2022 年杭州电子科技大学概率论与数理统计期中试题及答案

（2022 年 11 月 12 日）

1. 设 A，B 是两个相互独立事件，且$P(A)>0$, $P(B)>0$，则下列结论中一定正确的是（　　）.

A. $P(A|B)=1$　　B. $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

C. $P(A)=1-P(B)$　　D. $P(B)=P(B|A)$

2. 设随机变量X的概率密度为$f(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{x^2-2x+1}{4}}$, $x\in(-\infty,+\infty)$，则$Y=$（　　）.

A. $\dfrac{X-1}{2}$　　B. $\dfrac{X-1}{\sqrt{2}}$　　C. $\dfrac{X+1}{2}$　　D. $\dfrac{X+1}{\sqrt{2}}$

3. 设随机变量X的分布函数为$F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ \dfrac{1}{2}, & 0\leqslant x<1\\ 1-\mathrm{e}^{-x}, & x\geqslant 1\end{cases}$，则$P\{X=1\}=$（　　）.

A. 0　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. $\dfrac{1}{2}-\mathrm{e}^{-1}$　　D. $1-\mathrm{e}^{-1}$

4. 设随机变量X,Y都服从$(0,2)$的均匀分布，则$P\{XY<0\}=$（　　）.

A. 0　　B. 0.25　　C. 0.5　　D. 1

5. 设随机变量X的分布函数为$F(x)=0.5\phi(x)+0.5\phi\left(\dfrac{x-4}{2}\right)$，其中$\phi(x)$为标准正态分布的分布函数，

则$E(X)=$（　　）.

A. 0　　B. 0.5　　C. 1　　D. 2

6. 设A,B是两个相互独立事件，$P(A)=0.6$, $P(B)=0.5$，则$P\left(\overline{A\cup B}\right)=$__________.

7. 设A, B, C是随机事件，A和C互不相容，$P(AB)=\dfrac{1}{2}$, $P(C)=\dfrac{1}{3}$，则$P\left(AB\middle|\overline{C}\right)=$__________.

8. 设X与Y相互独立且服从相同的分布律，如下表所示则$P\{X=Y\}=$__________..

X	-1	1
p_i	$\dfrac{1}{4}$	$\dfrac{3}{4}$

9. 设随机变量X的概率密度$f(x)$满足$f(2+x)=f(2-x)$，则$\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=0.3$，则$P\{X<0\}=$__________.

10. 设随机变量X服从参数为 1 的泊松分布，则$P\{X=E(X)\}=$__________.

11. 按以往概率论与数理统计考试结果分析，努力学习的学生有 90%的可能考试及格，不努力学习的学生有 90%的可能不合格，据调查，有 80%的学生是努力学习的。已知某学生考试成绩及格，求该学生努力学习的概率。

12. 设离散随机变量 X 的分布律为：

X	-2	-1	0	1	2
p_i	1/10	1/5	a	3a-1	1/10

求：（1）a 的值；（2）$Y=X^2+2$ 的分布函数 $F_Y(y)$；（3）$P\{-1\leqslant X<1\}$

13. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}2e^{-2x}, & x>0\\ 0, & x\leqslant 0\end{cases}$.

对 X 进行独立重复的观测 5 次，求至少有一次观测小于 3 的概率.

14. 设随机变量 X 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases}k\cos x, & -\dfrac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant\dfrac{\pi}{2}\\ 0, & others\end{cases}$.

求：（1）常数 k；（2）求 X 的分布函数 $F(x)$；（3）概率 $P\left\{|X|<\dfrac{\pi}{6}\right\}$；（4）$Y=X^2$ 的密度函数 $f_Y(y)$.

15. 设随机变量 (X,Y) 的概率分布律为

Y \ X	-2	-1	1	2
1	0	1/4	1/4	0
4	1/4	0	0	1/4

求：

（1）X 的边缘分布律，判断 X,Y 是否独立，并说明理由.（2）$Z=X^2+Y$ 的分布律；

（3）条件概率 $P\{X>0|Y=4\}$；（4）$E(X^2)$.

16. 设随机变量 X 的分布律为 $P\{X=1\}=P\{X=2\}=\dfrac{1}{2}$，在给定 $X=i$ 的条件下，随机变量 Y 服从区间 $(0,i)$ 上的均匀分布，求 $F_Y(y)$.

17. 设随机变量 (X,Y) 打概率密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{21}{4}x^2y, & x^2<y<1\\ 0, & others\end{cases}$.

求：（1）关于随机变量 X 和 Y 的边缘密度函数，并判断独立性，说明理由.

（2）$P\left\{Y<\dfrac{3}{4}\middle|X=\dfrac{1}{2}\right\}$；（3）$E(X^2Y)$.

答案链接：https://mp.weixin.qq.com/s/8LA8fhVv_66zrvMtxDanvA