Práctica 07: Diseño y simplificación de gramáticas Computabilidad y Algoritmia Cheuk Kelly Ng Pante (alu0101364544@ull.edu.es) 29/10/2024

Índice general

•	Ejer	cicios de diseño de gramáticas	1
	1.1.	Diseñar una gramática independiente del contexto que genere el lenguaje $L = \{a^n b^n \mid n \ge 0\}$	1
	1.2.	Diseñar una gramática independiente del contexto que genere el lenguaje $L=\{a^nb^m\mid$	
		$n, m \ge 0, n \ne m$ }	4
	1.3.	Diseñar una gramática independiente del contexto que genere el lenguaje $L = \{ww^I \mid w \in A\}$	
		$\{a,b\}^*\}$	7
	1.4.	Diseñar una gramática independiente del contexto que genere el lenguaje $L = \{a^n b^m c^n \mid$	
			10
	1.5.	Diseñar una gramática independiente del contexto que genere el lenguaje $L = \{a^n b^m c^m d^n \mid$	
	1.0	' –)	13
	1.6.	Diseñar una gramática independiente del contexto que genere el lenguaje $L = \{a^n b^m \mid n > 0\}$	10
	1 7		16
	1.7.	Diseñar una gramática independiente del contexto que genere el lenguaje $L = \{a^i b^j c^{i+j} \mid i \in \mathbb{N} \}$	10
	1 0		19
	1.0.	Diseñaar una gramática independiente del contexto que genere el lenguaje de las expresiones	
		booleanas con los operadores AND, OR, y NOT, usando paréntesis para agrupar. Ejemplos: "(true AND false)", "NOT (true OR false)", "true AND (false OR true)"	22
	1.0	Diseñar una gramática independiente del contexto que genere expresiones aritméticas sim-	22
	1.9.	ples con suma y multiplicación, utilizando los símbolos +, *, (,) y los números 0, 1, etc.	
			25
	1 10	Diseñar una gramática independiente del contexto que genere el lenguaje de listas anidadas	40
	1.10.	usando corchetes, como en los lenguajes de programación. Ejemplos: [], [[]], [[1,2],[3,4]].	20
		asando coreneces, como en los lenguajes de programación. Ejempios: $[1, 1][1, 1][1][1, 1][1, 2][1, 3, 4][1, 4]$	40

1. Ejercicios de diseño de gramáticas

1.1. Diseñar una gramática independiente del contexto que genere el lenguaje $L = \{a^n b^n \mid n \ge 0\}$

- Explicación de la gramática: El lenguaje $L = \{a^nb^n \mid n \geq 0\}$ acepta todas las cadenas que tienen el mismo número de símbolos de a's seguidos por el mismo número de b's. La gramática diseñada para el lenguaje L sigue la siguiente estructura:
 - $S \rightarrow aSb \mid \varepsilon$
- Imagen de la gramática en JFLAP: La gramática diseñada en JFLAP se muestra en la siguiente figura:

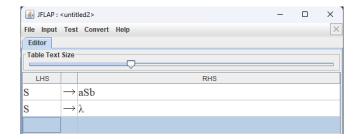


Figura 1.1: Gramática diseñada en JFLAP para el lenguaje $L = \{a^n b^n \mid n \ge 0\}$

- Ejemplos de cadenas generadas:
 - Cadena 1: aabb
 - Árbol de análisis sintáctico: El árbol de análisis sintáctico para la cadena *aabb* se muestra en la siguiente figura:

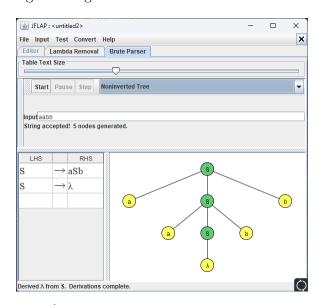


Figura 1.2: Árbol de análisis sintáctico para la cadena aabb

• Cadena 2: aaabbb

• Árbol de análisis sintáctico: El árbol de análisis sintáctico para la cadena *aaabbb* se muestra en la siguiente figura:

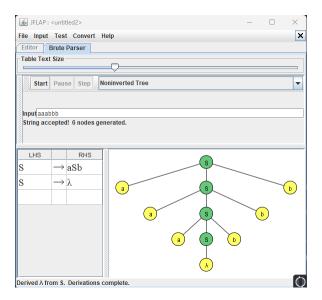


Figura 1.3: Árbol de análisis sintáctico para la cadena aaabbb

• Cadena 3: aaaaaabbbbbb

• **Árbol de análisis sintáctico:** El árbol de análisis sintáctico para la cadena *aaaaaabbbbbb* se muestra en la siguiente figura:

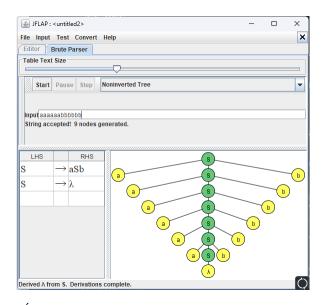


Figura 1.4: Árbol de análisis sintáctico para la cadena aaaaaabbbbbb

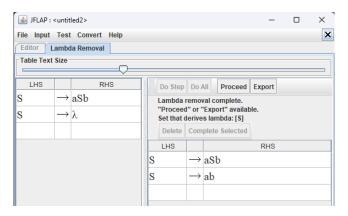


Figura 1.5: Gramática simplificada en JFLAP para el lenguaje $L = \{a^nb^n \mid n \geq 0\}$

1.2. Diseñar una gramática independiente del contexto que genere el lenguaje $L = \{a^n b^m \mid n, m \ge 0, n \ne m\}$

- Explicación de la gramática: El lenguaje $L = \{a^nb^m \mid n, m \ge 0, n \ne m\}$ acepta todas las cadenas de a's seguidas de b's donde el número de a's es diferente del número de b's. Entonces se puede dividir en dos casos:
 - n > m: En este caso, el número de a's es mayor que el número de b's.
 - n < m: En este caso, el número de a's es menor que el número de b's.

La gramática diseñada para el lenguaje L sigue la siguiente estructura:

- $S \rightarrow aSb \mid A \mid B$
- $A \rightarrow aA \mid a$
- $B \rightarrow bB \mid b$
- Imagen de la gramática en JFLAP: La gramática diseñada en JFLAP se muestra en la siguiente figura:

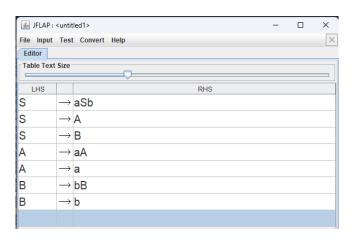


Figura 1.6: Gramática diseñada en JFLAP para el lenguaje $L = \{a^n b^m \mid n, m \ge 0, n \ne m\}$

- Ejemplos de cadenas generadas:
 - Cadena 1: aab
 - **Árbol de análisis sintáctico:** El árbol de análisis sintáctico para la cadena *aab* se muestra en la siguiente figura:

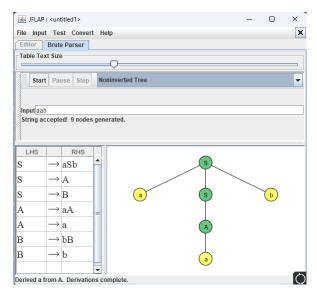


Figura 1.7: Árbol de análisis sintáctico para la cadena aab

- Cadena 2: abbb
 - Árbol de análisis sintáctico: El árbol de análisis sintáctico para la cadena *abbb* se muestra en la siguiente figura:

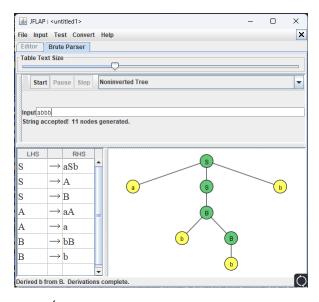


Figura 1.8: Árbol de análisis sintáctico para la cadena abbb

• Cadena 3: aaaaaaab

• **Árbol de análisis sintáctico:** El árbol de análisis sintáctico para la cadena *aaaaaaab* se muestra en la siguiente figura:

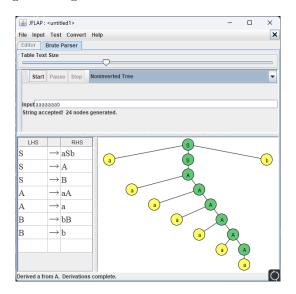
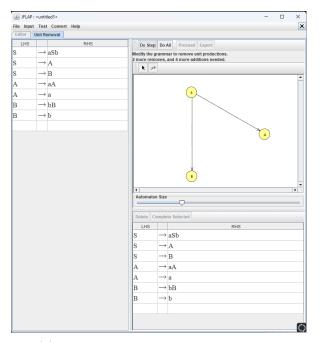
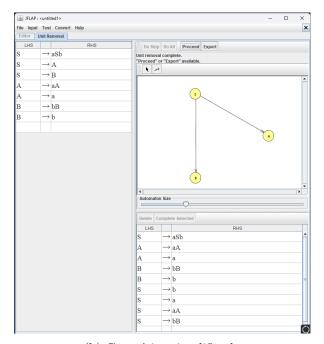


Figura 1.9: Árbol de análisis sintáctico para la cadena aaaaaaab

■ Imagen de la gramática simplificada en JFLAP: La gramática simplificada en JFLAP se muestra en la siguiente figura:





(a) Eliminación de producciones unitarias

(b) Gramática simplificada

Figura 1.10: Gramática simplificada en JFLAP para el lenguaje $L = \{a^n b^m \mid n, m \ge 0, n \ne m\}$

1.3. Diseñar una gramática independiente del contexto que genere el lenguaje $L=\{ww^I\mid w\in\{a,b\}^*\}$

- Explicación de la gramática: El lenguaje $L = \{ww^I \mid w \in \{a,b\}^*\}$ acepta todas las cadenas que son palíndromas sobre el alfabeto $\Sigma = \{a,b\}$. La gramática diseñada para el lenguaje L sigue la siguiente estructura:
 - $S \rightarrow aSa \mid bSb \mid \varepsilon$
- Imagen de la gramática en JFLAP: La gramática diseñada en JFLAP se muestra en la siguiente figura:

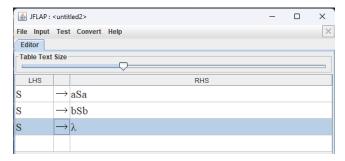


Figura 1.11: Gramática diseñada en JFLAP para el lenguaje $L = \{ww^I \mid w \in \{a, b\}^*\}$

- Ejemplos de cadenas generadas:
 - Cadena 1: aa
 - Árbol de análisis sintáctico: El árbol de análisis sintáctico para la cadena *aa* se muestra en la siguiente figura:

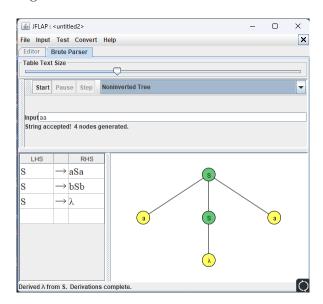


Figura 1.12: Árbol de análisis sintáctico para la cadena aa

• Cadena 2: abba

• Árbol de análisis sintáctico: El árbol de análisis sintáctico para la cadena *abba* se muestra en la siguiente figura:

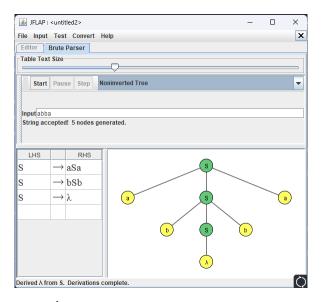


Figura 1.13: Árbol de análisis sintáctico para la cadena abba

- Cadena 3: abbaabba
- Árbol de análisis sintáctico: El árbol de análisis sintáctico para la cadena *abbaabba* se muestra en la siguiente figura:

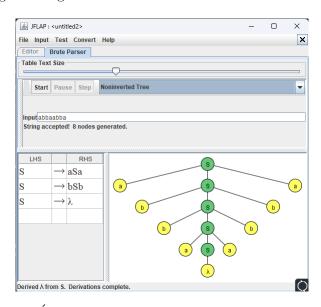


Figura 1.14: Árbol de análisis sintáctico para la cadena abbaabba

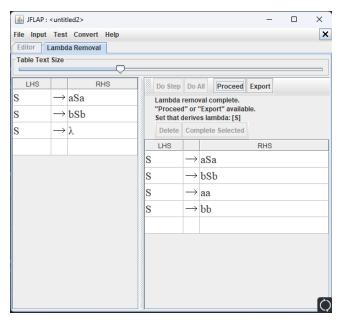


Figura 1.15: Gramática simplificada en JFLAP para el lenguaje $L = \{ww^I \mid w \in \{a,b\}^*\}$

1.4. Diseñar una gramática independiente del contexto que genere el lenguaje $L = \{a^nb^mc^n \mid n \geq 0, m \ impar\}$

- Explicación de la gramática: El lenguaje $L = \{a^nb^mc^n \mid n \geq 0, m \ impar\}$ acepta todas las cadenas que empiezan con una cantidad n de símbolos a, luego tienen una cantidad m de símbolos b, y terminan con una cantidad n de símbolos c. La gramática diseñada para el lenguaje L sigue la siguiente estructura:
 - $S \rightarrow aSc \mid A$
 - $A \rightarrow bAb \mid b$
- Imagen de la gramática en JFLAP: La gramática diseñada en JFLAP se muestra en la siguiente figura:

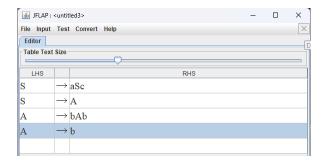


Figura 1.16: Gramática diseñada en JFLAP para el lenguaje $L = \{a^n b^m c^n \mid n \ge 0, m \ impar\}$

- Ejemplos de cadenas generadas:
 - Cadena 1: b
 - **Árbol de análisis sintáctico:** El árbol de análisis sintáctico para la cadena *b* se muestra en la siguiente figura:

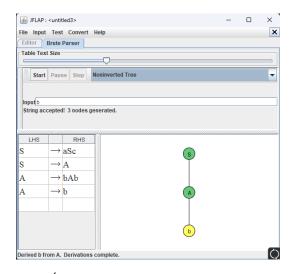


Figura 1.17: Árbol de análisis sintáctico para la cadena b

• Cadena 2: abc

• **Árbol de análisis sintáctico:** El árbol de análisis sintáctico para la cadena *abc* se muestra en la siguiente figura:

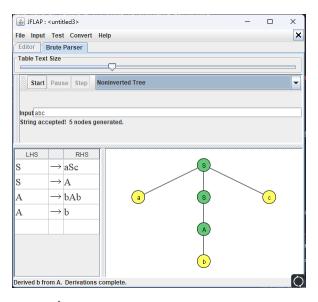


Figura 1.18: Árbol de análisis sintáctico para la cadena abc

• Cadena 3: aaaabbbcccc

• Árbol de análisis sintáctico: El árbol de análisis sintáctico para la cadena *aaaabbbcccc* se muestra en la siguiente figura:

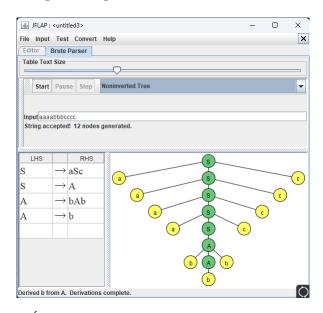
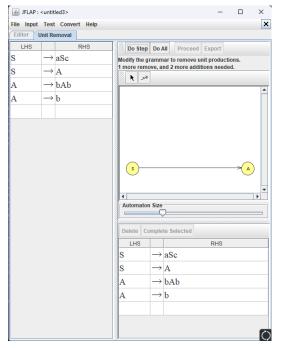
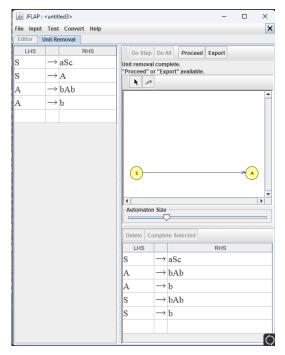


Figura 1.19: Árbol de análisis sintáctico para la cadena aaaabbbcccc





(a) Eliminación de producciones unitarias

(b) Gramática simplificada

Figura 1.20: Gramática simplificada en JFLAP para el lenguaje $L = \{a^nb^m \mid n,m \geq 0, n \neq m\}$

1.5. Diseñar una gramática independiente del contexto que genere el lenguaje $L = \{a^nb^mc^md^n \mid n,m \geq 1\}$

- Explicación de la gramática: El lenguaje $L = \{a^nb^mc^md^n \mid n, m \geq 1\}$ acepta todas las cadenas que empiezan con una cantidad n de símbolos a, seguido de una cantidad m de símbolos b, luego una cantidad m de símbolos b, terminan con una cantidad b de símbolos b. La gramática diseñada para el lenguaje b sigue la siguiente estructura:
 - $S \rightarrow aSd \mid A$
 - $A \rightarrow bAc \mid bc$
- Imagen de la gramática en JFLAP: La gramática diseñada en JFLAP se muestra en la siguiente figura:

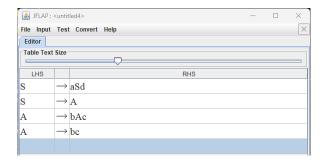


Figura 1.21: Gramática diseñada en JFLAP para el lenguaje $L = \{a^n b^m c^m d^n \mid n, m \ge 1\}$

- Ejemplos de cadenas generadas:
 - Cadena 1: abcd
 - o **Árbol de análisis sintáctico:** El árbol de análisis sintáctico para la cadena *abcd* se muestra en la siguiente figura:

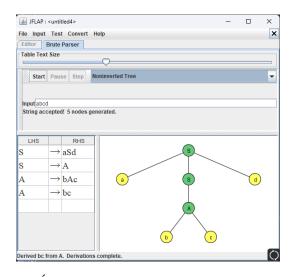


Figura 1.22: Árbol de análisis sintáctico para la cadena abcd

• Cadena 2: aabbccdd

• **Árbol de análisis sintáctico:** El árbol de análisis sintáctico para la cadena *aabbccdd* se muestra en la siguiente figura:

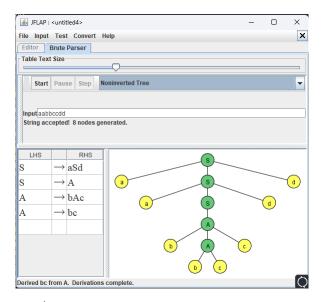


Figura 1.23: Árbol de análisis sintáctico para la cadena aabbccdd

• Cadena 3: abbbcccd

• Árbol de análisis sintáctico: El árbol de análisis sintáctico para la cadena abbbeced se muestra en la siguiente figura:

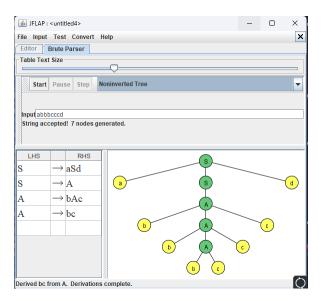
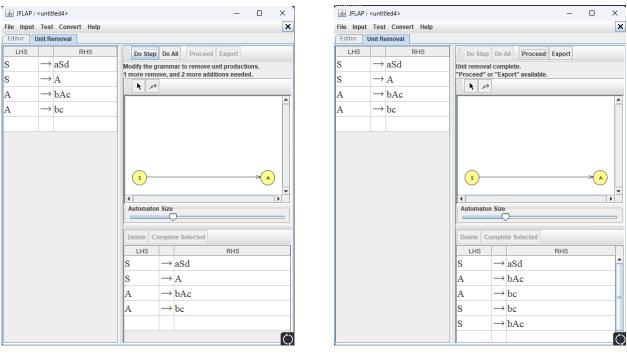


Figura 1.24: Árbol de análisis sintáctico para la cadena abbbcccd



(a) Eliminación de producciones unitarias

(b) Gramática simplificada

Figura 1.25: Gramática simplificada en JFLAP para el lenguaje $L = \{a^nb^mc^md^n \mid n,m \geq 1\}$

1.6. Diseñar una gramática independiente del contexto que genere el lenguaje $L=\{a^nb^m\mid n>m\geq 0\}$

- Explicación de la gramática: El lenguaje $L = \{a^nb^m \mid n > m \ge 0\}$ acepta todas las cadenas que tienen más símbolos de a's que de b's. La gramática diseñada para el lenguaje L sigue la siguiente estructura:
 - $S \rightarrow aS \mid aSb \mid \varepsilon$
- Imagen de la gramática en JFLAP: La gramática diseñada en JFLAP se muestra en la siguiente figura:

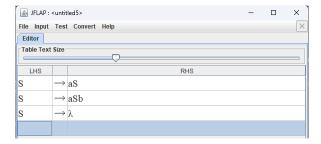


Figura 1.26: Gramática diseñada en JFLAP para el lenguaje $L = \{a^n b^m \mid n > m \ge 0\}$

- Ejemplos de cadenas generadas:
 - Cadena 1: aab
 - Árbol de análisis sintáctico: El árbol de análisis sintáctico para la cadena aab se muestra en la siguiente figura:

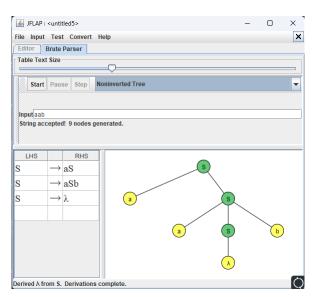


Figura 1.27: Árbol de análisis sintáctico para la cadena aab

• Cadena 2: aaaaabbb

• Árbol de análisis sintáctico: El árbol de análisis sintáctico para la cadena *aaaaabbb* se muestra en la siguiente figura:

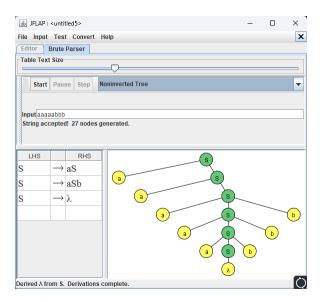


Figura 1.28: Árbol de análisis sintáctico para la cadena aaaaabbb

• Cadena 3: aaaaaaabbbbb

• **Árbol de análisis sintáctico:** El árbol de análisis sintáctico para la cadena *aaaaaaabbbbb* se muestra en la siguiente figura:

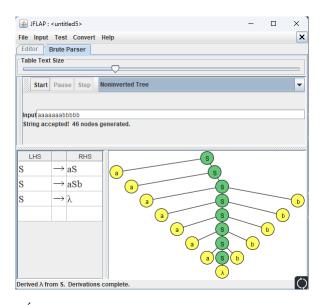


Figura 1.29: Árbol de análisis sintáctico para la cadena aaaaaaabbbbb

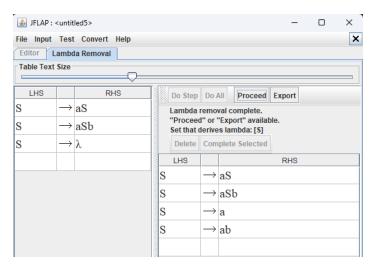


Figura 1.30: Gramática simplificada en JFLAP para el lenguaje $L=\{a^nb^m\mid n>m\geq 0\}$

1.7. Diseñar una gramática independiente del contexto que genere el lenguaje $L = \{a^i b^j c^{i+j} \mid i, j \ge 1, i+j par\}$

- Explicación de la gramática: El lenguaje $L = \{a^i b^j c^{i+j} \mid i, j \ge 1, i+j \ par\}$ acepta todas las cadenas que tienen una cantidad i de a's, seguido de una cantidad j de b's, y terminan con una cantidad i+j de c's, donde la suma de i y j es un número par. La gramática diseñada para el lenguaje L sigue la siguiente estructura:
 - $S \rightarrow aSc \mid A$
 - $A \rightarrow bAc \mid bc$
- Imagen de la gramática en JFLAP: La gramática diseñada en JFLAP se muestra en la siguiente figura:

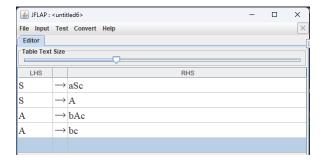


Figura 1.31: Gramática diseñada en JFLAP para el lenguaje $L = \{a^i b^j c^{i+j} \mid i, j \geq 1, i+j par\}$

- Ejemplos de cadenas generadas:
 - Cadena 1: abcc
 - Árbol de análisis sintáctico: El árbol de análisis sintáctico para la cadena *abcc* se muestra en la siguiente figura:

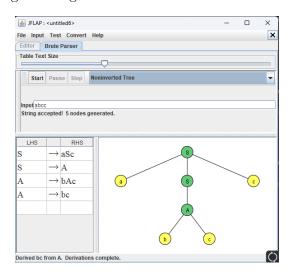


Figura 1.32: Árbol de análisis sintáctico para la cadena abcc

• Cadena 2: aabbcccc

• Árbol de análisis sintáctico: El árbol de análisis sintáctico para la cadena *aabbcccc* se muestra en la siguiente figura:

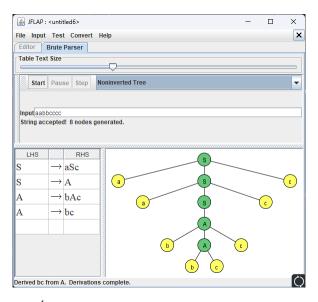


Figura 1.33: Árbol de análisis sintáctico para la cadena aabbcccc

• Cadena 3: abbbcccc

• Árbol de análisis sintáctico: El árbol de análisis sintáctico para la cadena *abbbcccc* se muestra en la siguiente figura:

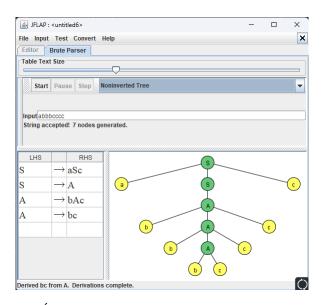


Figura 1.34: Árbol de análisis sintáctico para la cadena abbbcccc

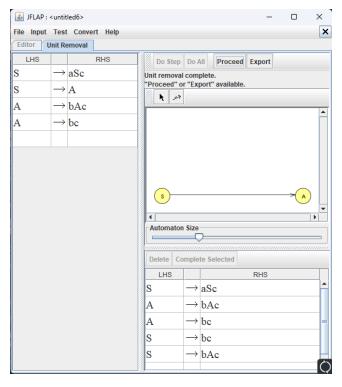


Figura 1.35: Gramática simplificada en JFLAP para el lenguaje $L = \{a^ib^jc^{i+j} \mid i,\ j \geq 1,\ i+j\ par\}$

- 1.8. Diseñaar una gramática independiente del contexto que genere el lenguaje de las expresiones booleanas con los operadores AND, OR, y NOT, usando paréntesis para agrupar. Ejemplos: "(true AND false)", "NOT (true OR false)", "true AND (false OR true)".
 - Explicación de la gramática: El lenguaje de las expresiones booleanas con los operadores AND, OR, y NOT, usando paréntesis para agrupar, acepta todas las cadenas que siguen la siguiente estructura:
 - ullet $S
 ightarrow {
 m true} \mid {
 m false} \mid {
 m NOT} \; S \mid S \; {
 m AND} \; S \mid S \; {
 m OR} \; S \mid (\; S \;)$
 - Imagen de la gramática en JFLAP: La gramática diseñada en JFLAP se muestra en la siguiente figura:



Figura 1.36: Gramática diseñada en JFLAP para el lenguaje de las expresiones booleanas con los operadores AND, OR, y NOT, usando paréntesis para agrupar

- Ejemplos de cadenas generadas:
 - Cadena 1: (true AND false)
 - Árbol de análisis sintáctico: El árbol de análisis sintáctico para la cadena (true AND false) se muestra en la siguiente figura:

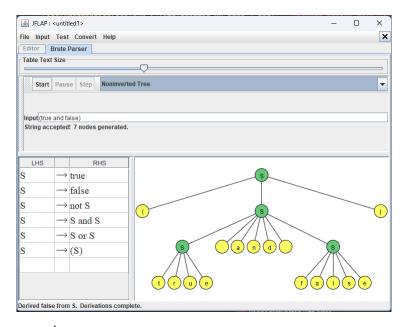


Figura 1.37: Árbol de análisis sintáctico para la cadena (true AND false)

- Cadena 2: NOT (true OR false)
 - Árbol de análisis sintáctico: El árbol de análisis sintáctico para la cadena NOT (true OR false) se muestra en la siguiente figura:

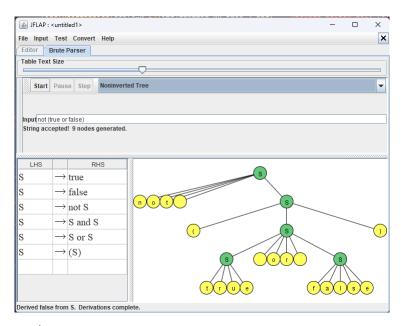


Figura 1.38: Árbol de análisis sintáctico para la cadena NOT (true OR false)

- Cadena 3: true AND (false OR true)
 - Árbol de análisis sintáctico: El árbol de análisis sintáctico para la cadena true AND (false OR true) se muestra en la siguiente figura:

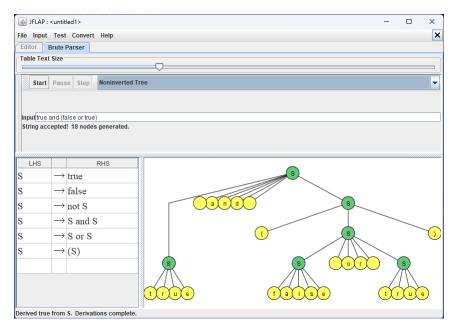


Figura 1.39: Árbol de análisis sintáctico para la cadena true AND (false OR true)

- 1.9. Diseñar una gramática independiente del contexto que genere expresiones aritméticas simples con suma y multiplicación, utilizando los símbolos +, *, (,) y los números 0, 1, etc. Ejemplos: "1+2", "(1+2)*3", "4*(5+6)".
 - Explicación de la gramática: El lenguaje de las expresiones aritméticas simples con suma y multiplicación, utilizando los símbolos +, *, (,) y los números 0, 1, etc., acepta todas las cadenas que siguen la siguiente estructura:
 - $S \to S + S \mid S * S \mid (S) \mid 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9$
 - Imagen de la gramática en JFLAP: La gramática diseñada en JFLAP se muestra en la siguiente figura:

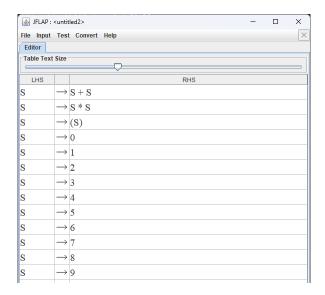


Figura 1.40: Gramática diseñada en JFLAP para el lenguaje de las expresiones aritméticas simples con suma y multiplicación

- Ejemplos de cadenas generadas:
 - Cadena 1: 1 + 2
 - \circ Árbol de análisis sintáctico: El árbol de análisis sintáctico para la cadena 1+2 se muestra en la siguiente figura:

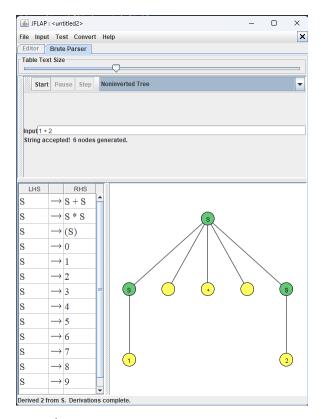


Figura 1.41: Árbol de análisis sintáctico para la cadena 1+2

- Cadena 2: (1+2)*3
 - \circ Árbol de análisis sintáctico: El árbol de análisis sintáctico para la cadena (1+2)*3 se muestra en la siguiente figura:

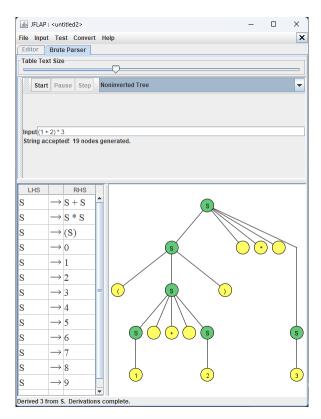


Figura 1.42: Árbol de análisis sintáctico para la cadena $(1+2) \ast 3$

- Cadena 3: 4*(5+6)
 - \circ Árbol de análisis sintáctico: El árbol de análisis sintáctico para la cadena 4*(5+6) se muestra en la siguiente figura:

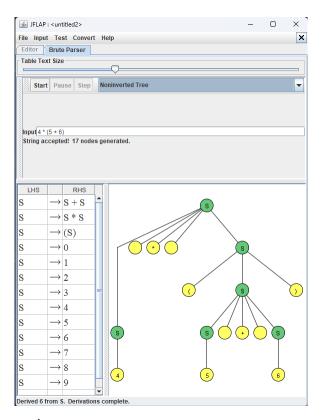


Figura 1.43: Árbol de análisis sintáctico para la cadena 4*(5+6)

- 1.10. Diseñar una gramática independiente del contexto que genere el lenguaje de listas anidadas usando corchetes, como en los lenguajes de programación. Ejemplos: [], [[]], [[[]]], [[1,2],[3,4]].
 - Explicación de la gramática: El lenguaje de listas anidadas usando corchetes, como en los lenguajes de programación, acepta todas las cadenas que siguen la siguiente estructura:
 - $S \rightarrow [A] \mid []$
 - $A \rightarrow B \mid B, A$
 - $B \to S \mid 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9$
 - Imagen de la gramática en JFLAP: La gramática diseñada en JFLAP se muestra en la siguiente figura:

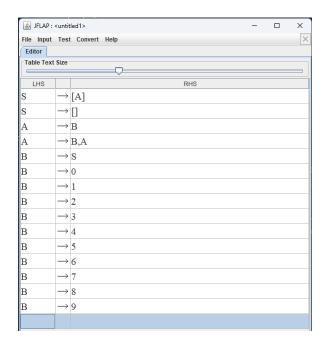


Figura 1.44: Gramática diseñada en JFLAP para el lenguaje de listas anidadas usando corchetes

- Ejemplos de cadenas generadas:
 - Cadena 1: []
 - **Árbol de análisis sintáctico:** El árbol de análisis sintáctico para la cadena [] se muestra en la siguiente figura:

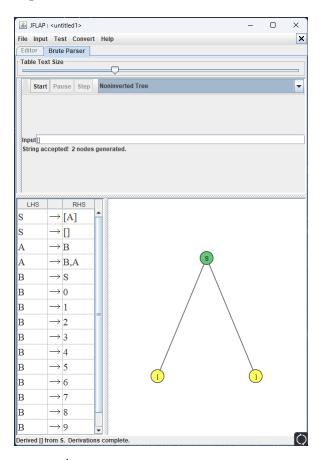


Figura 1.45: Árbol de análisis sintáctico para la cadena []

• Cadena 2: [[]]

o **Árbol de análisis sintáctico:** El árbol de análisis sintáctico para la cadena [[]] se muestra en la siguiente figura:

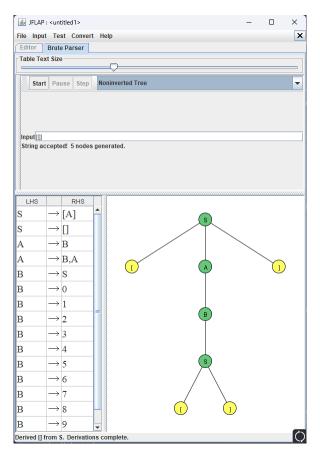


Figura 1.46: Árbol de análisis sintáctico para la cadena [[]]

- Cadena 3: [[1,2],[3,4]]
 - **Árbol de análisis sintáctico:** El árbol de análisis sintáctico para la cadena [[1, 2], [3, 4]] se muestra en la siguiente figura:

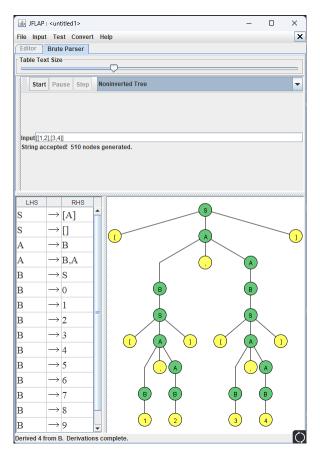


Figura 1.47: Árbol de análisis sintáctico para la cadena $\left[\left[1,2\right],\left[3,4\right]\right]$

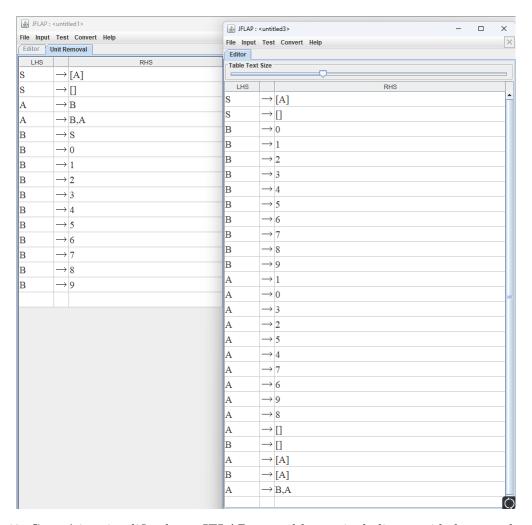


Figura 1.48: Gramática simplificada en JFLAP para el lenguaje de listas anidadas usando corchetes