Universidad de La Laguna

Asignatura: Algoritmos y Estructuras de Datos Avanzadas
Departamento de Ingeniería Informática y de Sistemas
Escuela Superior de Ingeniería y Tecnología

Tema 4.

Códigos de Árboles

La clase árbol binario

```
class nodoB {
  public:
    // Constructor:
    nodoB(const int dat, nodoB *izq=NULL,nodoB *der=NULL) :
          dato(dat), izdo(izq), dcho(der) {}

       // Miembros:
    int dato;       // dato: Cualquier tipo de
    nodoB *izdo;    //       valor a almacenar
    nodoB *dcho;
};
class ArbolB {
  private:
    nodoB *raiz;

  public:
   ...
};
```

Operaciones básicas

- **Iniciales**:
  - **crea_arbol**. Crear un árbol vacío o crear un árbol equilibrado.
  - **es_vacio.** Decir si el árbol es vacío.
  - **imprime_arbol**. Imprimir los nodos del árbol según su estructura.
- **Recorridos**:
  - **pre_orden**. Recorrer: **R**aiz, Subarbol izdo, Subarbol dcho.
  - **post_orden**. Recorrer: Subarbol izdo, Subarbol dcho, **R**aiz.
  - **in_orden**. Recorrer: Suba. izdo, **R**aiz, Suba. dcho. (O***rden simétrico***)
- **Inserciones**:
  - **inserta_hoja**.
  - **inserta_raíz.**
  - **inserta_equilibrado**.
  - **inserta_ordenado.**
- **Eliminaciones**:
  - **busca_datos**.
  - **elimina** hoja o nodo interior.
  - **elimina** el primer nodo o último en orden.

Operaciones de Recorrido.

- **Preorden**

```
void ArbolB::recorre( nodoB *nodo ) {
    if (nodo == NULL) return;
    procesa(nodo->dato);
    recorre(nodo->izdo);
    recorre(nodo->dcho);
}
```

- **Inorden**

```
void ArbolB::recorre( nodoB *nodo ) {
    if (nodo == NULL) return;
    recorre(nodo->izdo);
    procesa(nodo->dato);
    recorre(nodo->dcho);
}
```

- **Postorden**

```
void ArbolB::recorre( nodoB *nodo ) {
    if (nodo == NULL) return;
    recorre(nodo->izdo) ;
    recorre(nodo->dcho) ;
    procesa(nodo->dato) ;
}
```

Recorrido por Niveles.

```
void ArbolB::recorreN( nodoB *Raiz ) {
  Cola Q;
  NodoB *nodo;
  int nivel, Nivel_actual = 0;
  Q.insertar(Raiz, 0);
  while (!Q.vacia()) {
    Q.extraer(nodo, nivel);
    if(nivel > Nivel_actual)
      Nivel_actual = nivel;      //Incremento de nivel
    if(nodo != NULL) {
      Procesar(nodo);
      Q.insertar(nodo->izdo, nivel+1);
      Q.insertar(nodo->dcho, nivel+1);
    }
    else {  //Subarbol vacío}
  }
}
```

Operaciones Iniciales

```
public: // Constructor y destructor
  ArbolB() : raiz(NULL) {}
  ~ArbolB() { Podar(raiz); }
void ArbolB::Podar(nodoB* &nodo) {
  if (nodo == NULL) return ;
  Podar(nodo->izdo); // Podar subarbol izquierdo
  Podar(nodo->dcho); // Podar subarbol derecho
  delete nodo;       // Eliminar nodo
  nodo = NULL;
}
bool EsVacio(nodoB *nodo) {
  return nodo == NULL;
}
bool EsHoja(nodoB *nodo) {
  return !nodo->dcho && !nodo->izdo;
}
```

Tamaño y altura

```
const int ArbolB::Tam() { return TamRama(raiz); }
const int ArbolB::TamRama(nodoB* nodo) {
  if (nodo == NULL) return 0 ;
  return (1 + TamRama(nodo->izdo) +
              TamRama(nodo->dcho) );
}
const int ArbolB::Alt() { return AltN(raiz); }
const int ArbolB::AltN(nodoB* nodo) {
  if (nodo == NULL)
    return 0 ;
  int alt_i = AltN(nodo->izdo);
  int alt_d = AltN(nodo->dcho);
  if (alt_d > alt_i)
    return ++alt_d;
  else
    return ++alt_i;
}
```

Árbol binario equilibrado

```
const bool ArbolB::Equilibrado() {
  return EquilibrioRama(raiz); }

const bool ArbolB::EquilibrioRama(nodoB *nodo) {
  if (nodo == NULL) return true ;
  int eq = TamRama(nodo->izdo) - TamRama(nodo->dcho);
  switch (eq) {
    case -1:
    case  0:
    case  1:
    return EquilibrioRama(nodo->izdo) &&
           EquilibrioRama(nodo->dcho);
    default: return false;
  }
}
```

Inserción en equilibrio

```
void ArbolB::InsertaEquil(const int dato) {
  if (raiz == NULL)
    raiz = new nodoB(dato, NULL, NULL);
  else InsertaEquilRama(dato, raiz);
}
void ArbolB::InsertaEquilRama(const int dato, nodoB* nodo) {
  if (TamRama(nodo->izdo) <= TamRama(nodo->dcho)) {
    if (nodo->izdo != NULL)
      InsertaEquilRama(dato, nodo->izdo);
    else
      nodo->izdo = new nodoB(dato, NULL, NULL);
  }
  else {
    if (nodo->dcho != NULL)
      InsertaEquilRama(dato, nodo->dcho);
    else
      nodo->dcho = new nodoB(dato, NULL, NULL);
  }
}
```

La clase árbol binario de búsqueda

```
class nodoBB {
  public:
    // Constructor:
    nodoBB(int dat, int cl, nodoBB *iz=NULL, nodoBB *de=NULL) :
           dato(dat), clave(cl), izdo(iz), dcho(de) {}
    // Miembros:
    int dato;
    int clave;
    nodoBB *izdo;
    nodoBB *dcho;
};
class ArbolBB {
  private:
    nodoBB *raiz;

  public:
   ...
};
```

El código de la búsqueda

```
nodoBB* ArbolBB::Buscar( int clave_dada )
  { return BuscarRama(raiz, clave_dada); }

nodoBB* ArbolBB::BuscarRama( nodoBB* nodo,
                             int clave_dada) {
  if (nodo == NULL)
    return NULL ;
  if (clave_dada == nodo->clave)
    return nodo ;
  if (clave_dada < nodo->clave )
    return BuscarRama(nodo->izdo, clave_dada);
  return BuscarRama(nodo->dcho, clave_dada);
}
```

El código de la inserción

```
void ArbolBB::Insertar( int clave_dada) {
  InsertarRama( raiz, clave_dada); }

void ArbolBB::InsertarRama( nodoBB* &nodo,
                            int clave_dada) {
  if (nodo == NULL)
    nodo = new nodoBB(clave_dada, clave_dada);
  else if (clave_dada < nodo->clave)
    InsertarRama(nodo->izdo, clave_dada);
  else
    InsertarRama(nodo->dcho, clave_dada);
}
```

El código de la eliminación (I)

```
void ArbolBB::Eliminar( int clave_dada){
  EliminarRama( raiz, clave_dada) ; }

void ArbolBB::EliminarRama( nodoBB* &nodo,
                            int clave_dada) {
  if (nodo == NULL) return NULL ;
  if (clave_dada < nodo->clave)
     EliminarRama(nodo->izdo, clave_dada);
  else if (clave_dada > nodo->clave)
     EliminarRama(nodo->dcho, clave_dada);
  else {   //clave_dada == nodo_clave
    .../...
  }
}
```

El código de la eliminación (II)

```
  .../...
  else {  //clave_dada == nodo->clave
    nodoBB* Eliminado = nodo;
    if (nodo->dcho == NULL)
      nodo = nodo->izdo;
    else if (nodo->izdo == NULL)
      nodo = nodo->dcho;
    else
      sustituye(Eliminado, nodo->izdo);

    delete (Eliminado);
  }
}
```

Buscando sustituto

```
void ArbolBB::sustituye(nodoBB* &eliminado,
                        nodoBB* &sust) {
  if (sust->dcho != NULL)
    sustituye(eliminado, sust->dcho);
  else {
     eliminado->Info = sust->Info ;
     eliminado->Clave = sust->Clave ;
     eliminado = sust ;
     sust = sust->izdo ;
  }
}
```

Árbol binario balanceado

```
const bool ArbolB::Balanceado() {
  return BalanceRama(raiz); }

const bool ArbolB::BalanceRama(nodoB *nodo) {
  if (nodo == NULL) return true;
  int balance = Altura(nodo->izdo) - Altura(nodo->dcho);
  switch (balance) {
    case -1:
    case  0:
    case  1:
    return BalanceRama(nodo->izdo) &&
           BalanceRama(nodo->dcho);
    default: return false ;
  }
}
```

La clase árbol AVL

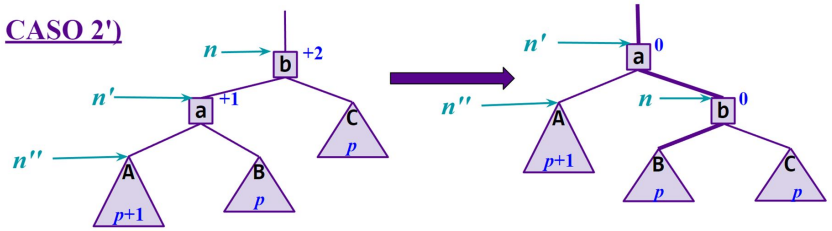
```
class nodoAVL {
   public:
      // Constructor:
      nodoAVL(int dat, int cl, nodoAVL *iz=NULL,
              nodoAVL *de=NULL) : dato(dat),
              clave(cl), bal(0), izdo(iz), dcho(de) {}
      // Miembros:
      int dato;  int clave;  int bal;
      nodoAVL *izdo; nodoAVL *dcho;
};
class ArbolAVL {
  private:
     nodoAVL *raiz;
  public:
   ...
};
```

Rotación II

```
void ArbolAVL::rotacion_II (nodoAVL* &nodo) {
  nodoAVL nodo1 = nodo->izdo;
  nodo->izdo = nodo1->dcho;
  nodo1->dcho = nodo;
  if (nodo1->bal == 1) {
     nodo->bal = 0;
     nodo1->bal = 0;
  }
  else { // nodo1->bal == 0
    nodo->bal = 1;
    nodo1->bal = -1;
  }
  nodo = nodo1;
}
```

1. Rotación Izquierda-Izquierda

- El nodo ***n'*** es hijo izquierdo de ***n*** y el nodo ***n''*** es hijo izquierdo de ***n'***.
- Si se presenta un desbalanceo en ***n*** es ***bal(n)*** = +2 y ***bal(n')*** = +1.



- $i(n) \leftarrow d(n')$, $d(n') \leftarrow n$, $n \leftarrow n'$.
- $bal(n) \leftarrow 0$ y $bal(n') \leftarrow 0$.

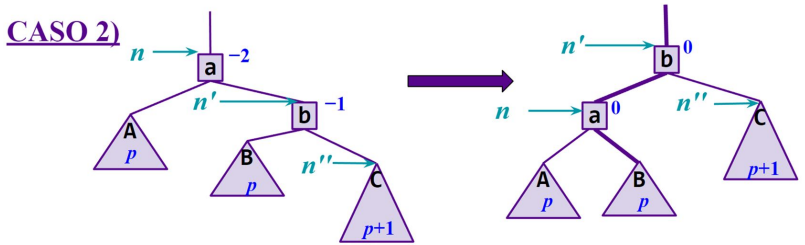
La rama queda con profundidad ***p***+2; **NO** crece.

Rotación DD

```
void ArbolAVL::rotacion_DD (nodoAVL* &nodo) {
  nodoAVL nodo1 = nodo->dcho;
  nodo->dcho = nodo1->izdo;
  nodo1->izdo = nodo ;
  if (nodo1->bal == -1) {
     nodo->bal = 0;
     nodo1->bal = 0;
  }
  else { // nodo1->bal == 0
    nodo->bal = -1;
    nodo1->bal = 1;
  }
  nodo = nodo1;
}
```

2. Rotación Derecha-Derecha

- El nodo ***n'*** es hijo derecho de ***n*** y el nodo ***n''*** es hijo derecho de ***n'***.
- Si se presenta un desbalanceo en ***n*** es ***bal(n)*** = **-2** y ***bal(n')*** = **-1**.



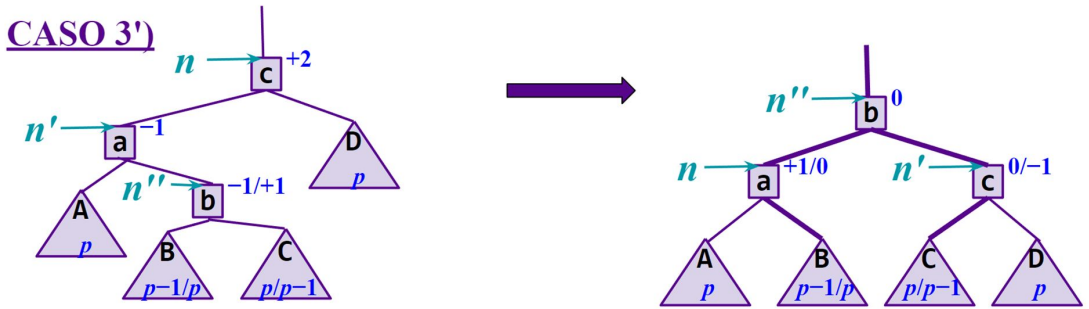
- ***d(n)*** ← ***i(n')***, ***i(n')*** ← ***n***, ***n*** ← ***n'***.
- ***bal(n)*** ← **0** y ***bal(n')*** ← **0**.

La rama queda con profundidad ***p*+2**; **NO** crece

Rotación ID

```
void ArbolAVL::rotacion_ID (nodoAVL* &nodo) {
  nodoAVL* nodo1 = nodo->izdo;
  nodoAVL* nodo2 = nodo1->dcho;
  nodo->izdo = nodo2->dcho;
  nodo2->dcho = nodo;
  nodo1->dcho = nodo2->izdo;
  nodo2->izdo = nodo1;
  if (nodo2->bal == -1)
    nodo1->bal = 1;
  else nodo1->bal = 0;
  if (nodo2->bal == 1)
    nodo->bal = -1
  else nodo->bal = 0;
  nodo2->bal = 0;
  nodo = nodo2;
}
```

3. Rotación Izquierda-Derecha (II)



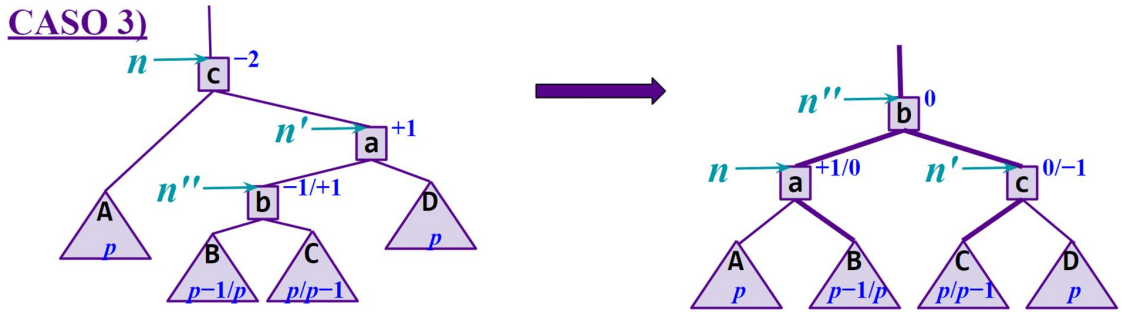
- $d(n') \leftarrow i(n'')$, $i(n) \leftarrow d(n'')$, $i(n'') \leftarrow n'$, $d(n'') \leftarrow n$, $n \leftarrow n''$.
  - Si $bal(n'') = 0$ no pudo haber desbalanceo.
  - Si $bal(n'') = -1$: $bal(n') \leftarrow +1$ y $bal(n) \leftarrow 0$
  - Si $bal(n'') = +1$: $bal(n') \leftarrow 0$ y $bal(n) \leftarrow -1$
  - $bal(n'') \leftarrow 0$

La rama queda con profundidad p+2; NO crece

Rotación DI

```
void ArbolAVL::rotacion_DI (nodoAVL* &nodo) {
  nodoAVL* nodo1 = nodo->dcho;
  nodoAVL* nodo2 = nodo1->izdo;
  nodo->dcho = nodo2->izdo;
  nodo2->izdo = nodo;
  nodo1->izdo = nodo2->dcho;
  nodo2->dcho = nodo1;
  if (nodo2->bal == 1)
    nodo1->bal = -1;
  else nodo1->bal = 0;
  if (nodo2->bal == -1)
    nodo->bal = 1
  else nodo->bal = 0;
  nodo2->bal = 0;
  nodo = nodo2;
}
```

4. Rotación Derecha-Izquierda (II)



- $d(n) \leftarrow i(n'')$, $i(n') \leftarrow d(n'')$, $i(n'') \leftarrow n$, $d(n'') \leftarrow n'$, $n \leftarrow n''$
  - Si $bal(n'') = 0$ no pudo haber desbalanceo
  - Si $bal(n'') = -1$: $bal(n') \leftarrow 0$ y $bal(n) \leftarrow +1$
  - Si $bal(n'') = +1$: $bal(n') \leftarrow -1$ y $bal(n) \leftarrow 0$
  - $bal(n'') \leftarrow 0$

La rama queda con profundidad p+2; **NO** crece

Inserta y Balancea

```
void ArbolAVL::Insertar( int ClaveDada) {
  NodoAVL nuevo = nodoAVL( ClaveDada, 0 );
  bool crece = false;
  inserta_bal( raiz, nuevo, crece);
}
```

Inserta y Balancea

```
void ArbolAVL::inserta_bal( nodoAVL* &nodo,
                            nodoAVL* nuevo, bool& crece) {
  if (nodo == NULL) {
    nodo = nuevo;
    crece = true;
  }
  else if (nuevo->clave < nodo->clave) {
    inserta_bal(nodo->izdo,nuevo,crece);
    if (crece) insert_re_balancea_izda(nodo);
  }
  else {
    inserta_bal(nodo->dcho,nuevo,crece);
    if (crece) insert_re_balancea_dcha(nodo);
  }
}
```

Re-balancea a la izquierda

```
void ArbolAVL::insert_re_balancea_izda(
                              nodoAVL* &nodo) {
  switch (nodo->bal) {
    case -1: nodo->bal = 0;
             crece = false;
             break;
    case  0: nodo->bal = 1  ;
             break;
    case  1: nodoAVL* nodo1 = nodo->izdo;
             if (nodo1->bal == 1)
               rotacion_II(nodo);
             else rotacion_ID(nodo);
             crece = false;
  }
}
```

Re-balancea a la derecha

```
void ArbolAVL::insert_re_balancea_dcha (
                              nodoAVL* &nodo) {
  switch (nodo->bal) {
     case  1: nodo->bal = 0;
              crece = false;
              break;
     case  0: nodo->bal = -1;
              break;
     case -1: nodoAVL* nodo1 = nodo->dcho;
              if (nodo1->bal == -1)
                rotacion_DD(nodo);
              else rotacion_DI(nodo);
              crece = false;
  }
}
```

Eliminación con Rebalanceo

```
void ArbolAVL::eliminar( int clave_dada) {
  bool decrece = false;
  elimina_rama( raiz, clave_dada, decrece);
}
```

Eliminación con Rebalanceo

```
void ArbolAVL::elimina_rama( nodoAVL* &nodo,
                  int ClaveDada, bool& decrece) {
  if (nodo == NULL) return;
  if (clave_dada < nodo->clave) {
    elimina_rama(nodo->izdo,clave_dada,decrece);
    if (decrece)
      eliminar_re_balancea_izda(nodo,decrece);
  }
  else if (clave_dada > nodo->clave) {
    elimina_rama(nodo->dcho,clave_dada,decrece);
    if (decrece)
      eliminar_re_balancea_dcha(nodo,decrece);
  }
  else { // clave_dada == nodo->clave
     ... /...
  }
}
```

Encontrado a eliminar

```
else { // nodo->clave == clave_dada(encontrado)
  NodoAVL* Eliminado = nodo;
  if (nodo->izdo == NULL) {
    nodo = nodo->dcho;
    decrece = true;
  }
  else if (nodo->dcho == NULL) {
    nodo = nodo->izdo;
    decrece = true;
  }
  else {
    sustituye(Eliminado,nodo->izdo,decrece);
    if (decrece)
      eliminar_re_balancea_izda(nodo,decrece);
  }
  delete Eliminado;
}
```

Buscando sustituto

```
void ArbolAVL::sustituye(nodoAVL* &eliminado,
                         nodoAVL* &sust, bool &decrece) {
  if (sust->dcho != NULL) {
    sustituye(eliminado, sust->dcho, decrece);
    if (decrece)
      eliminar_re_balancea_dcha(sust, decrece);
  }
  else {
    eliminado->Info = sust->Info;
    eliminado->Clave = sust->Clave;
    eliminado = sust;
    sust = sust->izdo;
    decrece = true;
  }
}
```

Re-balancea a la izquierda

```
void ArbolAVL::eliminar_re_balancea_izda (
                  nodoAVL* &nodo, bool& decrece) {
   switch (nodo->bal) {
    case -1: nodoAVL* nodo1 = nodo->dcho;
             if (nodo1->bal > 0)
               rotacion_DI(nodo);
             else {
               if (nodo1->bal == 0)
                 decrece = false;
               rotacion_DD(nodo);
             }
             break;
    case  0: nodo->bal = -1;
             decrece = false;
             break;
    case  1: nodo->bal = 0;
  }
}
```

Re-balancea a la derecha

```
void ArbolAVL::eliminar_re_balancea_dcha (
                nodoAVL* &nodo, bool& decrece) {
  switch nodo->bal {
    case  1: nodoAVL* nodo1 = nodo->izdo;
             if (nodo1->bal < 0)
               rotacion_ID(nodo);
             else {
               if (nodo1->bal == 0)
                 decrece = false;
               rotacion_II(nodo);
             }
             break ;
    case  0: nodo->bal = 1;
             decrece = false;
             break;
    case -1: nodo->bal = 0;
  }
}
```


Universidad
de La Laguna