① $\phi = 1,9eV$

a) $E_c = E_f - \phi$ → trabajo necesario para arrancar el electrón

E_c ↓ energía cinética con la que salta el electrón

E_f → energía del fotón

La mayor longitud de onda se va a producir cuando estamos en la frecuencia umbral. Entonces:

$$E_c = 0 \Rightarrow \phi = E_f$$

$$1,9eV = h \cdot f = 6,58 \cdot 10^{-16} eV/s \cdot f$$

$$2,9 \cdot 10^{15} s = f$$

$$\Rightarrow f = c/\lambda$$

$$\left[\lambda = c/f = \frac{3 \cdot 10^8 m/s}{2,9 \cdot 10^{15} s} = 1,04 \cdot 10^{-7} m\right]$$

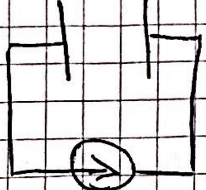
b) $E_c = E_f - \phi$, $\lambda = 450\,nm \Rightarrow f = 6,67 \cdot 10^{14}\,\frac{1}{s}$

$E_{C_{MÁX}} = h \cdot f - \phi = 6,58 \cdot 10^{-16}\,eV\,s \cdot 6,67 \cdot 10^{14}\,\frac{1}{s} = 1,9\,eV$

Pero $E_f < \phi$, por lo que no se desprenderá ningún electrón.

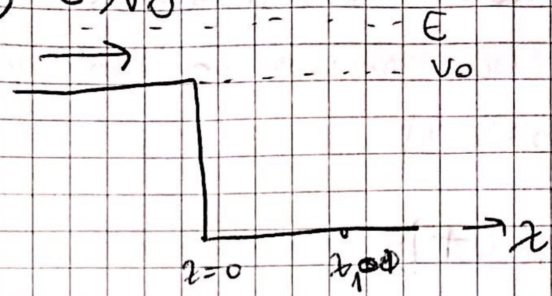
c) La mecánica clásica no puede explicar la emisión de electrones, porque según la mecánica cuántica esto ocurre cuando colisionan un fotón y un electrón, y el fotón le entrega energía al electrón. Pero la particularidad es que los fotones son partículas sin masa, por lo que clásicamente no tendrían energía.

d) Si se conoce la frecuencia umbral (donde $T=0$) es posible hallar ϕ. Para hallar esta frecuencia (dada por un cierto λ) se pueden conectar un ánodo y un cátodo y analizar cuándo



comienza a circular una corriente y cuál es la diferencia de potencial V_0 entre las placas.

② $E > V_0$



a) Según la ecuación de schroedinger:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(z,t)}{\partial z^2} + V(z,t)\,\psi(z,t) = i\hbar\frac{\partial\psi(z,t)}{\partial t}$$

En este caso tenemos un potencial que no depende del tiempo, por lo que

$$\psi(z,t) = \psi(z)\cdot\phi(t) \quad \Big\} \text{ separación de variables.}$$

Entonces schrodinger solo depende de z, y podemos proponer soluciones de tipo partícula libre como:

$$e^{\pm i(kz-\omega t)}$$, donde $$k^2 = \frac{2m}{\hbar^2}\left[E - V(x)\right]$$

Entonces:

$$\psi_1 = A e^{ik_1 z} + B e^{-ik_1 z} \quad (z<0) \quad \text{con } k_1 = \pm\sqrt{\frac{2m(E-V_0)}{\hbar^2}}$$

$$\psi_2 = C e^{ik_1 z} + D e^{ik_2 z} \quad (z>0) \quad k_2 = \pm\sqrt{\frac{2m(E)}{\hbar^2}}$$

(y $D=0$ porque no hay flujo de partículas desde $+\infty$)

$6{,}62 \cdot 10^{-34}\, J.s = h$ $E = T + V_0$

$9{,}1 \cdot 10^{-28} = m_e$

En esas soluciones las únicas incógnitas son las amplitudes B y C. Las encuentro planteando la continuidad entre ambas ψ.

① $\psi_1(0) = \psi_2(0) \Rightarrow A + B = C$

② $\psi_1'(0) = \psi_2'(0)$

$$\Rightarrow A i k_1 \cdot e^{ik_1x} - B i k_1 e^{-ik_1x} = C e^{ik_2x} i k_2$$

$$A k_1 e^{ik_1x} - B k_1 e^{-ik_1x} = (A+B) e^{ik_2x} k_2$$

$$k_1 (A e^{ik_1x} - B e^{-ik_1x}) = A e^{ik_2x} k_2 + B e^{ik_2x} k_2$$

$$A e^{ik_1x} k_1 - A e^{ik_2x} k_2 = B e^{ik_2x} k_2 + B k_1 e^{-ik_1x}$$

$$\frac{A (e^{ik_1x} k_1 - e^{ik_2x} k_2)}{e^{ik_2x} k_2 + e k_1 e^{-ik_1x}} = B \quad \text{con } x = 0$$

$$\boxed{A \cdot \frac{(k_1 - k_2)}{k_2 + k_1} = B}$$

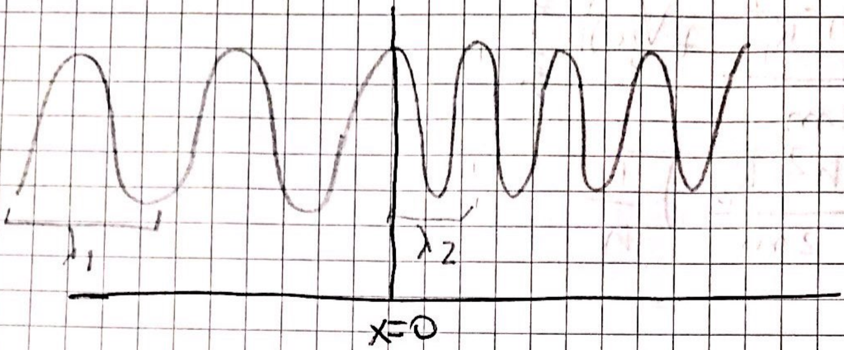
b) En ambas partes del escalón se da que K es real porque

- $k_1 = \pm\sqrt{\frac{2m(E - V(0))}{\hbar^2}}$ con $E - V(0) > 0$
- $k_2 = \pm\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$ con $E > 0$

Entonces tanto ψ_1 como ψ_2 son ondas, con:

- $\lambda_1 = \frac{h}{\sqrt{2mT}} = \frac{h}{\sqrt{2m(E - V_0)}} = 1{,}5 \cdot 10^{-21}\, m$
- $\lambda_2 = \frac{h}{\sqrt{2mT}} = \frac{h}{\sqrt{2mE}} = 1{,}1 \cdot 10^{-21}\, m$

Vamos a tener la superposición de dos ondas viajeras en el primer tramo $x<0$, y en el segundo una onda viajera.



c) La diferencia entre este resultado y un resultado analizado desde la mecánica clásica es que podemos apreciar una reflexión de partículas si le damos sentido a la onda viajera con amplitud B (que se mueve hacia la izquierda).

Entonces tenemos una onda con amplitud A que representa a un haz de partículas viajando desde $-\infty$, y luego llegando el escalón algunas de esas partículas se ven reflejadas (a pesar de tener la energía suficiente para continuar) y otras atraviesan el escalón.

d) La frecuencia está dada por

$$\hbar\omega = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V$$

$$\Rightarrow \omega_1 = \left(\frac{\hbar^2 k_1^2}{2m} + V_0\right) \cdot \frac{1}{\hbar}$$

$$\omega_2 = \left(\frac{\hbar^2 k_2^2}{2m}\right) \frac{1}{\hbar}$$

La onda obtenida previamente es únicamente la parte espacial. La separamos de la parte temporal haciendo:

$$\psi(x,t) = \psi(x) \cdot \phi(t)$$

Donde $\phi(t) = e^{i\omega t}$

Entonces:

- $\psi_1(x,t) = \left(A e^{ik_1 x} + \left(\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}\right) A \cdot e^{-ik_1 x}\right) \cdot e^{i\omega_1 t}$
- $\psi_2(x,t) = \left(\left(A + A\left(\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}\right)\right) \cdot e^{ik_2 x}\right) \cdot e^{i\omega_2 t}$

Scanned with CamScanner

e) La densidad de probabilidad se calcula como:

$$|\psi|^2 = \psi^* \cdot \psi$$

En este caso:

¡la parte temporal se va a cancelar al multiplicarlo por su conjugado.

$$\cdot |\psi_1|^2 = \left(A e^{ik_1 x} + B e^{-ik_1 x}\right) \cdot \left(A^* e^{-ik_1 x} + B^* e^{ik_1 x}\right)$$

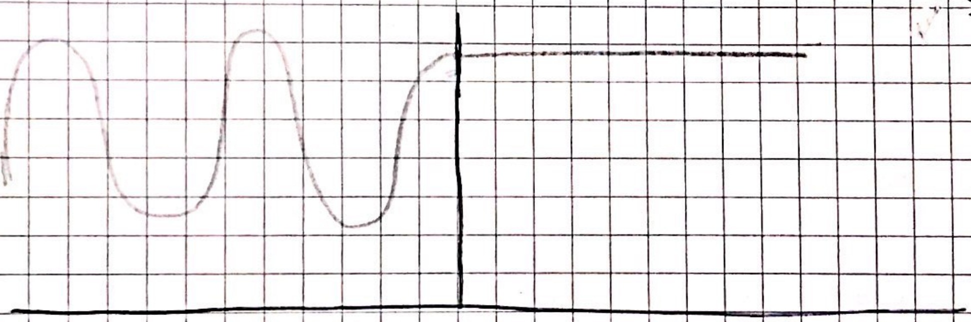
$$= \underbrace{\boxed{|A|^2 + |B|^2}}_{\text{desplazamiento hacia arriba}} + \underbrace{|AB|}_{\text{amplitud}} \cos(2 k_1 x + \underbrace{\varphi}_{*})$$

(*) término de fase que empalma con ψ_2

Análogamente:

$$\cdot |\psi_2|^2 = |C|^2 + |D|^2 + |CD| \cos(2k_2 x + \varphi) = |C|^2$$

siendo $D=0$



Para todos los $x > 0$, la densidad de probabilidad va a valer C^2. ~~Vemos que ... al igual en el gráfico se ve que ... tiene una amplitud de |AB|~~.

Para que se respete la continuidad, es importante el término φ en $|\psi_1|^2$, ya que es el que hace que $\cos(2k_1 x + \varphi)$ no valga 1, dejando a

$$|\psi_1|^2_{(0)} = |A|^2 + |B|^2 + |A \cdot B| \neq |\psi_2|^2$$

(Sabiendo que $C = A + B$).

③ $V(x) = \frac{m\omega^2}{2} x^2$ con $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$E_n = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right)$

cuando $n=0$: $\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{x_0\sqrt{\pi}}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2x_0^2}}$

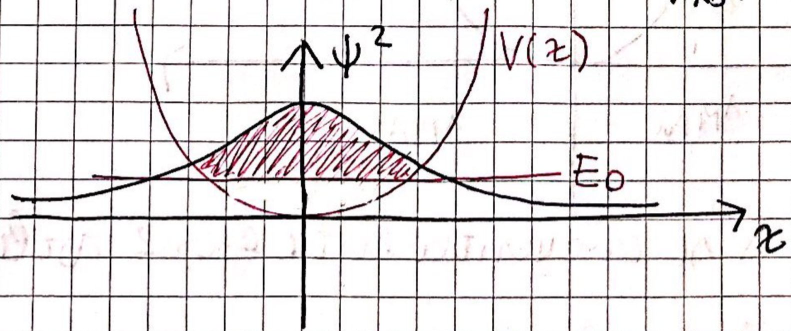
a) $\psi(x,t)$, V no depende de t.

Del mismo modo que en el caso del ejercicio ②, sabemos que

$\psi(x,t) = \psi(x) \cdot \phi(t)$ con $\phi(t) = e^{i\omega t}$

$\Rightarrow \psi(x,t) = \frac{1}{\sqrt{x_0\sqrt{\pi}}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2x_0^2}} \cdot e^{i\sqrt{\frac{k}{m}}t}$

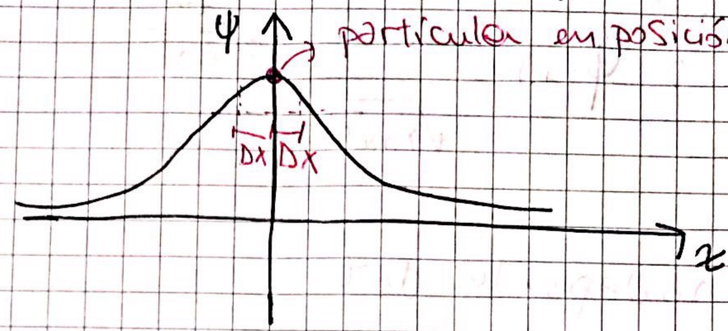
Por otro lado: $|\psi|^2_{(x,t)} = |\psi(x)|^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{x_0\sqrt{\pi}}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2x_0^2}}\right)^2$.



Se da un caso similar al pozo de potencial, donde la partícula está confinada en la región roja. ⊛

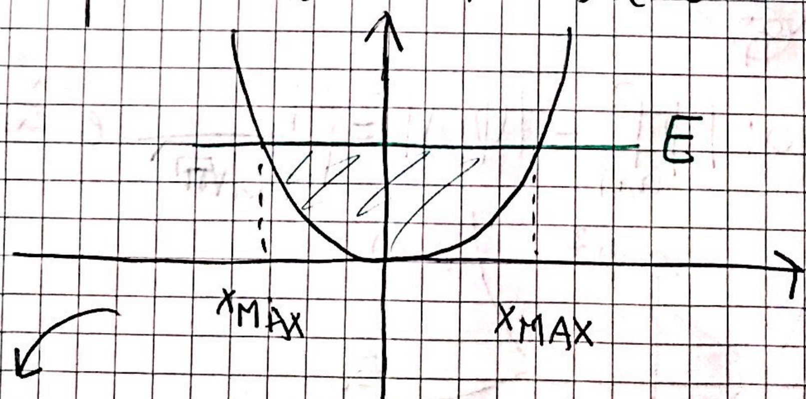
b) $\Delta x = \sqrt{\dfrac{\hbar}{m\omega}} = \sqrt{\dfrac{\hbar}{m\cdot\sqrt{\frac{k}{m}}}}$

Viendo el gráfico de $\psi(x)$, que tendrá la forma



la incerteza Δx implica un cierto conocimiento en el valor real de la posición de la partícula

(*) Clásicamente las energías son interpretadas como un continuo y no como ~~[illegible]~~ valores discretos permitidos. Es por esto que la región permitida no esté delimitada por E_0.



Clásicamente x se encuentra entre esos 2 valores de x_{MAX};

~~[illegible]~~