Correcciones Parcial - Fecha 2. - Tomás Szmulberg

• Corrijo los comentarios del PDF con las correcciones.

* Explico diferencias entre la solución encontrada y la solución si fuera un problema clásico:

• Si fuera un problema clásico, podríamos obtener ecuaciones horarias de la partícula en caso de tener valores iniciales.

Como la fuerza en el eje X es $\{F\} = -\frac{dV(x)}{dx}$, podríamos obtener la aceleración como

$a = \frac{F}{m} = \frac{-dV(x)}{dx} \cdot \frac{1}{m}$, y dentro del pozo como $V(x)=0$ la partícula se moverá con velocidad constante.

NO

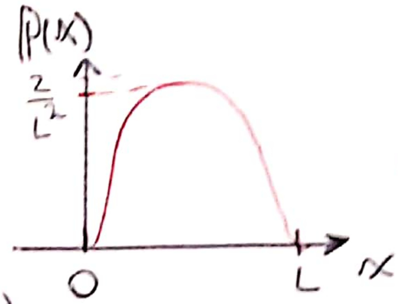
Como en la mecánica clásica no hay una velocidad límite, la energía tampoco tiene límite, y no tiene "valores permitidos" cuantizados sino que toma cualquier valor.

↓ SIGUE 1)

En cuanto a los gráficos del 1.f), los rehago:

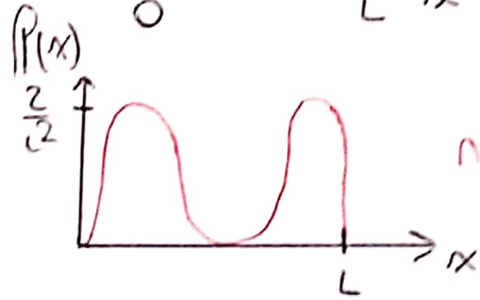
• La densidad de probabilidad era: $\left|\Psi(x,t)\right|^2 = \frac{2}{L^2}\,\text{sen}^2\left(\frac{n\pi}{L}x\right)$ entre 0 y L, con $n \in \mathbb{N}$. Entonces:

Si $n=1$, $P(x) = \frac{2}{L^2}\,\text{sen}^2\left(\frac{\pi}{L}x\right)$



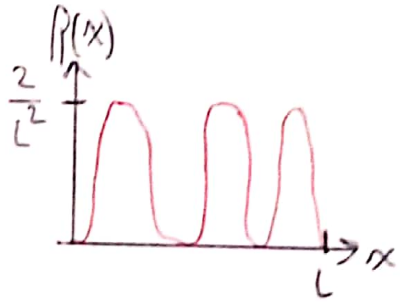
n = 1

Si $n=2$, $P(x) = \frac{2}{L^2}\,\text{sen}^2\left(\frac{2\pi}{L}x\right)$



n = 2

Si $n=3$, $P(x) = \frac{2}{L^2}\,\text{sen}^2\left(\frac{3\pi}{L}x\right)$



• Interpreto estas diferencias:

Para $n=1$, vemos que la incertidumbre de x es muy grande, ya que la partícula podría estar en casi cualquier lugar del pozo. A medida que crece n, si bien no podemos saber con exactitud en qué cresta está, podemos ver que la incertidumbre está en puntos específicos, ya que aumenta la cantidad de crestas y valles. Esto sucede cuando la energía toma valores mayores, la frecuencia aumenta y la distribución de probabilidad ~~[illegible]~~ de esa forma varía.

2) Rehago la cuenta de ΔP:

$$\psi(x,t) = \sqrt{\frac{2}{L}}\,\mathrm{sen}\left(\frac{n\pi}{L}x\right)e^{-i\omega t}$$

$$(\Delta P)^2 = \langle P^2\rangle - \langle P\rangle^2$$

$$\langle P\rangle = \int_{-\infty}^{\infty}\psi^*(x)\left(\frac{\hbar}{i}\right)^1\frac{\partial\psi(x)}{\partial x}dx = \int_0^L\left(\sqrt{\frac{2}{L}}\right)^2\mathrm{sen}\left(\frac{n\pi}{L}\right)\frac{\hbar}{i}\frac{n\pi}{L}\cos\left(\frac{n\pi}{L}x\right)dx$$

$$= \frac{\hbar}{i}\frac{2n\pi}{L^2}\int_0^L\mathrm{sen}\left(\frac{n\pi}{L}x\right)\cos\left(\frac{n\pi}{L}x\right)dx =$$

$$= \frac{\hbar}{i}\frac{2n\pi}{L^2}\left[\frac{L}{2n\pi}\mathrm{sen}^2\left(\frac{n\pi}{L}x\right)\right]_0^L = \frac{\hbar}{i}\cdot\frac{1}{L}\left[0-0\right] = 0$$

$$\langle P^2\rangle = \int_0^L\sqrt{\frac{2}{L}}\,\mathrm{sen}\left(\frac{n\pi}{L}x\right)\frac{\hbar^2}{(\cancel{i})^2}\cdot\sqrt{\frac{2}{L}}\frac{n^2\pi^2}{L^2}\left(\cancel{-}\,\mathrm{sen}\left(\frac{n\pi}{L}x\right)\right)dx =$$

$$= \frac{2\hbar^2n^2\pi^2}{L\cdot L^2}\int_0^L\mathrm{sen}^2\left(\frac{n\pi}{L}x\right)dx = \frac{2\hbar^2\pi^2n^2}{L^3}\left[\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\frac{L}{n\pi}\mathrm{sen}\left(\frac{2\pi n}{L}x\right)\right]_0^L$$

$$= \frac{2\hbar^2n^2\pi^2}{L^3}\left(\frac{L}{2} - \overbrace{\frac{L}{4n\pi}\mathrm{sen}(2\pi n x)}^{0} - 0\right) = \frac{\cancel{2}\hbar^2n^2\pi^2}{L^{\cancel{3}\,2}}\cdot\frac{\cancel{L}}{\cancel{2}} =$$

$$= \frac{\hbar^2n^2\pi^2}{L^2} = \left(\frac{\hbar n\pi}{L}\right)^2$$

$$\Rightarrow \Delta P^2 = \left(\frac{\hbar n\pi}{L}\right)^2 - 0 \Rightarrow \boxed{\Delta P^2 = \left(\frac{\hbar n\pi}{L}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta P = \frac{\hbar n\pi}{L}} \qquad n\in\mathbb{N}.$$

Para Δx, tenemos que:

$$\Delta x^2 = \langle x^2\rangle - \langle x\rangle^2$$ Donde

$$\langle x\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \cdot x \cdot \psi \, dx = \int_0^L \frac{2}{L}\, \mathrm{sen}^2\left(\frac{n\pi}{L}x\right) x \, dx =$$

$$= \frac{2}{L}\int_0^L \mathrm{sen}^2\left(\frac{n\pi}{L}x\right)\cdot x\, dx = \frac{2}{L}\left[\frac{\cos\left(\frac{2\pi n}{L}x\right) - \frac{2n\pi}{L}x\left(\mathrm{sen}\left(\frac{2n\pi}{L}x\right) - \frac{n\pi}{L}x\right)}{8\frac{\pi^2 n^2}{L^2}}\right]_0^L =$$

$$= \frac{\cancel{2}}{\cancel{L}}\cdot\frac{1}{\cancel{8}_4}\,\frac{L^2}{\pi^2 n^2}\left[\left(1 - 2n\pi\cdot(-n\pi)\right) - (1)\right] =$$

$$= \frac{L}{4\pi^2 n^2}\left[2n^2\pi^2\right] = \boxed{\frac{L}{2}}$$

$$\langle x^2\rangle = \int_0^L \frac{2}{L}\,\mathrm{sen}^2\left(\frac{n\pi}{L}x\right) x^2\, dx = \cancel{\frac{2}{L}\left[4\left(\frac{n\pi}{L}\right)^3 x^3\right.}$$

$$= \frac{\cancel{2}}{\cancel{L}}\cdot\frac{1}{\cancel{24}_{12}}\cdot\frac{L^{\cancel{3}\,2}}{n^3\pi^3}\left[4\left(\frac{n\pi}{L}\right)^3 x^3 + \left(3 - 6\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 x^2\right)\mathrm{sen}\left(\frac{2\pi n}{L}x\right) - \frac{6n\pi}{L}\cos\left(\frac{2\pi n}{L}x\right)\right]_0^L$$

$$= \frac{L^2}{12n^3\pi^3}\left[\left(4n^3\pi^3 + (3 - 6n^2\pi^2)\,\mathrm{sen}(2\pi n) - \frac{6n\pi\cdot L}{L}\right) - (0)\right] =$$

$$= \frac{L^2}{12n^3\pi^3}\left[4n^3\pi^3 - 6n\pi\right] = \frac{L^2}{3} - \frac{L^2}{2n^2\pi^2} \longrightarrow$$

Entonces, como $\langle X \rangle = \frac{L}{2}$ y $\langle X^2 \rangle = L^2\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2n^2\pi^2}\right)$

Tenemos: $\Delta X^2 = L^2\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2n^2\pi^2}\right) - \frac{L}{2}$

$$\Longrightarrow \quad \Delta X = \sqrt{L^2\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2n^2\pi^2}\right) - \frac{L}{2}}$$