

Cúmulos globulares.

Departamento de Física
Universidad Nacional de Colombia

Federico Emmanuel Garcia Gaitan
fegarciaga@unal.edu.co

9 de diciembre de 2020

1. Introducción.

Los cúmulos globulares son estructuras esféricas compuestas de estrellas que, generalmente, orbita una galaxia. Estas estructuras han sido observadas infinidad de veces, por lo que entender su dinámica resulta un problema relevante para explicar varias de sus propiedades.

Una primera solución numérica a este problema consiste en un algoritmo que solucione el problema de N cuerpos con una interacción gravitacional newtoniana, no obstante dicho enfoque resulta ineficiente cuando se considera el escalamiento en el coste computacional del algoritmo y el número de estrellas observado en dichas estructuras (miles de millones)¹. Esta dificultad lleva a que se implementen otras técnicas, como una simulación de Monte-Carlo discretizada por dominios ó simulaciones en paralelo.

Así, aunque las simulaciones de N cuerpos no sean utilizadas ampliamente, si pueden dotar de un mecanismo intuitivo para la formación de los cúmulos globulares cuando se considera un número reducido de cuerpos. En este trabajo se modeló el colapso de 100 estrellas con posiciones esféricamente distribuidas, masas aleatorias y velocidades iniciales nulas; se verificó la existencia de un estado estable y se calcularon algunas propiedades, como la distribución espacial de masa ó la segregación radial de masa.

2. Algoritmo.

El proceso de la simulación de la dinámica de un cumulo globular se dividió en tres secciones; primero, se generaban aleatoriamente las condiciones iniciales de los N cuerpos a simular. Posteriormente, se realizaba el loop con la integración de la dinámica gravitacional de los cuerpos, para este problema se usó un algoritmo integrador de Runge-Kutta 4. Finalmente, se analizaban los datos producidos por la evolución temporal del sistema, como la distribución de masa, la masa promedio por lugar ó la razón entre la energía cinética y la energía potencial.

Para la inicialización del sistema, se consideraron 100 objetos a los que se asignaban masas aleatorias, generadas uniformemente en un rango de $[0, 10]$ unidades de masa arbitrarias. También se generaban posiciones aleatorias para todos los cuerpos, garantizando que todas las posiciones resultaran dentro de una esfera de radio fijo (para la simulación se consideró un radio de 20 unidades espaciales); para ello se generaban 3 números aleatorios para determinar la posición de cada partícula, uno de ellos indicaba el radio y los otros dos los ángulos usando la convención de coordenadas esféricas. Adicionalmente, todos los cuerpos se inicializaban con velocidades nulas.

¹El problema de los N cuerpos escala como $N(N - 1)/2$ (donde N es el número de cuerpos) lo que incrementa rápidamente el coste computacional[1]

Para el paso de integración con Runge-Kutta, se usaban las velocidades de las partículas para actualizar las posiciones y se calculaba la fuerza, sumando las interacciones sobre todas las partículas distintas a la considerada, para evolucionar las velocidades. Esta representaba la parte más pesada del programa, dado que calcular las interacciones entre todos los cuerpos resultaba un proceso complejo y dado que el algoritmo de Runge-Kutta requería de varias evaluaciones de las fuerzas para cada paso de integración. Para optimizar el proceso del cálculo de las fuerzas se utilizaron varias funciones de la librería *numpy* que permitían calcular las distancias entre las partículas del sistema sin usar ciclos `for`, que resultan mucho más ineficientes en *python*. Estas funciones también fueron utilizadas para calcular las energías. Las implementaciones vectorizadas de dichas funciones fueron adaptadas de [2]

3. Resultados

Dadas las condiciones iniciales de reposo del sistema, las partículas colapsarán a un punto. Esto generó problemas para la simulación numérica de la dinámica molecular pues la interacción gravitacional presenta una singularidad para una separación nula entre dos partículas distintas. Así, implementar la fuerza gravitacional sin un término de amortiguamiento derivó en que las moléculas adquieran gran velocidad en el colapso inicial hasta adquirir una fuerza de magnitud no acotada lo que permitía a cada partícula adquirir la velocidad suficiente para escapar del sistema. En efecto, se ha reportado la fuga de partículas en cúmulos globulares en simulaciones que usen métodos específicos para la dinámica gravitacional del muchos cuerpos²; no obstante, el fenómeno no resulta generalizado a todas las partículas y mucho menos en escalas de tiempo tan cortas como las trabajadas en la simulación (del orden de 20 veces el tiempo de colapso.)

Para solucionar este problema, se introdujo una distancia mínima para pares de cuerpos, de esta forma la fuerza gravitacional resultaba acotada, lo que permitía que no se presentaban fugas y se llegaba a un estado de equilibrio. Esta aproximación fue considerada como una versión simplificada del método usado en [3], donde se considera el carácter esférico y extenso de las estrellas.

Con estas correcciones fue posible obtener una dinámica razonable para el conjunto de cuerpos, donde la fuga de partículas era un fenómeno marginal. Para verificar que la estructura final resultara estable, se calculó el cociente de la energía cinética y la energía potencial, encontrando que ,después del tiempo de colapso, dicha cantidad se mantenía estable en torno a un valor dado. Esta tendencia puede observarse en la figura 1.

Del teorema del virial se espera que, en el sistema de equilibrio, el promedio de la energía cinética resulte la mitad del promedio de la energía potencial, de la figura 1 se observa que este no es el caso, sino que la energía cinética se establece en un valor poco menor a un décimo de la energía potencial. Esta discrepancia se debe a la aproximación utilizada para evitar la fuga indiscriminada de partículas, un mejor algoritmo para modelar la interacción a pequeños vecinos puede predecir un estado de equilibrio más cercano al resultado esperado del teorema del virial.

²Estos métodos incluyen un paso de evolución adaptable, algoritmos de priorización de interacción a vecinos más cercanos y métodos especiales para modelar los encuentros cercanos de pares de cuerpos.

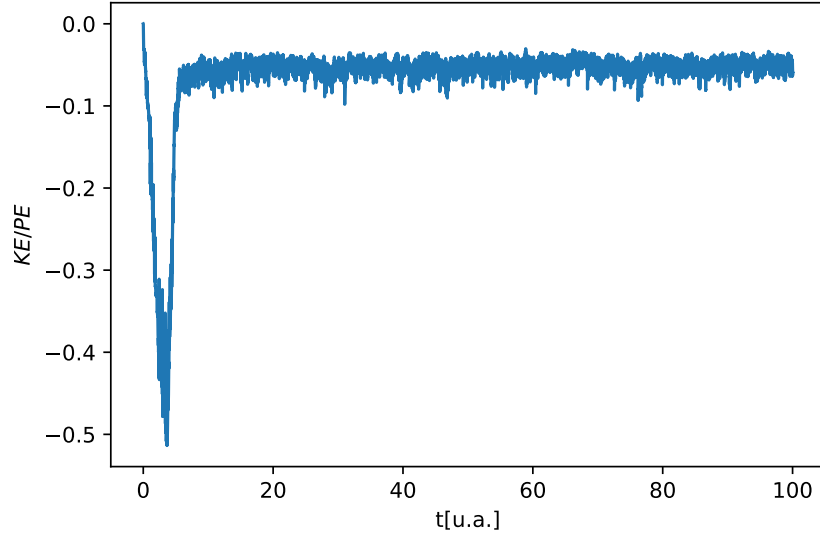


Figura 1: Cociente entre la energía cinética y la energía potencial

Adicionalmente se puede calcular la distribución de masa radial para el estado estable, que se observa en la figura 2, donde se observa que el radio efectivo del cumulo resulta mucho menor al radio de distribución inicial del sistema.

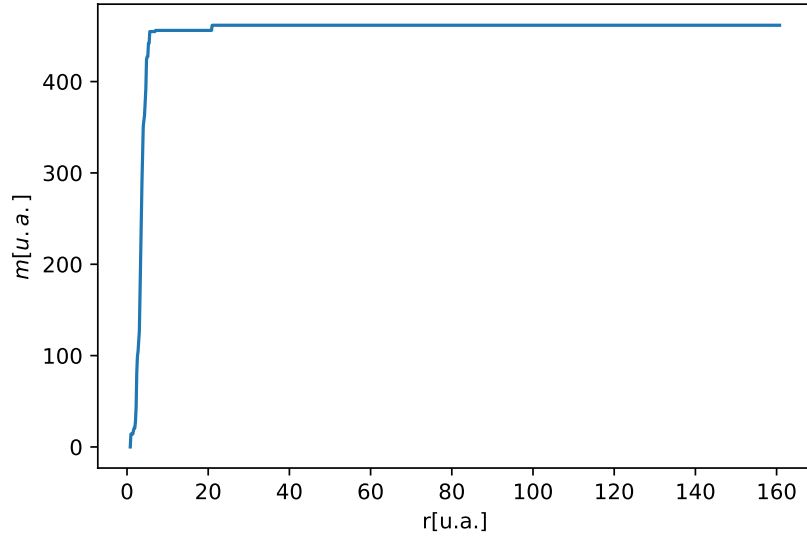


Figura 2: Distribución de masa radial

Finalmente, se calculó la masa promedio por intervalo radial, buscando determinar si se presentaba una discriminación de masa. Este fenómeno se observa en simulaciones más avanzadas, donde los objetos menos masivos tienden a describir trayectorias más cercanas a los demás cuerpos, lo que permite que el astro adquiriera suficiente energía para escapar del sistema. En la simulación de N cuerpos, no obstante, no se observa tal fenómeno, en parte por la

inclusión de una cota superior para la magnitud de la interacción gravitacional.

La distribución de masa media se observa en la figura 3, donde solo se observa una leve tendencia de las estrellas más masivas a colapsar en el núcleo del cúmulo.

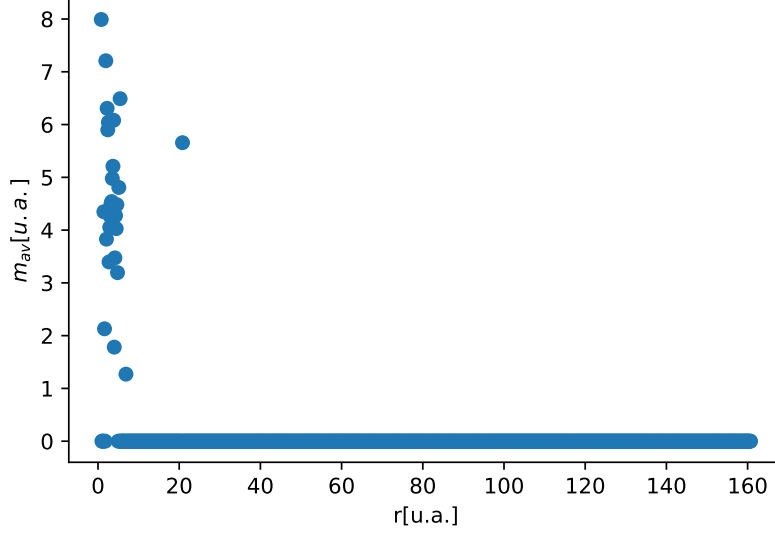


Figura 3: Masa media por intervalo espacial

4. Conclusiones

El estudio de la dinámica molecular mediante la dinámica de N cuerpos permitió visualizar la creación de un cumulo globular, estable y con simetría angular. No obstante, dada la tendencia a colapsar que presenta el sistema y la singularidad en el origen inherente a la interacción gravitacional, la implementación básica de integradores numéricos resulta inadecuada.

La dificultad que presenta la forma de la interacción gravitatoria ocasionaba que los cuerpos resultarían expulsados inevitablemente del sistema, lo que no resulta plausible dadas las dinámicas observadas experimentalmente. Esta dificultad fue solucionada parcialmente incluyendo una cota superior global a la interacción entre pares, esta inclusión permitió la generación de un cumulo globular estable.

Aunque acotar la interacción permitiera una dinámica más acorde a la esperada, resulta todavía insuficiente pues no se observa el fenómeno de segregación de masa y, especialmente, porque una cota superior adecuada depende fuertemente de la distribución inicial de las partículas y del intervalo de tiempo usado en el integrador numérico.

Referencias

- [1] Sverre J. Aarseth. “Direct N-Body Calculations”. En: *Dynamics of Star Clusters: Proceeding of the 113th Symposium of the International Astronomical Union, held in Princeton, New Jersey, U.S.A, 29 May – 1 June, 1984*. Ed. por Jeremy Goodman y Piet Hut. Springer Netherlands, 1985, págs. 251-259.
- [2] P. Mocz. URL: <https://github.com/pmocz/nbody-python>.

- [3] A. Zonoozi et al. *Direct N-body simulations of globular clusters – III. Palomar 4 on an eccentric orbit*. 2017. eprint: 1701.06168.