TĂśbbasztalos ĂŠs -felhasznĂĄlĂłs pĂłker jĂĄtĂŠk adatbĂĄzis modellezĂŠse

Dokumentďż˝ciďż˝ sablon

Kovďż˝cs Pďż˝ter

2012.03.11.

1. Bevezetďż˝s

A tĂĄrgy teljesďż˝tďż˝sďż˝nek, a legalďż˝bb elďż˝gsďż˝ges gyakorlati jegynek a feltďż˝tele egy ďż˝sszetettebb beadandďż˝ feladat elkďż˝szďż˝tďż˝se Matlab-ban. Az elkďż˝szďż˝tett programot ďż˝s teszteldďż˝sďż˝t rďż˝szletesen dokumentďż˝lni kell. A dokumentďż˝ciďż˝ tartalmazza a feladat szďż˝vegďż˝t, az alkalmazott numerikus mďż˝dszer leďż˝rďż˝sďż˝t (nem ďż˝tmďż˝solva egy internetes jegyzetbďż˝l), az implementďż˝ciďż˝ megfontolďż˝sait (a felmerďż˝lt nehďż˝zsďż˝geket, azok ďż˝thidalďż˝sďż˝t, a Matlab lehetďż˝sďż˝geihez valďż˝ igazďż˝tďż˝sďż˝t).

Ezen tďż˝lmenďż˝en a dokumentďż˝ciďż˝ tartalmazza a teszteldďż˝s menetďż˝t, az egyes tesztseteket, a kapott kimeneteket (ďż˝brďż˝kat, mďż˝trixokat, hibaďż˝zeneteket), azok magyarďż˝zatďż˝t. Termďż˝szetesen a kďż˝szďż˝tďż˝ neve, EHA kďż˝dja is szerepeljen benne. A dokumentďż˝ciďż˝t LaTeX-ben kell elkďż˝szďż˝teni ďż˝s pdf formďż˝tumban vďż˝rjuk, az alďż˝bbi mintďż˝nak megfelelďż˝en.

2. Dokumentďż˝ciďż˝ formďż˝tuma

2.1. Alfejezet

Alfejezet szďż˝vege.

1. Tďż˝tel. *Legyenek $x_0, x_1, \ldots, x_n \in [a,b]$ kďż˝lďż˝nbďż˝zďż˝ alappontok ďż˝s tekintsďż˝k az $y_0, y_1, \ldots, y_n \in \mathbb{R}$ ďż˝rtďż˝keket. Ekkor $\exists!$ olyan $P \in \mathbb{P}_n$ legfeljebb n-ed fokďż˝ polinom, melyre*

$$P(x_i) = y_i \quad (i = 0, \ldots, n).$$

1. Bizonyďż˝tďż˝s. ...

2.1.1. Al-alfejezet

Al-alfejezet szďż˝vege.

1. Definďż˝ciďż˝. *Az $x_0, x_1, \ldots, x_n$ alappontok ďż˝ltal meghatďż˝rozott Lagrange–alappolinomokat a kďż˝vetkezďż˝kďż˝ppen definiďż˝ljuk:*

$$\ell_k(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq k}}^{n} \frac{x - x_j}{x_k - x_j} \quad (k = 0, \ldots, n) \ .$$

3. Matematikai kifejezďż˝sek

3.1. Kďż˝pletek

Az egy soros egyenleteket a hagyomďż˝nyos `equation` kďż˝rnyezetben definiďż˝ljuk:

$$P(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i \ . \tag{1}$$

Matematikai kďż˝pleteket a folyďż˝szďż˝vegbe is beďż˝gyazhatunk a $ jel segďż˝tsďż˝gďż˝vel. Hasznďż˝lhatunk elďż˝re definiďż˝lt operďż˝torokat, pďż˝ldďż˝ul cos, sin, tan, arctan stb. Ugyanakkor sajďż˝t operďż˝torokat is definiďż˝lhatunk: diag.

A tďż˝bbsoros kďż˝pletek megjelenďż˝tďż˝sďż˝re hasznďż˝lhatjuk a `gather`, `align` parancsokat:

$$\ell_k(x) = \prod_{\substack{i=0 \\ i \neq k}}^{n} \frac{x - x_i}{x_k - x_i} \ , \tag{2}$$

$$\omega_n(x) = \prod_{i=0}^{n} (x - x_i) \ . \tag{3}$$

$$L_n(x) = \sum_{k=0}^{n} f(x_k)\ell_k(x), \quad (n \in \mathbb{N}) \tag{4}$$

$$N_n(x) = f(x_0) + \sum_{k=1}^{n} f[x_0, \ldots, x_k]\omega_{k-1}(x). \tag{5}$$

3.2. Mďż˝trixok

Mďż˝trixokat az `array` kďż˝rnyezet segďż˝tsďż˝gďż˝vel adhatunk meg. Pďż˝ldďż˝ul az $(x_0, \dots, x_3)$ ďż˝s $(y_0, \dots, y_3)$ alappontokhoz tartozďż˝ $V\mathbf{p} = = \mathbf{y}$ LER-t, vagyis az interpolďż˝ciďż˝s polinom $\mathbf{p}$ egyďż˝tthatďż˝ vektorďż˝t a kďż˝vetkezďż˝kďż˝ppen adhatjuk meg:

$$\begin{bmatrix} 1 & x_0 & x_0^2 & x_0^3 \\ 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_1 & x_2^2 & x_2^3 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} \tag{6}$$

Ezzel a mďż˝dszerrel ďż˝ltalďż˝nos $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ mďż˝trixokat is megadhatunk.

$$A = \left[\begin{array}{ccccc} d_1 & f_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & d_2 & f_2 & & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & & d_{n-1} & f_{n-1} \\ 0 & \dots & & & d_n \\ \hline \multicolumn{5}{c}{\Large 0} \end{array} \right] \in \mathbb{R}^{m \times n} \tag{7}$$

4. ďż˝brďż˝k, tďż˝blďż˝zatok

Kďż˝peket az `graphichx` csomag `\includegraphics` parancsďż˝val illeszthetďż˝nk a dokumentumba. A szerkesztďż˝s sorďż˝n vektorgrafikus kďż˝peket kell hasznďż˝lni, hogy ďż˝tmďż˝retezďż˝s hatďż˝sďż˝ra se torzuljanak az ďż˝brďż˝k. A Matlab lehetďż˝sďż˝get ad arra, hogy a generďż˝lt ďż˝brďż˝kat kďż˝lďż˝nbďż˝zďż˝ formďż˝tumokban menthessďż˝k le, tďż˝bbek kďż˝zďż˝tt eps-ben ďż˝s pdf-ben is. Ha elkerďż˝lhetetlen a raszteres kďż˝pek hasznďż˝lata, akkor ďż˝gyeljďż˝nk rďż˝, hogy azokat kellďż˝en nagy felbontďż˝sban mentsďż˝k le.

1. ábra. Az $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ ďż˝s a 3-adfokďż˝ Lagrange-interpolďż˝ciďż˝s polinom kďż˝pe [0,1]-en.

Tďż˝blďż˝zatokat a `tabular` kďż˝rnyezet segďż˝tsďż˝gďż˝vel adhatunk meg. Erre kďż˝lďż˝nďż˝sen nagy szďż˝ksďż˝g lesz a teszteredmďż˝nyek ďż˝sszefoglalďż˝sakor. A kďż˝vetkezďż˝ tďż˝blďż˝zat, az $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ fďż˝ggvďż˝nyhez ďż˝s a (0,0,1,1) alappontokhoz tartozďż˝ Hermite-interpolďż˝ciďż˝s polinom osztott differenciďż˝it tartalmazza.

x_i	y_i	$f[x_i, x_{i+1}]$	$f[x_i, x_{i+1}, x_{i+2}]$	$\ldots$
0	$\boxed{1}$			
0	1	$\boxed{f'(0) = 0}$		
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$	$\boxed{-\frac{1}{2}}$	
1	$\frac{1}{2}$	$f'(1) = -\frac{1}{2}$	0	$\boxed{\frac{1}{2}}$

1. táblázat. Osztott differencia tďż˝blďż˝zat.

5. Hivatkozďż˝sok

Az egyenletekre az `\eqref{}` paranccsal hivatkozhatunk, pďż˝ldďż˝ul az elsďż˝ kďż˝pletre az (1) szďż˝mmal. A kapcsos zďż˝rďż˝jelbe a megfelelďż˝ hivatkozďż˝s cďż˝mkďż˝je kerďż˝l, melyet a `\label` paranccsal adhatunk meg az egyenleteknďż˝l, ďż˝brďż˝knďż˝l, tďż˝blďż˝zatoknďż˝l. Az utďż˝bbi kďż˝t esetben `\ref{}` kulcsszďż˝ segďż˝tsďż˝gďż˝vel tudunk hivatkozni. Ha a dokumentum vďż˝gďż˝n lďż˝vďż˝ referenciďż˝kat akarjuk idďż˝zni, akkor a `\cite{}` parancsot kell hasznďż˝lni. A kapcsos zďż˝rďż˝jelbe most is a hivatkozďż˝s cďż˝mkďż˝je kerďż˝l. A dokumentumba webcďż˝meket is beszďż˝rhatunk az `\url{}` parancs segďż˝tsďż˝gďż˝vel. Pďż˝ldďż˝ul `http://numanal.inf.elte.hu`.

Hivatkozások

[1] **Golub, G.H., Van Loan, C.F.,** *Matrix Computations, 3rd ed.*, Johns Hopkins University Press, Baltimore and London, 1996.

[2] **Hill, R. and A. Dow,** An index formula, *J. Differential Equations*, **15** (1982), 197–211.

[3] **Aczél, J.,** *Lectures on Functional Equations and their Applications*, Academic Press, New York and London, 1966.

[4] **Timan, A.F.,** *Theory of Approximation of Functions of a Real Variable*, Gosudarstv. Izdat. Fiz.-Mat. Lit., Moscow, 1960 (in Russian).

[5] **Kuhn, N.,** A note on t-convex functions, in: W. Walter (Ed.) *General Inequalities, 4* (Oberwolfach, 1983), International Series of Numerical Mathematics **71**, Birkhäuser, Basel, 1984, 269–276.

[6] **Granlund, T.,** GNU MP: The GNU Multiple Precision Arithmetic Library, `http://www.swox.se/gmp/#DOC`

A. Fďż˝ggelďż˝k

A fďż˝ggelďż˝k rendszerint a dokumentum legvĂŠgĂŠn kap helyet, a referencia lista utďż˝n. Ide kerďż˝lnek a programkďż˝dok, pszeudo kďż˝dok, stb.

A programkďż˝dok megkďż˝lďż˝nbďż˝ztetďż˝sďż˝re a `verbatim` kďż˝rnyezetet hasznďż˝ljuk. Pďż˝ldďż˝ul a 1. ďż˝brďż˝t a kďż˝vetkezďż˝ MATLAB utasďż˝tďż˝sok vďż˝grehajtďż˝sďż˝val kaptuk:

```
>> f=@(x) 1./(1+x.^2);
>> X=linspace(0,1,1000);
>> plot(X,f(X),'g','LineWidth',2);

>> hold on;
>> xi=linspace(0,1,4);
>> lagrange_alak(xi,f(xi),0.01);
```

A pszeudokďż˝dokat algoritmusok vďż˝zlatos leďż˝rďż˝sďż˝hoz hasznďż˝lhatjuk. Ehhez az `algorithm`, illetve az `algorithmic` kďż˝rnyezetekre lesz szďż˝ksďż˝gďż˝nk.

Algorithm 1 algorithm 5.1.3 from [1]

function [c,s]=givens(a,b)
if $b = 0$ **then**
  $c = 1; \quad s = 0;$
else
  if $|b| > |a|$ **then**
    $\tau = -a/b; \quad s = 1/\sqrt{1+\tau^2}; \quad c = s\tau$
  else
    $\tau = -b/a; \quad c = 1/\sqrt{1+\tau^2}; \quad s = c\tau$
  end if
end if