

2020.11期中

一、单项选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1、设随机事件  $A$ 、 $B$  满足  $P(B|A)=1$ , 则 ( )。

- (A)  $P(A) = P(B)$  (B)  $P(AB) = 0$   
(C)  $B \subset A$  (D)  $A \subset B$

2、设随机变量  $X$  服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ , 则随  $\sigma$  的增大,  $P\left\{\left|\frac{X-\mu}{\sigma}\right| < 1\right\}$  的概率 ( )。

- (A) 单调递增 (B) 单调递减  
(C) 保持不变 (D) 增减不定

3、设  $A$  和  $B$  是任意两个概率不为零的互不相容（互斥）的随机事件，则下列结论中肯定正确的是 ( )。

- (A)  $P(\overline{A}\overline{B}) \neq 0$  (B)  $P(\overline{A}\overline{B}) = 0$   
(C)  $P(AB) = P(A)P(B)$  (D)  $P(A-B) = P(A)$

4、设  $X \sim U(0,1), Y \sim U(0,1)$ , 且  $X$  与  $Y$  相互独立，则二维随机变量  $(X, Y)$  的密度函数为 ( )。

- (A)  $f(x) = \begin{cases} x, & x \in (0,1) \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$  (B)  $f(x, y) = \begin{cases} 1, & x \in (0,1), y \in (0,1) \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$   
(C)  $f(x, y) = \begin{cases} y, & y \in (0,1) \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$  (D)  $f(x, y) = \begin{cases} xy, & x \in (0,1), y \in (0,1) \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$

5、已知连续型随机变量  $X$  的概率密度函数为  $f(x)$  是偶函数， $F(x)$  是  $X$  的分布函数，则对于任意的实数  $c$  有  $F(-c)$  等于 ( )。

- (A)  $\frac{1}{2} - \int_0^c f(x)dx$  (B)  $F(c)$   
(C)  $2F(c) - 1$  (D)  $1 - \int_0^c f(x)dx$

## 二、填空题（每空 3 分，共 15 分）

1、已知随机事件  $A$  与  $B$  相互独立，且  $P(AB) = 0.15, P(A) = 0.3$ , 则  $P(B) =$ \_\_\_\_\_。

2、设  $P(AB) = 0.6$ , 则  $P(\bar{A} \cup \bar{B}) =$ \_\_\_\_\_。

3、设  $X \sim N(5, \sigma^2)$ ,  $P\{5 < X < 10\} = 0.3$ ,  $P\{0 < X \leq 5\} =$ 则\_\_\_\_\_。

4、设随机变量  $X$  的密度函数为  $f_x(x) = \begin{cases} 2x, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ ,  $Y$  表示对  $X$  的三次独立重复

观察中事件  $\left\{X \leq \frac{1}{3}\right\}$  出现的次数，则  $P\{Y = 2\} =$ \_\_\_\_\_。

5、设公共汽车从上午 6 时起，每 15 分钟发一趟车，已知某乘客在 6:00 到 6:30 任一时刻到达车站，则该乘客候车时间少于 5 分钟的概率为\_\_\_\_\_。

## 三、（本题 5 分）

一批产品有 12 件，其中 4 件次品，8 件正品。现从中任取 3 件产品，试求取出的 3 件产品中有次品的概率。

## 四、（本题 10 分）

设随机变量  $X$  的分布律如下：

$X$	-2	-1	0	1	2
$P$	$a$	$3a$	$1/8$	$a$	$2a$

求：（1）常数  $a$ ；（2） $p\{-2 \leq X < 0\}$ ；（3） $Y = X^2$  的分布律

五、(本题 15 分)

设随机变量的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} 4x^3, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

(1) 求  $X$  的分布函数  $F(x)$ ; (2) 求  $Y = X^2$  的密度函数  $f_Y(y)$ ; (3) 当  $a$  为何值时,

$$P\{x > a\} = P\{x < a\}?$$

六、(本题 15 分)

已知二维随机变量  $(X, Y)$  的分布律如右:

$\begin{matrix} X \\ Y \end{matrix}$	2	5	8
4	0.15	0.3	0.35
8	0.05	0.12	0.03

求: (1)  $X$  和  $Y$  的边缘分布律; (2)  $X/Y$  的分布律; (3) 当  $Y=4$  时, 关于  $X$  的条件分布律。

七、(本题 15 分)

已知二维随机变量  $(X, Y)$  概率密度函数为

$$f(x, y) = \frac{A}{(1+x^2)(1+y^2)}, \quad -\infty < x < +\infty, -\infty < y < +\infty$$

求：(1) 常数  $A$

(2)  $P\{(X, Y) \in D\}$ ，其中  $D$  为直线  $y = x, x = 1$  及  $x$  轴围成的三角形区域；

(3)  $f_X(x), f_Y(y)$

(4)  $X, Y$  是否相互独立？说明理由。(已知  $\int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan x + C$ )

八、(本题 5 分)

一商店出售某公司三个分厂生产的同型号的产品，而这三个分厂生产的产品比率为 3: 1: 2，产品的不合格率分别为 1%，12%，15%。某顾客从这批产品中任意选购一件，试求顾客购到不合格产品的概率。

九、(本题 5 分)

已知  $P(A) = 0.7, P(B) = 0.4$ , 试证:  $P(A | \bar{B}) \geq 0.5$ 。

2020.11 重修班期中

一、单项选择题（每题 3 分，共 15 分）

1. 事件  $A, B$  若满足  $P(AB) = P(A)P(B)$ , 则  $A, B$  ( )  
A. 独立                  B. 不独立                  C. 互斥                  D. 不互斥
2. 设  $f(x)$  是随机变量  $X$  的概率密度函数, 则一定成立的是 ( )  
A.  $f(x)$  定义域为  $[0,1]$       B.  $f(x)$  非负  
C.  $f(x)$  的值域为  $[0,1]$       D.  $f(x)$  连续
3. 若连续型随机变量  $X$  的分布函数为  $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ Ax, & 0 \leq x < 1, \\ 1, & x \geq 1. \end{cases}$  则  $A =$  ( )  
A. 0                  B.  $\ln 2$                   C. 1                  D.  $e$
4. 设  $X \sim N(1,3)$ , 要使  $P(X \leq c) = \frac{1}{2}$ , 则  $c =$  ( )  
A. 1                  B. 2                  C. 3                  D. 4
5. 某人射击的命中率为 0.4, 用  $X$  表示他在 3 次独立射击中命中目标的次数, 则  $X$  的分布为 ( )  
A. 0-1 分布      B. 二项分布      C. 均匀分布      D. 泊松分布

二、填空题（每题 3 分，共 15 分）

1. 设  $A, B$  为互不相容的随机事件  $P(A) = 0.3, P(B) = 0.5$ , 则  $P(A \cup B) =$ \_\_\_\_\_.
2. 设  $P(A) = 0.4, P(B) = 0.3, P(A \cup B) = 0.6$ , 则  $P(\bar{A}\bar{B}) =$ \_\_\_\_\_.
3. 设随机变量  $X$  的概率密度  $f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$  则  $P\{X > 0.4\} =$ \_\_\_\_\_.
4. 设有 10 件产品, 其中有 4 件次品, 今从中任取出 1 件为次品的概率是\_\_\_\_\_.
5. 设  $X \sim N(0,1)$ , 则概率密度函数  $f(x) =$ \_\_\_\_\_.

三、（本题 8 分）

甲、乙、丙三个同学同时独立参加考试, 不及格的概率分别为: 0.2, 0.3, 0.4, 求恰有两位同学不及格的概率.

四、（本题 8 分）

一批产品由甲乙两厂生产，已知甲厂的产品占总产量的三分之一，且甲乙两厂产品的次品率分别为 2% 和 1%，现随机挑选一件。

- （1）求这批产品的次品率；
- （2）若取得次品，求其为甲厂生产的概率。

五、（本题 10 分）

设离散型随机变量  $X$  的分布律为

$X$	-1	0	1	2
$p_k$	0.2	0.5	a	0.2

- 求：(1)  $a$  的值； (2)  $X$  的分布函数；  
 (3)  $P(0 < X \leq \frac{3}{2})$ .

六、（本题 8 分）

设离散型随机变量  $X$  的分布函数  $F(x) = \begin{cases} 0, & x < -2 \\ 0.4, & -2 \leq x < 0 \\ 0.7, & 0 \leq x < 2 \\ 1, & x \geq 2 \end{cases}$  求  $X$  的分布律.

七、（本题 10 分）

设随机变量  $X$  具有概率密度函数：  $f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$  求  $Y = X - 4$  的概率密度函数.

八、（本题 12 分）

设二维离散型随机变量  $(X, Y)$  的分布律为

$\begin{matrix} X \\ Y \end{matrix}$	-1	0	1
0	0.2	0.2	0.1
1	0.3	0.2	0

求：（1）关于  $X$  的边缘分布律；（2） $X + Y$  的分布律；（3） $P\{X + Y \leq 1\}$ ；（4） $P\{X \leq 0 | Y=1\}$

九、（本题 14 分）

设  $(X, Y)$  的联合概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} k, & 0 < x < 1, 0 < y < x; \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$$

求：（1） $k$ ；（2）关于  $X$  的边缘概率密度；（3）概率  $P(X + Y \leq 1)$  .



# 概率论与数理统计练习题

注：期中考试题型参考，不是题目参考。

## 一、单项选择题

1、已知  $A$ 、 $B$ 、 $C$  为三个随机事件，则  $A$ 、 $B$ 、 $C$  都发生的事件为 ( )。

- (A)  $\overline{ABC}$  (B)  $\overline{A\overline{B}C}$   
(C)  $A \cup B \cup C$  (D)  $ABC$

2、设  $A, B$  是两个随机事件，则不能用  $\overline{AB}$  表示的事件是 ( )

- (A)  $A$ 、 $B$  都不发生  
(B)  $A$ 、 $B$  不同时发生  
(C)  $A$ 、 $B$  中至多一个发生  
(D)  $A$ 、 $B$  中至少一个不发生

3、设  $\bar{A}$  与  $B$  为互相独立的两事件，且  $P(\bar{A}) = 0.7, P(B) = 0.4$ ，则  $P(AB)$  的值为

- ( )  
(A) 0.28 (B) 0.7  
(C) 0.12 (D) 0.4

4、设离散型随机变量  $X$  的分布律为：

$X$	0	2	4
$P$	$a$	0.3	$b$

其分布函数为  $F(x)$ ，且  $F(2.2) = 0.8$ ，则  $a$  的值为 ( )

- (A) 0.2 (B) 0.5  
(C) 0.8 (D) 0.4

5、设随机事件  $A$  表示“产品甲畅销，产品乙滞销”，则  $A$  的对立事件  $\bar{A}$  为

- ( )  
(A) 产品甲滞销，产品乙畅销 (B) 产品甲、乙均畅销

(C) 产品甲滞销或产品乙畅销

(D) 产品甲畅销或产品乙滞销

6、对于任意事件 A, B, 下列等式一定成立的是 ( )

(A)  $P(A | B) = P(A)$

(B)  $P(AB) = P(A)P(B)$

(C)  $P(A\bar{B}) = P(A) - P(AB)$

(D)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

7、设随机变量 X 和 Y 相互独立, 且他们的分布函数分别为  $F_X(x)$  和  $F_Y(y)$ ,

则  $Z = \min\{X, Y\}$  的分布函数  $F_Z(z)$  是 ( )

(A)  $\min\{F_X(z), F_Y(z)\}$

(B)  $F_X(z)F_Y(z)$

(C)  $1 - F_X(z)F_Y(z)$

(D)  $1 - [1 - F_X(z)][1 - F_Y(z)]$

8、设函数  $f_X(x)$  为某一随机变量 X 的概率密度函数, 下列说法一定正确的是 ( )

(A)  $f_X(x)$  的定义域为  $[0, 1]$

(B)  $f_X(x)$  的值域为  $[0, 1]$

(C)  $f_X(x)$  不恒等于 0

(D)  $f_X(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  内连续

## 二、填空题

1、设  $P(A) = 0.4$ ,  $P(B) = 0.3$ ,  $P(A \cup B) = 0.5$ , 求  $P(AB) =$  \_\_\_\_\_

2、10 把钥匙中有 3 把能打开一个门锁, 现任取两把, 则能打开门锁的概率  
= \_\_\_\_\_

3、设随机变量  $X \sim U(-1, 7)$ , 则关于  $y$  的一元二次方程  $y^2 + Xy + 1 = 0$  有实根的概率= \_\_\_\_\_

4、已知随机变量  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $P\{\mu < X < 5\} = P\{1 < X < \mu\}$ , 则  $\mu$   
= \_\_\_\_\_

5、设随机变量  $X \sim \pi(\lambda)$ , 且  $P(X = 0) = e^{-2}$ , 则  $\lambda =$  \_\_\_\_\_

6、设随机变量  $X \sim U(-4, 4)$ , 则关于  $y$  的一元二次方程  $4y^2 + 4Xy + X + 2 = 0$  有实根的概率= \_\_\_\_\_

7、设随机变量  $X$  和  $Y$  相互独立，且分布律如下：

$X$	0	1	2	3
$P$	1/2	1/4	1/8	1/8

$Y$	-1	0	1
$p$	1/3	1/3	1/3

则概率  $P\{X + Y = 2\} =$  \_\_\_\_\_

### 三、计算题

1、已知  $P(A) = 1/4$ ， $P(B | A) = 1/3$ ， $P(A | B) = 1/2$ ，求

$P(A \cup B)$ 。

2、设离散型随机变量  $X$  数的分布函数为  $F(x) = \begin{cases} 0, & x < -2 \\ 0.2, & -2 \leq x < 0 \\ 0.6, & 0 \leq x < 3 \\ 1, & x \geq 3 \end{cases}$ ,

求：(1)  $X$  的概率分布律；

(2)  $Y = (X - 1)^2$  的概率分布律。

3、设随机变量  $X$  的概率密度函数为  $f(x) = \begin{cases} ke^x, & x < 0 \\ \frac{1}{4}, & 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

求：(1) 常数  $k$  的值；(2)  $X$  的分布函数  $F(x)$ ；(3) 求  $P\{1 < X < 2\}$ 。

4、设随机变量  $X$  的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} k(1 - 1/x^2), & 1 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

(1) 确定常数  $k$ ；(2) 求  $X$  的分布函数；(3) 求  $P\{1/2 < X < 3/2\}$

5、设随机变量  $(X, Y)$  的概率分布律为：

X \ Y	-1	0	1	2
0	0.1	0.1	0.2	0.1

1	0.2	0.1	0.1	0.1
---	-----	-----	-----	-----

- 求：(1) 关于  $X$  的边缘分布律；  
 (2) 关于  $XY$  的分布律；  
 (3)  $P\{X \leq 1 \mid Y = 0\}$ ；  
 (4) 判断  $X$  和  $Y$  是否相互独立？并说明理由。

6、已知  $(X, Y)$  的密度函数 为：

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-y}, & 0 \leq x \leq 1, y > 0 \\ 0 & , \quad \text{其他} \end{cases}$$

- 则：(1) 求关于  $X$  和  $Y$  的边缘概率密度  $f_X(x), f_Y(y)$ ；  
 (2) 判断  $X$  与  $Y$  相互独立，并说明理由；  
 (3) 求  $Z = Y / X$  的概率密度函数  $f_Z(z)$ 。

7、已知随机变量  $(X, Y)$  的概率密度函数为：

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-(x+y)}, & x > 0, y > 0, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

- 则：(1) 求关于  $X$  和  $Y$  的边缘密度函数  $f_X(x), f_Y(y)$ ；  
 (2) 问于  $X$  和  $Y$  是否相互独立？说明理由；  
 (3) 求  $Z = \frac{Y - X}{2}$  的概率密度函数  $f_Z(z)$ 。

8、已知 5% 的男性和 25% 的女性是色盲，假设男性女性各占一半。现随机地挑选一人，利用全概率公式求此人恰好是色盲者的概率。

9、市场上出售的某种商品由三个厂家同时供货，其供应量第一厂家为第二厂家的两倍，第二、第三厂家相等，且第一、第二、第三厂家的次品率依次为 2%，2%，4%。若在市场上随机购买一件商品为次品，问该件商品是第一厂家生产的概率为多少？

10、设连续型随机变量  $X$  与  $Y$  相互独立，且具有概率密度分别为

$$f_x(x) = \begin{cases} 2e^{-2x}, & x > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}, \quad f_y(y) = \begin{cases} e^{-y}, & y > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}, \quad \text{求 } P(Y \leq 1 | X = 1)$$

**四、证明题：**

- 1、证明：事件 A，B 相互独立的充分必要条件是  $P(A|B) = P(A|\bar{B})$ 。
- 2、已知  $P(A) = 0.9, P(B) = 0.8$ ，试证：  $P(A|B) \geq 0.875$ 。