

# UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR

# Departamento de Ciencia de la Información

CI-5437 Inteligencia Artificial

Profesor: Blai Bonet

# **PROYECTO 3**

Elaborado Por:

Edward Fernández 10-11121

Stefani Castellanos 11-11394

#### PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Se desea resolver varias instancias de un juego que consiste de una retícula de  $N \times M$  casillas, cada una rodeada por cuatro segmentos de recta de igual longitud. Las celdas pueden venir etiquetadas con los enteros  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ , que indican cuantos segmentos rodean a la celda en la instancia dada.

La solución del juego consiste en trazar sobre los segmentos de la retícula una única línea cerrada, continua y simple (que no se dobla sobre si misma), la cual particiona las casillas en grupo de celdas interiores al perímetro que define la línea y en celdas exteriores al mismo.

Se debe observar que para todo par de celdas *c*1 y *c*2 se tiene que:

- 1. Ambas celdas son interiores si sólo si existe un camino de *c1* a *c2* que no cruza el perímetro.
- 2. Una celda es exterior si y solo si se puede trazar un camino que "sale" del reticulado sin cruzar el perímetro.
- 3. Si *c1* es interior y *c2* es exterior, entonces todo camino que conecta a *c1* y *c2* cruza el perímetro.

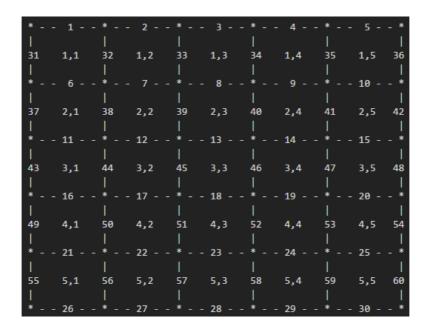
### **SOLUCIÓN**

## - Representación

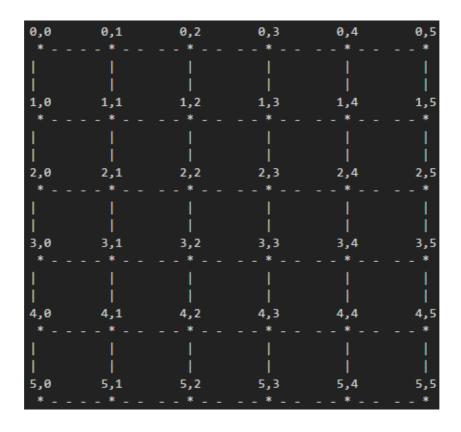
Para definir la representación adecuada de la retícula, antes planteada, se procede a trabajar con la notación sugerida en el enunciado, en donde se enumeran las casillas como se haría normalmente en una matriz  $N \times M$ . Adicionalmente se enumeran los segmentos por donde se puede trazar una línea, asociando los valores i, j a los puntos que delimitan las celdas de la matriz de la siguiente manera:

- De izquierda a derecha y de arriba a abajo todos los segmentos horizontales de la retícula, partiendo desde 1 hasta N\*(M+1).
- De izquierda a derecha y de arriba a abajo todos los segmentos verticales de la retícula, partiendo de N\*(M+1) hasta M\*(N+1)\*2.

En total se podrán dibujar ((N \* M) + M) \* 2 segmentos dentro de la retícula.



Ejemplo 1: Retícula 5x5



*Ejemplo 2: Enumeración de los puntos en una retícula 5x5* 

También se establece una enumeración para las variables z(i,j) que corresponden a las restricciones sobre celdas exteriores y r(c, c') para las celdas alcanzables, que serán explicadas más adelante; de la siguiente manera:

- Las z(i,j) corresponden a las variables N\*M que son enumeradas luego de los segmentos, es decir, comienzan en N\*(M+1) + M\*(N+1) hasta N\*(M+1) + M\*(N+1) + N\*M.
- Las r(c, c') necesitan las posiciones de dos celdas, por lo que se crea una equivalencia utilizando r(i, j, i', j') donde las primeras coordenadas corresponden a la celda c y las segundas a c'. Enumerar esta celdas se corresponde con una matriz N \* M \* N \* M y se utilizan como índice el valor correspondiente a cada celda, si estuviese enumerada en un arreglo de una dimensión. Comienzan en N \* (M + 1) + M \* (N + 1) + N \* M + 1 terminan en N \* (M + 1) + M \* (N + 1) + N \* M + N \* M \* N \* M

#### Restricciones

Como fue mencionado anteriormente, las celdas pueden tener cualquier valor entre {0, 1, 2, 3, 4} incluyendo al punto (.). Este último representa que dicha casilla no está sujeta a ninguna

restricción; para el resto de los valores tenemos las siguientes restricciones:

- 0: Los segmentos de arriba, abajo, izquierda y derecha de la celda no aparecen.
- 1: Aparece exactamente 1 de los segmentos de arriba, abajo izquierda o derecha de la celda.
- 2: Aparecen exactamente 2 de los segmentos de arriba, abajo izquierda o derecha de la celda.
- 3: Aparecen exactamente 3 de los segmentos de arriba, abajo izquierda o derecha de la celda.
- 4: Todos los segmentos (arriba, abajo, izquierda, derecha) aparecen.

Además, se tiene que la línea que cumple con todas las restricciones debe ser continua y completar un ciclo.

Para esto se procedió a elaborar cinco (5) cláusulas que restringen la solución del problema de tal manera que se cumplan todas las restricciones antes planteadas. Dichas se enuncian de la siguiente manera:

- Cláusula tipo 0: cada segmento interno de la retícula es referenciado por dos celdas distintas. Esto se aplica siguiendo la notación *i,j* asociado a los puntos que delimitan los segmentos que conforman las celdas, sin embargo, al emplear esta enumeración se puede asegurar que los identificadores sean únicos y compartidos por las celdas que utilicen un mismo punto, por lo que esta cláusula queda implícita.
- Cláusula tipo 1: para cada celda *c*=(*i*,*j*) y etiqueta n en {0, 1, 2, 3, 4}, se deben agregar fórmulas que fuercen la presencia de *N* segmentos alrededor de la celda *c*.
- Cláusula tipo 2: una solución particiona las celdas en dos grupos, el grupo de celdas interiores al perímetro y el grupo de celdas exteriores.
- Cláusula tipo 3: define cuando una celda *c1* es alcanzable desde otra celda *c2*.

- Cláusula tipo 4: cada par de celdas interiores tienen que ser alcanzables la una de la otra.
- Cláusula tipo 5: cada punto en la retícula debe tener cero o exactamente dos segmentos adyacentes.

Las implementaciones de cada una de las cláusulas se encuentran en el archivo 'encode.cpp'.

Para poder utilizar el *SAT solver*, en nuestro caso: *Minisat*. se debieron transformar cada una de las restricciones, que fueron modeladas en lógica proposicional, a formato *CNF*.