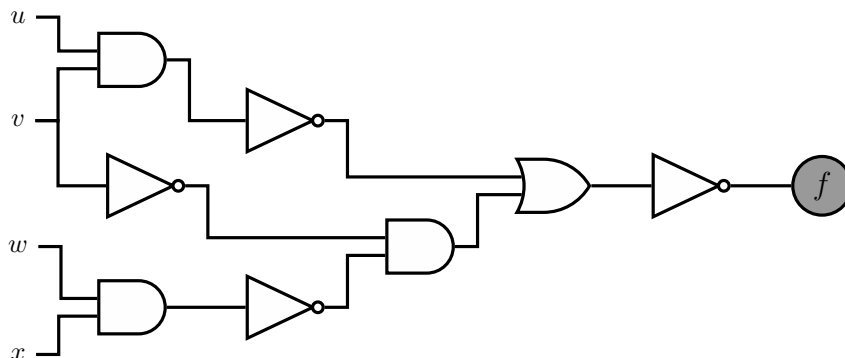


Alumno:

NL:

Duración: dos horas y media. Una condición suficiente de aprobación es la resolución *completa y justificada* de *tres* ejercicios cualesquiera. No se consideran cálculos dispersos o sin comentarios, ni diagramas sin la identificación completa de sus elementos.

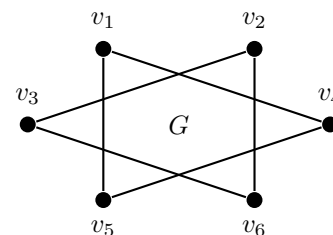
1. En el álgebra de Boole $(B, +, \cdot, ', \mathbf{0}_B, \mathbf{1}_B)$, sea $f(u, v, w, x)$ la función booleana $f : B^4 \rightarrow B$ representada por el circuito de la figura, con compuertas (AND, OR, NOT). Representar f , siempre que sea posible, con un circuito con solo compuertas AND y determinar *todos* los $(u, v, w, x) \in B^4$ que verifican *las dos* condiciones siguientes: $f(u, v, w, x) + uvw'x = w$, $u'f(u, v, w, x) + w + v = x$. Si el cardinal de B es n , ¿cuántas soluciones hay?



2. Para un grafo $G = (V(G), E(G))$ se define el diámetro $\phi(G) \stackrel{\text{def}}{=} \max_{u,v} d(u, v)$ y el radio $r(G) \stackrel{\text{def}}{=} \min_u \max_v d(u, v)$. Siendo el conjunto de vértices $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$ y la matriz de adyacencia A , determinar el radio $r(G')$ y diámetro $\phi(G')$ de G' , el complemento de G y analizar si G' es euleriano (esto es, si tiene un camino cerrado sin aristas repetidas que incluya todas sus aristas).

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Dado un grafo k -regular $G = (V(G), E(G))$ de orden $n = |V(G)|$, probar que su grafo complementario $G' = (V(G'), E(G'))$ también es regular, determinar su tamaño $m' = |E(G')|$ y probar que es imposible que tanto G como G' sean no conexos. En particular, para el grafo G de la figura, representar G' y mostrar el efectivo cumplimiento de cada una de estas propiedades.



4. Dado el conjunto $A = \{2, 4, 6\}$, escribir la matriz de adyacencia $M_{\mathcal{R}}$ de la relación \mathcal{R} en A^2 dada por $(x_1, x_2) \mathcal{R} (y_1, y_2)$ sii $(x_1 \geq y_1, x_2 \leq y_2)$ y analizar si \mathcal{R} es una relación de orden en A^2 . En caso afirmativo, dibujar su diagrama de Hasse y determinar, siempre que existan, los elementos maximales, minimales, máximo y mínimo del conjunto $B = \{(x, y) \in A^2 : x \geq y\}$.

5. Dado el grafo sin lazos $G = (V(G), E(G))$ se define el *grafo-arista* $L(G)$ como el grafo obtenido tomando las aristas de G como vértices de $L(G)$ y uniendo dos de estos vértices en $L(G)$ siempre que sus correspondientes aristas en G tengan un vértice común. Definir y representar el grafo $L(G)$ correspondiente al grafo G de la figura, analizar si $L(G)$ es hamiltoniano y decidir si L preserva la *arista-conectividad* (esto es si el mínimo cardinal entre los cortes de aristas que desconectan G es el mismo que entre los que desconectan $L(G)$).

