Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники
Направление подготовки: 09.03.04 – Программная инженерия,
Системное и прикладное программное обеспечение.
Дисциплина «Информатика»

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №6

«Работа с системой компьютерной вёрстки TeX»

Вариант: 3*10 + 12 = 42

Выполнил:
Молчанов Фёдор Денисович P3113
Преподаватель:
Рыбаков Степан Дмитриевич

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Санкт-Петербург
2023

12	13	14	15	23
24	25	34	35	45
123	124	125	134	135
145	234	235	245	345

Рис.1.
этому

$$\frac{-1}{3}\sum M_{ijkl}+\frac{2}{3}M_{12345}\leq 0.$$

Теперь уже легко получить требуемый ответ. Из (7) следует, что

$$\sum M_{ij}\geq 2\sum Mi-3M\geq 2*(5*\frac{1}{2})-3=2.$$

Но так как общее число "попарных пересечений заплат"M_{ij} равно 10, то хоть одно из них не меньше чем

$$2:10=\frac{1}{5},$$

что и требовалось доказать!

Нетрудно видеть, что равенство здесь будет иметь место лишь тогда, когда S = M, то есть когда кафтан весь покрыт заплатами, когда все $M_i=1/2$, все M_{ij} одинаковы (и равны 1/5) и когда все $M_{ijkl}=0$. На рисунке 1 приведена схема покрытия кафтана заплатами, где прямоугольник M — это кафтан и цифры на отдельных квадратиках указывают, какими заплатами покрыты соответствующие участки кафтана. Эта схема показывает, что $1/5$ — точная оценка. То, что заплаты на ней состоят из отдельных кусков не должно вас смущать — в задаче M185 важна только площадь заплаты, а не ее форма.

Теперь мы можем сформулировать общую задачу, частным случаем которой является задача M185:

Формулировка общей задачи; случай двух заплат

На кафтане M площади 1 n заплат $M_1, M_2, \ldots, M_n$, площадь каждой из которых нем меньше известного нам числа α; требуется оценить площадь наибольшего из пересечений M_{ij} заплат.

Другими словами, для каждой конфигурации из n заплат, мы находим м а к с и м а л ь н о е по площади пересечение M_{ij}, а потом отыскиваем м и н и м у м этого максимума M_{ij} по всем возможным конфигурациям заплат *)[1]. Такого рода "минимальные"(то есть связанные с нахождением минимума некоторых максимумов) задачи в современной математике имеют очень большую роль.

Искомое число min max M_{ij} зависит, разумеется, от заданного числа α, то есть является функцией от α; так как оно зависит также и от числа n заплат, то мы обозначим эту функцию через $f_n(\alpha)$ (где, очевидно, $0\leq\alpha\leq 1$, а $n\geq 2$). Решение задачи M185 сводится к доказательству равенства

$$f_5(\frac{1}{2})=\frac{1}{5};$$

общая задача требует указать формулу, выражающую $f_n(\alpha)$ через α и n.

Для того чтобы понять, какого ответа можно ожидать в этой общей задаче, мы начнем с (совсем простого!) случая n = 2. Итак, мы считаем, что на кафтане M площади 1 имеются д в е заплаты M_1 и M_2, площадь каждой из которых не меньше α; нам надо указать наименьшую возможную площадь $f_2(\alpha)$ пересечения M_{12} этих двух заплат.

Ясно, что если $\alpha\leq 1/2$, то заплаты могут вовсе не пересечься (рис.2, а); если же $\alpha\geq 1/2$, то наименьшая возможная площадь $f_2(\alpha)$ пересечения

[1]*)Мы предполагаем, что такой минимум существует, хотя это далеко не очевидно.

Вариант: 1 + Молчанов(8) * Фёдор(5) mod 8 = 1 + 40mod8 = 1