



UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR

Departamento de Ciencia de la Información

CI-5437 Inteligencia Artificial

Profesor: Blai Bonet

PROYECTO 3

Elaborado Por:

Edward Fernández 10-11121

Stefani Castellanos 11-11394

Sartenejas, Diciembre 2016

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Se desea resolver varias instancias de un juego que consiste de una retícula de $N \times M$ casillas, cada una rodeada por cuatro segmentos de recta de igual longitud. Las celdas pueden venir etiquetadas con los enteros $\{0, 1, 2, 3, 4\}$, que indican cuantos segmentos rodean a la celda en la instancia dada.

La solución del juego consiste en trazar sobre los segmentos de la retícula una única línea cerrada, continua y simple (que no se dobla sobre si misma), la cual particiona las casillas en grupo de celdas interiores al perímetro que define la línea y en celdas exteriores al mismo.

Se debe observar que para todo par de celdas $c1$ y $c2$ se tiene que:

1. Ambas celdas son interiores si sólo si existe un camino de $c1$ a $c2$ que no cruza el perímetro.
2. Una celda es exterior si y solo si se puede trazar un camino que "sale" del reticulado sin cruzar el perímetro.
3. Si $c1$ es interior y $c2$ es exterior, entonces todo camino que conecta a $c1$ y $c2$ cruza el perímetro.

SOLUCIÓN

- Representación

Para definir la representación adecuada de la retícula, antes planteada, se procede a trabajar con la notación sugerida en el enunciado, en donde se enumeran las casillas como se haría normalmente en una matriz $N \times M$. Adicionalmente se enumeran los segmentos por donde se puede trazar una línea, asociando los valores i, j a los puntos que delimitan las celdas de la matriz de la siguiente manera:

- De izquierda a derecha y de arriba a abajo todos los segmentos horizontales de la retícula, partiendo desde 1 hasta $N * (M + 1)$.
- De izquierda a derecha y de arriba a abajo todos los segmentos verticales de la retícula, partiendo de $N * (M + 1)$ hasta $M * (N + 1) * 2$.

En total se podrán dibujar $((N * M) + M) * 2$ segmentos dentro de la retícula.

* - -	1 - -	* - -	2 - -	* - -	3 - -	* - -	4 - -	* - -	5 - -	*
31	1,1	32	1,2	33	1,3	34	1,4	35	1,5	36
* - -	6 - -	* - -	7 - -	* - -	8 - -	* - -	9 - -	* - -	10 - -	*
37	2,1	38	2,2	39	2,3	40	2,4	41	2,5	42
* - -	11 - -	* - -	12 - -	* - -	13 - -	* - -	14 - -	* - -	15 - -	*
43	3,1	44	3,2	45	3,3	46	3,4	47	3,5	48
* - -	16 - -	* - -	17 - -	* - -	18 - -	* - -	19 - -	* - -	20 - -	*
49	4,1	50	4,2	51	4,3	52	4,4	53	4,5	54
* - -	21 - -	* - -	22 - -	* - -	23 - -	* - -	24 - -	* - -	25 - -	*
55	5,1	56	5,2	57	5,3	58	5,4	59	5,5	60
* - -	26 - -	* - -	27 - -	* - -	28 - -	* - -	29 - -	* - -	30 - -	*

Ejemplo 1: Retícula 5x5

0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
* - - - *	* - - - *	* - - - *	* - - - *	* - - - *	* - - - *
1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
* - - - *	* - - - *	* - - - *	* - - - *	* - - - *	* - - - *
2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5
* - - - *	* - - - *	* - - - *	* - - - *	* - - - *	* - - - *
3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5
* - - - *	* - - - *	* - - - *	* - - - *	* - - - *	* - - - *
4,0	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5
* - - - *	* - - - *	* - - - *	* - - - *	* - - - *	* - - - *
5,0	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5
* - - - *	* - - - *	* - - - *	* - - - *	* - - - *	* - - - *

Ejemplo 2: Enumeración de los puntos en una retícula 5x5

También se establece una enumeración para las variables $z(i,j)$ que corresponden a las restricciones sobre celdas exteriores y $r(c, c')$ para las celdas alcanzables, que serán explicadas más adelante; de la siguiente manera:

- Las $z(i,j)$ corresponden a las variables $N \times M$ que son enumeradas luego de los segmentos, es decir, comienzan en $N * (M + 1) + M * (N + 1)$ hasta $N * (M + 1) + M * (N + 1) + N * M$.
- Las $r(c, c')$ necesitan las posiciones de dos celdas, por lo que se crea una equivalencia utilizando $r(i, j, i', j')$ donde las primeras coordenadas corresponden a la celda c y las segundas a c' . Enumerar estas celdas se corresponde con una matriz $N * M * N * M$ y se utilizan como índice el valor correspondiente a cada celda, si estuviese enumerada en un arreglo de una dimensión. Comienzan en $N * (M + 1) + M * (N + 1) + N * M + 1$ terminan en $N * (M + 1) + M * (N + 1) + N * M + N * M * N * M$

- Restricciones

Como fue mencionado anteriormente, las celdas pueden tener cualquier valor entre $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ incluyendo al punto (.). Este último representa que dicha casilla no está sujeta a ninguna

restricción; para el resto de los valores tenemos las siguientes restricciones:

- 0: Los segmentos de arriba, abajo, izquierda y derecha de la celda no aparecen.
- 1: Aparece exactamente 1 de los segmentos de arriba, abajo izquierda o derecha de la celda.
- 2: Aparecen exactamente 2 de los segmentos de arriba, abajo izquierda o derecha de la celda.
- 3: Aparecen exactamente 3 de los segmentos de arriba, abajo izquierda o derecha de la celda.
- 4: Todos los segmentos (arriba, abajo, izquierda, derecha) aparecen.

Además, se tiene que la línea que cumple con todas las restricciones debe ser continua y completar un ciclo.

Para esto se procedió a elaborar cinco (5) cláusulas que restringen la solución del problema de tal manera que se cumplan todas las restricciones antes planteadas. Dichas se enuncian de la siguiente manera:

- Cláusula tipo 0: cada segmento interno de la retícula es referenciado por dos celdas distintas. Esto se aplica siguiendo la notación i,j asociado a los puntos que delimitan los segmentos que conforman las celdas, sin embargo, al emplear esta enumeración se puede asegurar que los identificadores sean únicos y compartidos por las celdas que utilicen un mismo punto, por lo que esta cláusula queda implícita.
- Cláusula tipo 1: para cada celda $c=(i,j)$ y etiqueta n en $\{0, 1, 2, 3, 4\}$, se deben agregar fórmulas que fuercen la presencia de N segmentos alrededor de la celda c .
- Cláusula tipo 2: una solución particiona las celdas en dos grupos, el grupo de celdas interiores al perímetro y el grupo de celdas exteriores.
- Cláusula tipo 3: define cuando una celda $c1$ es alcanzable desde otra celda $c2$.

- Cláusula tipo 4: cada par de celdas interiores tienen que ser alcanzables la una de la otra.
- Cláusula tipo 5: cada punto en la retícula debe tener cero o exactamente dos segmentos adyacentes.

Las implementaciones de cada una de las cláusulas se encuentran en el archivo `'encode.cpp'`.

Para poder utilizar el *SAT solver*, en nuestro caso: *Minisat*, se debieron transformar cada una de las restricciones, que fueron modeladas en lógica proposicional, a formato *CNF*.