

Лабораторная работа №5 «Интерполяция функции».

Цель лабораторной работы: решить задачу интерполяции, найти значения функции при заданных значениях аргумента, отличных от узловых точек.

Лабораторная работа состоит из двух частей: вычислительной и программной. № варианта задания лабораторной работы определяется как номер в списке группы согласно ИСУ.

Для исследования использовать:

- многочлен Лагранжа;
- многочлен Ньютона;
- многочлен Гаусса.

Обязательное задание (до 80 баллов)

Вычислительная реализация задачи:

1. Выбрать из табл. 1 заданную по варианту таблицу $y = f(x)$ (таблица 1.1 – таблица 1.5);
2. Построить таблицу конечных разностей для заданной таблицы. Таблицу отразить в отчете;
3. Вычислить значения функции для аргумента X_1 (см. табл.1), используя первую или вторую интерполяционную формулу Ньютона. Обратить внимание какой конкретно формулой необходимо воспользоваться;
4. Вычислить значения функции для аргумента X_2 (см. табл. 1), используя первую или вторую интерполяционную формулу Гаусса. Обратить внимание какой конкретно формулой необходимо воспользоваться;
5. ***Подробные вычисления привести в отчете.***

Программная реализация задачи:

1. Исходные данные задаются тремя способами:
 - a) в виде набора данных (таблицы x,y), пользователь вводит значения с клавиатуры;
 - b) в виде сформированных в файле данных (подготовить не менее трех тестовых вариантов);
 - c) на основе выбранной функции, из тех, которые предлагает программа, например, $\sin x$. Пользователь выбирает уравнение, исследуемый интервал и количество точек на интервале (не менее двух функций).
2. Сформировать и вывести таблицу конечных разностей;
3. Вычислить приближенное значение функции для заданного значения аргумента, введенного с клавиатуры, указанными методами (см. табл. 2). Сравнить полученные значения;
4. Построить графики заданной функции с отмеченными узлами интерполяции и интерполяционного многочлена Ньютона/Гаусса (разными цветами);

5. Программа должна быть протестирована на различных наборах данных, в том числе и некорректных.

6. Проанализировать результаты работы программы.

Необязательное задание (до 20 баллов)

1. Реализовать в программе вычисление значения функции для заданного значения аргумента, введенного с клавиатуры, используя схемы Стирлинга;
2. Реализовать в программе вычисление значения функции для заданного значения аргумента, введенного с клавиатуры, используя схемы Бесселя.

Оформить отчет, который должен содержать:

- Титульный лист.
- Цель лабораторной работы.
- Порядок выполнения работы.
- Рабочие формулы.
- Вычислительная часть лабораторной работы.
- Листинг программы.
- Результаты выполнения программы.
- Выводы

Варианты заданий для вычислительной части

Таблица 1

| | x | y | № варианта | X ₁ | X ₂ |
|-------------|------|--------|---------------|----------------|----------------|
| Таблица 1.1 | 0,25 | 1,2557 | 1 | 0,251 | 0,402 |
| | 0,30 | 2,1764 | 6 | 0,512 | 0,372 |
| | 0,35 | 3,1218 | 11 | 0,255 | 0,405 |
| | 0,40 | 4,0482 | 16 | 0,534 | 0,384 |
| | 0,45 | 5,9875 | 21 | 0,272 | 0,445 |
| | 0,50 | 6,9195 | 26 | 0,551 | 0,351 |
| | 0,55 | 7,8359 | 31 | 0,294 | 0,437 |
| <hr/> | | | | | |
| | x | y | № варианта | X ₁ | X ₂ |
| Таблица 1.2 | 0,50 | 1,5320 | 2 | 0,502 | 0,645 |
| | 0,55 | 2,5356 | 7 | 0,751 | 0,651 |
| | 0,60 | 3,5406 | 12 | 0,523 | 0,639 |
| | 0,65 | 4,5462 | 17 | 0,761 | 0,661 |
| | 0,70 | 5,5504 | 22 | 0,545 | 0,627 |
| | 0,75 | 6,5559 | 27 | 0,783 | 0,683 |
| | 0,80 | 7,5594 | 32 | 0,557 | 0,641 |

| | x | y | № варианта | X ₁ | X ₂ |
|-------------|------|--------|------------|----------------|----------------|
| Таблица 1.3 | 1,10 | 0,2234 | 3 | 1,121 | 1,482 |
| | 1,25 | 1,2438 | 8 | 1,852 | 1,652 |
| | 1,40 | 2,2644 | 13 | 1,168 | 1,463 |
| | 1,55 | 3,2984 | 18 | 1,875 | 1,575 |
| | 1,70 | 4,3222 | 23 | 1,189 | 1,491 |
| | 1,85 | 5,3516 | 28 | 1,891 | 1,671 |
| | 2,00 | 6,3867 | 33 | 1,217 | 1,473 |
| | | | | | |
| | x | y | № варианта | X ₁ | X ₂ |
| Таблица 1.4 | 1,05 | 0,1213 | 4 | 1,051 | 1,277 |
| | 1,15 | 1,1316 | 9 | 1,562 | 1,362 |
| | 1,25 | 2,1459 | 14 | 1,112 | 1,319 |
| | 1,35 | 3,1565 | 19 | 1,573 | 1,375 |
| | 1,45 | 4,1571 | 24 | 1,146 | 1,289 |
| | 1,55 | 5,1819 | 29 | 1,614 | 1,414 |
| | 1,65 | 6,1969 | 34 | 1,154 | 1,328 |
| | | | | | |
| | X | y | № варианта | X ₁ | X ₂ |
| Таблица 1.5 | 2,10 | 3,7587 | 5 | 2,112 | 2,205 |
| | 2,15 | 4,1861 | 10 | 2,355 | 2,254 |
| | 2,20 | 4,9218 | 15 | 2,114 | 2,216 |
| | 2,25 | 5,3487 | 20 | 2,359 | 2,259 |
| | 2,30 | 5,9275 | 25 | 2,128 | 2,232 |
| | 2,35 | 6,4193 | 30 | 2,352 | 2,284 |
| | 2,40 | 7,0839 | 35 | 2,147 | 2,247 |

Методы для реализации в программе:

- 1 - Многочлен Лагранжа,
- 2 - Многочлен Ньютона с разделенными разностями,
- 3 - Многочлен Ньютона с конечными разностями (1, 2 формулы),
- 4 - Многочлен Гаусса (1, 2 формулы).

Таблица 2. Методы в программе

| № варианта | Метод | № варианта | Метод | № варианта | Метод |
|------------|---------|------------|---------|------------|---------|
| 1 | 1, 2, 3 | 10 | 1, 2, 3 | 19 | 1, 2, 3 |
| 2 | 1, 2, 4 | 11 | 1, 2, 3 | 20 | 1, 2, 4 |
| 3 | 1, 2, 3 | 12 | 1, 2, 4 | 21 | 1, 2, 3 |
| 4 | 1, 2, 3 | 13 | 1, 2, 3 | 16 | 1, 2, 3 |
| 5 | 1, 2, 4 | 14 | 1, 2, 4 | 23 | 1, 2, 4 |
| 6 | 1, 2, 3 | 15 | 1, 2, 3 | 24 | 1, 2, 3 |
| 7 | 1, 2, 3 | 16 | 1, 2, 3 | 25 | 1, 2, 3 |
| 8 | 1, 2, 4 | 17 | 1, 2, 4 | 26 | 1, 2, 4 |
| 9 | 1, 2, 4 | 18 | 1, 2, 3 | 16 | 1, 2, 4 |

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Когда возникает необходимость в использовании интерполяционных методов?
2. Чем отличается аппроксимация от интерполяции?
3. В чём сущность задачи интерполирования?
4. Поясните смысл терминов: интерполяция, экстраполяция.
5. Как найти приближенное значение функции при линейной интерполяции?
6. Как найти приближенное значение функции при квадратичной интерполяции?
7. Как строится интерполяционный многочлен Лагранжа?
8. Дайте определение понятий разделенной разности нулевого и первого порядков.
9. Объясните принцип построения интерполяционного полинома Ньютона.
10. Покажите графическую интерпретацию интерполяции.
11. В каких случаях используются конечные разности, в каких – разделенные?
12. В каких случаях используют формулу Ньютона для интерполирования вперед и для интерполирования назад?
13. В каких случаях используют формулу Гаусса для интерполирования вперед и для интерполирования назад?
14. В каких случаях используют формулу Стирлинга?
15. В каких случаях используют формулу Бесселя?
16. В чем разница между глобальной и локальной разновидностями интерполяции?
17. В чем заключается интерполяция кубическими сплайнами.