinamico

I coefficienti di attrito dipendono dai materiali e dalla natura delle superfici, e quello dinamico dipende in generale anche da v. Avremo sempre che $\mu_k < \mu_s$.

4.8 Il Lavoro *W*

Si applichi una forza $\overrightarrow{F}$ ad un oggetto per spostarlo. La forza sarà tanto più efficace ad ottenere uno spostamento tanto più è applicata nella stessa direzione dello spostamento.

DEFINIZIONE

Il **Lavoro** W fatto da una forza di modulo costante F è il prodotto scalare della forza $\overrightarrow{F}$ per il vettore spostamento $\overrightarrow{d}$ del corpo su cui è applicata.

$$\textbf{Lavoro}: \quad W = \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{d} = F \cdot d \cdot \cos(\theta)$$

W è uno scalare con segno e θ è l'angolo tra la forza e il vettore spostamento.

Il **Segno** del lavoro W dipende dall'angolo tra F è lo spostamento. Cioè, se per fare il lavoro bisogna dare energia al sistema, allora $W > 0$. Se invece cede energia, allora $W < 0$.

Il lavoro di una forza può essere nullo ($W = 0$), in particolare lo è se:

- La forza è nulla.
- La forza non determina alcuno spostamento.
- La forza applicata è perpendicolare allo spostamento ($\cos 90 = 0$).

Unita di Misura Se la forza di 1 Newton determina lo spostamento di un oggetto di 1 metro nella stessa direzione della forza, allora si è realizzato il lavoro di **1 N · m = 1 Joule**.

Composizione di Lavori Se una particella è soggetta a più forze, alllora il lavoro totale sarà la somma algebrica dei lavori delle singole forze. Analogamente, si potrebbe calcolare la risultante delle forze, e calcoalre il lavoro effettuato dalla risultante.

Lavoro di una Forza non costante

Se abbiamo una traiettoria *non lineare*, il lavoro può essere calcolato dividendo il percorso in dei pezzi lineari, così facendo il calcolo del lavoro diventa di fatto un integrale:

$$W = \int_a^b \overrightarrow{F} \cdot d\overrightarrow{s}$$

4.9 La Forza Elastica

Sia data una **molla** di massa trascurabile con attaccata una massa qualunque appoggiata su una superficie senza attrito. con il movimento di estensione/compressione della molla lungo l'asse x. Lo zero sia definito con la posizione della massa quando la molla è a riposo.

DEFINIZIONE

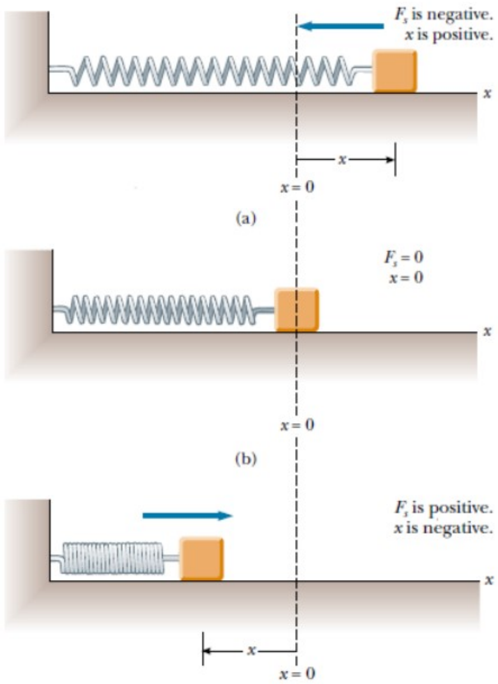
Se la molla è *estesa o compressa* essa esercita sul blocco una forza che è **proporzionale all'estensione o compressione** x **applicata**.

Questa forza elastica è descritta dalla **legge di Hooke**:

Forza di Hooke: $F = -kx$

Dove $-k$ è la **costante elastica** ed è una misura della rigidità della molla.

maggiore è k, più rigida è la molla: ovvero maggiore è k, maggiore sarà la forza per uno stesso valore di spostamento. Il meno indica che si tratta di una forza di richiamo, opposta all'estensione applicata. si tratta di una forza che varia punto per punto al variare di x.



Se la molla è estesa fino ad x_{max}, una volta rilasciata si muoverà fino ad $-x_{max}$, passando per lo zero, e così via **continuando ad oscillare**.

4.9.1 Lavoro svolto da una Forza Elastica

Come sappiamo la forza elastica *non* è una forza costante, quindi l'equazione del lavoro non è valida in questo caso. Si può però suddividere lo spostamento della molla in parti inifinitesime, di fatto valutando un integrale:

$$W_{molla} = \int_{x_i}^{x_f} F dx$$

Sviluppando questo integrale:

$$W = \int_{x_f}^{x_i} -kx\, dx = -k \int_{x_f}^{x_i} x\, dx = (-\frac{1}{2}k) \Big[x^2 \Big]_{x_f}^{x_i} = (-\frac{1}{2}k)(x_f^2 - x_i^2)$$

Quindi il lavoro svolto da una forza elastica è:

Lavoro di una forza elasitca: $W_m = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2$ [J]

Il Lavoro W_m è quindi **positivo quando il blocco si avvicina alla posizione di riposo** $x = 0$ ed è negativo quando se ne allontana. Il Lavoro è nullo se la distanza finale da $x = 0$ non è mutata.
Si può notare che se la posizione di partenza x_i è 0, allora la formula è notevolmente semplificata.

4.10 Energia Cinetica e il Teorema Lavoro-Energia Cinetica

DEFINIZIONE

L'energia cinetica rappresenta la quantità di energia associata al moto di una particella che si muove alla velocità v.

Energia Cinetica: $K = \frac{1}{2}mv^2$ [J]

L'energia cinetica e la velocità della particella aumentano se svogliamo un lavoro positivo sulla particella, quindi aumentiamo l'energia della particella, invece diminuiscono se il lavoro svolto è negativo.

4.10.1 Teorema dell'energia cinetica

Il lavoro fatto su una particella dalla risultante delle forze ΣF che agiscono su di essa è eguale alla variazione di energia cinetica della particella. Questo teorema è detto *Teorema Lavoro-Energia Cinetica.*

DEFINIZIONE

Chiamiamo ΔK la variazione di energia cinetica del corpo, e W il lavoro totale compiuto su di esso. Allora vale:

Teorema dell'energia Cinetica: $\Delta K = K_f - K_i = W$

Di conseguenza, vale anche:

$$K_f = K_i + W$$

4.11 Potenza

Se consideriamo due Automobili della stessa massa che devono fare lo stesso percorso, queste compieranno lo stesso lavoro. Ma, se una delle due macchine è più *Potente* dell'altra, questa ci metterà meno tempo.

DEFINIZIONE

La **potenza** è la rapidità con la quale viene eseguito un lavoro W in un intervallo di tempo Δt.

Se una forza esterna è applicata ad una particella e se il lavoro nell'intervallo di tempo Δt è W, avremo:

Potenza Media: $P_m = \frac{W}{\Delta t}$ [Watt]

Poichè il lavoro contribuisce a far variare l'energia di un oggetto, si può definire come potenza la velocità di trasferimento dell'energia.

Potenza Istantanea Analogamente alla velocità ed accelerazione, potremmo definire un concetto di potenza istantanea:

Potenza Istantanea: $P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}$ [Watt]

Ovvero la variazione inifinitesimale del lavoro dW fatto nell'intervallo di tempo dt. Se una forza $\overrightarrow{F}$ agisce su un oggetto nella direzione che forma un angolo θ rispetto alla sua velocità istantanea $\overrightarrow{v}$ allora la Potenza istantanea vale:

$$P = Fv\cos\theta = \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{v}$$

Cioè la potenza è anche il prodotto scalare della Forza e la velocità.

L'unità di misura Se consideriamo il lavoro di 1J compiuto in 1 secondo, la potenza sarà di 1 Watt:

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{1J}{1s} = 1Watt = \frac{[N \cdot m]}{s} = \frac{[1kg \cdot \frac{m^2}{s^2}]}{s} = \frac{[1kg \cdot m^2]}{[s^3]}$$

1 Cavallo Vapore [HP], che è una unità non SI ma tra le più usate, vale 746 Watt. Si può dunque definire una unità di misura di energia (o lavoro, che sono equivalenti) a partire da una potenza:

$$P = \frac{W}{\Delta t} \implies W = P \cdot \Delta t$$

1 Kilowattora [kWh] è l'energia convertita o consumata in 1 ora alla 'velocità' costante di 1kW. Alternativamente, è il lavoro compiuto in 1 ora dalla potenza costante di 1kW.

4.12 Energia Potenziale

Mentre l'energia cinetica è associata ad un solo oggetto, *l'energia potenziale è una forma di energia che è associata ad un sistema di oggetti.* Un **sistema** è un insieme di due o più oggetti che esercitano forze l'uno sull'altro. Se la configurazione del sistema muta, allora l'energia potenziale del sistema cambia.

4.12.1 Energia potenziale Gravitazionale

Se un oggeto è vicino alla Terra, la Terra esercita su di esso la forza gravitazionale mg, con direazione della forza pari a quella del moto dell'oggetto. La forza gravitazionale **compie un lavoro sull'oggetto**, che quindi incrementa la sua energia, cinetica in particolare.
Quando un oggetto si trova ad una certa distanza dal suolo, il sistema Terra-Oggetto ha una **energia potenziale che può trasformare in lavoro**. La conversione da energia potenziale in energia cinetica avviene lungo *tutto il tratto della caduta dell'oggetto.*
Cosa determina qunato lavoro un oggetto sospeso in aria sia in grado di fare?

- Tanto più grande la massa dell'oggetto, tanto più energia rilascierà.
- Da tanto più in altro viene lasciato cadere, tanto maggiore sarà il lavoro compiuto.

DEFINIZIONE

Il prodotto del modulo della Forza Gravitazionale mg applicata ad un oggetto di massa m che si trova all'altezza y dal suolo, assume il nome di Energia Potenziale Gravitazionale.

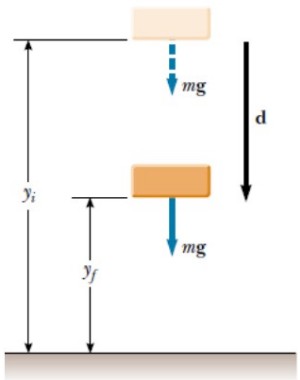
Essa è l'energia potenziale del sistema Terra-Oggetto.

Energia Potenziale Gravitazionale: $U_g = mgy$

Chiaramente questa definizione vale soltanto per oggetti vicini alla terra, per la quale g è una costante.

4.12.2 Teorema Lavoro-Energia Potenziale (Per forze conservative)

Sia un oggetto di massa m all'altezza y_i.



Il lavoro fatto dalla forza gravitazionale per passare dal punto y_i al punto y_f, cioè per effettuare lo spostamento d, è:

$$W_g = mg \cdot d = mg \cdot (y_i - y_f) = mgy_i - mgy_f = mgy_i - mgy_f$$

Ovvero:

Lavoro Forza Gravitazionale: $W_g = U_i - U_f = -\Delta U_g$

Il lavoro fatto dalla forza gravitazionale su di un oggetto è dato da **meno** la variazione dell'energia potenziale gravitazionale.
In altre parole quello che conta sono solo l'altezza dell'oggetto, rispetto alla Terra, prima e dopo il movimento e siamo quindi liberi di fissare l'origine delle coordinate dove cogliamo in altezza. Inoltre, il lavoro fatto dalla forza gravitazionale è identico sse la massa è in caduta libera oppure se scivola lungo un piano inclinato.

Unità di misura L'unità di misura del potenziale gravitazionale è lo stesso del lavoro, quindi il Joule.

4.12.3 Energia potenziale Elastica

L'energia potenziale elastica è l'energia potenziale associata allo stato di compressione o allungamento di un oggetto elastico. Per una molla, che esercita una forza elastica $F = -kx$, quando il suo *capo libero subisce uno spostamento* x l'energia potenziale elastica é:

Energia Potenziale Elastica: $U_s(x) = \frac{1}{2}kx^2$

La configurazione di riferimento vede la molla in stato di riposo con il suo capo libero i $x = 0$, ove l'energia potenziale associata è $U = 0$.
Inoltre notiamo anche che $U_s \geq 0$ sempre, perchè dipende da x^2.

4.13 Forze Conservative

Abbiamo visto che il lavoro della forza gravitazionale e di quella elastica dipoendono solo dal punto iniziale dal punto finale dello spostamento, mentre il percorso che è stato fatto è ininfluente sul lavoro eseguito: Queste forze si dicono Conservative. Il lavoro delle forze di attrito invece dipende dalla lunghezza del percorso fatto, queste forze quindi si dicono Non conservative.

Proprietà delle forze conservative Le forze conservative hanno due Proprietà:

1. Una forza è conservativa se il lavoro fatto su una particella che si muove tra due punti qualunque è indipendente dal cammino intrapreso.

2. Il lavoro fatto da una forza conservativa che si muove lungo un cammino chiuso è 0.

Si nota che queste due proprietà sono quivalenti.

Forze conservative, energia potenziale e lavoro L'energia Potenziale Associata ad una forza è definibile **solo se questa forza è conservativa**.
La relazione tra lavoro ed energia potenziale è valida per ogni forza conservativa:

$$W = -\Delta U$$

Il termine energia potenziale implica che un oggetto ha il potenziale di:

- O di guadagnare energia cinetica al costo di energia potenziale
- O di compiere lavoro quando è rilasciato in un certo punto a causa della forza conservativa esercitata su di esso da un altro membro del sistema.

4.13.1 Relazione tra Forze conservative e Energia potenziale

Consideriamo un ogggetto, che si muove lungo la direzione x, soggetto alla componente x di una forza conservativa F_x che ne determina uno spostamento Δx. Determiniamo ora F_x, se l'energia potenziale del sistema è conosciuta. Abbiamo visto che per il teorema Lavoro-Energia: $W = F_x \Delta x = -\Delta U$ Se passiamo agli infinitesimi, cioè supponiamo che la forza determini uno spostamento infinitesimale dx, allora la variazione di energia potenziale sarà anch'essa infinitesimale (dU).

$$\implies f_x dx = -dU \implies F_x = -\frac{dU}{dx}$$

Ogni forza conservativa che agisce su un oggetto di un sistema è uguale a meno la derivata dell'energia potenziale nella direzione dello spostamento.

Conclusioni finali In generale, l'energia non può essere nè creata nè distrutta ma solo trasformata da una forma all'altra. L'energia totale in un sistema isolato si conserva, ovvero resta costante.

4.14 Energia Meccanica

L'energia meccanica di un sistema è la somma dell'energia cinetica K e dell'energia potenziale U:

Energia Meccanica: $E_{mec} = K + U$

Principio di conservazione dell'energia meccanica Un sistema si dice isolato quando non vi sono forze esterne a provocare variazioni di energia all'interno. Quando in un sistema isolato agiscono **solo forze conservative**, l'energia meccanica E_{mecc} complessiva del sistema non può cambiare, è quindi una costante. Tale principio di conservazione dell'energia meccanica si esprime come:

Principio di conservazione di E_{mec}: $\Delta E_{mec} = \Delta K + \Delta U = 0$

Vedremo come la variazione dell'energia meccanica è uguale al lavoro svolto dalle forze NON conservative : $\Delta E_m = W_{nc}$

4.15 Forze Non Conservative

Una forza è non conservativa se causa una variazione dell'energia meccanica

$$\Delta E_{mec} = \Delta K + \Delta U \neq 0$$

Le forze di attrito in generale trasformano l'energia cinetica in calore, e non in energia potenziale. Ed il calore non è riconvertito in energia cinetica o potenziale.

4.15.1 Lavoro effettuato da forze Non conservative

Si sollevi e sposti un libro applicando una forza esterna; essa farà un certo lavoro, che indichiamo con W_{est}, del quale supponiamo di non sapere nulla a priori. La forza gravitazionale, che invece è conservativa, farà un lavoro W_g. Il lavoro totale sul libro, $W_{est} + W_g$ sarà eguale alla variazione dell'energia cinetica:
$W_{est} + W_g = \Delta K$, ma la forza gravitazionale è conservativa ($W_g = -\Delta U$), Quindi: $W_{est} = \Delta K + \Delta U$, cioè il lavoro della forza esterna è uguale alla variazione dell'energia meccanica.

Lavoro Non conservativo: Attrito dinamico

L'attrito dinamico è una forza non conservativa. Se la forza di attrito agisce per una lunghezza d, allora la variazione di energia cinetica $\Delta K_{attrito}$:

Variazione K per Attrito: $\Delta K_{attrito} = -f_k d$

Il lavoro della forza esterna è uguale alla variazione di energia meccanica.

4.16 Momento Lineare

In molte occasioni è utile sapere qualcosa sia riguardo l'oggetto che la sua velocità. Si definisce:

DEFINIZIONE

Momento Lineare: $\overrightarrow{p} = m\overrightarrow{v}$

Il momento Lineare (p) di una particella di massa m e che si muove a velocità v è il prodotto di massa per velocità. è un vettore con direzione e verso di $\overrightarrow{v}$.

Newton definì il momento come "quantità di moto".
Le sue dimensioni sono $[\frac{kg \cdot m}{s}]$, e poichè si tratta di un vettore si può divedere nelle varie direzioni ($p_x = mv_x$, $p_y = mv_y$, ...).
Il concetto di momento dà immediatamente un "senso" alla massa: **due particelle di massa diversa e stessa velocità avranno momenti diversi associati**.

Il Momento e la II Legge di Newton Esiste una forte connessione tra il momento e la seconda legge di Newton, infatti se *deriviamo* il momento *rispetto al tempo*:

$$\frac{d\overrightarrow{p}}{dt} = \frac{d(mv)}{dt} = ma = \Sigma F$$

La **derivata del momento** di un punto materiale di massa m è **uguale alla risultante delle forze** applicate. Se $\Sigma F = 0$, allora la derivata del momento è uguale a zero, quindi il momento è costante. Se una particella è isolata, il suo momento $\overrightarrow{p}$ sarà sempre costante.

Conservazione del momento lineare

DEFINIZIONE

Legge di **conservazione del momento lineare**: Quando due o più particelle di un sistema **isolato** interagiscono, il momento lineare totale del sistema resta costante.

Questa legge vale per una qualunque forza in un sistema isolato, l'unica cosa importante è che siano interne al sistema.

4.16.1 Impulso

DEFINIZIONE

Sia $\overrightarrow{F}$ una forza costante che agisce su una particella per un certo Δt. Si definisce **Impulso**:

$$\textbf{Impulso}: \overrightarrow{I} = \overrightarrow{F} \cdot \Delta t$$

Teorema Impulso-Momento Sia ora $\overrightarrow{F}$ una forza che agisce su una particella, e questa $\overrightarrow{F} = \overrightarrow{F}(t)$. Applichiamo la II legge di Newton:

$$\overrightarrow{F} = \frac{d\overrightarrow{p}}{dt} \implies d\overrightarrow{p} = \overrightarrow{F} dt$$

Integriamo l'espressione tra i due istanti di tempo tra i quali agisce la forza:

$$\textbf{Teorema Impulso-Momento}: \Delta\overrightarrow{p} = \overrightarrow{p_f} - \overrightarrow{p_i} = \int_{t_1}^{t_f} \overrightarrow{F} dt = \overrightarrow{I}$$

L'impulso della forza $\overrightarrow{F}$ che agisce su una particella è uguale alla variazione del momento lineare della particella determinato dalla forza. L'impulso non è una caratteristica specifica di una particella, bensì è una misura della modifica del momento lineare da parte delle forze esterne.

4.17 Urti

Un urto è un evento tra due particelle che interagiscono per un breve intervallo di tempo, determinando reciprocamente forze di impulso. Esse sono assunte essere molto maggiori di ogni forza esterna agente. Nota che in fisica un urto non vuol dire per forza contatto: due particelle cariche possono interagire e fare un urto anche a distanza.

Classificazione Gli urti possono essere caratterizzati in due differenti tipi:

- Urti Elastici: Durante l'urto tra due corpi l'Energia Cinetica totale del sistema non cambia ma si conserva completamente.
- Urti Anelastici: L'Energia Cinetica Totale non si conserva, ma parte viene dispersa (per esempio in calore o suono). Il momento però viene conservato

4.17.1 Gli Urti Anelastici

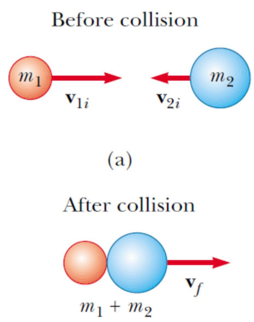
Come abbiamo detto, un urto anelastico tra due corpi è un urto nel quale non si conserva l'energia cinetica totale, ma invece **il momento si conserva**. Anche qui si dividono in due categorie:

- Perfettamente Anelastici, in cui gli oggetti viaggiano insieme dopo l'urto.
- Anelastici, in cui gli oggetti non viaggiano insieme ma parte dell'energia cinetica è persa.

Urto Perfettamente Anelastico (1D)

Siano date due particelle di massa m1 e m2 che si muovono con velocità iniziale v1i e v2i lungo una traiettoria rettilinea. Dopo la collisione, le due masse si incollano assieme e si muovono di velocità comune vf. Essendo perfettamente anelastici, il momento viene conservato:

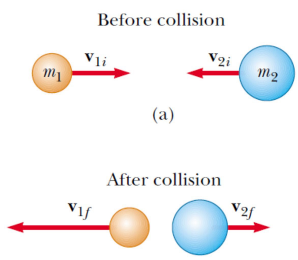
$$m_1 \cdot v_{1i} + m_2 \cdot v_{2i} = (m_1 + m_2) \cdot v_f \implies v_f = \frac{m_1 \cdot v_{1i} + m_2 \cdot v_{2i}}{m_1 + m_2}$$



4.17.2 Gli urti Elastici

In un urto elastico tra due corpi è un urto nel quale si conserva l'energia cinetica totale, oltre che il momento.

Urto elastico 1D Su cibsuderu l'urto Perfettamente Elastico come da figura. Il momento e l'energia cinetica si conservano.



Avremo quindi:

- Conservazione del momento:

$$m_1 \cdot v_{1i} + m_2 \cdot v_{2i} = m_1 \cdot v_{1f} + m_2 \cdot v_{2f}$$

- Conservazione dell'Energia Cinetica:

$$\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_{1i}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_{2i}^2 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_{1f}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_{2f}^2$$

Capitolo 5

Gravitazione

5.1 La legge di gravitazione di Newton

Nel 1655 Isaac Newton dimostrò che esiste un'atttrazione tra ogni corpo dell'universo. Questa tendenza dei corpi ad avvicinarsi prende il nome di *Gravitazione* ed è determinata dalla distanza e dalla **massa** dei corpi.

DEFINIZIONE

Date due masse separte da una distanza r, l'ampiezza della forza gravitazionale è:

Forza di Attrazione Gravitazionale: $F_g = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$ [N]

Dove G è la **costante di gravitazione universale**:

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ [N} \cdot \frac{m^2}{kg^2}]$$

Si tratta di una forza quadratica inversa, perchè la sua ampiezza varia come l'inverso della distanza tra le particelle.

Forma vettoriale In forma vettoriale, la formula della legge di gravitazione si presenta in questo modo:

$$\overrightarrow{F_g} = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot \frac{\overrightarrow{r}}{r}[N]$$

In cui $\overrightarrow{r}$ rappresenta il vettore posizione della particella 2 rispetto alla 1, quindi $\frac{\overrightarrow{r}}{r}$ è il versore, orientato e diretto come l'asse $\overrightarrow{F}$, di modulo 1. Il meno è presente perchè la forza è opposta al versore.

La forza di gravitazione universale esercitata da una massa sferica m_1 di dimensione finita su una particella m_2 ha lo stesso modulo che avrebbe se la **massa** fosse **concentrata tutta al centro** (baricentro).

Relazione gravità-distanda dalla Terra

Nella definizione di peso, indicammo con g l'ampiezza dell'accelerazione di gravità. Eguagliamo i moduli della forza di gravitazione universale con la forza peso:

$$mg = G\frac{M_T \cdot m}{R_T^2} \implies g = G\frac{M_T}{R_T^2}$$

Si consideri una massa m a distanza h dalla superficie terrestre. La distanza dal centro della terra sarà $r = h+R_T$. Il modulo della forza di attrazione gravitazionale sarà:

$$F_g = G\frac{M_T m}{r^2} = G\frac{M_T m}{(h + R_T)^2}$$

A quell'altezza l'accelerazione di gravitazione non sarà più $g = 9.81 m \cdot s^{-2}$ ma un valore diverso che indichiamo g':

$$g' = G\frac{M_T}{r^2} = G\frac{M_T}{(h + R_T)^2}$$

Questa relazione ci dice che g decresce con l'altitudine.

5.2 Le leggi di Keplero

L'astronomo tedesco Keblero scrisse un modello orbitale del moto dei pianeti. Ci riuscì grazie ai dati della rivoluzione di Marte intorno al Sole.

DEFINIZIONE

Keplero determinò che:

1. Tutti i pianeti si muovono su **orbite ellittiche** e il sole si trova in uno dei fuochi.
2. Il raggio vettore disegnato dal sole al pianeta spazza **aree uguali in tempi uguali**.
3. Il quadrato del **periodo orbitale** è proporzionale al cubo del semiasse maggiore dell'orbita ellittica:

$$\frac{a^3}{T^2} = \text{costante}$$

Le orbite dei pianeti solari sono quasi tutte assimilabili ad una circonferenza. L'eccentricità orbitale è massima per Plutone (0.248) praticamente nulla per Venere (0.0068) e di 0.0167 per la Terra. L'orbita terrestre è quindi, con ottima approssimazione, circolare.

Molti asteroidi e comete seguono le leggi dikeplero, compresa la cometa di Halley, con un orbita molto ellittica (e=0.96).
La prima legge di keplero è la conseguenza della legge di Gravitazione universale e della sua dipendenza da $\frac{1}{r^2}$. Questo fu dimostrato 50 anni dopo da Newton.

5.2.1 La terza Legge di Keplero: Legge dei periodi

Come abbiamo già detto, la terza legge di Keplero enuncia:

DEFINIZIONE

Il quadrato del periodo di un pianeta è proporzionale al cubo del semiasse maggiore della sua orbita.

$$\frac{a^3}{T^2} = \text{costante}$$

Dimostrazione Si consideri il pianeta di massa M_p che si muova attorno al Sole di massa M_s con orbita circolare. Poichè la forza gravitazionale esercitata dal Sole sul pianeta e che tiene il pianeta in movimento circolare è definita radialmente, possiamo applicare la II legge di Newton ($\Sigma F = ma = mv^2/r$, in cui v^2/r è l'accelerazione centripeta)

$$G \cdot \frac{M_s \cdot M_p}{r^2} = \frac{M_p v^2}{r}$$

Detto T il tempo di rivoluzione del pianeta, e ricordando che $v = \omega r = (\frac{2\pi r}{T}$) avremo che:

$$\Longrightarrow G \cdot \frac{M_s}{r^2} = \frac{v^2}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{rT^2}$$

$$\Longrightarrow G \cdot \frac{M_s}{4\pi^2} = \frac{r^3}{t^2}$$

$$\Longrightarrow T^2 = (\frac{4\pi^2}{GM_s}) \cdot r^3 = K_s r^3$$

Ovvero la III legge di keplero, con $K_s = \frac{4\pi^2}{GM_s} = 2.97 \times 10^{-19} \frac{s^2}{m^3}$. K_s è indipendente dalla massa del pianeta, quindi è valida per tutti i pianeti del sistema solare.
Conoscendo il periodo di rivoluzione terrestre, e la distanza media Terra-Sole (1.496*10+11 m), potremmo pure calcolarci la massa solare.

Come si può vedere dalla tabella, la III legge di Keplero, ricavata in modo così semplice, è verificata sperimentalmente (ultima colonna).

TABLE 14.2 Useful Planetary Data

Body	Mass (kg)	Mean Radius (m)	Period of Revolution (s)	Mean Distance from Sun (m)	$\frac{T^2}{r^3}$ (s^2/m^3)
Mercury	3.18×10^{23}	2.43×10^{6}	7.60×10^{6}	5.79×10^{10}	2.97×10^{-19}
Venus	4.88×10^{24}	6.06×10^{6}	1.94×10^{7}	1.08×10^{11}	2.99×10^{-19}
Earth	5.98×10^{24}	6.37×10^{6}	3.156×10^{7}	1.496×10^{11}	2.97×10^{-19}
Mars	6.42×10^{23}	3.37×10^{6}	5.94×10^{7}	2.28×10^{11}	2.98×10^{-19}
Jupiter	1.90×10^{27}	6.99×10^{7}	3.74×10^{8}	7.78×10^{11}	2.97×10^{-19}
Saturn	5.68×10^{26}	5.85×10^{7}	9.35×10^{8}	1.43×10^{12}	2.99×10^{-19}
Uranus	8.68×10^{25}	2.33×10^{7}	2.64×10^{9}	2.87×10^{12}	2.95×10^{-19}
Neptune	1.03×10^{26}	2.21×10^{7}	5.22×10^{9}	4.50×10^{12}	2.99×10^{-19}
Pluto	$\approx 1.4 \times 10^{22}$	$\approx 1.5 \times 10^{6}$	7.82×10^{9}	5.91×10^{12}	2.96×10^{-19}
Moon	7.36×10^{22}	1.74×10^{6}	—	—	—
Sun	1.991×10^{30}	6.96×10^{8}	—	—	—

5.3 Il Campo Gravitazionale

Per Newton, come per noi, era difficile concepire che le forze gravitazionali si esercitavano anche nel vuoto, senza bisogno di un mezzo.

Il concetto di Campo Un approccio descrittivo dei fenomeni a distanza, ancora completamente attuale, è quello di campo, e specificamente di campo gravitazionale. Il campo gravitazionale caratterizza lo spazio in ogni suo punto.

DEFINIZIONE

Sia data la particella di massa m, posizionata in un punto qualunque vicino alla Terra. Essa sente la forza $F_g = mg$ esercitata dalla forza gravitazionale. In altre parole c'è un campo gravitazionale $\overrightarrow{g}$, che agisce sulla massa m definito come:

Campo Gravitazionale Terrestre: $\overrightarrow{g} = \frac{F_g}{m}$

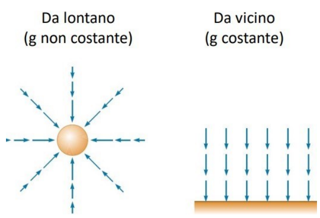
Il campo gravitazionale in un punto dello spazio è eguale alla forza percepita da una particella "di prova" di amssa m, diviso la massa della particella stessa. L'esistenza della particella di prova non è necessaria ell'esistenza del campo stesso, serve solo per identificare la sua presenza. L'oggetto che crea il campo di forze è detto sorgente. In altre parole, stiamo identificando l'effetto dovuto alla presenza di una massa in termini della Forza che eserciterebbe se un secondo oggetto (la massa di prova) fosse presente in quello spazio.

Esempio Consideriamo un oggetto di massa m vicino alla superficie terrestre. Poichè la forza gravitazionale su di esso ha modulo $G\frac{M_T \cdot m}{r^2}$, il campo $\overrightarrow{g}$ a distanza r dal centro della terra è:

$$\overrightarrow{g} = \frac{F_g}{m} = -G \cdot \frac{M_T}{r^2} \cdot \hat{r}$$

Con $\hat{r}$ il versore che punta verso l'esterno, ed il meno ad indicare che la forza è invece verso il centro della Terra.

Si noti che i vettori campo a diverse distanze dalla Terra variano in direzione ed ampiezza. In una piccola regione il campo g è approssimativamente costante ed uniforme.



5.4 L'energia potenziale gravitazionale

In precedenza abbiamo parlato di energia potenziale gravitazionale, però lì era nel caso in cui ci trovassimo sulla superficie terrestre e calcolassimo U per una particella di massa molto più piccola di quella della terra.
Qui generalizziamo il concetto considerando l'energia potenziale gravitazionale U di due particelle, di massa m e M, separate da una distanza r **determinata dalla legge di gravitazione universale**.

Si può dimostrare che laforza gravitazionale è conservativa, e inoltre è una forza centrale, ovvero diretta lungo una linea radiale ad ha ampiezza che dipende solo dalla distanza.

A differenza del caso perecedente, qui definiamo $U = 0$ nel caso in cui $r = \infty$, e definiamo che l'energia potenziale gravitazionale è negativa per ogni distanza finita e aumenta in modulo all'avvicinarsi della particella:

Energia Potenziale Gravitazionale: $U_g = -\frac{GMm}{r}$

Questa è una proprietà comune ad un sistema di due particelle, non di ogni singola particella.

Sempre negativa L'energia potenziale è sempre negativa, perchè abbiamo posto che è uguale a zero a distanze infinite.
Si può vedere anche in questo modo: Essendo $U_g = -\frac{GMm}{r}$ l'energia associata ad ogni coppia di masse, allora per separarle ad una distanza infinita (Tale che U sia zero), si dovrà fornire l'energia pari a $+\frac{GMm}{r}$.

Il valore assoluto dell'energia potenziale può essere pensato come l'energia di legame del sistema. Se un agente esterno fornisce una energia superiore a quella di legame, l'energia in eccesso viene convertita in energia cinetica.

5.4.1 Velocità di Fuga

DEFINIZIONE

Un oggetto sfuggirà all'attrazione gravitazionale di un corpo astronomico di massa M e raggio r se la sua velocità (iniziale) in vicinanza della superficie del corpo sarà non inferiore alla velocità di fuga data dalla seguente formula:

Velocità di Fuga: $v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

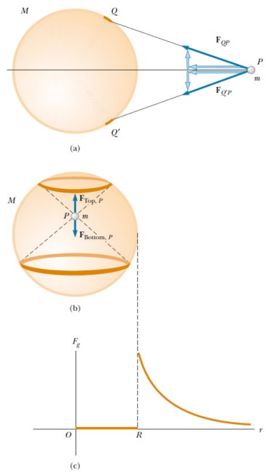
Con M massa del pianeta e R il suo raggio. Si può notare che la velocità di fuga dipende solo dal corpo celeste!

5.5 Gusci e Masse sferiche

Due casi particolari che incontreremo anche più in la con gli argomenti sono il comportamento della forza di gravità nel caso avessimo dei **Gusci** o **Masse Sferiche**

5.5.1 Forza gravitazionale tra una particella ed un guscio sferico

Sia una massa m ed un guscio sferico di massa totale M. Calcoliamoci l'attrazione gravitazionale quando m si trova **fuori dal guscio o dentro**.



Esterno del Guscio siamo nel caso in cui la massa m sia esterna al guscio di massa M e raggio R. La massa M attrae m come se **la sua massa fosse concentrata al centro** della sfera. si comporta come una sfera puntiforme, cioè:

$$F_g = -G\frac{Mm}{r^2}\hat{r}$$

in questo caso $r \geq R$.

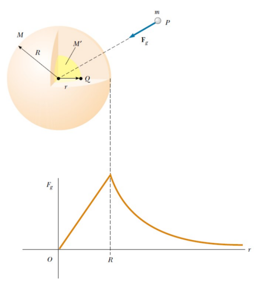
Interno del Guscio Se la massa m è interna al Guscio, si dimostra che **la forza attrattiva è 0**.ù

$$F_g = 0$$

5.5.2 Forza gravitazionale tra una particella ed una massa sferica

Vediamo ora come varia la forza di gravità su una particella quando essa si trova dentro la sfera stessa.

Sia m una piccola massa ed M una massa estesa omogenea.



Esterno della Sfera La massa si trova in P, esterno alla massa M. La massa M attrae la particella come se la sua massa M fosse concentrata al centro della sfera stessa. Abbiamo già visto questo molte volte. Si può considerare infatti la grande sfera come composta da tanti piccoli gusci concentrati.

$$F_g = -G\frac{Mm}{r^2}\hat{r}$$

in questo caso $r \geq R$.

Interno della Sfera La massa m si trova in Q, all'interno della massa omogenea M. si può dimostrare che la massa efficace è solo quella conenuta della sferetta di raggio minore o eguale alla distandza di Q dal centro della sfera, che chiameremo M'.

$$F_g = -G\frac{M'm}{r^2}\hat{r}$$

in questo caso $r < R$.

Capitolo 6

Fluidostatica e Fluidodinamica

Un fluido è costituito da molecole che sono disposte senza un ordine preciso. Esse sono tenute assieme da forze di legame debole, e dalle forze esercitate dalle pareti di un contenitore. Sia i liquidi che i gas sono dei fluidi.

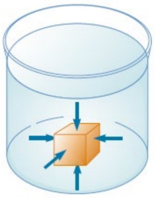
La materia si trova in 4 stati classici: solido, liquido gassoso, plasma (gas ionizzato). Un solido ha volume e forma definiti, un gas non ha ne volume ne forma propria, un liquido ha volume definito ma non una forma definita e il plasma è come un afas da questo punto di vista.

Ciò che appare solido può essere in realtà un liquido, ma con una densità molto elevata, che, dopo giorni, mesi od anni si deforma (gocciola) come un liquido.

Per studiare le proprietà dinamiche collettive non servirà conoscere in dettaglio le forze di coesione tra le molecole, alla stessa stregua che non ci siamo posti la domanda nella dinamica classica. Si tratta di fenomeni collettivi quelli che studieremo

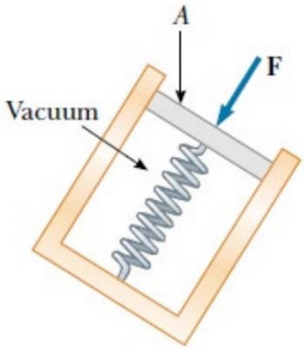
La fluidostatica studia i liquidi fermi, le loro caratteristiche in funzione di pressione, densità e profondità. La fluidodinamica tratta i liquidi in movimento, sotto certe condizioni di base, e nell'equazione di Bernoulli si metteranno assieme le caratteristiche del moto, in base alla densità, pressione, velocita punto per punto.

6.1 La Pressione



Le forze esercitate da un fluido su un oggetto sono sempre perpendicolari alle superfici dell'oggetto stesso. Lo stesso vale per le forze esercitate del liquido sulle pareti del contenitore.

Se prendiamo un pistone attivo su una piccola camera del vuoto, connesso con una molla di costante K conosciuta e lo immergiamo in un liquido il pistone si abbassa finchè si raggiunge un equilibrio nel quale le forze esterne pareggiano la forza eguale e contraria esercitata dalla molla sul pistone.



DEFINIZIONE

Se F è il modulo della Forza esercitata e A la superficie sul quale agisce, si definisce pressione P del liquido come il rapporto:

Pressione: $P = \frac{F}{A}$ [Pascal]

La pressione P, è equamente distribuita in un fluido a riposo, ed ha lo stesso valore indipendentemente dall'orientazione del sensore.

Poichè la pressione è una forza per unità di area, le unità sono [Newton]/m^2, ovvero il Pascal. La presisone di 1 Pascal è quella esercitata dalla forza di 1 Newton su 1 metro quadro di superficie.

Pressione in un punto Se prendiamo lo stesso strumento di prima e consideriamo un liquido che agisca su di esso determinando una forza F. Detta dF la forza infinitesima esercitata dal liquido sulla superficie infinitesimale dA, allora la pressione in quel punto è definita come:

$$P = \frac{dF}{dA}$$

6.2 La Legge di Stevino

è ben noto che la pressione dipende dalla profondità alla quale viene misurata in un fluido. La pressione eserictata sulla colonna d'aria sulla Terra aumenta all'approssimarsi della Terra. Ad alta quota gli aerei devono essere pressurizzati per poter mantenere una situazione confortevole, poichè la pressione esterna è molto debole. Allo stesso modo un sub subisce una pressione aumentata man mano che scende in profondità.

6.2.1 Densità

Definiamo prima il concetto di **Densità di una sostanza** ρ:

DEFINIZIONE

la **Densità** di una sosteanza è uno scalare definito come il rapporto tra la massa ed il volume:

Densità: $\rho = \frac{m}{V}$

Essa varia con la temperatura poichè il volume della sostanza cambia con la temperatura.

se ρ è costante, allora il liquido è **incompressibile**.

6.2.2 Variazione della Pressione con la profondità

Si consideri un fluido di densità ρ (costante) a riposo, in un contenitore aperto. Se consideriamo un volume virtuale di liquido dentro il nostro contenitore, di altezza h e sezione A. Sia P la pressione esercitata dal liquido sotto il nostro volume e P_0 la pressione atmosferica esercitata sull'analoga superficie superiore.

- La forza esercitata dall'atmosfera sulla superficie superiore è $F_0 = P_0 \cdot A$ verso il basso.
- La forza esercitata dal fluido sulla parete inferiore è $F = P \cdot A$ verso l'alto.
- La forza peso del liquido è $F_p = Mg = \rho \cdot V \cdot g = \rho \cdot A \cdot h \cdot g$ verso il basso.

La massa del liquido è $M = \rho V = \rho A \cdot h$. Poichè nulla si muove, vuol dire che la somma delle forze agenti è nulla sulle varie componenti. Fissiamo un sistema di riferimento con $Y > 0$ rivolto verso l'alto:

$$\Sigma F = 0 = PA - P_0 A - \rho \cdot g \cdot A \cdot h \implies P = P_0 + \rho \cdot g \cdot h$$

Come riferimento si prenda 1.00 atm = $1.013 \cdot 10^5$ Pa.

DEFINIZIONE

Legge di stevino: La pressione P alla profondità h sotto la superficie di un liquido aperto in atmosfera super quella atmosferica della quantità $\rho \cdot g \cdot h$:

Legge di Stevino: $P = P_0 + \rho \cdot g \cdot h$

La pressione è la stessa per una data profondità, indipendentemente dalla forma e diametro del contenitore.

6.3 Il Principio di Pascal

DEFINIZIONE

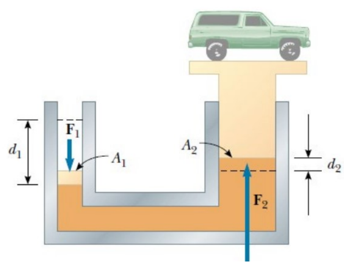
Il cambio di pressione esercitata su un fluido è trasmessa in modo inalterato ad ogni punto del fluido ed alle pareti del contenitore.

In quanto principio vuol dire che non si dimostra ma si osserva. Non c'è alcuna formula associata a questo principio.

Se applichiamo un apressione sulla superficie di un liquido in un contenitore, essa si trasmettrerà inalterata nel liquido all'interno del contenitore e quindi alle pareti. Quindi, ad esempio, la pressione atmosferica, viene percepita e misurata anche da un sub che Si immerge nel mare. La pressa idraulica (o martinetto) sono un'applicazione diretta del principio di Pascal.

6.3.1 La pressa o Martinetto Idraulico

Un'applicazione della legge di pascal è la pressa idraulica.



il liquido sia incompressibile e si supponga il meccanismo in figura. Sia F_1 la forza esercitata sul pistone di area A_1 per la lunghezza d_1. La pressione si trasmette attraverso il liquido sull'altro pistone di superficie maggiore A_2. Poiche la pressione si trasmette inalterata (Legge di Pascal):

$$P = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \implies F_2 = F_1 \cdot \frac{A_2}{A_1}$$

La forza F_1 viene quindi magnificata del rapporto $\frac{A_2}{A_1}$. Poichè la quantità di liquido rimane costante, possiamo ricavare una analoga relazione eguaglianzo i volumi di liquido spostato:

$$A_1 \cdot d_1 = A_2 \cdot d_2 \implies d_2 = d_1 \cdot \frac{A_1}{A_2}$$

I freni idraulici, gli elevatori etc usano lo stesso principio.

6.4 Forze di Buoyant o Principio di Archimede

Capitolo 7

Termodinamica

7.1 Trasformazioni Notevoli

Esistono 4 trasformazioni notevoli, ognuna caratterizzata da un valore che rimane costante.

Isocora	**Isobara**	**Isoterma**	**Adiabatica**
Volume Costante	Pressione Costante	Temperatura costante	Senza Calore
V cost $W = 0$ $\Delta E_{int} = Q = nc_v \cdot \Delta T$	P cost $W = P \cdot \Delta V$	T cost $W = nRT \cdot \ln(\frac{V_f}{V_i})$ $\Delta E_{int} = 0$	Q=0

Capitolo 8

Elettrostatica

8.1 La carica elettrica

La carica elettrica è un fenomeno intrinseco delle particelle fondamentali.

le cariche Esistono cariche elettriche *Positive* e *Negative*.
Normalmente in un corpo esse si eguagliuano, dando al corpo una **carica neutra**.
Quando un oggeto si squilibra, esso ha delle *cariche in eccesso*, ovvero si carica di elettricità statica.
Si nota sperimentalmente che **le particelle cariche dello stesso segno si attraggono**.

Fenomeni Elettrostatici Se strofino della seta su del vetro, la seta "strappa" cariche negative dal vetro lasciando il vetro *carico positivamente* La *Messa a terra* scarica nel terreno tutti gli squilibri.

8.1.1 Definizioni di Base

Le sostanze si possono comportare in diversi modi con le cariche:

- Conduttori, le cariche si possono muovere più o meno liberamente all'interno.
- Isolanti, Le cariche all'interno sono *fisse*.
- Sostanze naturali che in acluni casi sono conduttori e in altri casi isolanti (Silicio, germanio,...)
- Superconduttori, sostanze perfettamente conduttrici in cui le cariche si possono muovere in modo "perenne".

8.1.2 I conduttori

Il percorso conduttivo è il passaggio di una carica da un sistema all'altro.
Gli atomi sono formati da particelle cariche, ovvero *Elettroni, Protoni e Neutroni.*

La carica di un singolo elettrone e di un singolo protone hanno la stessa intensità ma segno opposto.

La conduzione nei metalli avviene grazie allo spostamento di elettroni liberi da un atomo all'altro.

La carica indotta è la carica dovuta alla mobilità della carica nei conduttori, ovvero se spostiamo la carica da una parte di un oggetto all'altra questo genera una carica indotta.

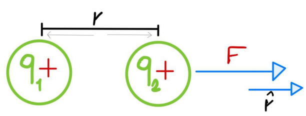
8.2 La legge di Cuolomb

La legge di Coulomb esprime la forza elettrostatica agente su particelle cariche *nei corpi puntiformi*

DEFINIZIONE

Quando due particelle si *attraggono/respingono* esse **accelerano**. Le forze di attrazione e repulsione hanno stesso modolo (quindi sono forti uguali) ma hanno segno opposto.

Forza di Coulomb $F = k\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$



In questa definizione:

- k è la costante di Coulomb
- q_1, q_2 sono le cariche delle particelle
- r è la distanza tra le particelle
- $\frac{\vec{r}}{r}$ è il versore diretto come la retta congiungente e orientato nel verso di allontanamento delle particelle.

La costante di Coulomb $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ in cui ϵ_0 è la costante universale.

Osservazione La forma di questa legge è uguale a quella della legge di Newton per la forza gravitazionale tra due masse.
Newton: $F = G\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$

Il Coulomb $[C]$ L'unità di misura della forza di Coulomb è il *Coulomb [C]*. Nota che il coulomb *non* è un unità fondamentale ma è derivata dall'Ampere.

$$1 \text{ Coulomb} = 1 \text{ Ampere} \cdot \text{Secondo}$$

La Composizione delle forze elettrostatiche

Se abbiamo tante particelle in vicinanza con una particella q, la forza totale che agisce sulla particella è data dalla somma vettoriale delle forze $F_{qTOT} = F_{q2} + F_{q3} + ...$

8.3 Teorema dei gusci per le cariche elettrostatiche

Questo teorema è esattamente analogo a quello gravitazionale:

DEFINIZIONE

Una superficie sferica uniformemente carica attrae o repsinge una carica esterna come se tutta la carica della sfera fosse concentrata nel suo centro

DEFINIZIONE

Una carica posta all'interno di una superficie chiusa uniformemente carica non risente di forze elettrostatiche nette da parte della superificie chiusa.

Capitolo 9

Formulario

9.1 Cinematica

MOTO UNIFORMEMENTE ACCELERATO		
Spostamento	$x(t) = x_i + v_i t + \frac{1}{2}at^2$	$[m]$
Velocità	$v(t) = v_i + at$	
Velocità Media	$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$	$[m/s]$
Velocità Istantanea	$\overrightarrow{v} = \lim_{x \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$	
Accelerazione Istantanea	$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{d^2x}{dt^2}$	
MOTO CIRCOLARE UNIFORME		
Velocità Tangenziale	$v = \frac{2\pi r}{T}$	$[m/s]$
Velocità Angolare	$\omega = \frac{2\pi}{T}$	$[rad/s]$
Accelerazione Centripeta	$a_c = \frac{v^2}{r}$	$[m/s^2]$
Periodo	$T = \frac{2\pi r}{v}$	
MOTO CIRCOLARE UNIFORMEMENTE ACCELERATO		
Legge Oraria	$\begin{cases} \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \\ \omega = \omega_0 + \alpha t \end{cases}$	
Acelerazione Tangenziale	$a_t = \alpha r$	

Moto Armonico	
Legge Oraria	$\theta(t) = \theta_0 + \omega t$ $\begin{cases} x(t) = R \cdot \cos(\theta_0 + \omega t) \\ y(t) = R \cdot \sin(\theta_0 + \omega t) \end{cases}$

9.2 Dinamica

9.2.1 Leggi di newton

I	Se la somma delle forze che agiscono su un corpo è nulla, allora il corpo in quiete rimarrà in quiete, mentre se è in moto continuerà a muoversi di moto rettilineo uniforme	
II	La forza agente su un corpo è direttamente proporzionale all'accelerazione e ne condividide direzione e verso, ed è direttamente proprorzionale alla massa.	$\overrightarrow{F} = m \cdot \overrightarrow{a}$ $[N]$
III	Se un corpo A esercita una forza su un corpo B, allora il corpo B esercita su A una forza uguale e contraria.	$F_{ab} = -F_{ba}$

9.2.2 Forze e Lavoro

Forza di Hooke (Elastica)	$F = -kx$
Forza di Gravità (Peso)	$F_g = mg$
Forza Normale	Stesso modulo e direzione di F_g ma di *Verso opposto*

LAVORO W		
Lavoro	$W = \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{d}$	$[\mathrm{J} = N \cdot M]$
Lavoro su traiettoria non lineare	$W = \int_a^b \overrightarrow{F} \cdot d\overrightarrow{s}$	[J]
Lavoro di una Forza Elastica	$W_m = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2$	[J]

ENERGIA E/U		
Energia Cinetica	$J = \frac{1}{2}mv^2$	[J]
Teorema Energia cinetica	$\Delta K = K_f - K_i = W$	[J]

Teorema Energia Potenziale	$\Delta U = -W$	[J]
Energia Potenziale Gravitazionale	$U(y) = mgy$	[J]
Energia Potenziale Elastica	$U(x) = \frac{1}{2}kx^2$	[J]
Energia Meccanica	$E_{mec} = K + U$	[J]

Momento Lineare	$\overrightarrow{p} = m \cdot \overrightarrow{v}$	[m · kg / s]
Momento e ΣF	$\frac{d}{dt}\overrightarrow{p} = \Sigma F$	
Impulso	$I = \overrightarrow{F} \cdot \Delta t$	

9.3 Elettrostatica

Legge di Coulomb	$F = k\frac{q_1 \cdot q_2}{r}$ con k costante di coulomb e ϵ_0 costante universale	[C]
Costante di Coulomb	$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$	
Costante Universale	$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$	$\frac{C^2}{N \cdot m}$