

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ABC
BACHARELADO EM CIÊNCIA E TECNOLOGIAS

FERNANDA DINIZ MARINHO

Estrutura a termo e princípio de não-arbitragem em curvas de juros

Santo André/SP

2024

FERNANDA DINIZ MARINHO

Estrutura a termo e princípio de não-arbitragem em curvas de juros

Proposta de projeto para a disciplina de Projeto Dirigido da Universidade Federal do ABC. A proposta desse trabalho busca apresentar e demonstrar um tema essencial no cotidiano de operações financeiras, fornecendo uma revisão bibliográfica e desenvolvimento da literatura no decorrer da proposta.

Santo André/SP

2024

RESUMO

MARINHO, Fernanda Diniz. **Estrutura a termo e princípio de não-arbitragem em curvas de juros**. 2024. Projeto Dirigido – Bacharelado em ciência e tecnologia – Universidade Federal do ABC, Santo André, 2024.

O projeto "Estrutura a Termo e Princípio de Não-Arbitragem em Curvas de Juros" explora a construção de curvas de juros e o princípio de não-arbitragem no contexto financeiro. O estudo examina a importância das curvas de juros, sua construção a partir de derivativos e a inter-relação entre elas no mercado. A metodologia inclui a coleta de dados públicos da B3, a construção das curvas de juros utilizando Excel para interpolação e a análise de possibilidades de arbitragem.

O projeto discute a construção das curvas de juros pré e de cupom cambial, destacando a importância de uma construção precisa para a precificação correta de produtos financeiros e o alinhamento com o mercado local. Além disso, aborda o princípio de não-arbitragem, mostrando como as diferentes curvas de juros se inter-relacionam e como esse princípio é fundamental para a estabilidade financeira.

Palavras-chave: Estrutura a termo. Curva de juros. Não-arbitragem.

ABSTRACT

MARINHO, Fernanda Diniz. **Term Structure and No-Arbitrage Principle in Interest Rate Curves**. 2024. Project Directed– bachelor's degree in science and technology– Federal University of ABC, 2024.

The project "Term Structure and No-Arbitrage Principle in Yield Curves" explores the construction of yield curves and the no-arbitrage principle in the financial context. The study examines the importance of yield curves, their construction from derivatives, and their interrelation in the market. The methodology includes collecting public data from B3, constructing yield curves using Excel for interpolation, and analyzing arbitrage opportunities. The project discusses the construction of pre-fixed and currency coupon yield curves, highlighting the importance of precise construction for the correct pricing of financial products and alignment with the local market. Additionally, it addresses the no-arbitrage principle, showing how different yield curves interrelate and how this principle is fundamental for financial stability.

Keywords: Academic work. Presentation.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	5
OBJETIVOS	7
METODOLOGIA.....	8
LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO.....	12
CRONOGRAMA	14
ORÇAMENTO.....	15
REFERÊNCIAS	16

Introdução

Nas áreas técnicas do mercado financeiro, é imprescindível o conhecimento sobre o funcionamento das curvas de juros, sua estrutura a termo e as consequências teóricas decorrentes (Securato, 2015). As curvas de juros podem ser construídas a partir de produtos financeiros, como derivativos. Esses produtos apresentam determinadas taxas (i) para prazos (ou vértices (v)) definidos, como, por exemplo, o 1º dia útil de cada mês ou o 15º dia útil de cada mês. Usando a interpolação de taxas entre os vértices, é possível determinar qual seria a taxa para um dia específico entre dois vencimentos de um produto.

Um exemplo de derivativo, conhecido como Futuro de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de Um Dia (DI1), fornece as taxas utilizadas pelo mercado para construir a curva pré, que é usada como a taxa livre de risco do país. Para entendermos a relação entre (i) e (v), suponhamos que estamos em 01/07/2024 (D0) e o DI1 com vencimento em 01/08/2024 possui uma (i) de 10,4% ao ano. Isso significa que, em D0, é esperado que a taxa média de negociação do DI1 daqui a um mês seja de 10,4%. Dessa forma, ao trabalharmos com taxas futuras i(v), observando-as a partir de D0, estaremos lidando com taxas spot que servirão de base para a interpolação de todos os vértices (v) que não possuem uma taxa (i) definida.

Os métodos de interpolação (Manual de Curvas, B3) utilizados para a construção de cada curva dependem da precificação de cada produto financeiro e do país onde se realizam as operações. Dessa maneira, torna-se fundamental construir corretamente uma curva de juros, buscando não só o alinhamento com o mercado local, mas também o cálculo preciso de ganhos ou prejuízos para as instituições financeiras. Ao analisarmos a precificação de produtos financeiros, como os Futuros DI1 e DDI (Contrato Futuro de Cupom Cambial), que são utilizados para a construção das curvas Pré e de Cupom de Dólar, respectivamente, observamos a relação entre esses produtos e, conseqüentemente, o comportamento de suas curvas. As taxas do DI1 e do DDI podem ser calculadas a partir das seguintes fórmulas:

$$(i) DI1_v = Pre^{\frac{du}{252}}$$
$$(ii) DDi = \frac{Pre^{\frac{du}{252}}}{\Delta Cambial}$$

Assim, ao construirmos uma curva de Cupom USD, teremos a influência da curva Pré nas movimentações da curva de Cupom, devido à precificação dos produtos. Com essa observação, surge o princípio de não-arbitragem entre curvas locais, dada a estrutura dos produtos, a interligação entre eles e a construção das curvas a partir dos mesmos. Esse princípio pode ser compreendido pela impossibilidade de obter ganhos a partir das diferenças de preços para um determinado vencimento entre curvas. Por exemplo,

considerando uma movimentação de alta nas taxas da curva Pré, é esperado que as taxas da curva de Cupom de Dólar também aumentem, desde que a variação cambial seja desprezível. É possível determinar cada uma das taxas (de cupom ou pré) a partir da outra. Esse raciocínio também se aplica à curva do dólar spot, onde, a partir da curva Pré e do DDI, podemos encontrar o dólar spot para o vencimento correspondente.

Objetivos

Os principais objetivos do projeto concentram-se na compreensão e na revisão bibliográfica sobre curvas de mercado, abordando os seguintes tópicos: 1. Quais são as curvas locais utilizadas; 2. Como construí-las; 3. O princípio de não-arbitragem.

O entendimento desses objetivos leva ao objetivo específico de compreender por que não é possível, teoricamente, realizar arbitragem entre curvas locais e expandir esse raciocínio para analisar se é possível arbitrar entre curvas locais e estrangeiras.

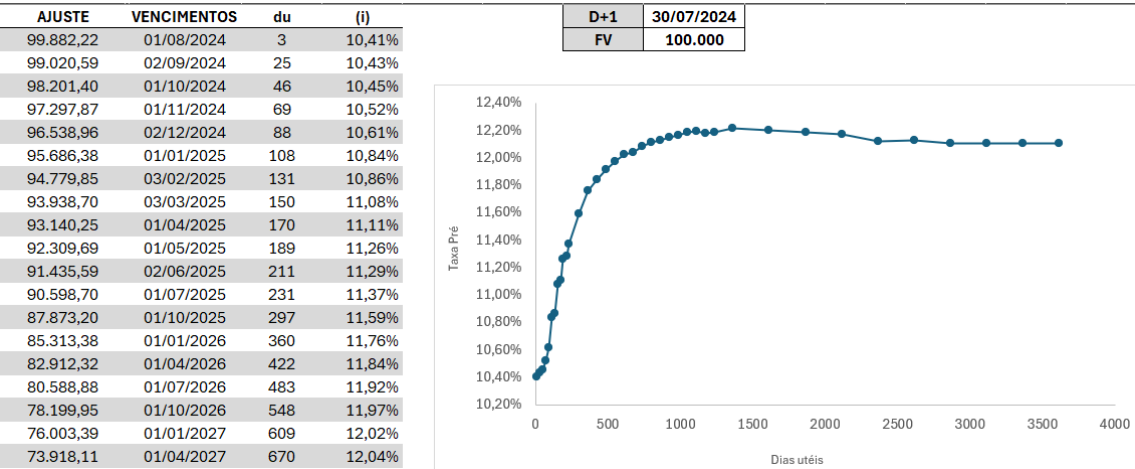
Metodologia

A metodologia empregada neste projeto baseia-se em três etapas: coleta de dados, construção das curvas e análise da possibilidade de arbitragem entre as curvas. Para cada uma dessas etapas, será utilizada a ferramenta Excel, devido à sua facilidade em replicar os métodos empregados.

A coleta de dados será realizada por meio de informações públicas disponibilizadas pela B3 no site Sistema Pregão, conectadas diretamente ao Excel por meio da conexão Web. Os dados serão referentes aos contratos de DI1 e DDI, a fim de precificarmos e compreendermos o comportamento real das curvas. Com os dados coletados, calcularemos as taxas para cada um dos vértices, interpolaremos cada uma das curvas e observaremos sua forma. Para o cálculo das taxas de DI1, utilizaremos a fórmula:

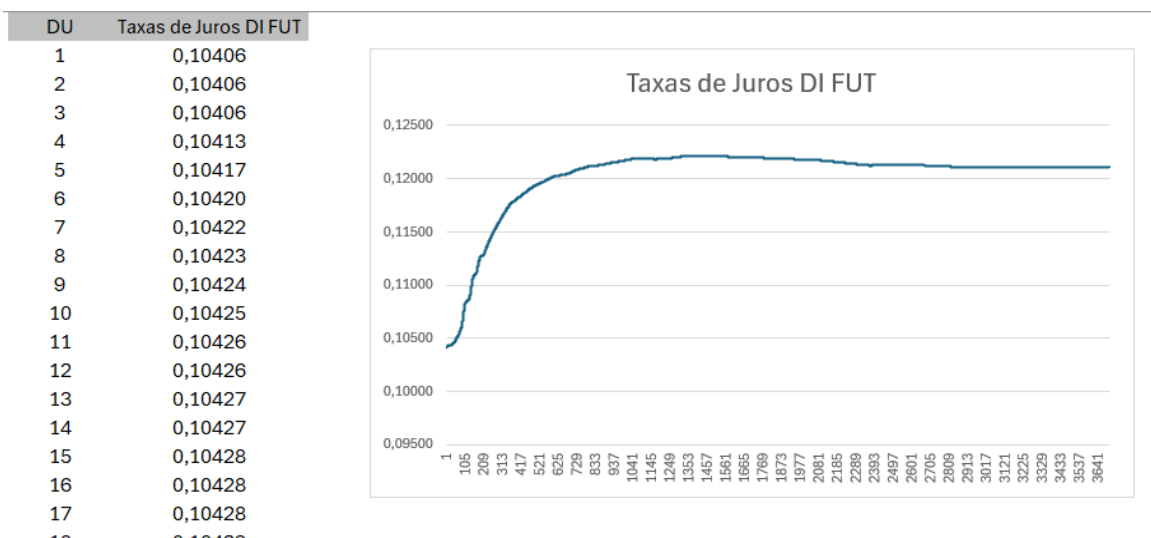
(iii)
$$i = \left[\left(\frac{100.000}{PU} \right)^{\frac{252}{du}} \right] - 1$$

Onde o PU será o ajuste de cada contrato e o DU, os dias úteis até o vencimento.



A curva para cada vértice com vencimento apresenta a característica mencionada acima, demonstrando uma expectativa de elevação da taxa de juros do Brasil nos primeiros 500 dias úteis, até atingir um ponto máximo e, em seguida, manter um leve e estável declínio. A interpolação nos fornecerá todas as taxas implícitas entre cada uma das taxas spot (com vencimentos) para este contrato. A interpolação utilizada será a exponencial, dada a natureza exponencial da equação.

$$(iv) \left(\left(\left(1 + \frac{Taxa_{anterior}}{100} \right) * \left(\frac{\left(1 + \frac{Taxa_{posterior}}{100} \right)}{\left(1 + \frac{Taxa_{anterior}}{100} \right)} \right)^{\left(\frac{DU - DU_{anterior}}{DU_{posterior} - DU_{anterior}} \right)^{\frac{DU}{252}}} - 1 \right) * 100 \right)$$

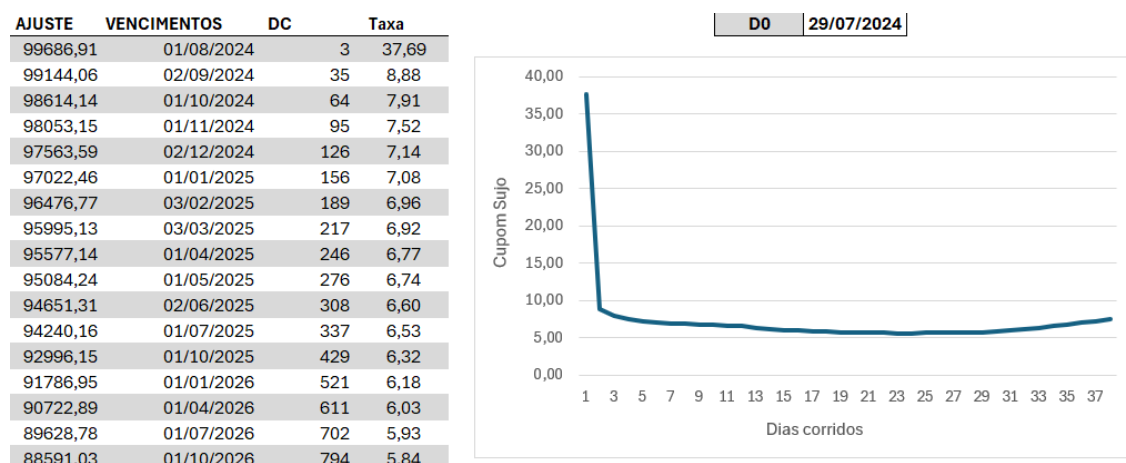


Onde a "Taxa anterior" se refere ao último vencimento do futuro com taxa, e a "Taxa posterior", ao próximo vencimento do futuro com taxa. Da mesma forma, DU anterior e DU posterior referem-se à quantidade de dias úteis de D0 até o vencimento do vértice.

Para a curva de Cupom, teremos a seguinte forma utilizando a fórmula:

$$(v) \text{ Cupom Sujo} = \left[\left(\frac{100000}{PU} \right) - 1 \right] * \left(\frac{360}{DC * 100} \right)$$

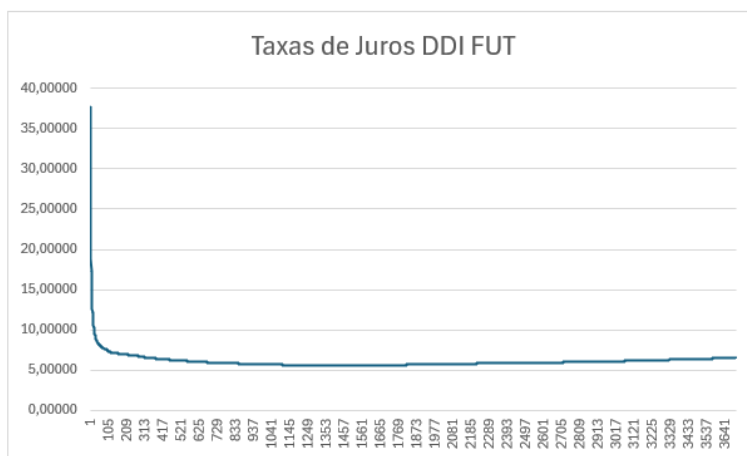
Onde o PU será o ajuste de cada contrato e o DC os dias corridos até o vencimento:



A interpolação usada para a curva de Cupom será linear, dado o caráter linear da equação anterior:

$$(vi) \left(\left(\left(1 + taxa_{anterior} * \frac{DC_{anterior}}{36000} \right) * \left(\frac{\left(1 + taxa_{posterior} * \frac{DC_{posterior}}{36000} \right)^{\frac{DU - DU_{anterior}}{DU_{posterior} - DU_{anterior}}}}{\left(1 + taxa_{anterior} * \frac{DC_{anterior}}{36000} \right)} - 1 \right) * \frac{36000}{DC} \right) \right)$$

DC	Taxas de Juros DDI FUT
1	37,68880
2	37,68880
3	37,68880
4	29,12831
5	24,24966
6	21,10006
7	18,89934
8	17,27509
9	16,02714
10	15,03835
11	14,23561
12	13,57094
13	13,01155
14	12,53426
15	12,12225
16	11,76297



Onde a "Taxa anterior" se refere ao último vencimento do futuro com taxa, e a "Taxa posterior", ao próximo vencimento do futuro com taxa. Da mesma forma, DU anterior e DU posterior referem-se à quantidade de dias úteis de D0 até o vencimento do vértice. Para os dias corridos, seguimos a mesma lógica: DC anterior e DC posterior, sendo DC a quantidade de dias corridos de D0 até o vencimento do vértice.

Após a construção das duas curvas, será possível entender o princípio de não-arbitragem. Este princípio baseia-se na construção das curvas demonstradas anteriormente. Partindo das equações anteriores, é possível compreender que, a partir da curva Pré, podemos chegar à curva de Cupom, assim como podemos partir da curva de Cupom, juntamente com a variação cambial, para chegar à curva Pré. Rearranjando as fórmulas, temos que:

$$Pre = Cupom * \Delta Cambial$$

Isso significa que, ao comprarmos um DDI, ficaremos expostos ao Cupom Cambial e à variação cambial, recebendo, ao final, a taxa livre de risco (Pré) esperada para esse vértice. Se considerarmos o primeiro ponto de cada curva construída anteriormente, no vértice de 3 dias, veremos que o Futuro DI1 entregará uma taxa de 10,41%, e, ao multiplicarmos pela variação cambial do dia, chegaremos ao cupom de 37,69%. Isso se aplica a toda a estrutura da curva.

Com o acompanhamento diário dessas curvas, é possível identificar que o princípio de não-arbitragem está presente na estrutura das curvas, permitindo chegar a qualquer curva local a partir dos futuros DI1 e de outros instrumentos financeiros. Dessa forma, sempre teremos, implicitamente, a taxa livre de risco (taxa Pré) na estrutura e movimentação das curvas locais.

Levantamento bibliográfico

A fundamentação teórica baseia-se em trabalhos importantes, como os de Securato (2015), Hull (2016), FRM GARP (2024) e os manuais da B3. Essas obras fornecem uma base sólida para a construção e análise das curvas de juros, destacando a importância da precisão na precificação de produtos financeiros e no alinhamento com o mercado local.

Securato (2015) aborda os aspectos essenciais para o entendimento da metodologia de construção das curvas de juros. Hull (2016) oferece uma introdução abrangente aos mercados de derivativos, focando nas aplicações práticas e na teoria subjacente, além de apresentar a base matemática necessária para a precificação dos futuros utilizados na construção das curvas. Por sua vez, o livro do FRM GARP (2024) explora os mercados financeiros e os produtos correlatos, essenciais para a análise das inter-relações entre diferentes instrumentos financeiros, trazendo exemplos sobre o princípio de não-arbitragem entre curvas locais e estrangeiras. Os manuais da B3 detalham a metodologia de precificação para contratos futuros, métodos de interpolação e a construção das curvas de juros, garantindo a conformidade com as práticas do mercado local.

A precisão na construção dessas curvas é fundamental para a estabilidade financeira e para evitar oportunidades de arbitragem. O princípio de não-arbitragem assegura que os preços dos ativos financeiros reflitam corretamente os riscos e os retornos esperados. A inter-relação entre as diferentes curvas de juros e a conformidade com este princípio garantem que os preços dos ativos sejam consistentes e justos, refletindo adequadamente as condições de mercado.

Dessa forma, espera-se que não haja ineficiências no mercado de juros local, o que impossibilita a arbitragem. No entanto, é possível encontrar, nos capítulos 9 e 10 do FRM GARP (2024), exemplos de arbitragem entre moedas e curvas de juros de diferentes países, exemplificando que o princípio de não-arbitragem não é garantido quando expandimos para mercados internacionais, os quais apresentam ineficiências entre si, abrindo margem para operações que buscam explorar essas diferenças.

Um exemplo disso é o tipo de operação chamado "carry trade", cujo objetivo consiste em tomar um empréstimo em um país com uma taxa de juros baixa e aplicar esse montante em outro país com uma taxa de juros mais atrativa, lucrando com a diferença entre as taxas — considerando que a variação cambial não será relevante. Um caso recente ocorreu no mercado asiático, especificamente no Japão, onde o desmonte de grandes operações de carry trade resultou em uma queda acentuada das ações japonesas e na valorização do iene.

Os investidores estrangeiros, aproveitando-se da taxa de juros do Japão, que era igual a 0%, tomavam empréstimos de 50 milhões de ienes sem incorrer em juros sobre esse montante. Assim, convertiam esses ienes em outras moedas, como o dólar, e aplicavam esse valor em ativos como os Treasuries americanos, que remuneravam em torno de 5%. Dessa forma, os investidores ganhavam tanto com a diferença entre as taxas quanto com a conversão USD/JPY, que não apresentava grandes variações. Este exemplo demonstra que os mercados estrangeiros de juros podem apresentar oportunidades de arbitragem, dado que a construção das curvas de diferentes países não segue as mesmas estruturas a termo, permitindo assim a exploração dessas diferenças.

Cronograma

	jun/24	jul/24	ago/24	set/24	out/24	nov/24	dez/24	jan/25	fev/25	mar/25	abr/25	mai/25	jun/25
Escolha do Tema	x												
Levantamento bibliográfico		x	x										
Definição dos objetivos				x									
Coleta dos dados					x	x							
Preficicação dos produtos							x	x					
Interpolação das curvas									x				
Monitoramento e acompanhamento das curvas										x	x		
Conclusões sobre o princípio de não arbitragem											x		
Redação do trabalho												x	
Revisão e redação final												x	x
Entrega e apresentação													x

O cronograma de 12 meses sugere que, para verificar as movimentações de mercado e a impossibilidade de arbitragem entre as curvas, seja necessária, além de uma construção robusta das curvas, a realização de um monitoramento contínuo de seu comportamento ao longo do tempo. Assim, espera-se ser possível no final do projeto chegar a conclusão de eficiência do mercado de juros local.

Orçamento

Não será necessário orçamento para este projeto, pois, além de ser possível utilizar softwares gratuitos, como o Google Sheets em lugar do Excel, todos os dados e materiais de consulta podem ser encontrados na internet de maneira gratuita.

REFERÊNCIAS

SECURATO, José Roberto. *Cálculo financeiro das tesourarias*. 5.ed. São Paulo: Saint Paul Editora, 2015.

HULL, John C. *Opções, futuros e outros derivativos*. 9.ed. Porto Alegre: Bookman, 2016.

FRM, Garp. *Financial Markets and Products*. 5.ed. United States: Pearson, 2024.

B3. *Manual de Apreçamento Contratos Futuros*. Disponível em: https://www.b3.com.br/pt_br/market-data-e-indices/servicos-de-dados/market-data/consultas/mercado-de-derivativos/metodologia/manual-de-aprecamento-da-b3/. Acesso em: 09/07/2024.

B3. *Manual de Curvas*. Disponível em: < https://www.b3.com.br/pt_br/market-data-e-indices/servicos-de-dados/market-data/consultas/mercado-de-derivativos/metodologia/manual-de-aprecamento-da-b3/ >. Acesso em: 09/07/2024.

FRANKLIN JR., Sergio L.; DUARTE, Thiago B.; NEVES, César R.; MELO, Eduardo F. L. *A estrutura a termo de taxas de juros no Brasil: modelos, estimação e testes*. Economia Aplicada, v. 16, n. 2, 2012.

Wall Street Journal. *What is the yen carry trade*. Disponível em: < <https://www.wsj.com/finance/currencies/what-is-the-yen-carry-trade-e5ab9670> >. Acesso em: 07/08/2024.