FIUBA 2015 Matemática Discreta 61.07 Parcial O3, 30.11.2015 **Curso 1, 2c2015**

Alumno:	NL:

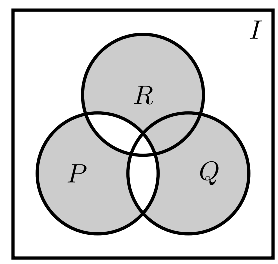
Duración: dos horas. Una condición suficiente de aprobación es la resolución ***completa*** y ***justificada*** de ***dos*** ejercicios cualesquiera No se consideran cálculos dispersos o sin comentarios, ni diagramas sin la identificación completa de sus elementos.

1. *Probar* por inducción que para cualquier real positivo x y cualquier número natural n vale la siguiente desigualdad:

$$\sum_{k=0}^{n} x^{n-2k} \geq n+1$$

2. Escribir la matriz de adyacencia $M_{\mathcal{R}}$ de la relación $\mathcal{R}$ en $A^2, A = \{0,1,2\}$ dada por $(x_1, x_2)\,\mathcal{R}\,(y_1, y_2)$ sii $(x_1 \leq y_1, x_2 \geq y_2)$ y analizar si es una relación de orden. En caso afirmativo, dibujar su diagrama de Hasse y determinar, siempre que existan, los elementos maximales, minimales, máximo y mínimo del conjunto $B = \{(x,y) \in A^2 : x \leq y\}$.

3. En un álgebra de Boole $(B, +, \cdot\,, {}'\,, \mathbf{0_B}, \mathbf{1_B})$ ordenada con $x \leq y$ sii $xy = x$, analizar el valor de verdad de las proposiciones $p \stackrel{\text{def}}{=} \forall (x,y) \in B^2 : xy' + x'y = \mathbf{0_B}$, $q \stackrel{\text{def}}{=} \forall (x,y) \in B^2 : \sup(x,y) = x+y$, $r \stackrel{\text{def}}{=} \forall (x,y) \in B^2 : x + x'y = x + y$. ¿Qué valor de verdad tiene la proposición compuesta $f(p,q,r)$ cuyo conjunto de veracidad se indica sombreado en la figura?



4. Escibir los axiomas que definen a $(L, +, \cdot)$ como un retículo y *probar* únicamente con esos axiomas que todos sus elementos son idempotentes, y que si es finito y está ordenado con $x \leq y$ sii $xy = x$, entonces L tiene un máximo y un mínimo. Dar, siempre que exista, un retículo con un elemento que tenga más de un complemento.