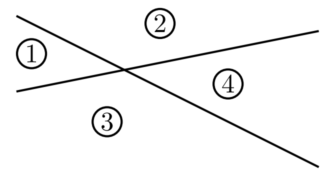
FIUBA 2015 Matemática Discreta Integrador 3, 21.12.2015 **Curso:** **Cuat.:** **Año:**

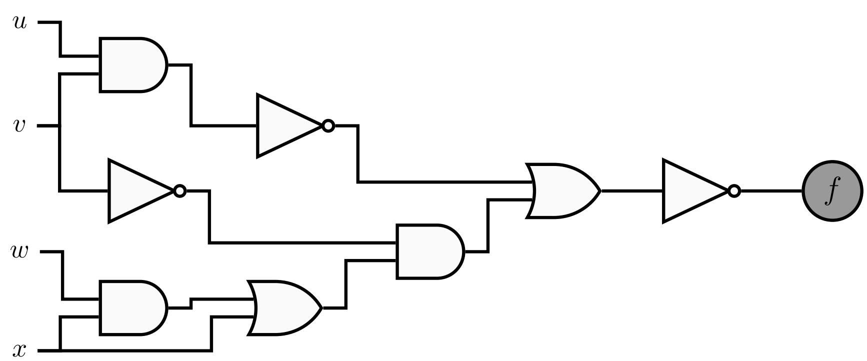
Alumno: NL:

Duración: dos horas y media. Una condición suficiente de aprobación es la resolución ***completa*** y ***justificada*** de ***tres*** ejercicios cualesquiera No se consideran cálculos dispersos o sin comentarios, ni diagramas sin la identificación completa de sus elementos.

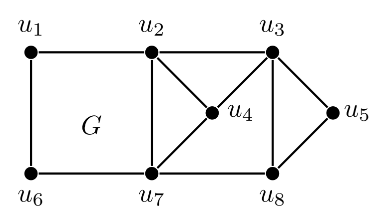
1. Dadas n líneas dispuestas en el plano en posición general (esto es, ningún par de rectas son paralelas y en ningún punto se cortan más de dos), sea x_n la cantidad de regiones en que queda dividido el plano (en la figura se observa que para tres líneas es $x_2 = 4$). Plantear la ecuación de recurrencia (justificar detalladamente), resolverla y mostrar en un dibujo que la solución predice la situación correcta para $n = 3$.



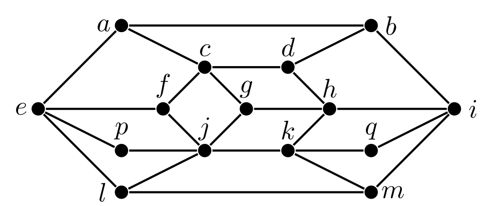
2. En el álgebra de Boole $(B, +, \cdot, ', \mathbf{0_B}, \mathbf{1_B})$, sea $f(u, v, w, x)$ la función $f : B^4 \to B$ representada por el circuito de la figura, con compuertas (AND, OR, NOT). Representar f, siempre que sea posible, con un circuito con solo compuertas NAND y determinar *todos* los $(u, v, w, x) \in B^4$ que verifican *las tres* condiciones siguientes: $f(u, v, w, x) + uv(w'x + wv) = w$, $x'f(x, w, v, u) + w + v = x + v$, $f(x, v, u, u) + u'w = v + v'w$.



3. Para un grafo $G = (V(G), E(G))$ se define el diámetro $\phi(G) \stackrel{\text{def}}{=} \max_{u,v} d(u, v)$ y el radio $r(G) \stackrel{\text{def}}{=} \min_u \max_v d(u, v)$. Introducir en el grafo G representado en la figura una orientación, siempre que exista, de modo que el grafo $G^\star$ así orientado resulte fuertemente conexo y determinar el radio y diámetro de G y de $G^\star$.



4. Un grafo $G = (V(G), E(G))$ es bipartito sii existen dos conjuntos V_1 y V_2 disjuntos tales que $V(G) = V_1 \cup V_2$ y toda arista de $E(G)$ une un vértice de V_1 con un vértice de V_2. *Probar* que ningún grafo bipartito de orden impar es hamiltoniano y analizar si el grafo de la figura es hamiltoniano. Dar, si existe, un ejemplo de un grafo bipartito hamiltoniano y euleriano.



5. Dados los grafos G_1, G_2, G_3, determinar cuántas clases de equivalencia representan por la relación de equivalencia $G \cong H$ sii G es isomorfo a H, explicitando los isomorfismos entre los grafos situados en una misma clase y probando la imposibilidad de establecerlos entre los que se hallan en clases distintas.