FACULTAD
DE INGENIERIA
Universidad de Buenos Aires

FÍSICA III D (62.15)

Guía Resuelta

Segundo Cuatrimestre 2019

g

Índice

1. Radiación de Cuerpo Negro

1.1. Ejercicio 1

- $F_B(E) = A\exp(\frac{-E}{k_BT})$
- $\int_{-\infty}^{\infty} F_B(E) \cdot dE = 1$

$$\int_{-\infty}^{\infty} F_B(E) \cdot dE = \int_{-\infty}^{\infty} A\exp(\frac{-E}{k_BT}) \cdot dE =$$
$$A\int_{0}^{\infty} \exp(\frac{-E}{k_BT}) \cdot dE = A(-k_BT)(0-1) = Ak_BT = 1$$
$$\Rightarrow A = \frac{1}{k_BT}$$

1.2. Ejercicio 2

$$< E >= \frac{\int_0^{\infty} AE\exp(\frac{-E}{k_BT}) \cdot dE}{\int_0^{\infty} A\exp(\frac{-E}{k_BT}) \cdot dE} = \int_0^{\infty} AE\exp(\frac{-E}{k_BT}) \cdot dE =$$
$$A\int_0^{\infty} E\exp(\frac{-E}{k_BT}) \cdot dE = A[0+(k_BT)^2] = \frac{1}{k_BT}(k_BT)^2 = k_BT$$

1.3. Ejercicio 3

- $F_{MB}(v_x) = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}}\exp(\frac{-mv_x^2}{2kT})$
- $E_c = \frac{1}{2}mv_x^2$ (2)

$$< v_x^2 >= \frac{\int_0^\infty \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \exp(\frac{-mv_x^2}{2kT}) v_x^2 \cdot dv_x}{\int_0^\infty \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \exp(\frac{-mv_x^2}{2kT}) \cdot dv_x} =$$

$$\frac{\int_0^\infty \exp(\frac{-mv_x^2}{2kT}) v_x^2 \cdot dv_x}{\int_0^\infty \exp(\frac{-mv_x^2}{2kT}) \cdot dv_x} = \frac{\frac{\sqrt{\pi}}{4\frac{m}{2kT}\sqrt{\frac{m}{2kT}}}}{\frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\frac{m}{2kT}}}} = \frac{\cancel{\sqrt{\pi}} 2 \cancel{\sqrt{\frac{m}{2kT}}}}{\cancel{\sqrt{\pi}} 4 \frac{m}{2kT} \cancel{\sqrt{\frac{m}{2kT}}}}$$

$$\frac{2 * 2kT}{4m} = \frac{kT}{m}$$

$$< E_c >=< \frac{1}{2} m v_x^2 >= \frac{1}{2} m < v_x^2 >=$$

$$\frac{1}{2} m \frac{kT}{m} = \frac{kT}{2}$$

1.4. Ejercicio 4

Temperatura del cuerpo negro: $T = (1000 \pm 3)K$

Radiancia total: $R_T = \varepsilon \sigma T^4$

Error Asociado: $\Delta R_T = 4\varepsilon \sigma T^3 \Delta T$

$R_T = (5,6704x10^4 \pm 680)\frac{W}{m^2}$

1.5. Ejercicio 5

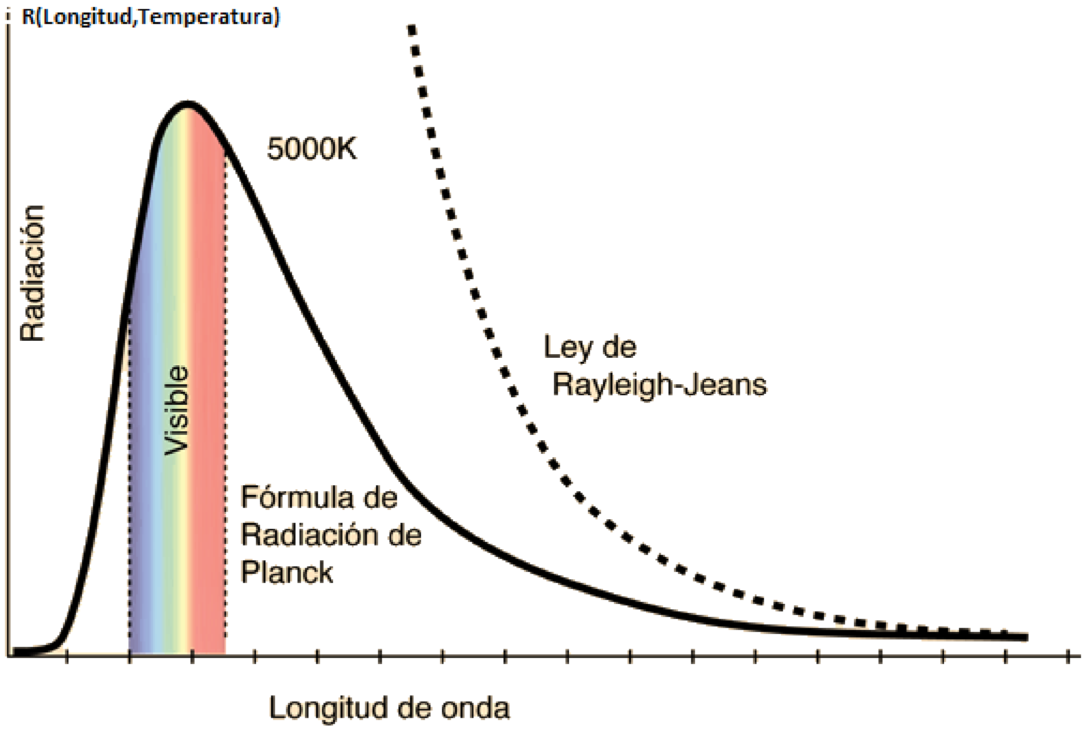
$\lambda_{max} = 5100$Å

1)

Ley de desplazamiento de wein:

$$\begin{aligned} \lambda_{max} T &= b_{Wein} \\ T &= \frac{b_{Wein}}{\lambda_{max}} \\ T &\approx 5682K \end{aligned}$$

2)



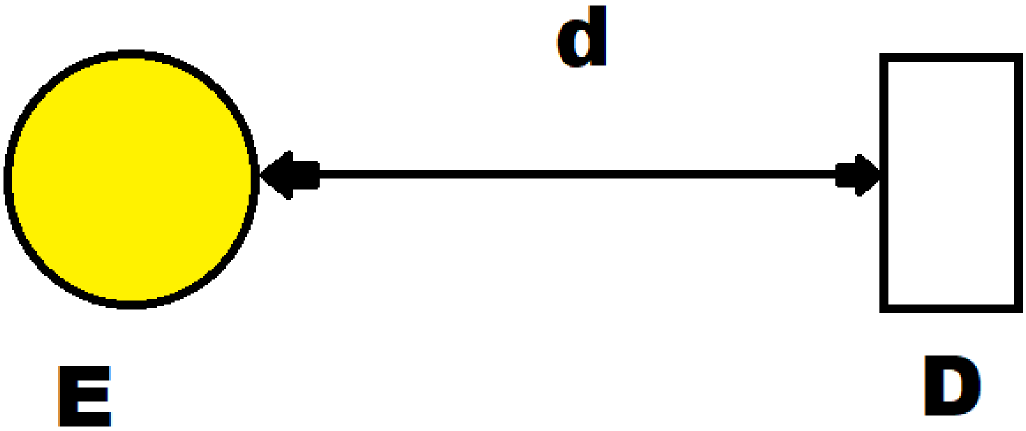
3)
$\lambda = (5750 \pm 1750)\text{Å}$; $T = 5682K$ (temperatura del sol)
$R_\lambda = \int_{4000\text{Å}}^{7500\text{Å}} R(\lambda, T) \cdot d\lambda = *$
Acá hacemos la aproximación por el rectángulo o algún método numérico.
$* = (7500\text{Å} - 4000\text{Å})R(\frac{7500\text{Å}+24000\text{Å}}{2}, 5682K) =$
$(3500\text{Å})R(5750\text{Å}, 5682K) = 25800085{,}5\frac{W}{m^2}$
Comentario: $R(\lambda, T)$ esta en la hoja de formulas junto con otras constantes.

1.6. Ejercicio 6

Datos:

- $r_E = 0{,}1m$
- $d = 1m$

- $\lambda = (0,5 \pm 0,01)\mu m$
- $A_D = 0{,}0001 m^2$
- $P_D = 3x10^{-5}$W



- R_E: Potencia por unidad de área de la esfera.
- P_E: Potencia emitida por la esfera.
- R_{E-d}:Potencia por unidad de área de la esfera-distancia.
- P_D: Potencia recibida por el detector.

$$R_E = \int_{0{,}49\mu m}^{0{,}51\mu m} R(\lambda, T) \cdot d\lambda = 0{,}02\mu m R(0{,}5\mu m, T)$$

$$P_E = A_E R_E = 4\pi r_E^2 R_E$$

$$R_{E-d} = \frac{P_E}{4\pi (r_E + d)^2}$$

$$P_D = R_{E-d} A_D$$

Obtenemos:

$$P_D = \frac{4\pi r_E^2 (0{,}02\mu m R(0{,}5\mu m, T))}{4\pi (r_E + d)^2} A_D$$

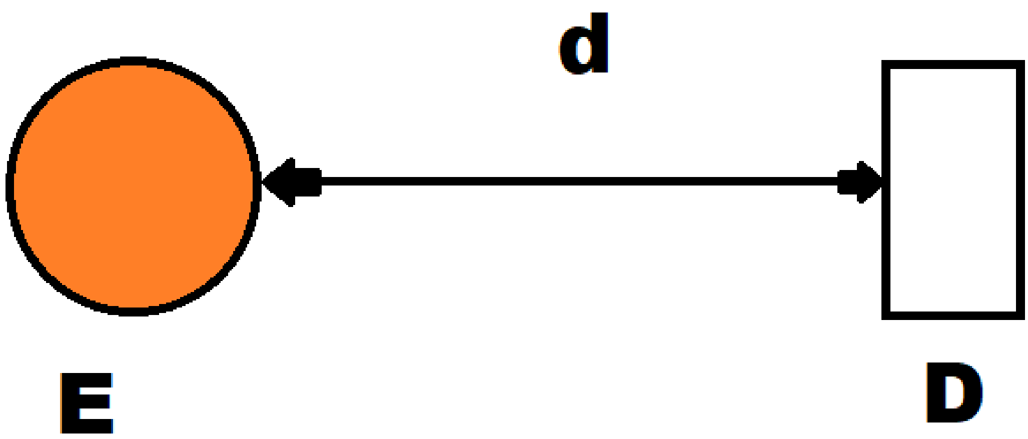
Reemplazo por los datos del problema y un poco de álgebra:

$T = 1917,2K$

1.7. Ejercicio 7

Datos:

- $A_D = 0{,}01m^2$
- $r_E = 0{,}001m$
- $d = 0{,}1m$
- $T_E = 1500K$
- $\lambda \in [60, 100]\mu m$



- R_E: Potencia por unidad de área de la esfera.
- P_E: Potencia emitida por la esfera.
- R_{E-d}:Potencia por unidad de área de la esfera-distancia.
- P_D: Potencia recibida por el detector.

$$R_E = \int_{100\mu m}^{60\mu m} R(\lambda, T) \cdot d\lambda = \int_{100\mu m}^{60\mu m} \alpha \frac{T}{\lambda^4} = \cdot d\lambda = \frac{1274}{27} \frac{W}{m^2}$$

$$P_E = A_E R_E = 4\pi r_E^2 R_E$$

$$R_{E-d} = \frac{P_E}{4\pi(r_E + d)^2}$$

$$P_D = R_{E-d} A_D$$

Obtenemos:

$$P_D = \frac{4\pi r_E^2 R_E}{4\pi(r_E + d)^2} A_D = 4{,}6255x10^{-5} = 46{,}255\mu m$$

finalmente: $P_D = (46 \pm 5)\mu m$

1)Coincide con el obtenido por Planck ($44\mu m$) tomando en cuenta el error

2)y3) A longitudes de onda mas chicos la nueva teoría falla, no responde a los valores obtenidos en la practica. Cambiando el detector con un rango mas chico de longitudes refutamos la nueva teoría.

2. Interacción de la radiación con la materia

2.1. Ejercicio 1

Datos:

- $P = 0{,}35mW$
- $\nu = 8{,}6x10^{15}Hz$
- $\eta = 10^{-6}$

$E = h\nu = 5{,}69842x10^{-18}\dfrac{J}{f}$ Energía de cada fotón

$K = \dfrac{P}{E} = \dfrac{0{,}00035\frac{J}{s}}{5{,}69842x10^{-18}\frac{J}{f}} = 6{,}142x10^{13}\dfrac{f}{s}$ Fotones por seg.

$N = K\eta = 61420534{,}11\dfrac{e}{s}$ Electrones por seg.

$I = Nq = 9{,}84x10^{-12}\dfrac{C}{s} = 9{,}84pA$ Corriente eléctrica

Comentario: q: Carga del electrón, $\frac{C}{s} = A, W = \frac{J}{s}$

2.2. Ejercicio 2

Enunciado un poco confuso, consultarlo en clase.

1)

$$E_c^e = h\nu - \omega_0$$

Energía cinetica de los electrones.

2)

Para arrancar electrones la energía del fotón tiene que ser mayor a la funcion trabajo($E_f = h\nu = \frac{hc}{\lambda} > \omega_0$).

$\lambda = 0{,}1m; E_f = 0{,}0000124eV$

No tenemos suficiente energía para arrancar electrones

2.3. Ejercicio 3

Datos:

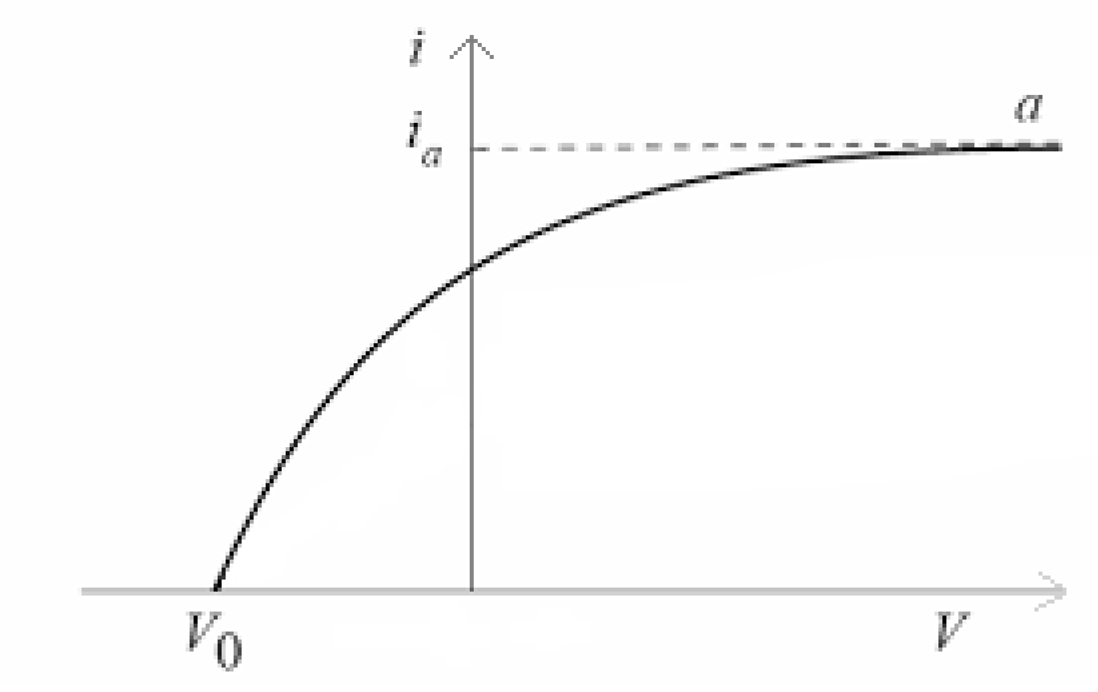
- $\omega_0 = 2{,}13eV$
- $\lambda = 500nm$
- $N = 10^{10}\frac{e}{s}$

$E_f = h\nu = 2{,}48eV$,tengo efecto fotoeléctrico

$E_c^{max} = E_f - \omega_0 = 0{,}35eV$

$E_c^{max} = eV_0 \Rightarrow V_0 = E_c^{max}\dfrac{1}{e} = 0{,}35V$ Pot. de frenado

$I_a = N.q_e = 1{,}602nA$ Corriente de saturación



A menor longitud de onda tengo una mayor energía en los fotones,entonces los electrones tendrán mas energía cinetica

2.4. Ejercicio 4

$E_c = 125000eV$ La energia cinetica es comparable a m_0c^2 el problema es relativista.

$$E = m_0c^2 + E_c$$
$$E^2 = (pc)^2 + (m_0c^2)^2$$
$$\Rightarrow p = \sqrt{2m_0E_c + (\frac{E_c}{c})^2} = 2{,}024x10^{-22}kg\frac{m}{s}$$

2.5. Ejercicio 5

Datos:

- $\lambda = 1{,}3249$ Å
- $\lambda' = 1{,}3461$ Å

1)

$$\lambda' = \lambda + \lambda_C(1 - \cos(\theta))$$
$$\cos(\theta) = 1 - \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda_C} \Rightarrow \theta = 82{,}671^o$$

2)

$$p = p'\cos(\theta) + p_e\cos(\varphi)$$
$$0 = p'\sin(\theta) - p_e\sin(\varphi)$$
$$p_e\cos(\varphi) = p - p'\cos(\theta)$$
$$p_e\sin(\varphi) = p'\sin(\theta)$$
$$\Rightarrow \tan(\varphi) = \frac{p'\sin(\theta)}{p - p'\cos(\theta)} \Rightarrow \varphi = 48{,}15^o$$

3)
Tenemos que plantear conservación de la energía.

$$\begin{aligned}
E_i^f + E_i^e &= E_f^f + E_f^e \\
h\nu + m_0^e c^2 &= h\nu' + E_T^e \\
h\nu + m_0^e c^2 &= h\nu' + m_0^e c^2 + E_c^e \\
\Rightarrow E_c^e &= h\nu - h\nu' = 147{,}38eV
\end{aligned}$$

4)
Para consultarlo en clase.

2.6. Ejercicio 6

Datos:

- $\nu = 3x10^{18} \Rightarrow \lambda = 1\text{Å}$

1)

$$p = p' \cos(\theta) + p_e \cos(\varphi)$$
$$0 = p' \sin(\theta) - p_e \sin(\varphi)$$
En la misma dirección: $\theta = \varphi$
$$p = 2p' \cos(\theta)$$
$$p_e = p'$$
$$\Rightarrow \cos(\theta) = \frac{p}{2p'} = \frac{\frac{h}{\lambda}}{2\frac{h}{\lambda'}} = \frac{\lambda'}{2\lambda} \ (1)$$

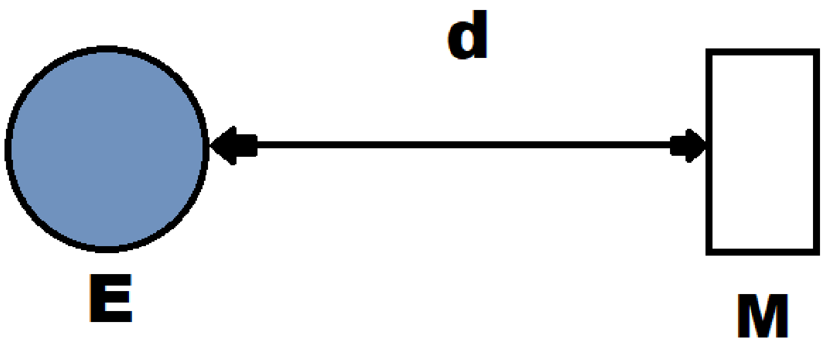
reemplazamos (1) en:

$$\lambda' = \lambda + \lambda_C(1 - \cos(\theta))$$
$$\lambda' = \lambda + \lambda_C(1 - \frac{\lambda'}{2\lambda})$$
$$\Rightarrow \lambda' = \frac{2\lambda^2 + 2\lambda\lambda_c}{2\lambda + \lambda_c} = 1{,}012\text{Å}$$

2)

$$E_c^e = h\nu - h\nu' = 147eV$$

2.7. Ejercicio 7



1)
Para calcular la potencia sobre el metal hacemos lo mismo que en la guía 1 entonces $P_M = 9{,}885x10^{-11}W = 98{,}85pW$
2)
Energía de los fotones, $E_f = h\nu = h\frac{c}{\lambda} = 1{,}77eV$
a)

$E_f > \omega_0$ Tengo efecto fotoeléctrico, se liberan electrones

$K = \dfrac{P_M}{E_f} = \dfrac{9{,}885x10^{-11}\frac{J}{s}}{2{,}836x10^{-19}\frac{J}{f}} = 348572445{,}5\dfrac{f}{s}$ Fotones por seg.

$N = K\eta = 348572445{,}5\dfrac{e}{s}$ Electrones por seg.

$I = Nq = 5{,}585x10^{-11}\dfrac{C}{s} = 55{,}85pA$ Corriente eléctrica

b)
$E_f < \omega_0$ No tengo efecto fotoeléctrico, no se liberan electro-

nes entonces $I = 0A$

2.8. Ejercicio 8

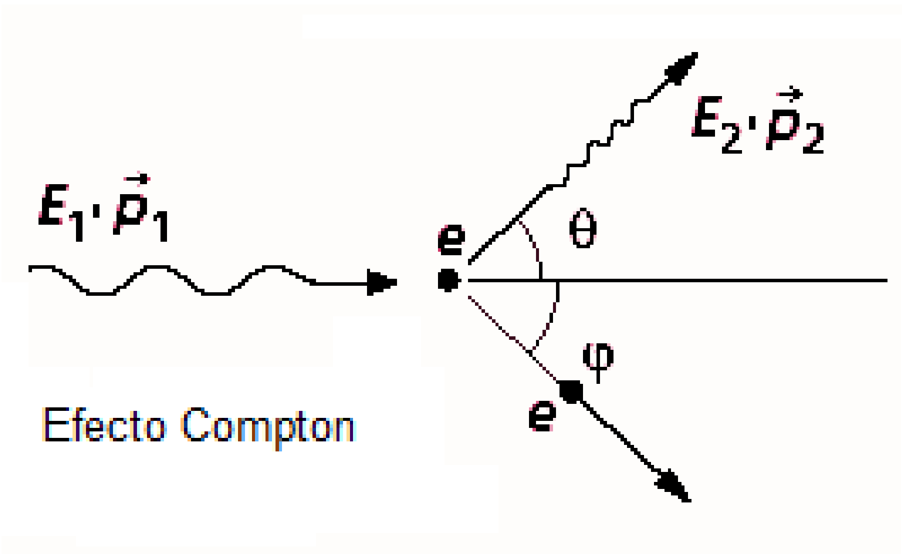
Datos:

- $\theta = 30^o$
- $E_c^e = 50KeV$

$$\lambda' = \lambda + \lambda_C(1 - \cos(\theta))$$
$$E_c^e = h\nu - h\nu'$$

Con los datos:

$$\lambda' = \lambda + \lambda_C \frac{2-\sqrt{3}}{2}$$
$$50KeV = h\nu - h\nu' = hc(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'})$$
$$\Rightarrow \lambda' = 0{,}03\text{Å},\ \lambda = 0{,}0268\text{Å}$$



2.9. Ejercicio 9

1)

Planteamos conservación de la energía.

$$E_f + m_0c^2 = E'_f + m_0c^2 + E_c^e$$

$$E_f = E'_f + E_c^e \Rightarrow E_c^e \text{ Máxima; } E_f^f \text{ Mínima}$$

$$E'_f = h\nu' = \frac{hc}{\lambda'} \text{ es mínima para } \lambda' \text{ máximo}$$

$$\overbrace{\lambda'}^{\text{máximo}} = \lambda + \lambda_c(1 - \underbrace{\cos(\theta)}_{\text{mínimo}}) \Rightarrow \cos(\theta) = -1 \Rightarrow \theta = \pi$$

2)

Planteamos conservación del momento

$$\overline{p_f} + \overline{p_e} = \overline{p'_f} + \overline{p'_e}$$

$$\overline{p_f} + \cancel{\overline{p_e}} = \overline{p'_f} + \overline{p'_e}$$

$$\overline{p_f} = \overline{p'_f} + \overline{p'_e} \Rightarrow \overline{p'_e} \text{ Máxima; } \overline{p'_f} \text{ Mínima}$$

$$\overbrace{E^2}^{\text{máximo}} = \underbrace{(p'_e c)^2}_{\text{máximo}} + (m_0c^2)^2$$

$$\Rightarrow \underbrace{E}_{\text{máximo}} = m_0c^2 + \overbrace{E_c^e}^{\text{máximo}}$$

Llegamos al a lo mismo que el inciso 1) entonces $\theta = \pi$

2.10. Ejercicio 10

Consultarlo en clase.

3. Modelos atómicos

3.1. Ejercicio 1

Consultarlo en clase.

3.2. Ejercicio 2

$$\frac{1}{\lambda} = R_n z^2 (\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2})$$

Serie de Lyman: $n_i = 1$; $n_f > 1$ UV

Serie de Balmer: $n_i = 2$; $n_f > 2$ Visible

Serie de Paschen: $n_i = 3$; $n_f > 3$ Infrarojo

Serie de Bracket: $n_i = 4$; $n_f > 4$ Infrarojo lejano

Serie de Pfund: $n_i = 5$; $n_f > 5$ Infrarojo mas lejano

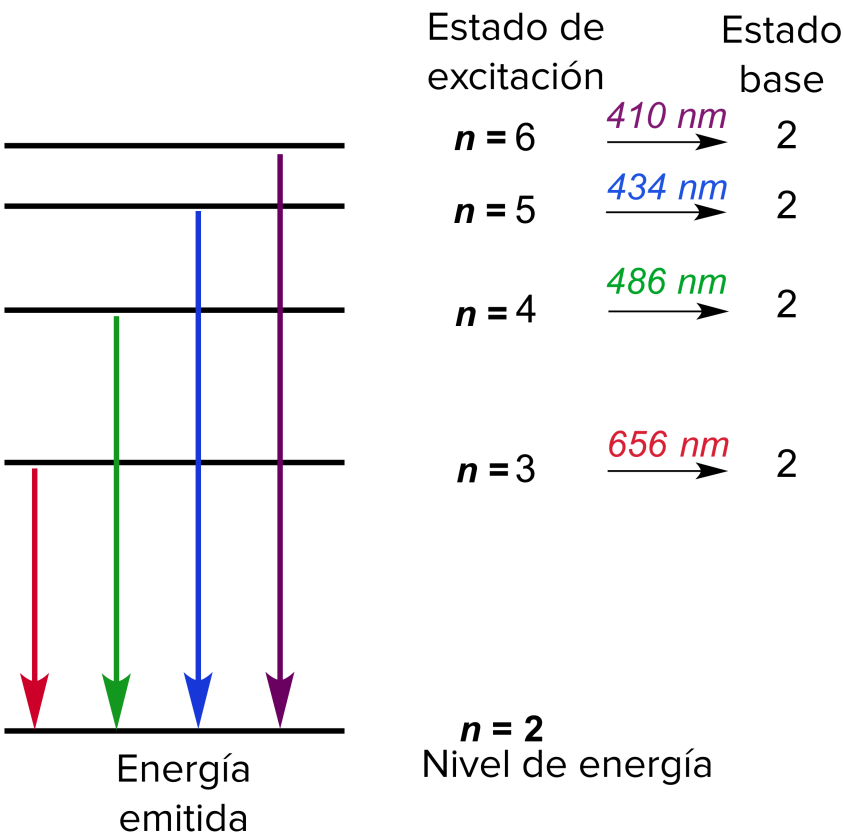
1)
Consultarlo en clase
2)

$R_n = 1{,}097x10^7 m^{-1}$ Constante de Rydberg

$$\lambda = (R_n z^2 (\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2}))^{-1}$$

Serie de Balmer, Z=1, $n_i = 2$

$$\lambda = (R_n(\frac{1}{4} - \frac{1}{n_f^2}))^{-1}$$



3.3. Ejercicio 3

Z=1, $n_i = 1$, $n_f = 3$

$$\lambda = (R_n(1 - \frac{1}{9}))^{-1} = 102{,}55nm$$

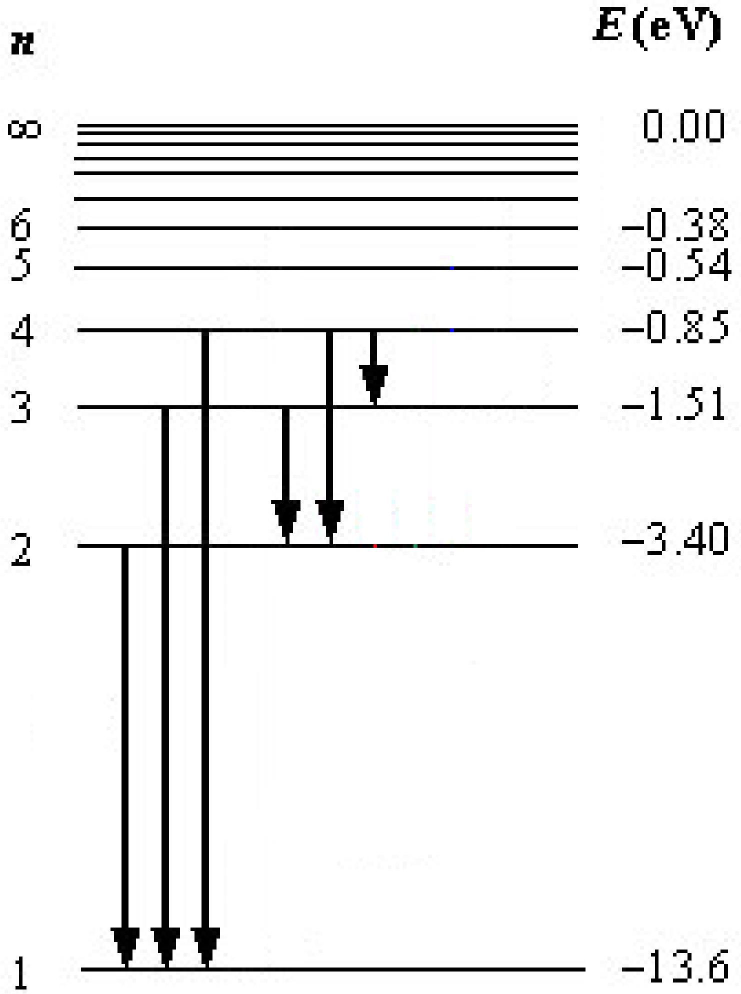
Energía del fotón emitido:

$$E_f = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = 12eV$$

Momento del fotón:

$$p = \frac{h}{\lambda} = 6{,}461x10^{-27}kg\frac{m}{s}$$

3.4. Ejercicio 4



$$E_n = -13{,}6eV\frac{Z^2}{n^2}$$

Los electrones al desexcitarse pasan a los estados que se ven en la figura anterior, emiten fotones de energía $E_f = E_i - E_j$
1)
Al excitar con fotones, estos entregan toda su energía entonces los fotones tienen que tener una energía $E_f = E_4 - E_1 = (-0{,}85eV) - (-13{,}6eV) = 12{,}75eV$, la frecuencia es única

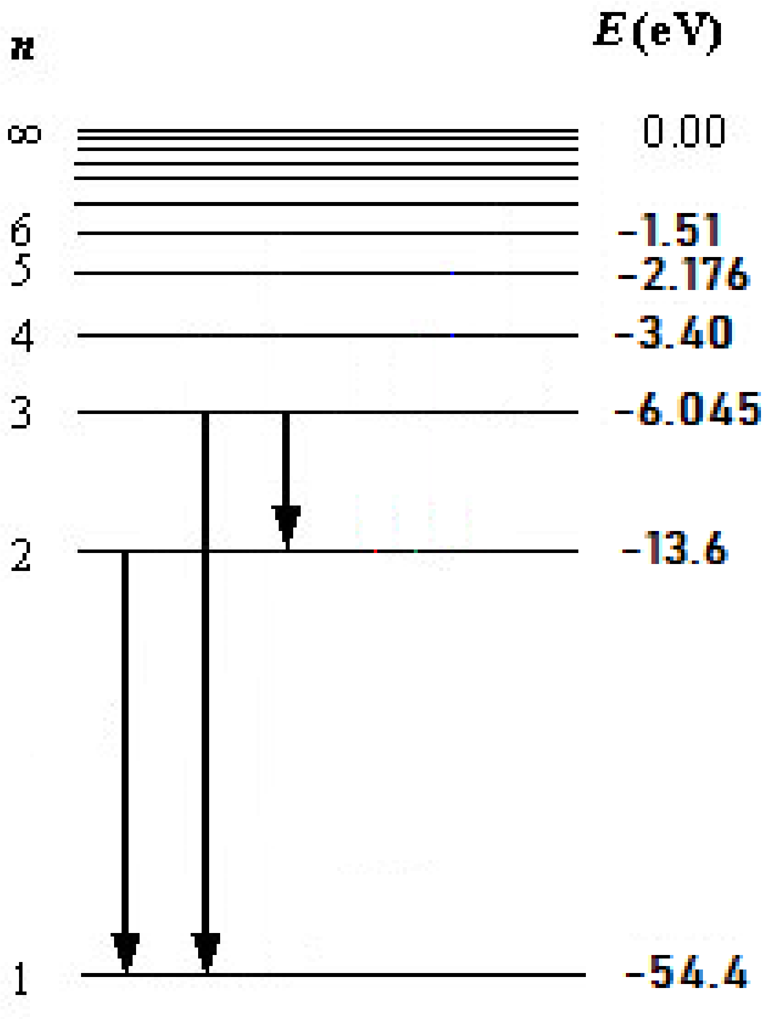
$\nu = \frac{E_f}{h} = 3{,}083x10^{15}Hz$
2)
Al excitar con electrones, estos pueden entregar toda o parte de su energía.Para llevar al sistema al estado $n = 4$ como mínimo necesito que tenga energía: $E_f = E_4 - E_1 = (-0{,}85eV) - (-13{,}6eV) = 12{,}75eV$ y como máximo $E_f = E_5 - E_1 = (-0{,}54eV) - (-13{,}6eV) = 13{,}06eV$, entonces $E_e \in [12{,}75eV, 13{,}06eV)$

3.5. Ejercicio 5

Helio simplemente ionizado He^+, $Z = 2$, $E_n = \frac{-54{,}4eV}{n^2}$
1)
Los electrones entregan toda o parte de su energía.Podemos excitar los electrones del nivel fundamental ($n = 1$) a los niveles:

- $n = 2$, (Primer estado excitado), $E_{1-2} = E_2 - E_1 = 40{,}8eV$
- $n = 3$, (Segundo estado excitado), $E_{1-3} = E_3 - E_1 = 48{,}355eV$

Al desexcitarse el sistema trata de volver al estado fundamental, por lo que emitirá fotones como se muestra en la siguiente figura



2)
El sistema no puede excitarse por que el fotón entrega toda su energía y no tenemos un salto de energía (E_{1-j}) igual a la energía de los fotones.

3.6. Ejercicio 6

1)
Los electrones entregan toda o parte de su energía, calculo la energía de los saltos entre estados.

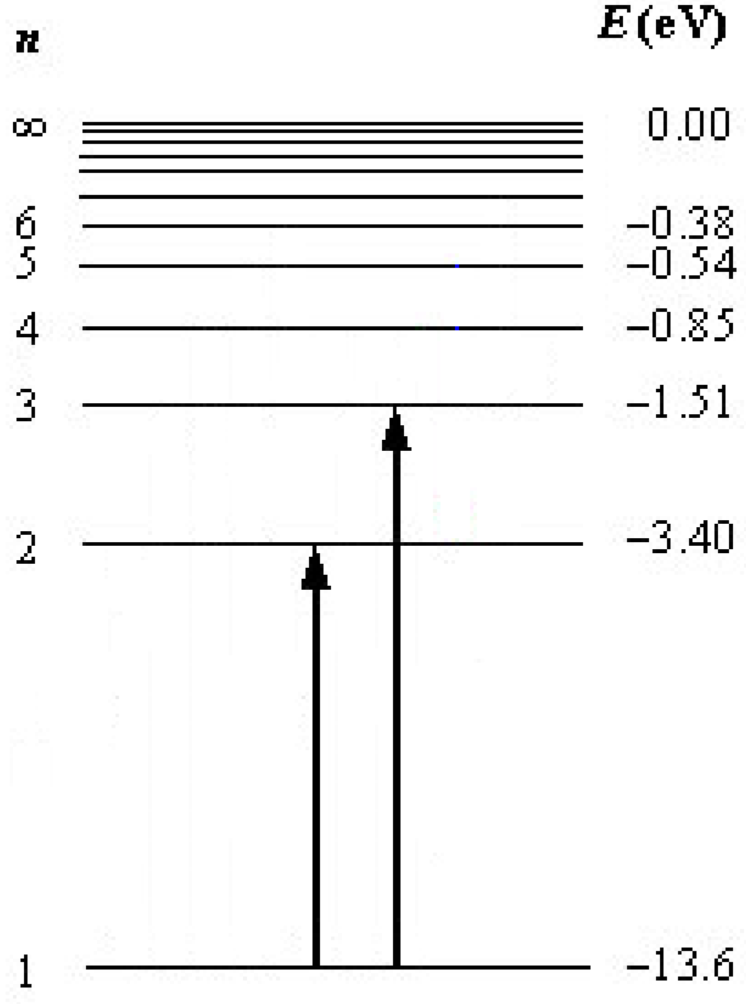
- $n = 1 \rightarrow n = 2$, $E_{1-2} = E_2 - E_1 = 10{,}2eV$

- $n = 1 \rightarrow n = 3$, $E_{1-2} = E_3 - E_1 = 12{,}09eV$

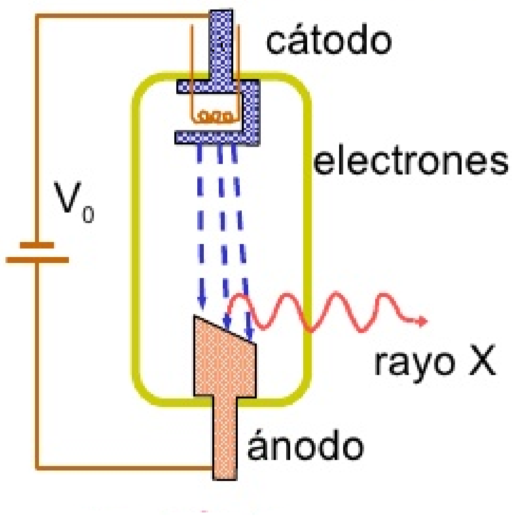
El estado de mayor energía al que llegan es $n = 3$, $E_3 = -1{,}51eV$

2)

Los fotones entregan toda su energía, en este caso el sistema no se excita por que no tenemos saltos de energía $E_{1-j} = E_j - E_1$ igual a la energía de los fotones ($E_f = 12{,}4eV$)

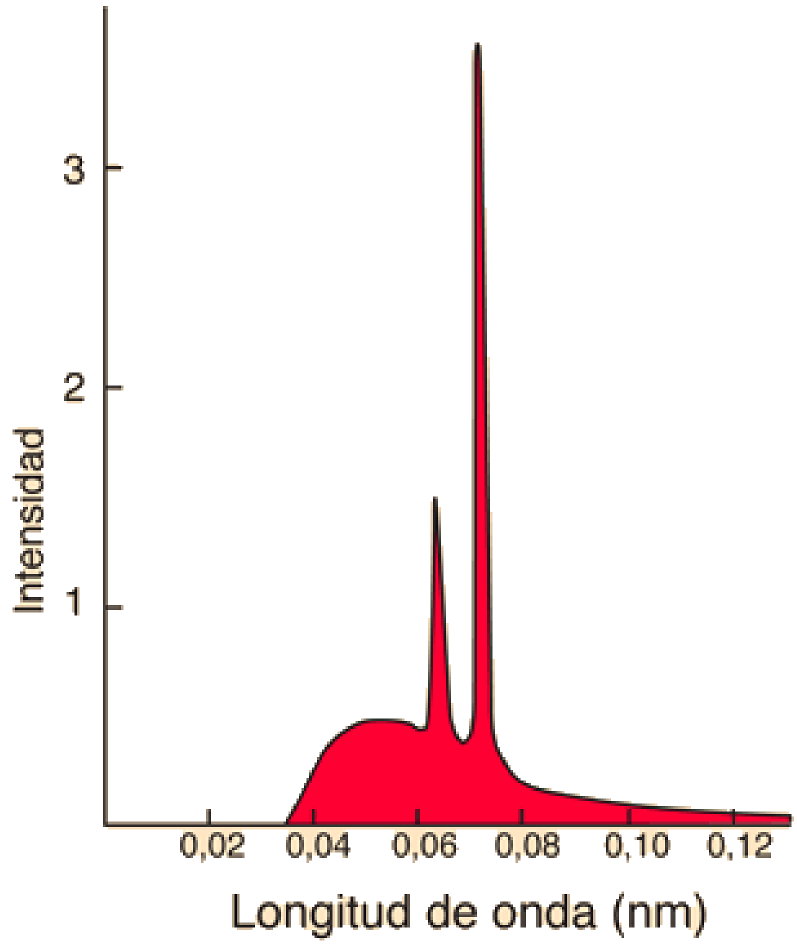


3.7. Ejercicio 7



$$E_c^i - E_c^f = h\nu$$
$$\text{si } E_c^f = 0 \Rightarrow \nu = \nu_{max}$$
$$E_c^i = h\nu_{max} = \frac{hc}{\lambda_{min}}$$
$$\Rightarrow \lambda_{min} = \frac{hc}{E_c^i} = \frac{hc}{qV_0} = 0{,}31\text{Å}$$

2)



Forma un espectro continuo. Además de esta componente continua, el espectro de rayos X está formado también por una parte discreta en forma de picos de gran intensidad que se superponen a la primera. Estos picos se denominan radiación característica, ya que su posición dentro del espectro depende del material del ánodo, y más concretamente de su número atómico (número de protones de cada átomo).

3.8. Ejercicio 8

Hacemos lo mismo que el punto anterior.

$$\lambda_{min} = \frac{hc}{E_c^i} = \frac{hc}{qV_0} = \frac{hc}{2eV_0} = 0{,}31\text{Å}$$

3.9. Ejercicio 9

K_α: lineas expectrales
Transición $n_i = 2 \rightarrow n_f = 1$, $Z_{Cu} = 29$
$\lambda = (R_n z^2 (1 - \frac{1}{4}))^{-1} = 1{,}445\text{Å}$

Tenemos un error mínimo,el calculo de λ no encanja con el modelo de Bohr

4. Postulados de de Broglie y Principio de Incertidumbre

4.1. Ejercicio 1

1)
Datos:

- $m = 55g = 0{,}055kg$
- $v = 10\frac{m}{s}$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = 1{,}205x10^{-33}m$$

2)
Datos:

- $E_c = 100eV$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE_c}} = 1{,}2264x10^{-10}m$$

3)
A masas muy chicas tengo longitudes de onda de de Broglie mayores.
Comentario: Problema clásico por que $E_c << m_0c^2$

4.2. Ejercicio 2

Datos:

- $\lambda = 300nm$
- $\omega_0 = 2{,}13eV$

Tenemos que ver si hay efecto fotoeléctrico ($E_f > \omega_0$)

$E_f = \dfrac{hc}{\lambda} = 4{,}13eV$

$E_c^e = E_f - \omega_0 = 4{,}13eV - 2{,}13eV = 2eV$

$\Rightarrow \lambda = \dfrac{h}{p} = \dfrac{h}{\sqrt{2mE_c}} = 8{,}67x10^{-10}m$

Potencial de frenado: $E_c^e = eV_0 \Rightarrow V_0 = 2V$

Comentario: Problema clásico por que $E_c << m_0c^2$

4.3. Ejercicio 3

Datos:

- $\lambda = 0{,}709\text{Å}$
- $\lambda' = 0{,}733\text{Å}$

$p = p' \cos(\theta) + p_e \cos(\varphi)$
$0 = p' \sin(\theta) - p_e \sin(\varphi)$
$\theta = 90^o$
$p = p_e \cos(\varphi)$
$0 = p' - p_e \sin(\varphi) \Rightarrow p' = p_e \sin(\varphi)$
Entonces
$p_e = \sqrt{p^2 + p'^2} = \sqrt{(\frac{h}{\lambda})^2 + (\frac{h}{\lambda'})^2} = 1{,}3x10^{-23} kg\frac{m}{s}$
Longitud de onda de de Broglie:
$\lambda = \frac{h}{p_e} = 0{,}51\text{Å}$

4.4. Ejercicio 4

$Y_1 = A_0 \sin(w_1 t - k_1 x)$
$Y_2 = A_0 \sin(w_2 t - k_2 x)$
$Y_1 + Y_2 = A_0(\sin(w_1 t - k_1 x) + \sin(w_2 t - k_2 x))$
$= A_0 2 \cos(\frac{w_1 t - k_1 x - w_2 t + k_2 x}{2}) \sin(\frac{w_1 t - k_1 x + w_2 t - k_2 x}{2})$
$= A_0 2 \cos(\frac{(w_1 - w_2)t + (k_2 - k_1)x}{2}) \sin(\frac{(w_1 + w_2)t - (k_1 + k_2)x}{2})$
$= A_0 2 \cos(\frac{\Delta W t}{2} - \frac{\Delta K x}{2}) \sin(Wt - Kx)$
$W = \frac{w_1+w_2}{2}$; $K = \frac{k_1+k_2}{2}$; $\Delta W = |w_1 - w_2|$; $\Delta K = |k_1 - k_2|$
Velocidad de fase: $\frac{W}{K} = \frac{w_1+w_2}{k_1+k_2}$
Velocidad de grupo:$\frac{\frac{\Delta W}{2}}{\frac{\Delta K}{2}} = \frac{|w_1-w_2|}{|k_1-k_2|}$

4.5. Ejercicio 5

$E_c << m_0c^2$, Problema clásico, $\Rightarrow E_c = \frac{p^2}{2m}$

$< E_c >=< \frac{p^2}{2m} >= \frac{<p^2>}{2m}$

$E = -E_c$ por Bohr

1)

$$d = 1x10^{-10}m \Rightarrow \Delta x = 1x10^{-10}m$$

Partícula confinada ($< p >= 0$)

$$\Delta p = \sqrt{< p^2 > - < p >^2} \Rightarrow \Delta p^2 =< p^2 >$$

Principio de incertidumbre de Heisenberg

$$\Delta p \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta p \geq \frac{\hbar}{2\Delta x}$$

$$\Delta p^2 \geq (\frac{\hbar}{2\Delta x})^2$$

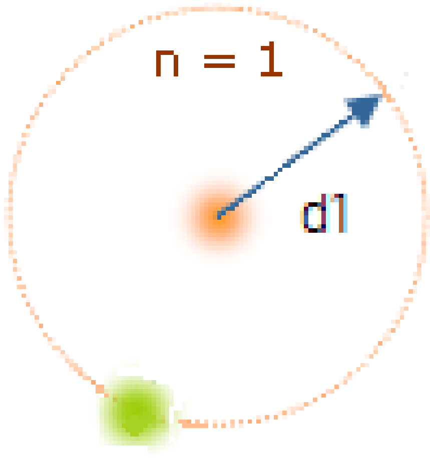
$$< p^2 >\geq (\frac{\hbar}{2\Delta x})^2$$

$$\frac{< p^2 >}{2m} \geq (\frac{\hbar}{2\Delta x})^2 \frac{1}{2m}$$

$$E_c \geq (\frac{\hbar}{2\Delta x})^2 \frac{1}{2m} = 0{,}95eV$$

$E \leq -0{,}95eV$ Electrón ligado

2)



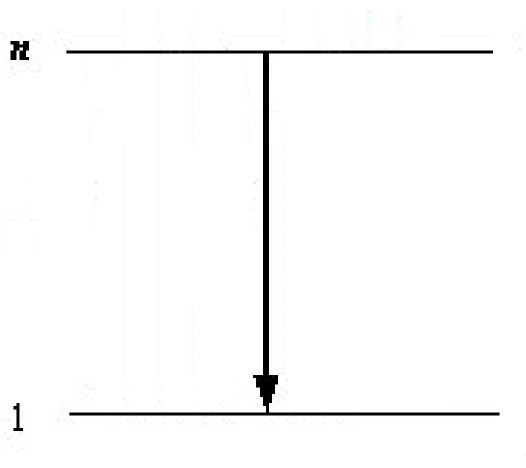
Estado fundamental ($n = 1$) átomo de H, $E_1 = -13{,}6eV$.
$E_1 < -0{,}95eV$ no viola el principio de incerteza.
3)
Hacemos lo mismo que el punto 1), tenemos $\Delta x = 1x10^{-14} \Rightarrow E \leq -95249544eV$ (Electrón muy ligado)
4)
$E = -1000000eV > -95249544eV$ viola el principio de incerteza, el electrón no puede ser confinado.

4.6. Ejercicio 6

El enunciado tendría que decir:
Si Δt es la vida media del electrón en un estado de energía al fundamental..... Datos:

- $\Delta\nu = 20MHz$

Principio de incerteza $\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$



Libera un fotón $h\nu = E_n - E_1 \Rightarrow \nu = \dfrac{E_n}{h} - \dfrac{E_1}{h}$

$$\Delta E_1 \Delta t_1 \geq \frac{\hbar}{2};\ \Delta t_1 = \infty$$

$$\Delta E_1 \geq \frac{\hbar}{2\Delta t_1} \Rightarrow \Delta E_1 = 0\ (1)$$

$$\Delta\nu = \frac{\Delta E_n}{h} + \frac{\Delta E_1}{h} \text{ Reemplazamos el valor de (1)}$$

$$\Delta\nu = \frac{\Delta E_n}{h}$$

Utilizamos el principio de incerteza:

$$\Delta E_n \Delta t_n \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta E_n \Delta t_n \frac{1}{h} \geq \frac{\hbar}{2h}$$

$$\Delta\nu \Delta t_n \geq \frac{\hbar}{2h}$$

$$\frac{\Delta\nu 2h}{\hbar} \geq \frac{1}{\Delta t_n} = A$$

El máximo lo tengo en $A = \frac{\Delta\nu 2h}{\hbar}$

4.7. Ejercicio 7

1)

Datos:

- $\Delta x = 1x10^{-6}m$
- $m = 6x10^{22}kg$
- $v = 1000\frac{m}{s}$

Como $v << c$ el problema es clásico entonces $p = mv$

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$
$$\Delta x \Delta p \frac{1}{p} \geq \frac{\hbar}{2p}$$
$$\frac{\Delta p}{p} \geq \frac{\hbar}{2p\Delta x} = 8{,}79x10^{-55}kg\frac{m}{s}$$

$\frac{\Delta p}{p}$ es muy chico, podemos aplicar trayectoria.

2)

Datos:

- $\Delta x = 1x10^{-10}m$

Estamos en la orbita fundamental $n = 1$, $E = -13{,}6eV$ entonces $E_c = -E = 13{,}6eV$, $E_c << m_0c^2$ problema clásico

$$p = \sqrt{2mE_c} = 2x10^{-24}kg\frac{m}{s}$$
$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$
$$\Delta x \Delta p \frac{1}{p} \geq \frac{\hbar}{2p}$$
$$\frac{\Delta p}{p} \geq \frac{\hbar}{2p\Delta x} = 0{,}264kg\frac{m}{s}$$

$\frac{\Delta p}{p}$ es muy grande, no podemos aplicar trayectoria.

4.8. Ejercicio 8

Datos:

- $E_c = 20KeV$
- $v_f = 5x10^4 \frac{m}{s}$

$v_f << c$ problema clásico.
1)
Planteo conservación de la energía

$$E_i = E_f$$
$$E^e_{ci} + m_0c^2 = E^e_{cf} + m_0c^2 + h\nu_f$$
$$E^e_{ci} = \frac{1}{2}mv_f^2 + h\nu_f$$
$$\nu_f = 4{,}84x10^{18}Hz$$

2)

- electrón libre
- $E_p = 0$
- $\sum f = 0$
- no localizada

$$\Psi(x,t) = A\exp\left(i(kx - wt)\right)$$
$$k = 2\pi\frac{1}{\lambda} = \frac{2\pi p}{h}$$
$$w = 2\pi f = 2\pi\frac{p^2}{2mh} = \frac{\pi p^2}{mh}$$

3)
Velocidad de fase: $V_{fase} = \frac{w}{k} = \frac{p}{2m} = \frac{v_f}{2}$

Velocidad de grupo: $V_{grupo} = \frac{\delta w}{\delta k} = \frac{\hbar \delta w}{\hbar \delta k} = \frac{\delta E}{\delta p} = \frac{\delta E_c}{\delta p} = \frac{2p}{2m} = v_f$ acá tenemos $E_p = 0$; $E_c = \frac{p^2}{2m}$

4)

La mas representativa es la velocidad de grupo.

5. Sistemas multielectronicos

5.1. Ejercicio 1

Datos:

- Pozo cubico de lado a
- Electrón libre mas energético $E = \frac{12\hbar^2\pi^2}{2ma^2} = 12E_a$

Energía en el pozo tridimensional:

$$E = \frac{\hbar^2\pi^2}{2m}(\frac{n_x^2}{a^2} + \frac{n_y^2}{b^2} + \frac{n_z^2}{c^2}) + m_s\frac{e\hbar B}{m}$$

No tenemos presencia de campo magnético $B = 0$ además es un cubo $b = c = a$

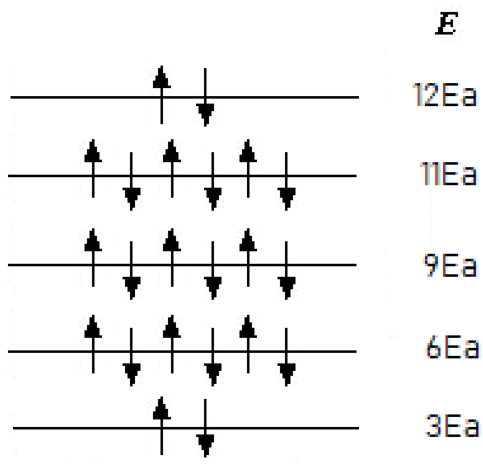
$$\begin{aligned} E &= \frac{\hbar^2\pi^2}{2m}(\frac{n_x^2}{a^2} + \frac{n_y^2}{a^2} + \frac{n_z^2}{a^2}) \\ &= \frac{\hbar^2\pi^2}{2ma^2}(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) \\ &= E_a(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) \end{aligned}$$

1)

En la estadística de Maxwell-Bolzmann los electrones pueden ubicarse con los mismos números cuánticos, voy a tener infinitos electrones.

2)

En el principio de exclusión de Pauli los electrones no pueden tener el mismo estado cuántico (Ir al apéndice para ver los estados cuánticos).



Entonces como máximo voy a tener 22 electrones.

5.2. Ejercicio 2

Potencial cubico de paredes infinitas, sin presencia de campo magnético.

$$E = E_0(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)$$

Vemos los estados cuánticos para los cuales tenemos energía $E = 57E_0$

$$(n_x, n_y, n_z, m_s)$$
$$(4, 4, 5, \pm\frac{1}{2});(4, 5, 4, \pm\frac{1}{2}); (5, 4, 4, \pm\frac{1}{2})$$
$$(7, 2, 2, \pm\frac{1}{2});(2, 7, 2, \pm\frac{1}{2}); (2, 2, 7, \pm\frac{1}{2})$$

Contando los estados cuánticos tenemos un orden de degeneración 12.

5.3. Ejercicio 3

Consultarlo en clase

5.4. Ejercicio 4

Consultarlo en clase

5.5. Ejercicio 5

Energía en el pozo tridimensional:

$$E = \frac{\hbar^2\pi^2}{2m}(\frac{n_x^2}{a^2} + \frac{n_y^2}{b^2} + \frac{n_z^2}{c^2}) + m_s\frac{e\hbar B}{m}$$

No tenemos presencia de campo magnético $B = 0$ además es un cubo $b = a$; $c = \frac{a}{2}$

$$\begin{aligned} E &= \frac{\hbar^2\pi^2}{2m}(\frac{n_x^2}{a^2} + \frac{n_y^2}{a^2} + \frac{4n_z^2}{a^2}) \\ &= \frac{\hbar^2\pi^2}{2ma^2}(n_x^2 + n_y^2 + 4n_z^2) \\ &= E_a(n_x^2 + n_y^2 + 4n_z^2) \end{aligned}$$

1)

Estados cuánticos con energía entre 0 a $17E_a$

$$\begin{aligned}
(n_x, n_y, n_z, m_s) &\rightarrow E \\
(1,1,1,\frac{1}{2}) &\rightarrow 6E_a \\
(1,2,1,\frac{1}{2}) &\rightarrow 9E_a \\
(2,1,1,\frac{1}{2}) &\rightarrow 9E_a \\
(2,2,1,\frac{1}{2}) &\rightarrow 12E_a \\
(1,3,1,\frac{1}{2}) &\rightarrow 14E_a \\
(3,1,1,\frac{1}{2}) &\rightarrow 14E_a \\
(2,3,1,\frac{1}{2}) &\rightarrow 17E_a \\
(3,2,1,\frac{1}{2}) &\rightarrow 17E_a
\end{aligned}$$

Tenemos 8 estados cuánticos

2)

Tenemos 5 niveles de energía en ese rango.

- $6E_a$ degeneración: 1
- $9E_a$ degeneración: 2
- $12E_a$ degeneración: 1
- $14E_a$ degeneración: 2
- $17E_a$ degeneración: 2

5.6. Ejercicio 6

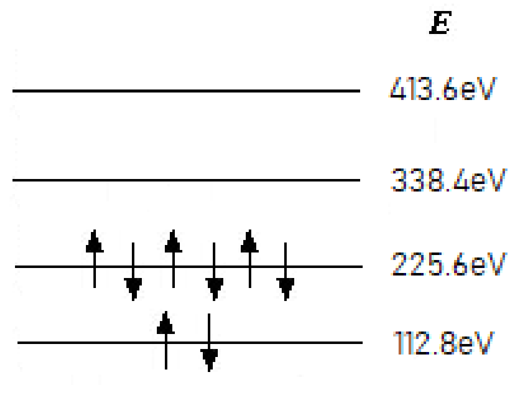
Energía en el pozo tridimensional:

$$E = \frac{\hbar^2\pi^2}{2m}(\frac{n_x^2}{a^2} + \frac{n_y^2}{b^2} + \frac{n_z^2}{c^2}) + m_s\frac{e\hbar B}{m}$$

No tenemos presencia de campo magnético $B = 0$ además es un cubo $b = c = a =$1Å

$$\begin{aligned} E &= \frac{\hbar^2\pi^2}{2m}(\frac{n_x^2}{a^2} + \frac{n_y^2}{a^2} + \frac{n_z^2}{a^2}) \\ &= \frac{\hbar^2\pi^2}{2ma^2}(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) \\ &= 37{,}6eV(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) \end{aligned}$$

1)
La menor energía la tenemos en el estado $n_x = n_y = n_z = 1 \Rightarrow E = 112{,}8eV$. Esta no puede ser cero por que el numero cuántico principal (n) no puede ser cero.
2)



La energía del estado fundamental de todo el sistema lo calculamos como $6 * 225{,}6eV + 2 * 112{,}8eV = 1579{,}2eV$
3)
Es la energía del electrón mas energético, para este ejercicio es $E_{fermi} = 225{,}6eV$

5.7. Ejercicio 7

Energía en el pozo tridimensional:

$$E = \frac{\hbar^2\pi^2}{2m}(\frac{n_x^2}{a^2} + \frac{n_y^2}{b^2} + \frac{n_z^2}{c^2}) + m_s\frac{e\hbar B}{m}$$

No tenemos presencia de campo magnético $B = 0$ además es un cubo $b = c = 2a$

$$\begin{aligned} E &= \frac{\hbar^2\pi^2}{2m}(\frac{n_x^2}{a^2} + \frac{n_y^2}{4a^2} + \frac{n_z^2}{4a^2}) \\ &= \frac{\hbar^2\pi^2}{2ma^2}(n_x^2 + \frac{n_y^2}{4} + \frac{n_z^2}{4}) \\ &= E_a(n_x^2 + \frac{n_y^2}{4} + \frac{n_z^2}{4}) \end{aligned}$$

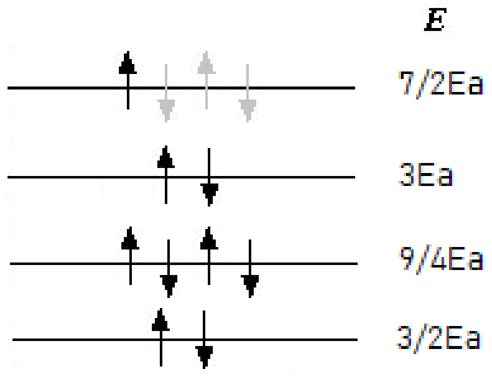
1) Estados cuánticos:

$$\begin{array}{ll} (n_x, n_y, n_z, m_s) \rightarrow E & \\ (1,1,1,\pm\frac{1}{2}) \rightarrow \frac{3}{2}E_a & (1,1,2,\pm\frac{1}{2}) \rightarrow \frac{9}{4}E_a \\ (1,2,1,\pm\frac{1}{2}) \rightarrow \frac{9}{4}E_a & (2,1,1,\pm\frac{1}{2}) \rightarrow \frac{9}{2}E_a \\ (1,1,3,\pm\frac{1}{2}) \rightarrow \frac{7}{2}E_a & (1,3,1,\pm\frac{1}{2}) \rightarrow \frac{7}{2}E_a \\ (3,1,1,\pm\frac{1}{2}) \rightarrow \frac{19}{2}E_a & (2,2,2,\pm\frac{1}{2}) \rightarrow 6E_a \\ (2,2,1,\pm\frac{1}{2}) \rightarrow \frac{21}{4}E_a & (2,1,2,\pm\frac{1}{2}) \rightarrow \frac{21}{4}E_a \\ (1,2,2,\pm\frac{1}{2}) \rightarrow 3E_a & \end{array}$$

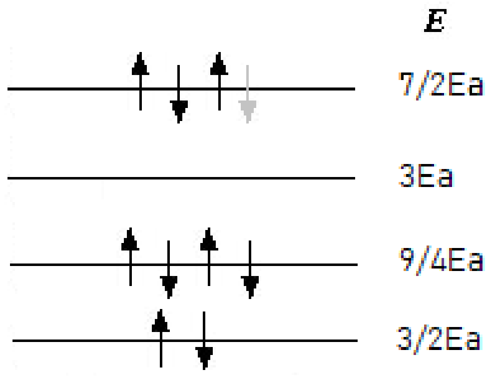
La energía del sistema es la suma de las energías de cada electrón que se encuentran en el pozo con 9 electrones llegamos a la energía del sistema $E_s = \frac{43\hbar^2\pi^2}{4m} = \frac{43}{2}E_a$

$$E_s = (2 * \frac{3E_a}{2}) + (4 * \frac{9E_a}{4}) + (2 * 3E_a) + (1 * \frac{7E_a}{2}) = \frac{43}{2}E_a$$

2)
Sistema en el estado fundamental



Sistema excitado con fotones de energía $E_f = \frac{\hbar^2\pi^2}{4m} = \frac{1}{2}E_a$



Los fotones solo pueden entregar toda su energía, por lo tanto los electrones solo pueden tener saltos de energía igual a la energía del fotón. La energía sistema excitado (E_{se}) es la suma de la energía de cada electrón.

$$E_{se} = (2 * \frac{3}{2}E_a) + (3 * \frac{9}{4}E_a) + (3 * \frac{7}{2}E_a) = \frac{81}{4}E_a$$

3)
La energía media por electrón (E_{me}) es el cociente entre la energía del sistema y la cantidad de electrones en el sistema.
Estado fundamental:

$$E_{me} = \frac{43}{2}E_a/9e^- = \frac{43}{18}\frac{E_a}{e^-}$$

Estado excitado:

$$E_{me} = \frac{81}{4}E_a/9e^- = \frac{9}{4}\frac{E_a}{e^-}$$

Comentario: El estado excitado presentado no es único, pueden llegar a ver mas estados excitados, ya que solo nos dice que se irradia con fotones, con presentar uno respondemos lo pedido.

5.8. Ejercicio 8

Energía en el pozo tridimensional:

$$E = \frac{\hbar^2\pi^2}{2m}(\frac{n_x^2}{a^2} + \frac{n_y^2}{b^2} + \frac{n_z^2}{c^2}) + m_s\frac{e\hbar B}{m}$$

No tenemos presencia de campo magnético $B = 0$ además es un prisma $b = \frac{a}{\sqrt{2}}, c = a$

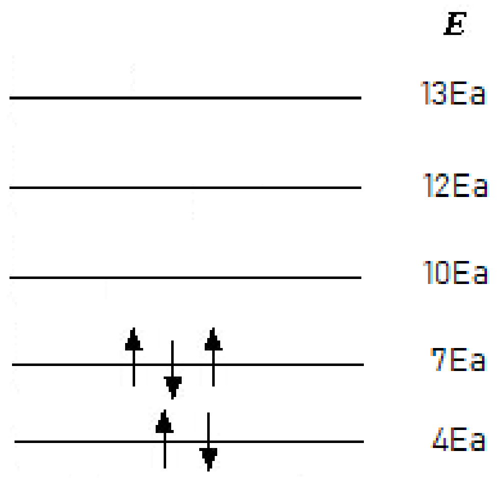
$$\begin{aligned} E &= \frac{\hbar^2\pi^2}{2m}(\frac{n_x^2}{a^2} + \frac{n_y^2}{\frac{a^2}{2}} + \frac{n_z^2}{a^2}) \\ &= \frac{\hbar^2\pi^2}{2ma^2}(n_x^2 + 2n_y^2 + n_z^2) \\ &= E_a(n_x^2 + 2n_y^2 + n_z^2) \end{aligned}$$

Estados cuánticos:

$$(n_x, n_y, n_z, m_s) \to E$$
$$(1,1,1,\pm\frac{1}{2}) \to 4E_a \qquad (1,1,2,\pm\frac{1}{2}) \to 7E_a$$
$$(1,2,1,\pm\frac{1}{2}) \to 10E_a \qquad (2,1,1,\pm\frac{1}{2}) \to 7E_a$$
$$(1,1,3,\pm\frac{1}{2}) \to 12E_a \qquad (1,3,1,\pm\frac{1}{2}) \to 20E_a$$
$$(3,1,1,\pm\frac{1}{2}) \to 12E_a \qquad (2,2,2,\pm\frac{1}{2}) \to 16E_a$$
$$(2,2,1,\pm\frac{1}{2}) \to 13E_a \qquad (2,1,2,\pm\frac{1}{2}) \to 10E_a$$
$$(1,2,2,\pm\frac{1}{2}) \to 13E_a$$

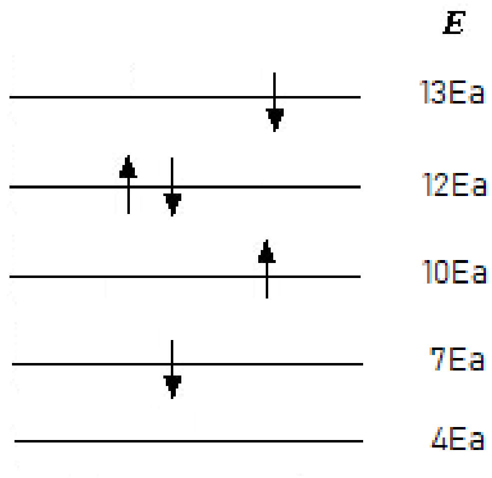
1)

Estado fundamental:



Energía del sistema $E_s = 2 * 4E_a + 3 * 7E_a = 29E_a$

Estado excitado:



$$\text{Energía del sistema } E_{se} = 7E_a + 10E_a + 2 * 12E_a + 13E_a$$
$$= 54E_a$$

Tenemos una diferencia de energía $E_{se} - E_s = 25E_a$

2)

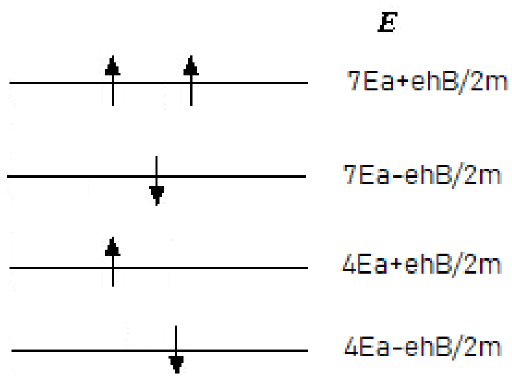
No podemos llegar a ese estado excitado con radiación monocromática (fotones con una solo longitud de onda), la diferencia entre niveles no es la misma. Para llegar a ese estado excitado necesitaríamos fotones con distinta energía o podemos irradiar al sistema con electrones.

3)

Estados cuánticos del sistema excitado:

$$\begin{array}{lcl}
(n_x, n_y, n_z, m_s) & & \\
(1,1,2,-\frac{1}{2}) & o & (2,1,1,-\frac{1}{2}) \rightarrow E_2 \\
(1,2,1,+\frac{1}{2}) & o & (2,1,2,+\frac{1}{2}) \rightarrow E_3 \\
(1,1,3,\pm\frac{1}{2}) & o & (3,1,1,\pm\frac{1}{2}) \rightarrow E_4 \\
(2,2,1,-\frac{1}{2}) & o & (1,2,2,-\frac{1}{2}) \rightarrow E_5
\end{array}$$

4)
La energía de fermi es la energía de electrón mas energético. Entonces la cantidad máxima de electrones es la suma de los electrones que pueden estar en los niveles hasta el nivel 5 inclusive, $n_{max} = 2 + 4 + 4 + 4 + 4 = 14$ electrones
5)



5.9. Ejercicio 9

1)

$$1s^2 - 2s^1$$

2)

Hidrogenoide

$Li^{++} \rightarrow 1e^{-}$ en $2s^{1}$

$$E_{ion} = 13{,}6eV\frac{Z^2}{n^2} = 13{,}6eV\frac{3^2}{2^2} = 30{,}6eV$$

3)

$$E_{ion}^{exp} = 5{,}39eV = 13{,}6eV\frac{Z_{ef}^2}{4} \Rightarrow Z_{ef} = 1{,}26$$

También la carga efectiva la podemos calcular como $Z_{ef} = Z - s$ donde s es el factor de apantallamiento.

4)

$$1s^2 - 2s^2 - 2p^6 - 3s^2 - 3p^6 - 4s^1$$

Hidrogenoide

$K^{+18} \rightarrow 1e^{-}$ en $4s^{1}$

$$E_{ion} = 13{,}6eV\frac{Z^2}{n^2} = 13{,}6eV\frac{19^2}{4^2} = 306{,}85eV$$

$$E_{ion}^{exp} = 4{,}34eV = 13{,}6eV\frac{Z_{ef}^2}{16} \Rightarrow Z_{ef} = 2{,}26$$

El electrón que esta en 4s esta viendo $Z_{ef} = 2{,}26$ electrones por que tengo una cascara de apantallamiento.

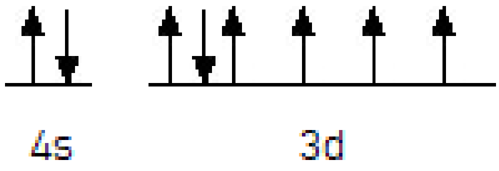
5.10. Ejercicio 10

Consultarlo en clase

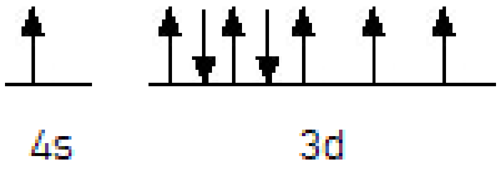
5.11. Ejercicio 11

1)

Hierro $[Ar] - 3d^6 - 4s^2$



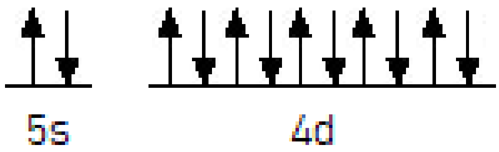
Hierro excitado $[Ar] - 3d^7 - 4s^1$



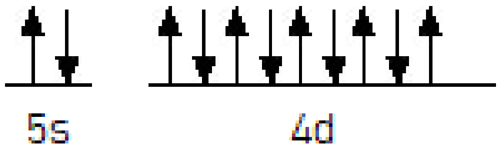
Tendrá menos energía el que presente mas espines desapareados, por lo tanto el hierro es el menos energético.

2)

Cadmio $[Kr] - 4d^{10} - 5s^2$



Ion Cadmio $[Kr] - 4d^9 - 5s^2$



El que tiene mas espines sin aparear es el ion cadmio.

5.12. Ejercicio 12

1)
Estado excitado, un electrón en el orbital 2p paso al orbital 3s
2)
Estado fundamental
3)
Estado no valido, el orbital 2s tiene 3 electrones
4)
Estado no valido,el orbital 2p tiene 7 electrones

6. Teoría cuántica del electrón libre

6.1. Ejercicio 1

- Oro metal monovalente $\Rightarrow$ en cada átomo tengo un electrón.
- η: Densidad de electrones libres.
- $P = 197\frac{g}{mol}$
- $\delta = 19{,}3\frac{g}{cm^3}$

$$\eta = \frac{19{,}3\frac{g}{cm^3}}{197\frac{g}{mol}} * 6{,}02x10^{22}\frac{atomos}{mol} = 5{,}9x10^{22}\frac{atomos}{cm^3}$$
$$\Rightarrow 5{,}9x10^{22}\frac{e}{cm^3}$$

6.2. Ejercicio 2

- Magnesio metal bivalente $\Rightarrow$ 2 electrones por átomo.
- η: Densidad de electrones libres.
- $P = 24{,}32\frac{g}{mol}$
- $\delta = 1{,}74\frac{g}{cm^3}$

1)

$$\eta = \frac{1{,}74\frac{g}{cm^3}}{24{,}32\frac{g}{mol}} * 6{,}02x10^{22}\frac{atomo}{mol} = 4{,}31x10^{22}\frac{atomo}{cm^3}$$
$$\Rightarrow 4{,}31x10^{22}\frac{atomo}{cm^3} * 2\frac{e}{atomo} = 8{,}62x10^{22}\frac{e}{cm^3}$$

2)

$$\eta = \int_{-\infty}^{\infty} g(E)F(E)\cdot dE = \int_{0}^{E_f} g(E)F(E)\cdot dE +$$
$$\int_{E_f}^{\infty} g(E)F(E)\cdot dE = \int_{0}^{E_f} g(E)\cdot 1\cdot dE +$$
$$\int_{E_f}^{\infty} g(E)\cdot 0\cdot dE = \int_{0}^{E_f} C\sqrt{E}\cdot dE = C\frac{2}{3}E_f^{\frac{3}{2}} \Rightarrow$$
$$E_f = (\frac{\eta}{C}\frac{3}{2})^{\frac{2}{3}} = 7{,}11eV$$

3)

$$E_f = \frac{1}{2}mv_f^2 \Rightarrow v_f = \sqrt{\frac{2E_f}{m}} = 1581473\frac{m}{s}$$

4)

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = 4{,}6\text{Å}$$

Comentario: A T=0K : $F(E) = \begin{cases} 1 \;\; si \;\; 0 \leq E < E_f \\ \\ 0 \;\; si \;\;\;\; E \geq E_f \end{cases}$

Ver hoja de formulas para funciones y constantes

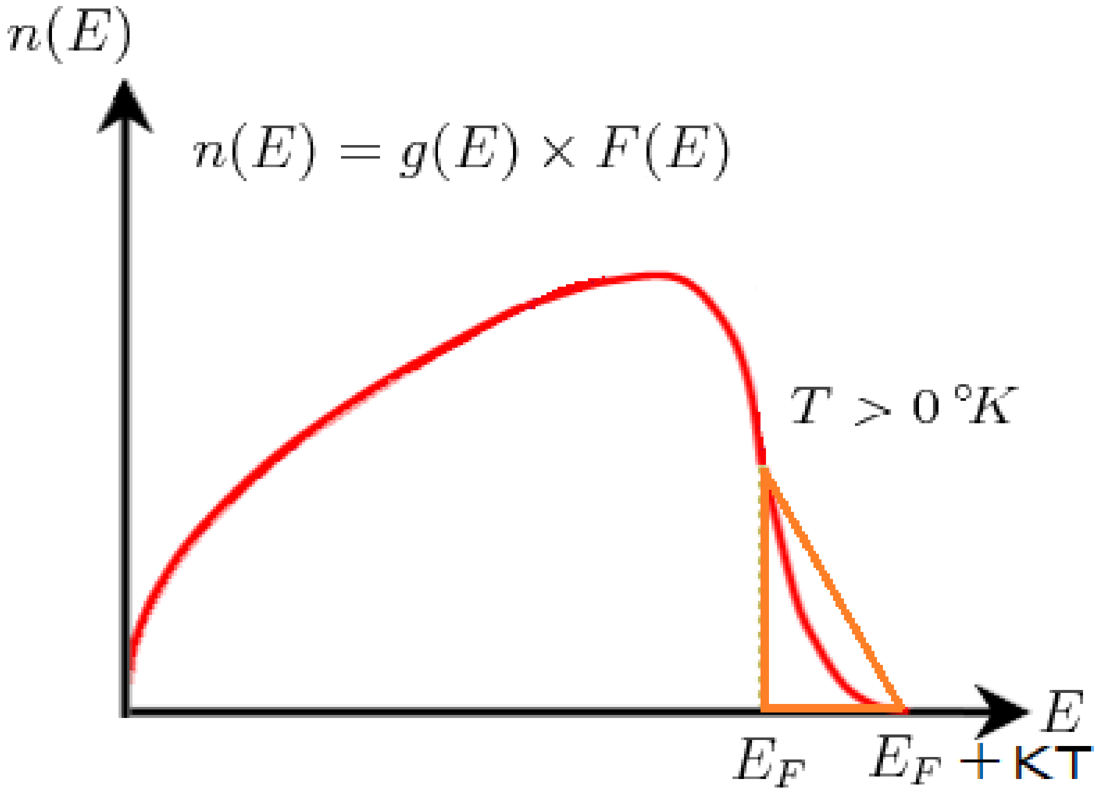
6.3. Ejercicio 3

$$E_f^{473K} = 1eV$$

$$N_{excitados} = \int_{E_f}^{\infty} g(E)F(E) \cdot dE \approx g(E_f)F(E_f)k_BT\frac{1}{2} =$$

$$C\sqrt{E_f}\frac{1}{2}k_BT\frac{1}{2} = \frac{C}{4}\sqrt{E_f}k_BT = 6{,}942x10^{25}m^{-3}$$

Comentario: como la integral $N_{excitados}$ no tiene primitiva hacemos la aproximación por un triangulo, podemos utilizar otras aproximaciones ir a las teóricas para saber cuales son.



6.4. Ejercicio 4

$$F(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E-E_f}{k_bT}\right)} = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{\Delta E}{k_bT}\right)}$$

$$F(2k_BT + E_f) = 0{,}12$$

$$F(4k_BT + E_f) = 0{,}018$$

$$F(10k_BT + E_f) = 0{,}0000454$$

6.5. Ejercicio 5

Densidad de estados por unidad de volumen:
$N_{estados} = \int_{2,4eV}^{2,6eV} g(E) \cdot dE = \int_{2,4eV}^{2,6eV} C\sqrt{E} \cdot dE = 2{,}15x10^{27}m^{-3}$
Numero de estados en un moneda:
$n_{estados} = N_{estados} * (3x10^{-7}m^3) = 6{,}45x10^{20}$

7. Teoría de bandas

7.1. Ejercicio 1

7.2. Ejercicio 2

Los electrones no tienen espacio para trasladarse a otro estado permitido dentro de la banda.

7.3. Ejercicio 3

Longitudes de onda de la luz visible: $\lambda \in [400, 700]nm$ el rango de energías de los fotones para esas longitudes es $E_f = h\nu \in [1{,}773, 3{,}102]eV$.Las energías de los fotones son menores a los gaps de KCl,KBr,KI, por lo tanto son transparentes ya que los electrones de la banda de valencia no pueden ser excitados.
Sera opacos si pueden absorber fotones de energía $E_f = h\nu$ es estos $E_f > E_g$.Ahora calculamos el rango de longitud de

onda para el cual es opaco.

$$E_f = h\nu = h\frac{c}{\lambda} > E_g \Rightarrow \lambda < h\frac{c}{E_g}$$

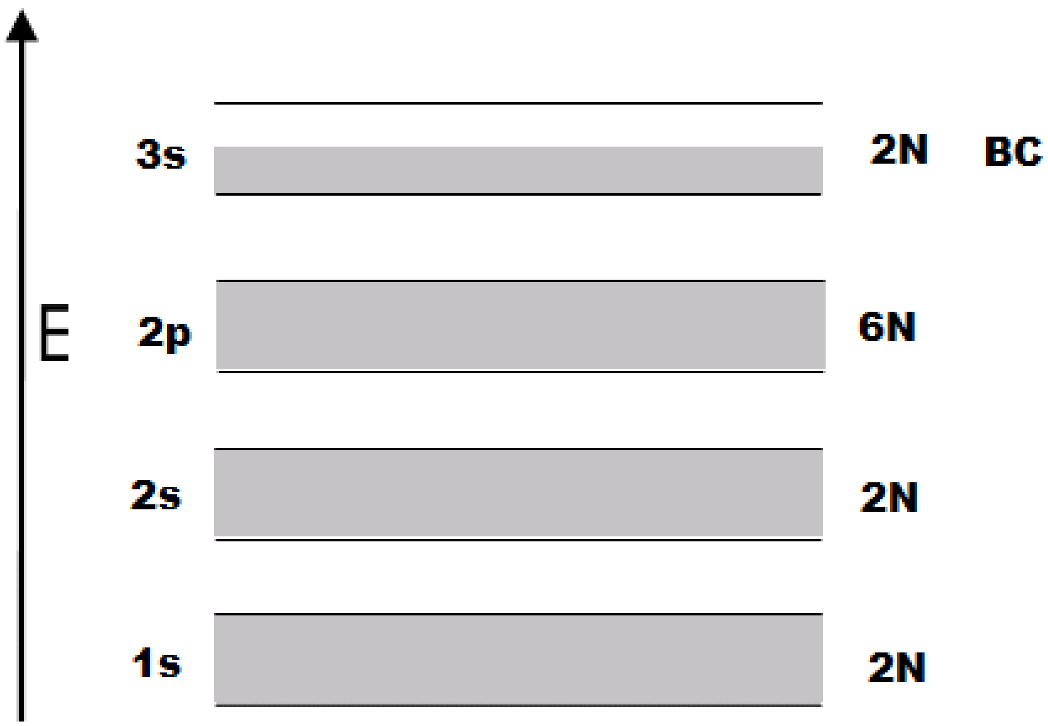
$$\underline{KCl:}\lambda < 163{,}25nm$$

$$\underline{KBr:}\lambda < 196{,}94nm$$

$$\underline{KI:}\lambda < 221{,}55nm$$

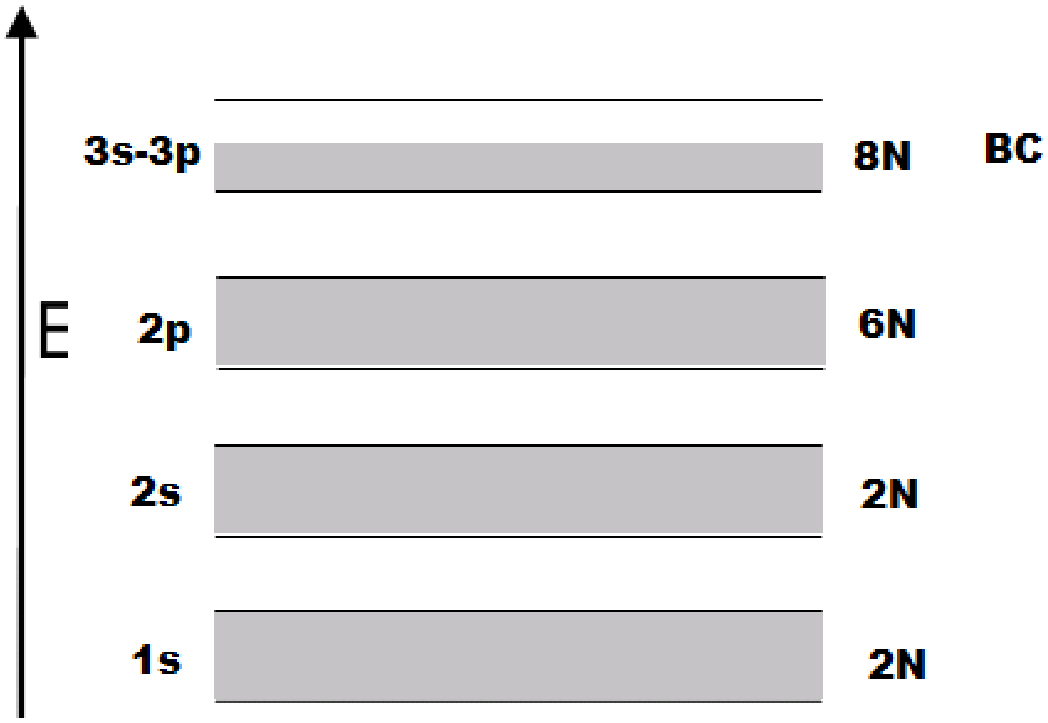
7.4. Ejercicio 4

1)



Ultima banda semi llena, es un conductor.

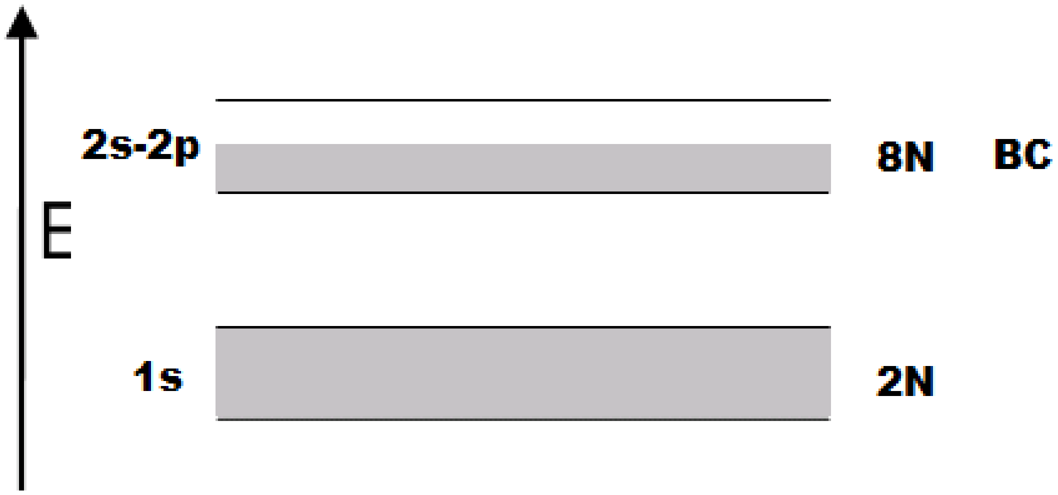
2)



Ultima banda semi llena por el solapamiento de los orbitales 3s-3p,es un conductor.

7.5. Ejercicio 5

Grafito:



Presenta un solapamiento de las bandas 2s-2p.Ultima banda semi llena es un conductor.Para que sea transparente $E_f < E_g = E_f < 0 = \frac{hc}{\lambda} < 0$, no tenemos longitudes de onda para el cual sea transparente. Diamante:

Presenta una hibridación de las bandas 2s-2p.Ultima banda vacía además la energía del gap es muy grande ($E_g \approx$

$6eV$) entonces es un aislante.Para que sea transparente $E_f < E_g = E_f < 6ev = \frac{hc}{\lambda} < 6eV \Rightarrow \lambda > 206{,}64nm$.

7.6. Ejercicio 6

ccc

7.7. Ejercicio 8

Ejercicio para consultar en clase, muy teórico

8. Semiconductores

8.1. Ejercicio 1

$$f$$

9. Juntura p-n

9.1. Ejercicio 1

- V_c: Potencial de contacto.
- E_{fn},E_{fp}: Energía de fermi del lado n y el lado p respectivamente.
- x_n, x_p: Ancho de la región de carga del lado n y el lado p respectivamente.
- w: Ancho total de la región de carga.
- $\rho(x)$: Densidad de carga
- ϵ: Permitividad del material

1)

<u>Lado n</u>

$n_n + N_A^- = p_n + N_D^+$

$n_n + \cancel{N_A^-} = p_n + N_D^+$

a T=300K tenemos ionización completa, $N_D^+ = N_D$

$n_n = p_n + N_D$

$n_n^2 = n_n p_n + n_n N_D$

$n_n^2 - n_n N_D - n_i^2 = 0$

$$\Rightarrow n_n = \frac{N_D}{2} + \sqrt{(\frac{N_D}{2})^2 + n_i^2} = 1{,}214x10^{16}m^{-3}$$

<u>Lado p</u>

Trabajamos igual que en el lado n llegamos a:

$p_p = \frac{N_A}{2} + \sqrt{(\frac{N_A}{2})^2 + n_i^2}$, Como $N_A >> n_i$, n_i es despreciable

$p_p \approx N_A = 4x10^{19}m^{-3}$

<u>E_f Lado n</u>

$$n_n = N_c \exp{(\frac{-(E_g - E_{fn})}{kT})} \Rightarrow E_{fn} = E_g + kT \ln{(\frac{n_n}{N_c})}$$

<u>E_f Lado p</u>

$$p_p = N_v \exp{(\frac{-E_{fp}}{kT})} \Rightarrow E_{fp} = -kT \ln{(\frac{p_p}{N_v})}$$

Finalmente V_c

$$eV_c = E_{fn} - E_{fp} \Rightarrow V_c = \frac{E_{fn} - E_{fp}}{e} = 0{,}212V$$

2)

$$w = \sqrt{\frac{2}{e}\epsilon V_c(\frac{1}{N_D} + \frac{1}{N_A})} = 5{,}3027x10^{-4}m$$

$$N_D x_n = N_A x_p \Rightarrow x_p = x_n \frac{N_D}{N_A} \ (1)$$

$$w = x_n + x_p \ (2)$$

(1) en (2)

$$w = x_n + x_n \frac{N_D}{N_A} \Rightarrow x_n = w\frac{1}{1 + \frac{N_D}{N_A}} = 5{,}3026x10^{-4}m$$

$$x_p = 1{,}325x10^{-8}m$$

3)

$$\frac{\delta E(x)}{\delta x} = \frac{\rho(x)}{\epsilon}$$

$$\frac{\delta E(x)}{\delta x} = \begin{cases} \frac{eN_D}{\epsilon} & si \quad 0 \leq x \leq x_n \\ \\ \frac{-eN_A}{\epsilon} & si \ \ -x_p \leq x \leq 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$E(x) = \begin{cases} \frac{eN_D}{\epsilon}x + C & si \quad 0 \leq x \leq x_n \\ \\ \frac{-eN_A}{\epsilon}x + D & si \ \ -x_p \leq x \leq 0 \end{cases}$$

$$E(x_n) = 0 \Rightarrow C = -\frac{eN_D}{\epsilon}x_n$$

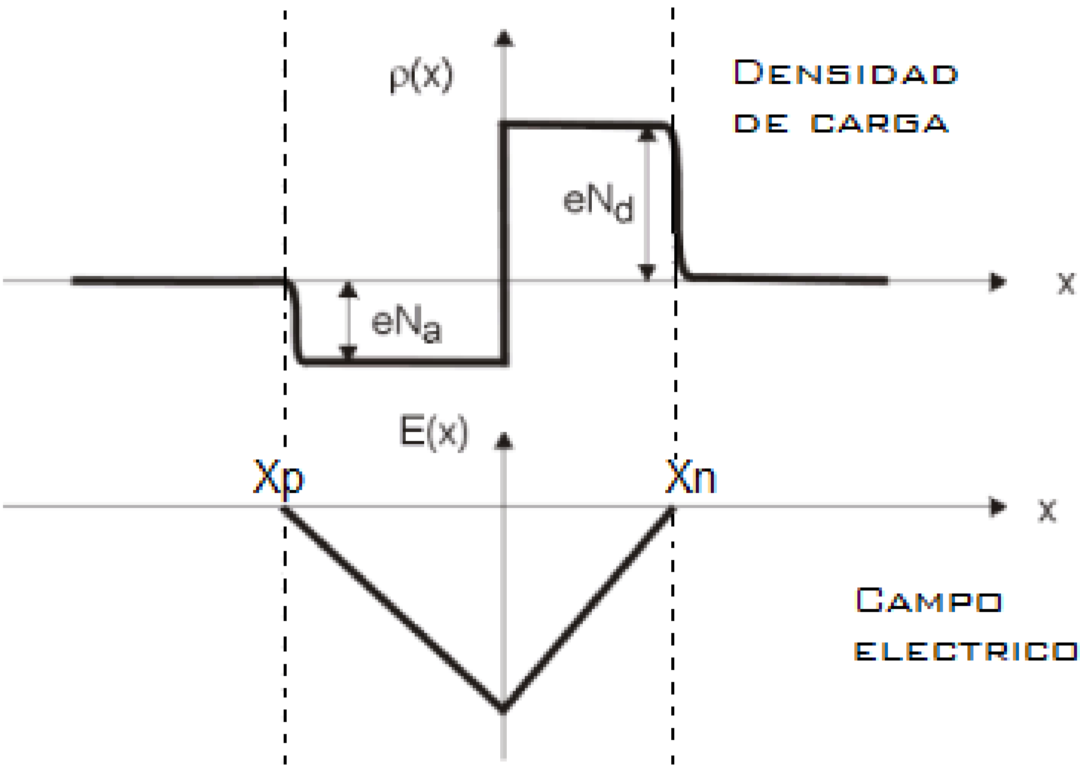
$$E(-x_p) = 0 \Rightarrow D = -\frac{eN_A}{\epsilon}x_p$$

$$E(x) = \begin{cases} \frac{eN_D}{\epsilon}(x - x_n) & si \quad 0 \leq x \leq x_n \\ \\ \frac{-eN_A}{\epsilon}(x_p + x) & si \ \ -x_p \leq x \leq 0 \end{cases}$$

El máximo lo tengo en x=0

$$|E(0)| = \left|-\frac{e}{\epsilon}N_D x_n\right| = \left|-\frac{e}{\epsilon}N_A x_p\right| = 799\frac{V}{m}$$

Comentario: Ver hojas de formulas para las funciones utilizadas.


ρ(x)
Densidad
de carga
eNd
eNa
x
E(x)
Xp
Xn
x
Campo
electrico

9.2. Ejercicio 2

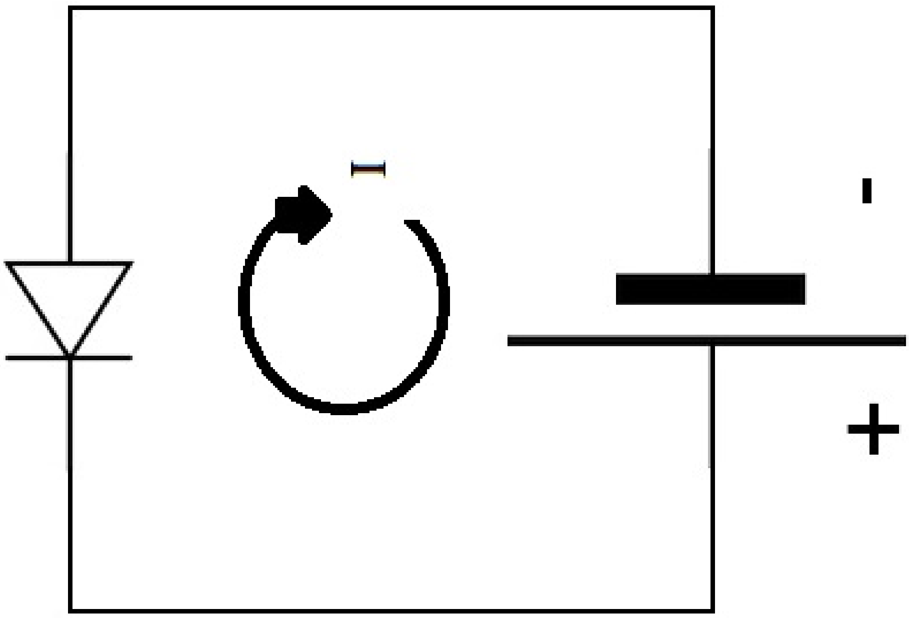


Figura 1: Diodo conectado en inversa.

- I=0.01μA, Corriente a través de la unión p-n
- Conectado en inversa $\Rightarrow V_{aplicado} < 0$
- Conectado en directa $\Rightarrow V_{aplicado} > 0$

$I = I_0(\exp{(\frac{eV_{aplicado}}{kT})} - 1) \Rightarrow I_0 = \frac{I}{\exp{(\frac{eV_{aplicado}}{kT})} - 1}$

Además tenemos: $\exp{(\frac{-10eV}{kT})} \approx 0$

$I_0 = -I \Rightarrow |I_0| = I = 0{,}01\mu A$

Ahora solo queda calcular:

$I(0{,}1V) = I_0(\exp{(\frac{0{,}1eV}{kT})} - 1) = 0{,}46855\mu A$

$I(0{,}3V) = I_0(\exp{(\frac{0{,}3eV}{kT})} - 1) = 1095{,}91\mu A$

$I(0{,}5V) = I_0(\exp{(\frac{0{,}5eV}{kT})} - 1) = 2509748{,}7\mu A$

9.3. Ejercicio 3

$I = I_0(\exp{(\frac{eV_{aplicado}}{kT})} - 1)$

$1)I = 5x10^{-9}A(\exp{(\frac{0{,}45eV}{k_b300K})} - 1) = 0{,}1809A$

$2)I = 5x10^{-9}A(\exp{(\frac{0{,}45eV}{k_b320K})} - 1) = 0{,}0611A$

9.4. Ejercicio 4

- E_c-E_{fp}=1eV,Nivel de fermi por debajo de la banda de conducción
- Si ponemos $E_v = 0$ entonces $E_c = E_g$

$$I_0 = D\exp{(-\frac{E_g - E_{fp}}{kT})}$$

1)

$$5x10^{-9}A = D\exp{(-\frac{1eV}{k_b300k})} \Rightarrow D = \frac{5x10^{-9}A}{\exp{(-\frac{1eV}{k_b300k})}} =$$
$$= 314941929{,}1A$$
$$I_0^{320K} = D\exp{(-\frac{1eV}{k_b320k})} = 5{,}6097^{-8}A$$

2)

$$I = 5{,}6097^{-8}A(\exp{(\frac{0{,}45eV}{k_b320K})} - 1) = 0{,}685A$$

9.5. Ejercicio 5

La corriente inversa de saturación en un diodo de Si es el doble cuando la temperatura cambia de $T = 27°C$ a $T = 33°C$ esto es $2I_0^{300K} = I_0^{306K}$

$$I_0 = D\exp{(-\frac{E_g - E_{fp}}{k_bT})}$$
$$\frac{I_0^{306K}}{I_0^{300K}} = \frac{D\exp{(-\frac{E_g-E_{fp}}{k_b306K})}}{D\exp{(-\frac{E_g-E_{fp}}{k_b300K})}}$$
$$\frac{2I_0^{300K}}{I_0^{300K}} = \exp{(-\frac{E_g - E_{fp}}{k_b306K} + \frac{E_g - E_{fp}}{k_b300K})}$$
$$\ln{(2)} = -\frac{E_g - E_{fp}}{k_b306K} + \frac{E_g - E_{fp}}{k_b300K}$$
$$300K \cdot 306K \cdot k_b \cdot \ln{(2)} = 300K(E_{fp} - E_g) + 306K(E_g - E_{fp})$$
$$91800K^2 \cdot k_b \cdot \ln{(2)} = 6K(E_g - E_{fp})$$
$$E_{fp} = E_g - 15300K \cdot k_b \cdot \ln{(2)} = 0{,}2066eV$$

Comentario: Podemos utilizar todos los datos de la tabla de la guía 9.

9.6. Ejercicio 6

- I: Corriente sobre el circuito
- V_D: Tensión aplicada sobre el diodo
- La corriente sobre el diodo es I por que esta conectado en directa.

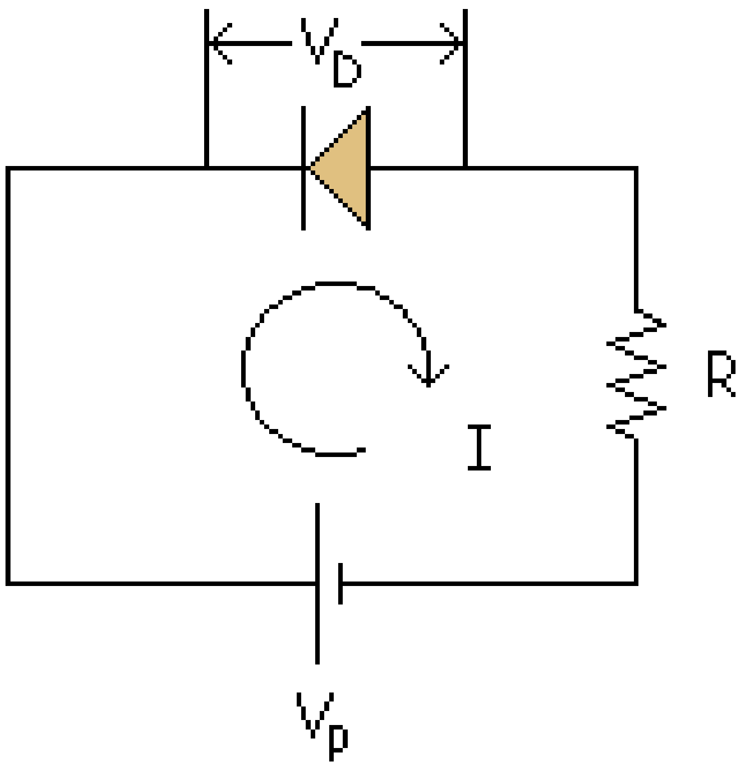
$$V = V_R + V_D \Rightarrow V_D = 5V - 4{,}6V = 0{,}4V$$

$$V_R = IR \Rightarrow I = \frac{V_R}{R} = 9{,}2x10^{-4}A$$

$$I = I_0(\exp{(\frac{V_{aplicado}e}{kT})} - 1) \Rightarrow I_0 = \frac{I}{\exp{(\frac{V_{aplicado}e}{kT})} - 1} =$$

$$= \frac{9{,}2x10^{-4}A}{\exp{(\frac{0{,}4eV}{kT})} - 1} = 1{,}7542x10^{-10}A$$

9.7. Ejercicio 7



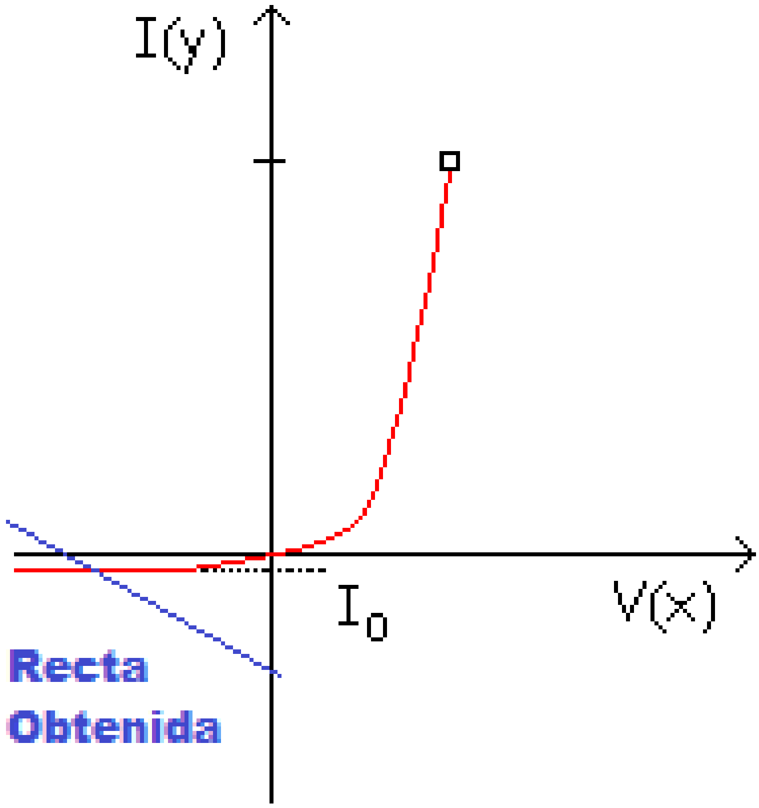
$I = -I_D$

$V_R = RI$

$V_P = V_R - V_D$

Obtenemos: $I_D = -\dfrac{V_P + V_D}{R}$ es una recta, además tenemos

$I_D = I_0 \exp\left(\dfrac{V_D e}{k_b T} - 1\right) \Rightarrow -\dfrac{V_P + V_D}{R} = I_0 \exp\left(\dfrac{V_D e}{k_b T} - 1\right)$



$\exp\left(\frac{V_D e}{k_b T}\right) \approx 0$ entonces la tensión sobre la resistencia es $V_R = I_0 R = 8{,}77x10^{-7}V$
Comentario:I_0 Se utiliza la del ejercicio anterior

9.8. Ejercicio 8

Reemplazar el diodo por una resistencia en el ejercicio anterior

$$V_P = V_R + V_{D-R} \Rightarrow V_{D-R} = V_P - V_R = V_P - I_0 R$$

$$\Rightarrow R_{D-R} = \frac{V_P - I_0 R}{I_0} = 2{,}85x10^{10}\Omega$$

9.9. Ejercicio 9

Ejercicio para consultar en clase, muy teórico.

10. Apendice

10.1. Guía 6

Estados cuánticos con su energía para el pozo cubico.

$$(n_x, n_y, n_z, m_s) \rightarrow E$$
$$(1,1,1,\pm\frac{1}{2}) \rightarrow 3E_a$$
$$(1,1,2,\pm\frac{1}{2}) \rightarrow 6E_a$$
$$(1,2,1,\pm\frac{1}{2}) \rightarrow 6E_a$$
$$(2,1,1,\pm\frac{1}{2}) \rightarrow 6E_a$$
$$(1,2,2,\pm\frac{1}{2}) \rightarrow 9E_a$$
$$(2,1,2,\pm\frac{1}{2}) \rightarrow 9E_a$$
$$(2,2,1,\pm\frac{1}{2}) \rightarrow 9E_a$$
$$(1,1,3,\pm\frac{1}{2}) \rightarrow 11E_a$$
$$(1,3,1,\pm\frac{1}{2}) \rightarrow 11E_a$$
$$(3,1,1,\pm\frac{1}{2}) \rightarrow 11E_a$$
$$(2,2,2,\pm\frac{1}{2}) \rightarrow 12E_a$$