

## Tema 4.

# Ejercicios de Árboles (II)

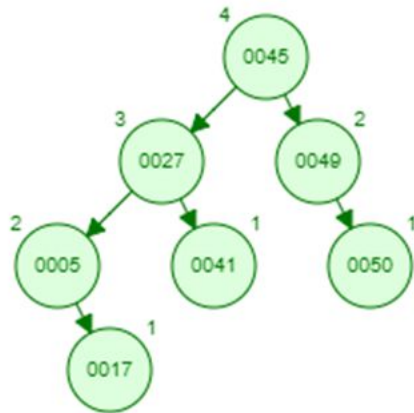
# Ejercicios de árboles (II)

1.- En un árbol AVL, inserta los siguientes valores (por este orden) 49, 27, 5, 45, 50, 41, 17 y luego elimina 45, 41 y 27, mostrando en cada paso qué rebalanceo hay que realizar. Indicar el tipo de rotaciones que se producen y dónde, dibujando el árbol tal como quedaría tras cada una de las operaciones.

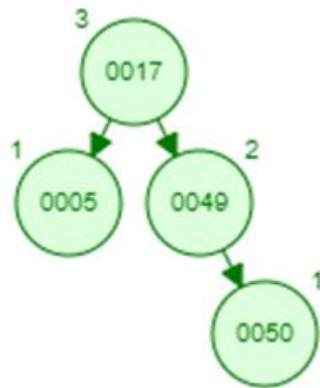
## Solución:

- Se inserta 49 como raíz sin hijos
- Se inserta 27 como hijo izquierdo de 49
- Se inserta 5 como hijo izquierdo de 27
- Rotación II en 49
- Se inserta 45 como hijo izquierdo de 49
- Se inserta 50 como hijo derecho de 49
- Se inserta 41 como hijo izquierdo de 45
- Rotación DI en 27
- Se inserta 17 como hijo derecho de 5
- Se elimina 45 sustituyéndolo por 41
- Rotación ID en 27
- Se elimina 41 sustituyéndolo por 27
- Se elimina 27 sustituyéndolo por 17

## Inserciones



## Eliminaciones



# Ejercicios de árboles (II)

2.- En un árbol AVL, inserta los siguientes valores (por este orden) 2, 23, 45, 5, 1, 9, 33 y luego elimina 5, 9 y 23. Indicar el tipo de rotaciones que se producen y dónde, dibujando el árbol tal como quedaría tras cada una de las operaciones.

## Solución:

Se inserta 2 como raíz sin hijos

Se inserta 23 como hijo derecho de 2

Se inserta 45 como hijo derecho de 23

Rotación DD en 2

Se inserta 5 como hijo derecho de 2

Se inserta 1 como hijo izquierdo de 2

Se inserta 9 como hijo derecho de 5

Rotación ID en 23

Se inserta 33 como hijo izquierdo de 45

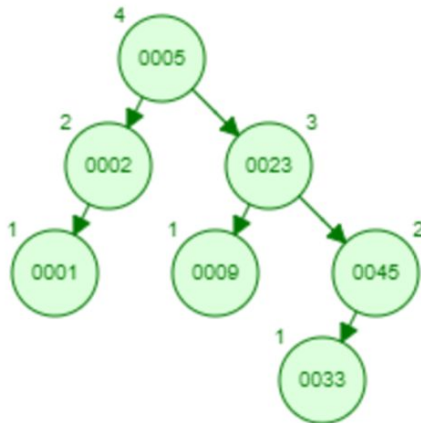
Se elimina 5 se sustituye por 2

Rotación DD en 2

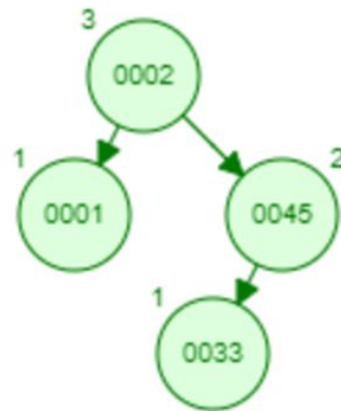
Se elimina 9 como nodo hoja

Se elimina 23 sustituyéndolo por 2

## Inserciones



## Eliminaciones



# Ejercicios de árboles (II)

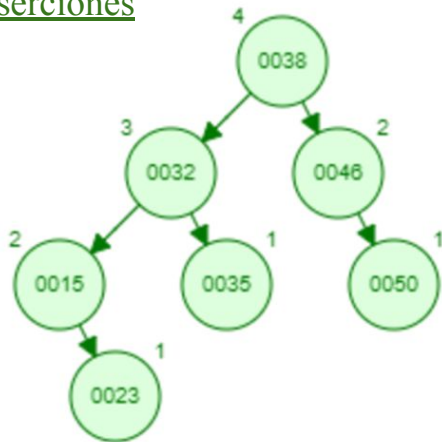
3.- En un árbol AVL, inserta los siguientes valores (por este orden) 46, 32, 15, 38, 50, 35, 23 y luego elimina 38, 35 y 32, mostrando en cada paso qué rebalanceo hay que realizar. Indicar el tipo de rotaciones que se producen y dónde, dibujando el árbol tal como quedaría tras cada una de las operaciones.

## Solución:

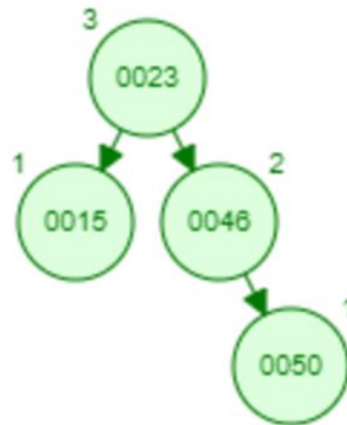
Se inserta 46 como raíz sin hijos  
Se inserta 32 como hijo izquierdo de 46  
Se inserta 15 como hijo izquierdo de 32  
Rotación II en 46  
Se inserta 38 como hijo izquierdo de 46  
Se inserta 50 como hijo derecho de 46  
Se inserta 35 como hijo izquierdo de 38  
Rotación DI en 32  
Se inserta 23 como hijo derecho de 15

Se elimina 38 sustituyéndolo por 35  
Rotación ID en 32  
Se elimina 35 sustituyéndolo por 32  
Se elimina 32 sustituyéndolo por 23

## Inserciones



## Eliminaciones



# Ejercicios de árboles (II)

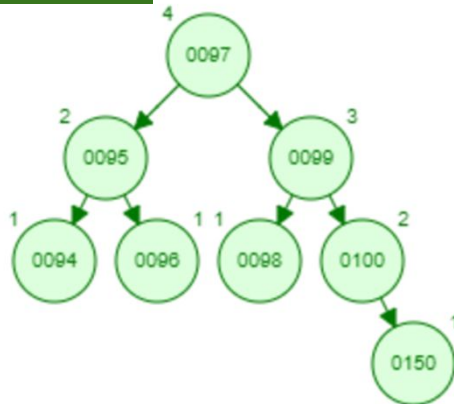
4.- En un árbol AVL, inserta los siguientes valores (por este orden) 100, 99, 98, 97, 96, 95, 94 150 y luego elimina 95, 97 y 99, mostrando en cada paso qué rebalanceo hay que realizar. Indicar el tipo de rotaciones que se producen y dónde, dibujando el árbol tal como quedaría tras cada una de las operaciones.

## Solución:

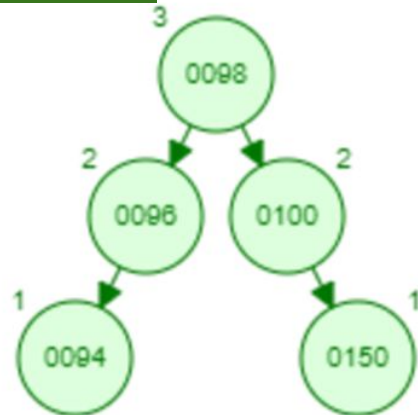
Se inserta 100 como raíz sin hijos  
Se inserta 99 como hijo izquierdo de 100  
Se inserta 98 como hijo izquierdo de 99  
Rotación II en 100  
Se inserta 97 como hijo izquierdo de 98  
Se inserta 96 como hijo izquierdo de 97  
Rotación II en 98  
Se inserta 95 como hijo izquierdo de 96  
Rotación II en 99  
Se inserta 94 como hijo izquierdo de 95  
Rotación II en 96  
Se inserta 150 como hijo derecho de 100

Se elimina 95 sustituyéndolo por 94  
Se elimina 97 sustituyéndolo por 96  
Rotación DD en 96  
Se elimina 99 sustituyéndolo por 98

## Inserciones



## Eliminaciones

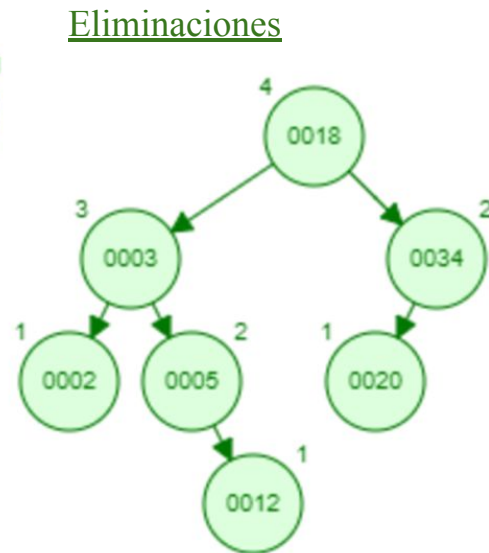
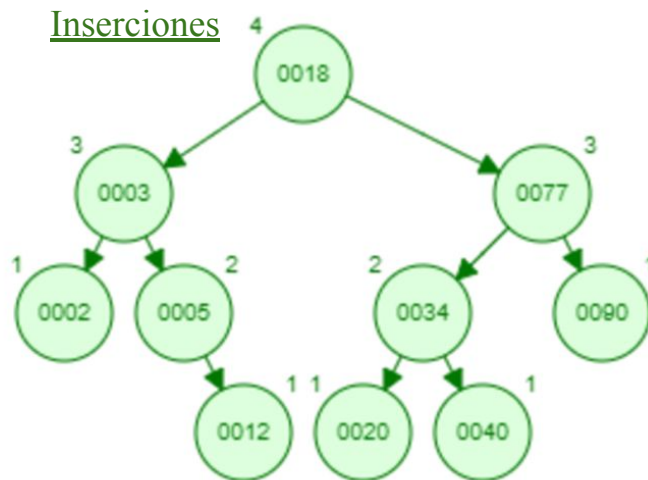


# Ejercicios de árboles (II)

5.- En un árbol AVL, insertar los elementos siguientes en el orden que aquí se indica: 3, 2, 18, 5, 20, 90, 77, 40, 34, 12, y, posteriormente, eliminar tres veces el mayor número del árbol. Indicar el tipo de rotaciones que se producen y dónde, dibujando el árbol tal como quedaría tras cada una de las operaciones.

## Solución:

- Se inserta 3 como raíz sin hijos
- Se inserta 2 como hijo izquierdo de 3
- Se inserta 18 como hijo derecho de 3
- Se inserta 5 como hijo izquierdo de 18
- Se inserta 20 como hijo derecho de 18
- Se inserta 90 como hijo derecho de 20
  - Rotación DD en 20
- Se inserta 77 como hijo izquierdo de 90
  - Rotación DI en 20
- Se inserta 40 como hijo derecho de 20
- Se inserta 34 como izquierdo de 40
  - Rotación DI en 20
- Se inserta 12 como hijo derecho de 5
- Se elimina 90 como nodo hoja
  - Rotación II en 77
- Se elimina 77, sin hijo derecho
- Se elimina 40, como nodo hoja



# Ejercicios de árboles (II)

6.- En un árbol AVL, insertar los elementos siguientes en el orden que aquí se indica: 13, 12, 8, 28, 15, 30, 80, 67, 42, 31, 21, y, posteriormente, eliminar tres veces el mayor número del árbol. Indicar el tipo de rotaciones que se producen y dónde, dibujando el árbol tal como quedaría tras cada una de las operaciones.

## Solución:

Se inserta 13 como raíz sin hijos

Se inserta 12 como hijo izquierdo de 13

Se inserta 8 como hijo izquierdo de 12. Rotación II en 13

Se inserta 28 como hijo derecho de 13

Se inserta 15 como hijo izquierdo de 28. Rotación DI en 13

Se inserta 30 como hijo derecho de 28. Rotación DD en 12

Se inserta 80 como hijo derecho de 30. Rotación DD en 28

Se inserta 67 como hijo izquierdo de 80

Se inserta 42 como hijo izquierdo de 67. Rotación II en 80

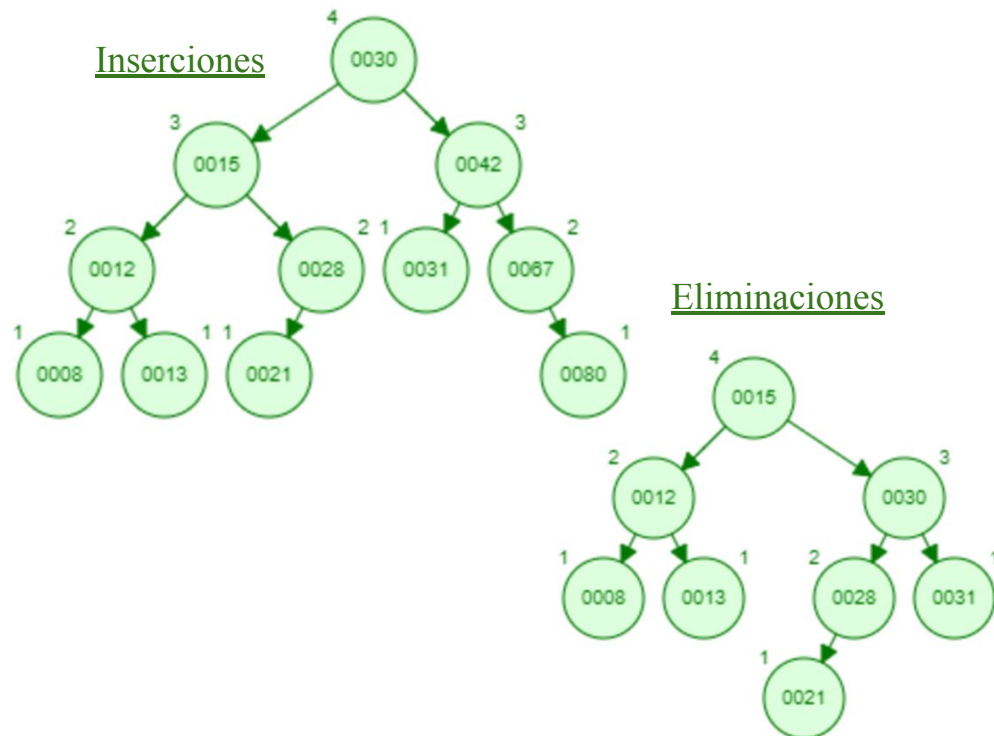
Se inserta 31 como hijo izquierdo de 42. Rotación DI en 30

Se inserta 21 como hijo izquierdo de 28. Rotación DI en 15

Se elimina 80 como nodo hoja

Se elimina 67 como nodo hoja

Se elimina 42 sin hijo derecho. Rotación II en 30



# Ejercicios de árboles (II)

7.- En un árbol AVL, insertar los elementos siguientes en el orden que aquí se indica: 97, 99, 82, 95, 77, 11, 22, 55, 66, 88, y, posteriormente, eliminar cuatro veces el menor número del árbol. Indicar el tipo de rotaciones que se producen y donde, dibujando el árbol tal como quedaría tras cada una de las operaciones.

## Solución:

Se inserta 97 como raíz sin hijos

Se inserta 99 como hijo derecho de 97

Se inserta 82 como hijo izquierdo de 97

Se inserta 95 como hijo derecho de 82

Se inserta 77 como hijo izquierdo de 82

Se inserta 11 como hijo izquierdo de 77. Rotación II en 97

Se inserta 22 como hijo derecho de 11. Rotación ID en 77

Se inserta 55 como hijo izquierdo de 77

Se inserta 66 como hijo derecho de 55. Rotación ID en 77

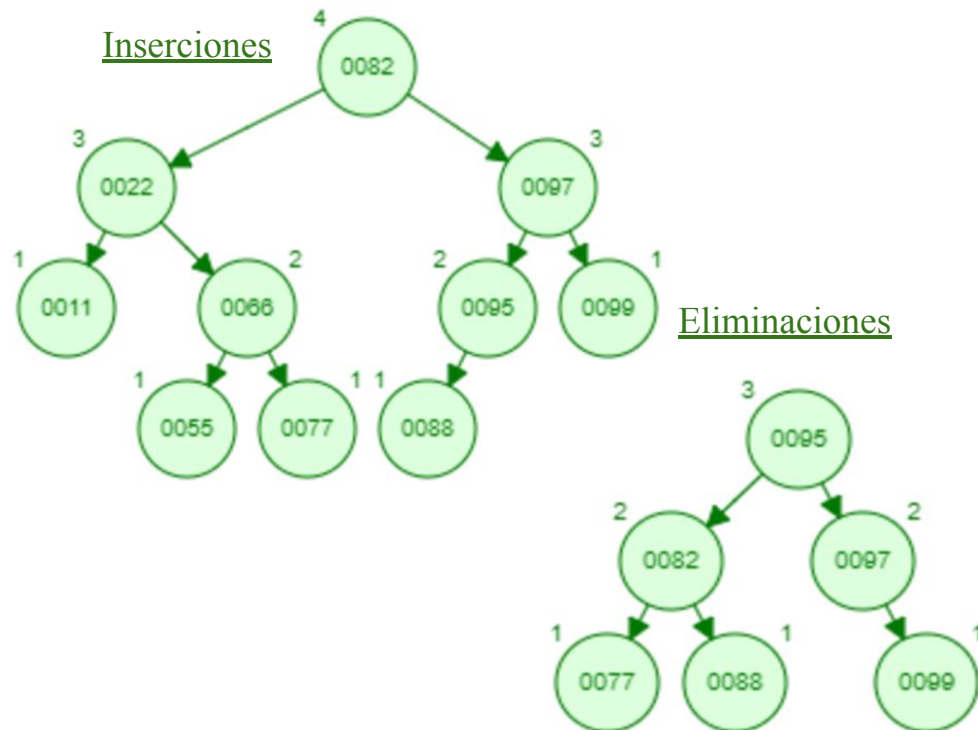
Se inserta 88 como hijo izquierdo de 95

Se elimina el 11 como nodo hoja. Rotación DD en 22

Se elimina el 22 sin hijo izquierdo

Se elimina el 55 como nodo hoja

Se elimina el 66 sin hijo izquierdo. Rotación DI en 82





# Ejercicios de árboles (II)

8.- En un árbol AVL, insertar los elementos siguientes en el orden que aquí se indica: 37, 27, 32, 29, 28, 25, 10, 45, 54, 42, y, posteriormente, eliminar seis veces el menor número del árbol. Indicar el tipo de rotaciones que se producen y donde, dibujando el árbol tal como quedaría tras cada una de las operaciones.

## Solución:

Inserta 37 como raíz sin hijos

Inserta 27 como hijo izquierdo de 37

Inserta 32 como hijo derecho de 27 Rotación ID en 37

Inserta 29 como hijo derecho de 27

Inserta 28 como hijo izquierdo de 29 Rotación DI en 27

Inserta 25 como hijo izquierdo de 27 Rotación II en 32

Inserta 10 como hijo izquierdo de 25 Rotación II en 27

Inserta 45 como hijo derecho de 37

Inserta 54 como hijo derecho de 45 Rotación DD en 37

Inserta 42 como hijo derecho de 37 Rotación DI en 32

Elimina 10 como nodo hoja

Elimina 25 sin hijo izquierdo

Rotación DD en 28

Elimina 27 como nodo hoja

Rotación DI en 28

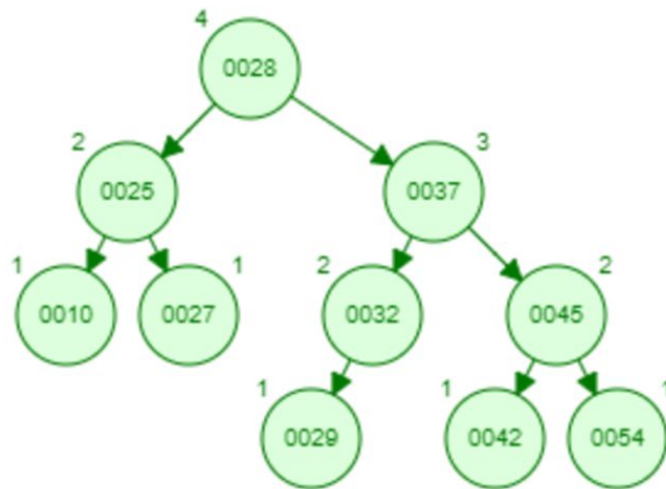
Elimina 28 como nodo hoja

Elimina 29 sin hijo izquierdo

Elimina 32 como nodo hoja

Rotación DD en 37

## Inserciones



## Eliminaciones



# Ejercicios de árboles (II)

9.- En un árbol AVL, insertar los elementos siguientes en el orden que aquí se indica: 63, 73, 68, 71, 72, 75, 90, 55, 46, 58, y, posteriormente, eliminar seis veces el mayor número del árbol. Indicar el tipo de rotaciones que se producen y donde, dibujando el árbol tal como quedaría tras cada una de las operaciones.

## Solución:

Inserta 63 como raíz sin hijos

Inserta 73 como hijo derecho de 63

Inserta 68 como hijo izquierdo de 73 Rotación DI en 63

Inserta 71 como hijo izquierdo de 73

Inserta 72 como hijo derecho de 71 Rotación ID en 73

Inserta 75 como hijo derecho de 73 Rotación DD en 68

Inserta 90 como hijo derecho de 75 Rotación DD en 73

Inserta 55 como hijo izquierdo de 63

Inserta 46 como hijo izquierdo de 55 Rotación II en 63

Inserta 58 como hijo izquierdo de 63 Rotación ID en 68

Elimina 46 como nodo hoja

Elimina 55 sin hijo izquierdo

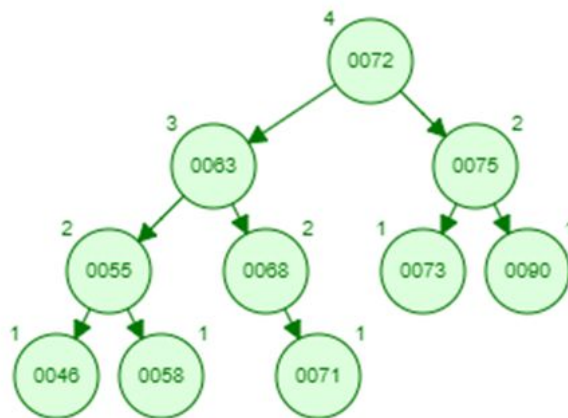
Elimina 58 como nodo hoja Rotación DD en 63

Elimina 63 como nodo hoja

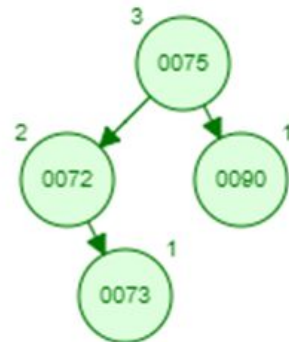
Elimina 68 sin hijo izquierdo

Elimina 71 como nodo hoja Rotación DD en 72

## Inserciones



## Eliminaciones



# Ejercicios de árboles (II)

10.- En un árbol AVL, insertar los elementos siguientes en el orden que aquí se indica: 78, 92, 57, 88, 45, 17, 20, 32, 41, 70, y, posteriormente, eliminar cuatro veces el menor número del árbol. Indicar el tipo de rotaciones que se producen y donde, dibujando el árbol tal como quedaría tras cada una de las operaciones.

## Solución:

Inserta 78 como raíz sin hijos

Inserta 92 como hijo derecho de 78

Inserta 57 como hijo izquierdo de 78

Inserta 88 como hijo izquierdo de 92

Inserta 45 como hijo izquierdo de 57

Inserta 17 como hijo izquierdo de 45 Rotación II en 57

Inserta 20 como hijo derecho de 17

Inserta 32 como hijo derecho de 20 Rotación DD en 17

Inserta 41 como hijo derecho de 32 Rotación ID en 45

Inserta 70 como hijo derecho de 57 Rotación ID en 78

Elimina 17 como nodo hoja

Elimina 20 como nodo hoja

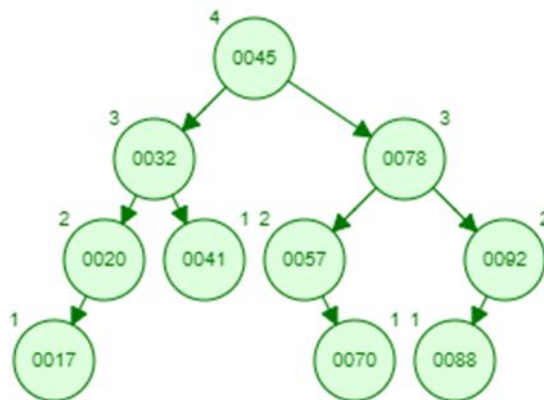
Elimina 32 sin hijo izquierdo

Elimina 41 como nodo hoja

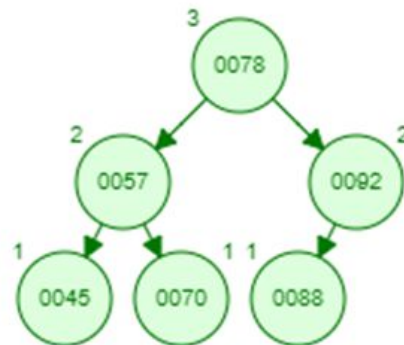
Rotación DD en 45

Rotación DD en 45

## Inserciones



## Eliminaciones



# Ejercicios de árboles (II)

6.- En un árbol AVL, insertar los elementos siguientes en el orden que aquí se indica: 13, 12, 8, 28, 15, 30, 80, 67, 42, 31, 21, y, posteriormente, eliminar tres veces el mayor número del árbol. Indicar el tipo de rotaciones que se producen y dónde, dibujando el árbol tal como quedaría tras cada una de las operaciones.

7.- En un árbol AVL, insertar los elementos siguientes en el orden que aquí se indica: 97, 99, 82, 95, 77, 11, 22, 55, 66, 88, y, posteriormente, eliminar cuatro veces el menor número del árbol. Indicar el tipo de rotaciones que se producen y donde, dibujando el árbol tal como quedaría tras cada una de las operaciones.

8.- En un árbol AVL, insertar los elementos siguientes en el orden que aquí se indica: 37, 27, 32, 29, 28, 25, 10, 45, 54, 42, y, posteriormente, eliminar seis veces el menor número del árbol. Indicar el tipo de rotaciones que se producen y donde, dibujando el árbol tal como quedaría tras cada una de las operaciones.

9.- En un árbol AVL, insertar los elementos siguientes en el orden que aquí se indica: 63, 73, 68, 71, 72, 75, 90, 55, 46, 58, y, posteriormente, eliminar seis veces el mayor número del árbol. Indicar el tipo de rotaciones que se producen y donde, dibujando el árbol tal como quedaría tras cada una de las operaciones.

10.- En un árbol AVL, insertar los elementos siguientes en el orden que aquí se indica: 78, 92, 57, 88, 45, 17, 20, 32, 41, 70, y, posteriormente, eliminar cuatro veces el menor número del árbol. Indicar el tipo de rotaciones que se producen y donde, dibujando el árbol tal como quedaría tras cada una de las operaciones.

