FACULTAD
DE INGENIERIA
Universidad de Buenos Aires

62.15 Física III D (curso 2)

Trabajo Práctico Energía

Padrón	Alumno	Dirección de correo
94773	Condo, Alexander Emanuel	acondo@fi.uba.ar
102831	De Feo, Laura	ldefeo@fi.uba.ar
101148	Feijoo, Sofia	sfeijoo@fi.uba.ar
101456	Pérez Andrade, Violeta	viperez@fi.uba.ar

Índice

1. Introducción

Un material tiene mejor elasticidad cuando, al estirarlo, vuelve a su posición de equilibrio de forma más precisa. Un buen ejemplo de esto sería el resorte: cuando se estira ejerce una Fuerza elástica que tiende a devolverlo a su forma, sin crear modificaciones en su longitud original. Esta fuerza se obtiene por medio de la Ley de Hooke[1]:

$$F_{el} = -kz \tag{1}$$

siendo k la constante elástica del resorte y z la distancia hasta la posición de equilibrio.

Esta ley lo que establece es que todo estiramiento o deformación es proporcional a la fuerza aplicada sobre el objeto a estirar. Su signo representa que la fuerza elástica tiende a devolver al cuerpo a su posición de equilibrio, es decir, cuando su longitud es la inicial.

Si calculamos el trabajo de la Fuerza elástica que realiza para estirar el cuerpo desde la posición de equilibrio hasta la posición final de estiramiento, obtenemos la energía potencial elástica. Esto ocurre, ya que la fuerza deducida de la ley de Hooke resulta ser conservativa[2], y sabemos que por la ley de conservación de la energía:

$$W_{fcons} = -\Delta E_p \tag{2}$$

La energía potencial elástica es energía almacenada que resulta de aplicar una fuerza sobre un objeto elástico. Es decir, es la energía que adquieren los cuerpos sometidos a fuerzas elásticas. La expresión de la energía según un cuerpo unido a un resorte, deducida de lo mencionado en el párrafo anterior, viene dada por[3]:

$$V = \frac{1}{2}kz^2 \tag{3}$$

[1] Fuente: 'Física I: mecánica, ondas y calor', A. Rela, J. Sztrajman

[2] Una fuerza conservativa es aquella que su trabajo realizado solo depende de los puntos inicial y final del camino a recorrer.

[3] Fuente: 'Física I: mecánica, ondas y calor', A. Rela, J. Sztrajman

2. Problema

Una partícula de masa m solo puede moverse sobre la trayectoria

$$y(x) = \frac{1}{2}x^2 + 3 \tag{4}$$

está unida a un resorte de constante k=1 y longitud natural L=3.64 como se muestra en la figura 1.

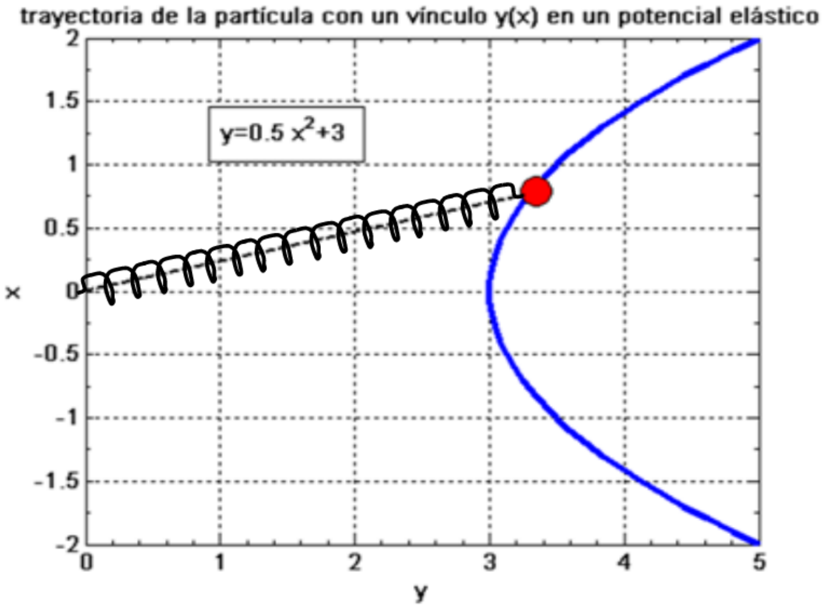

Figura 1

2.1.

Para conocer la expresión de la energía potencial de la partícula en función de su posición utilizamos la ecuación (3). En este caso la constante del resorte k vale 1, y x es la diferencia entre la posición de equilibrio L y el estiramiento del resorte.
Para determinar z utilizamos Pitágoras:

$$(L + z)^2 = x^2 + y^2 \tag{5}$$

y luego despejando, obtenemos la expresión:

$$z = \sqrt{x^2 + y^2} - L \tag{6}$$

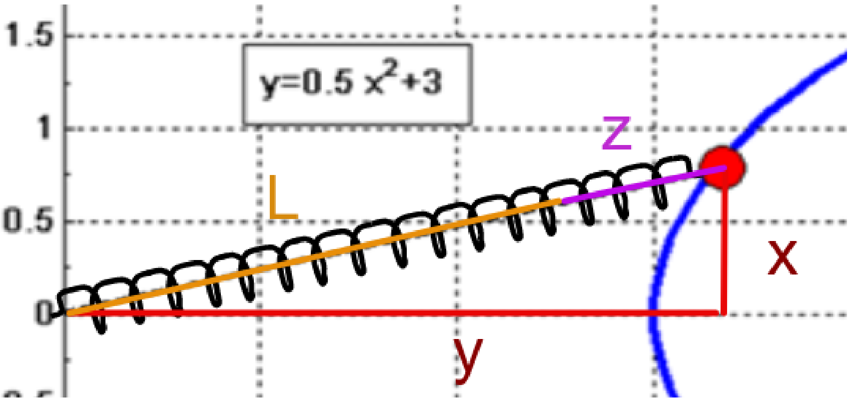

Figura 2

Entonces, reemplazando en la ecuación:

$$V(x,y) = \frac{1}{2}k[\sqrt{x^2+y^2} - L]^2 \tag{7}$$

2.2.

Las unidades de cada magnitud el Sistema Internacional de Unidades son:

- $[V] = J$
- $[k] = N/m$
- $[x] = [y] = [L] = m$

La energía mecánica está dada por

$$\Delta E = \Delta V + \Delta T \tag{8}$$

siendo V, la energía potencial y T, la energía cinética.
Por el teorema de las fuerzas vivas, la variación de energía cinética es igual al trabajo realizado por la fuerza neta o resultante(suma de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo). Por otro lado, la variación de energía potencial es igual al trabajo realizado por las fuerzas conservativas aplicadas sobre el cuerpo, pero con signo opuesto. Como:

$$\Delta T = W_{Fneta} \tag{9}$$

$$\Delta V = -W_{Fcons} \tag{10}$$

entonces, deduciendo:

$$\Delta E = W_{Fneta} - W_{Fcons} = W_{FNOcons} \tag{11}$$

Entonces, observando la figura 1 podemos notar que la única fuerza no conservativa presente es el Peso. Para que la energía mecánica se conserve, el trabajo de las fuerzas no conservativas debe ser nulo. Como el peso es perpendicular a la trayectoria, no realiza trabajo alguno. Por esto podemos decir que:

$$\Delta E = W_{FNOcons} = W_P = 0 \tag{12}$$

y, por lo tanto, la energía mecánica se conserva.

2.3.

Mediante el desarrollo de un script en Python con el siguiente código:

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

k=1
L=3.64

def y(x):
  return 0.5*x**2+3

def V(x):
  return 0.5*k*(np.sqrt(x**2+y(x)**2)-L)**2

x=np.arange(-2,2.1,0.1)
V=[V(xi) for xi in x]

plt.plot(x,V,'-')
plt.ylim(0,0.5)
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('V(x)')
plt.grid()
plt.show()
```

obtenemos la siguiente gráfica de V(x):

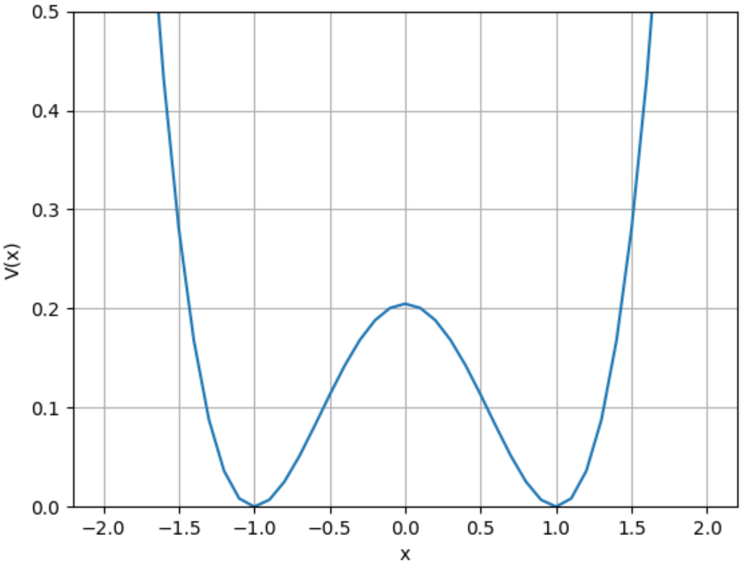

Figura 3

2.4.

La función potencial V(x) alcanza el valor mínimo en dos puntos (x,y):

$$A = (1, 3{,}5)$$
$$B = (-1, 3{,}5) \tag{13}$$

En ambos casos el potencial el resorte se encuentra en la posición de equilibrio donde no interactúa con la partícula ninguna fuerza elástica.
Además, la función potencial alcanza un máximo local en la posición

$$C = (0, 3) \tag{14}$$

Esta es la posición situada entre los dos mínimos donde el resorte pasa de comprimirse a descomprimirse.

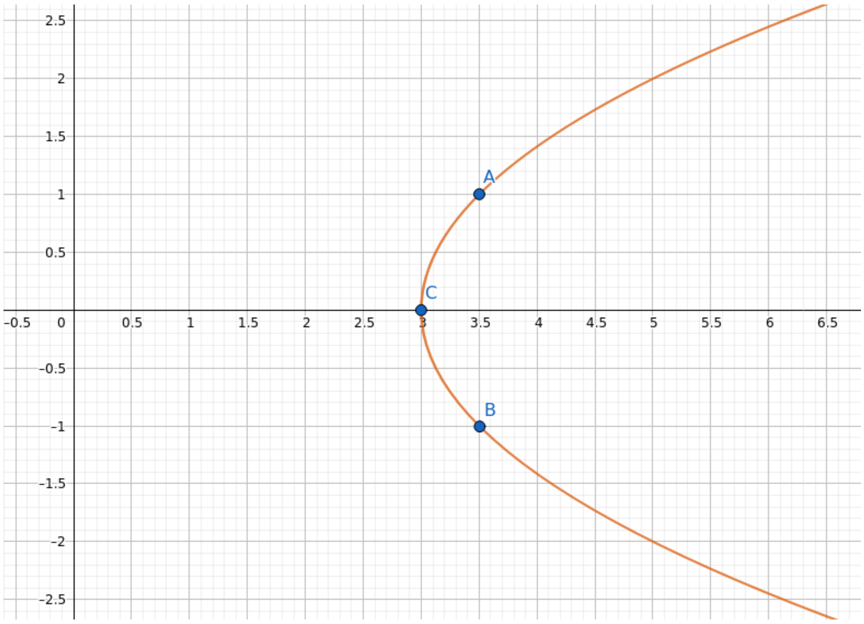

Figura 4: Ubicación de los máximos y mínimos de potencial ubicados en la trayectoria de la partícula

2.5.

El valor del potencial en ambos mínimos es cero, ya que la partícula se encuentra en la posición de equilibrio del resorte donde $\sqrt{x^2+y^2}=L$. Entonces

$$V(-1)=V(1)=\frac{1}{2}(L-L)=0J \tag{15}$$

En el máximo local (x,y)=(0,3) el valor de V es:

$$V(0)=\frac{1}{2}\sqrt{0^2+3^2}-3,64)=0,2048J \tag{16}$$

2.6.

$$E=V+T \tag{17}$$

Tomamos V_{max} como el valor del potencial en el punto C que es el máximo local.

2.6.1. E >Vmax

En el caso que la energía de la partícula sea mayor al valor de V_{max}, su energía cinética T será mayor a 0. Específicamente, valdrá la diferencia entre la energía y el valor máximo del potencial. Y por esto, si en alguna parte de la trayectoria se soltase el resorte, la partícula saldría disparada con una velocidad V.

2.6.2. 0 <E <Vmax

En este caso, el valor T de la energía cinética va a depender de si la energía total es mayor o menor al potencial de la partícula en el punto. En el primer caso, habría energía cinética T, pero en el segundo caso la misma valdría 0.

2.6.3. E <0

Este caso no puede darse clásicamente.

2.7.

Si $x = 0{,}5m$ y $E = 0{,}16J$, al no tener energía suficiente para pasar por el punto más comprimido del resorte ($E < V_{max}$), la partícula se encontrará oscilando. Por otro lado, podemos calcular $y(x)$ a partir de la ecuación 4:

$$y(x = 0{,}5) = 3{,}125m \tag{18}$$

Luego, podemos calcular el potencial en $x = 0{,}5m$:

$$V(x = 0, 5) = 0, 113J \tag{19}$$

Finalmente, podemos decir que la partícula se mueve con una energía cinética de $T = 0, 047J$.