

杭州电子科技大学学生考试卷（A）卷（参考答案与评分标准）

考试课程	自动控制原理（72 学时）		考试日期		成绩	
课程号	A0602300	教师号		任课教师姓名		
考生姓名		学号（8 位）		年级	专业	

一、（10 分）图 1 是一个自动液位控制系统。在任意情况下希望液面高度维持在 H_0 不变。

- (1) 指出该自动液位控制系统中的控制对象、控制器、执行器、测量元件、被控量和干扰量。
- (2) 画出系统的功能框图。

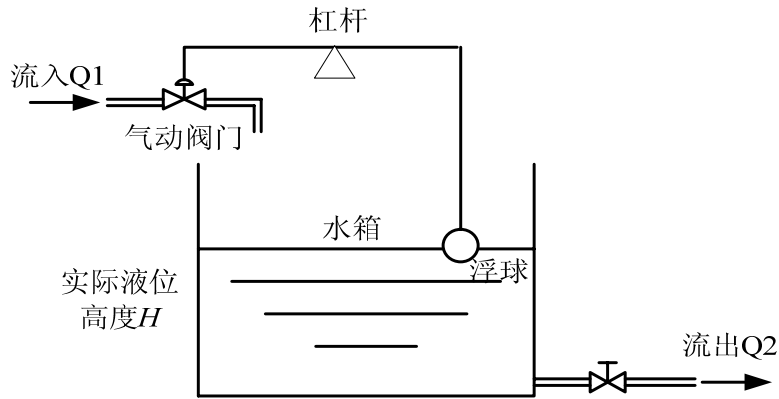


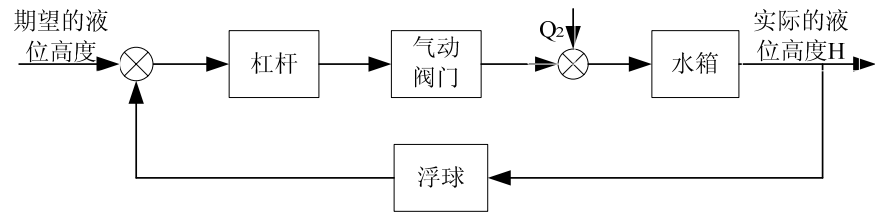
图 1

解：

- (1) 控制对象是水箱，控制器是杠杆、执行器是气动阀门、测量元件是浮球、被控量为实际液位高度 H 、干扰量是流出量 Q_2 。

每个①分

- (2) 系统的功能框图如下



图④分

二、（14 分）已知某系统结构图（见图 2），试求传递函数 $C(s)/R(s)$ 。

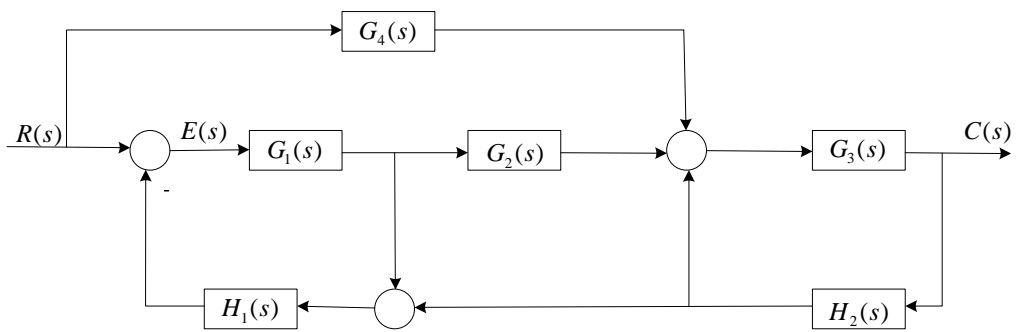


图 2

解一：（信号流图方法）

本系统有两条前向通道，三个独立回路，其中一对回路互补接触，即

$$L_1 = -G_1 H_1, \quad L_2 = G_3 H_2, \quad L_3 = -G_1 G_2 G_3 H_1 H_2$$

$$L_1, L_2 \text{ 互不接触}, \quad L_1 L_2 = -G_1 G_3 H_1 H_2$$

每个①分共④分

特征式

$$\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3) + L_1 L_2 = 1 + G_1 H_1 - G_3 H_2 + G_1 G_2 G_3 H_1 H_2 - G_1 G_3 H_1 H_2 \quad \text{②分}$$

前向通道增益及其余子式为

$$P_1 = G_1 G_2 G_3, \quad \Delta_1 = 1$$

$$P_2 = G_3 G_4, \quad L_1 \text{ 与 } P_2 \text{ 不接触}, \quad \Delta_2 = 1 + G_1 H_1$$

每个②分共④分

由梅逊公式可得

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\sum_{i=1}^2 P_i \Delta_i}{\Delta} = \frac{G_1 G_2 G_3 + G_3 G_4 (1 + G_1 H_1)}{1 + G_1 H_1 - G_3 H_2 + G_1 G_2 G_3 H_1 H_2 - G_1 G_3 H_1 H_2} \quad \text{④分}$$

解二：（结构图化简）

作用分解

④分

基本结构化简得

$$\frac{C(s)}{R(s)} = (G_4 + \frac{G_1 G_2}{1 + G_1 H_1}) \cdot \frac{\frac{G_3}{1 - G_3 H_2}}{1 + \frac{G_1 G_2 G_3 H_1 H_2}{(1 + G_1 H_1)(1 - G_3 H_2)}}$$

$$= \frac{G_1 G_2 G_3 + G_3 G_4 (1 + G_1 H_1)}{1 + G_1 H_1 - G_3 H_2 + G_1 G_2 G_3 H_1 H_2 - G_1 G_3 H_1 H_2}$$

②分

作用分解和局部反馈化简

④分

三. (15 分) 设单位负反馈系统的开环传递函数为 $G(s) = \frac{K(\tau s + 1)}{s^2(Ts + 1)}$, 输入 $r(t) = t^2$ 。试求系统稳态误差 $e_{ss}(\infty) \leq \varepsilon_0$ 时, 系统各参数应满足的关系。

解:

闭环特征方程为

$$D(s) = s^2(Ts + 1) + K(\tau s + 1) = Ts^3 + s^2 + \tau Ks + K = 0$$

③分

由劳斯判据可知, 系统稳定的必要条件为 $T > 0, K > 0, \tau > 0$ 。再由劳斯表可知, 系统稳定的条件为 $\tau > T$ 。

⑤分

由 $G(s)$ 可知, 系统为 II 型系统, 在输入 $r(t) = t^2$ 时, 系统稳态误差为

$$e_{ss}(\infty) = \frac{2}{K_a} = \frac{2}{K} \leq \varepsilon_0$$

⑤分

即 $K \geq \frac{2}{\varepsilon_0}$ 。

②分

比较点后移

④分

四. (12 分) 已知各系统开环零极点分布图如图 3 所示, 试概略绘制其根轨迹。

解: 每小题②分, 共 12 分。

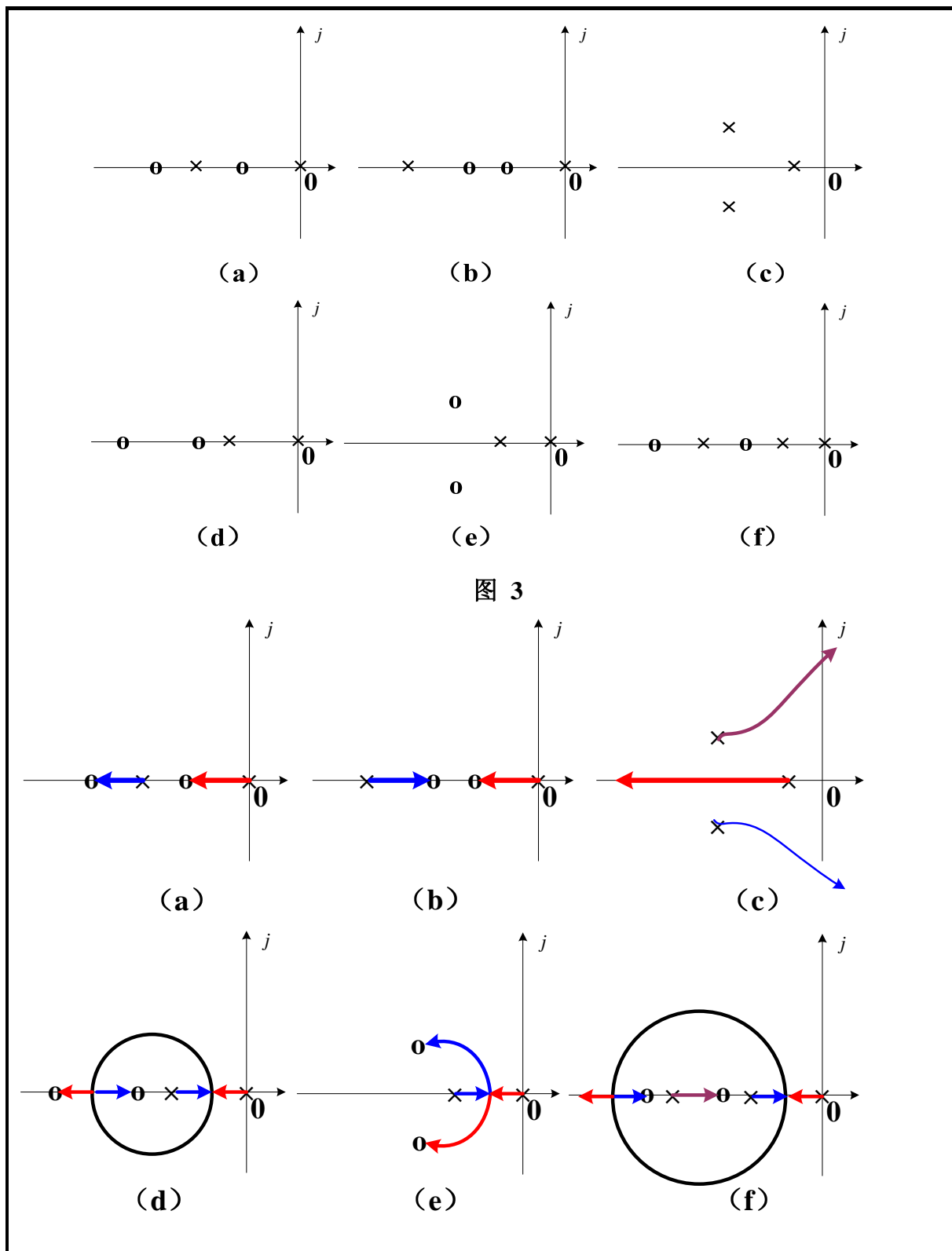


图 3

五. (12 分) 已知线性系统开环对数幅频特性渐近线如下图 4 所示, 且知开环传递函数没有正实部的零点与极点, 振荡环节的阻尼比 $\zeta = 0.6$ 。试写出其开环传递函数。

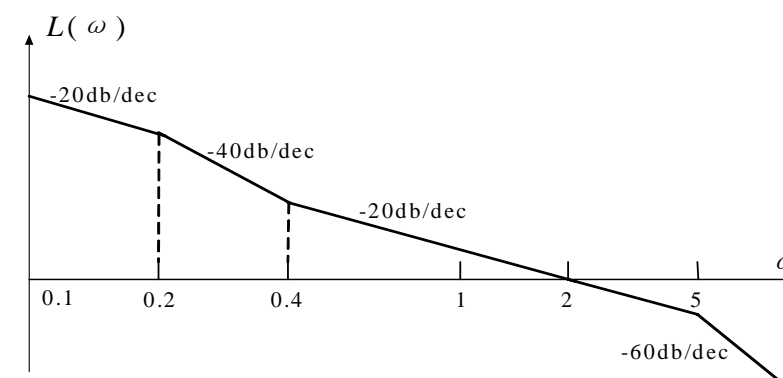


图 4

解:

根据题意, 该系统为最小相位系统, 从 Bode 图可知, 系统由比例环节、积分环节、惯性环节、一阶微分环节和二阶振荡环节组成。其中惯性环节、一阶微分环节和二阶振荡环节的转折频率分别为 0.2, 0.4 和 5。再由于振荡环节的阻尼比 $\zeta = 0.6$, 所以开环传递函数为

$$G(s) = \frac{K(2.5s+1)}{s(5s+1)(0.04s^2+0.24s+1)} \quad \text{每个环节②分, 共 10 分}$$

因为 $L(\omega=2)=0$, 所以有

$$20 \lg \left| \frac{K \cdot 2.5\omega}{\omega \cdot 5\omega} \right|_{\omega=2} = 0$$

$$\text{即 } K=4, \quad G(s) = \frac{4(2.5s+1)}{s(5s+1)(0.04s^2+0.24s+1)} \quad \text{②分}$$

六. (15 分) 设某控制系统的开环传递函数为

$$G(s)H(s) = \frac{K}{s(s+2)(s+3)}$$

(1) 画出其开环频率特性极坐标图 (Nyquist 图);

(2) 求出极坐标曲线与负实轴的交点坐标;

(3) 用 Nyquist 判据求出使闭环系统稳定的 K 值范围。

解:

(1) 系统开环频率特性、幅频特性和相频特性分别为,

$$G(j\omega)H(j\omega) = \frac{K}{j\omega(j\omega+2)(j\omega+3)}$$

$$A(\omega) = \frac{K}{\omega\sqrt{\omega^2+4}\sqrt{\omega^2+9}} \quad \varphi(\omega) = -90^\circ - \arctg \frac{\omega}{2} - \arctg \frac{\omega}{3}$$

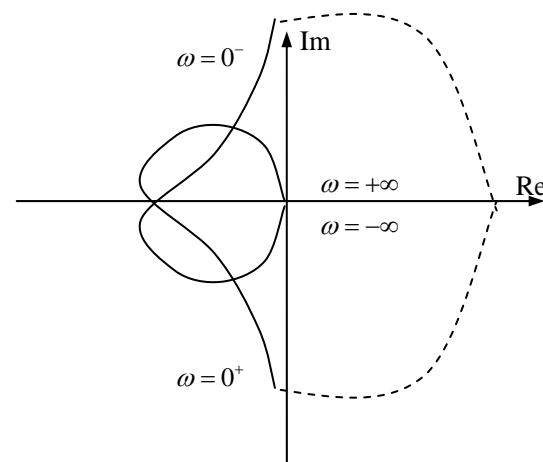
起点: $\omega = 0^+, A(\omega) = +\infty, \varphi(\omega) = -90^\circ - \Delta, \Delta > 0$

终点: $\omega = +\infty, A(\omega) = 0, \varphi(\omega) = -270^\circ + \Delta, \Delta > 0$

又当, $\omega: 0^- \rightarrow 0^+$

$\theta: -\pi/2 \rightarrow 0 \rightarrow \pi/2$, 逆时针

$\varphi: \pi/2 \rightarrow 0 \rightarrow -\pi/2$, 顺时针



画图说明③分, 图⑤分

(2) 又

$$\begin{aligned} G(j\omega)H(j\omega) &= \frac{K}{j\omega(6-\omega^2+5j\omega)} \\ &= \frac{K}{\omega} \cdot \frac{1}{-5\omega+(6-\omega^2)j} = \frac{K}{\omega} \cdot \frac{-5\omega-(6-\omega^2)j}{25\omega^2+(6-\omega^2)^2} \end{aligned}$$

令 $\text{Im}=0$, 即 $6-\omega^2=0$, $\omega^2=6$ 代入实部得

$$\text{Re} = \frac{K}{\omega} \cdot \frac{-5\omega}{25\omega^2+(6-\omega^2)^2} = \frac{-5K}{25 \times 6} = \frac{-K}{30}$$

即极坐标曲线与负实轴的交点坐标为 $(-\frac{K}{30}, j0)$ 。④分

(3) 根据 Nyquist 判据要使闭环系统稳定, 则开环频率特性的极坐标图不包围 $(-1, j0)$

点。要求 $-\frac{K}{30} > -1$, 即 $K < 30$ 。③分

七. (10 分) 闭环采样系统如图 5 所示, 采样周期 $T = 0.5$, 试求系统的闭环脉冲传递

函数。已知 $Z\left[\frac{1}{s^2}\right] = \frac{Tz}{(z-1)^2}$, $Z\left[\frac{1}{s+a}\right] = \frac{z}{z-e^{-aT}}$ 。

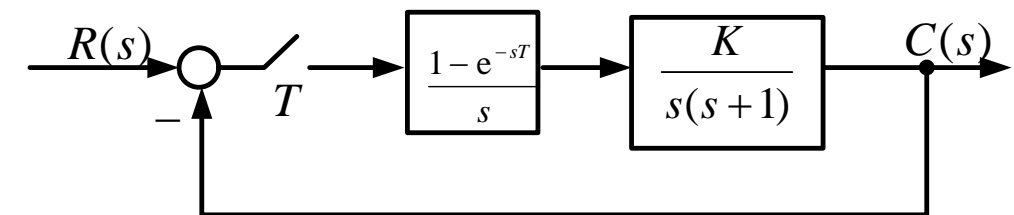


图 5

解

开环脉冲传递函数为

$$G_h G(z) = Z\left[\frac{(1-e^{-sT})K}{s^2(s+1)}\right] = K(1-z^{-1})Z\left[\frac{1}{s^2(s+1)}\right] = K(1-z^{-1})Z\left[\frac{1}{s^2} - \frac{1}{s} + \frac{1}{s+1}\right]$$

$$= K(1 - z^{-1}) \left[\frac{0.5z}{(z-1)^2} - \frac{z}{z-1} + \frac{z}{z-0.6065} \right] = K \frac{0.1065z + 0.0902}{(z-1)(z-0.6065)} \quad \text{⑥分}$$

则闭环脉冲传递函数为

$$\Phi(z) = \frac{G_h G(z)}{1 + G_h G(z)} = \frac{K(0.1065z + 0.0902)}{z^2 + (0.1065K - 1.6065)z + (0.6065 + 0.0902K)} \quad \text{④分}$$

八. (12 分) 已知非线性系统的结构如图 6 所示, 图中非线性环节的描述函数

$$N(A) = \frac{A+6}{A+2} (A > 0)。试$$

用描述函数法确定使该非线性系统稳定、不稳定以及产生周期运动时, 线性部分的 K 值范围。

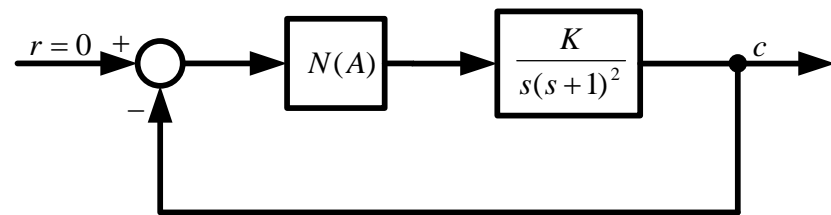


图 6

解

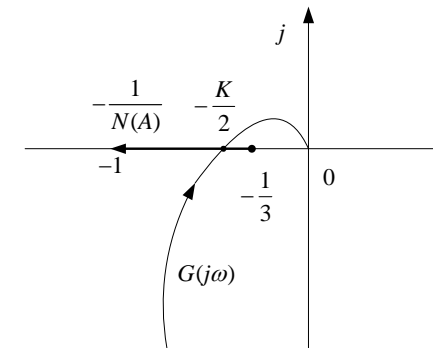
非线性环节的描述函数为

$$N(A) = \frac{A+6}{A+2}, \quad A > 0$$

其负倒描述函数为

$$-\frac{1}{N(A)} = -\frac{A+2}{A+6}$$

为单调减函数, 作 $-\frac{1}{N(A)}$ 曲线如图 (a) 所示。



图④分

图 (a) 稳定性分析

线性部分 $G(s)$ 的 Γ_G 曲线如图 (a) 所示, 其中穿越频率

$$\omega_x = \frac{1}{\sqrt{1 \times 1}} = 1$$

Γ_G 曲线与负实轴的交点为

$$G(j\omega_x) = -\frac{1 \times 1 \times K}{1+1} = -\frac{K}{2} \quad \text{②分}$$

当 $0 < K < \frac{2}{3}$ 时, Γ_G 曲线不包围 $-\frac{1}{N(A)}$ 曲线, 系统稳定。

当 $\frac{2}{3} < K < 2$ 时, Γ_G 曲线和 $-\frac{1}{N(A)}$ 曲线存在交点 $(-\frac{K}{2}, 0)$, $-\frac{1}{N(A)}$ 曲线由不稳定区域进入稳定区域, 系统存在稳定的自振。

当 $2 < K < \infty$ 时, Γ_G 曲线完全包围 $-\frac{1}{N(A)}$ 曲线, 系统不稳定。

由以上讨论可知, 随着 K 的增大, 系统由稳定变成自振, 最终不稳定。分析④分