FIUBA 2015 Matemática Discreta   Integrador 1, 09.12.2015   **Curso:** **Cuat.:** **Año:**

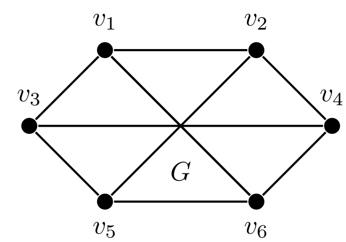
Alumno: NL:

Duración: dos horas y media. Una condición suficiente de aprobación es la resolución ***completa*** y ***justificada*** de ***tres*** ejercicios cualesquiera No se consideran cálculos dispersos o sin comentarios, ni diagramas sin la identificación completa de sus elementos.

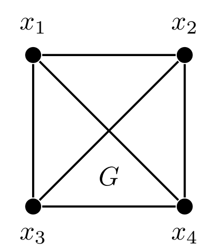
1. Para un grafo $G = (V(G), E(G))$ se define el diámetro $\phi(G) \overset{\text{def}}{=} \max_{u,v} d(u,v)$ y el radio $r(G) \overset{\text{def}}{=} \min_u \max_v d(u,v)$. Definir un grafo G de seis vértices, cuatro de ellos de grado 2 y los restantes dos de grado 3, cuyo radio sea $r(G) = 2$ y cuyo diámetro $\phi(G) = 3$. Dar, siempre que exista, un árbol T generador de G tal que $\phi(T) = \phi(G)$.

2. Dado el conjunto $A = \{1, 3, 5\}$, escribir la matriz de adyacencia $M_{\mathcal{R}}$ de la relación $\mathcal{R}$ en A^2 dada por $(x_1, x_2)\,\mathcal{R}\,(y_1, y_2)$ sii $(x_1 \leq y_1,\ x_2 \geq y_2)$ y analizar si $\mathcal{R}$ es una relación de orden en A^2. En caso afirmativo, dibujar su diagrama de Hasse y determinar, siempre que existan, los elementos maximales, minimales, máximo y mínimo del conjunto $B = \{(x, y) \in A^2 : x \leq y\}$.

3. Dado un grafo k-regular $G = (V(G), E(G))$ de orden $n = |V(G)|$, *probar* que su grafo complementario $G' = (V(G'), E(G'))$ también es regular, determinar su tamaño $m' = \mid E(G') \mid$ y *probar* que no pueden ser ambos no conexos. En particular, para el grafo G de la figura, representar G' y mostrar el cumplimiento de cada una de estas propiedades.



4. Dado el grafo sin lazos $G = (V(G), E(G))$ de orden $n = |V(G)|$ y tamaño $m = |E(G)|$ se define el *grafo-arista* $L(G)$ como el grafo obtenido tomando las aristas de G como vértices de $L(G)$ y uniendo dos de estos vértices en $L(G)$ siempre que sus correspondientes aristas en G tengan un vértice común. Definir y representar el grafo $L(G)$ correspondiente al grafo G de la figura, analizar si $L(G)$ es euleriano o hamiltoniano y calcular su diámetro.



5. En el álgebra de Boole $(B, +, \cdot, {}', \mathbf{0_B}, \mathbf{1_B})$, sea $f(u, v, w, x)$ la función booleana $f : B^4 \to B$ representada por el circuito de la figura, con compuertas (AND, OR, NOT). Representar f, siempre que sea posible, con un circuito con solo compuertas AND y determinar *todos* los $(u, v, w, x) \in B^4$ que verifican *las dos* condiciones siguientes: $f(u, v, w, x) + uvw'x = w$, $u'f(u, v, w, x) + w + v = x$. Si el cardinal de B es 4, ¿cuántas soluciones hay?