

Trabajo Práctico Integrador

[6602] Laboratorio
Curso 1
Segundo cuatrimestre de 2020

Grupo: 03

Apellido y Nombre	Padrón	Email
Buzzzone, Mauricio	103783	mbuzzzone@fi.uba.ar
Valdez Ulzurrun, Santiago	103785	svaldez@fi.uba.ar
Pareja, Facundo Jose	99719	fpareja@fi.ub.ar

Índice

1. Introducción	2
2. Amplificador operacional	3
3. Circuitos integradores	5
4. Integrador básico	5
5. Integrador sin estrés	9
6. Integrador básico con resistencia de realimentación	10
7. Aplicaciones prácticas	12
8. Bancos de ensayo y mediciones	14
8.1. Medición de transferencia a través de osciloscopio	14
8.2. Medición de tensión de alimentación y de la señal con voltímetro	18
8.3. Medición de rendimiento del amplificador operacional	21
9. Conclusiones	23
10. Referencias	24

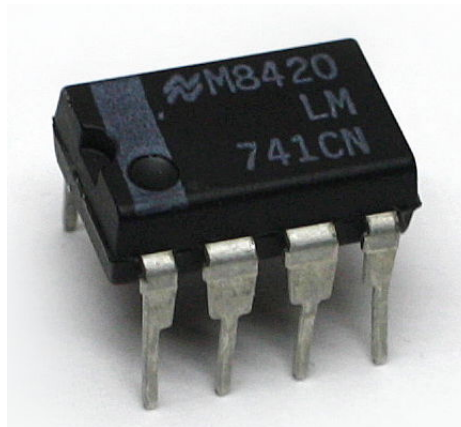
1. Introducción

Previa a la transición a la computación digital, era necesaria la resolución de ecuaciones diferenciales como parte del funcionamiento de sistemas de control, y para ello se utilizaba la computación analógica. Entiéndase por computación analógica aquellas maquinas construidas para un fin específico que no necesitan ser programadas, sino que las relaciones de calculo forman parte de las mismas. Para este tipo de tareas resultaba muy útil el uso de circuitos integradores.

Los circuitos integradores realizan una operación matemática sobre las señales que reciben en su entrada. En este trabajo practico veremos distintas implementaciones de los mismos, los inconvenientes que traen acarreados, posibles soluciones, sus componentes, y simulaciones de resultados dentro de lo posible.

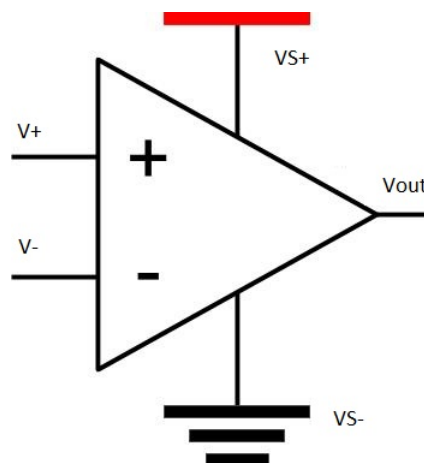
2. Amplificador operacional

Corresponde empezar con un segmento dedicado al amplificador operacional (Op-Amp), una parte vital de cada circuito integrador. Es un dispositivo electrónico que consiste en un circuito interno con dos entradas y una salida. Su función es básicamente la de un amplificador electrónico (o sea que aumenta la intensidad de corriente, la tensión o la potencia de la señal que se le aplica a su entrada, obteniéndose la señal aumentada a la salida).



Las conexiones o terminales de un amplificador operacional en su versión mas sencilla se identifican de la siguiente manera:

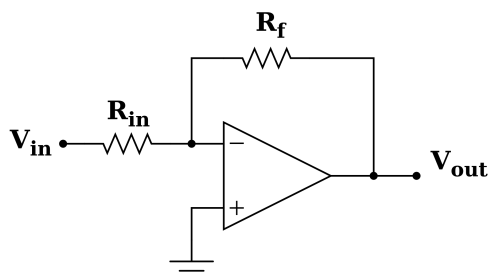
- $V+$: entrada no inversora
- $V-$: entrada inversora
- V_{OUT} : salida
- V_{S+} : alimentación positiva
- V_{S-} : alimentación negativa



Cuando se enlazan las entradas y salidas de un amplificador operacional con elementos resistivos o capacitivos el circuito adquiere un comportamiento característico. Hay varias configuraciones, y a continuación veremos algunas de las mas comunes, aunque cabe destacar que el TP se interesa solo en una.

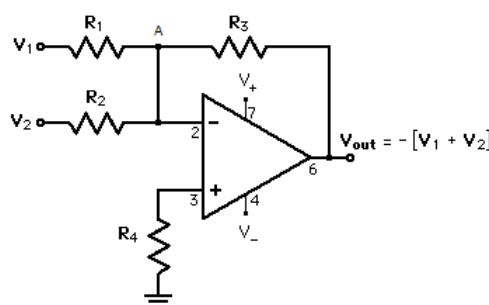
■ Amplificador Inversor

Con el amplificador inversor la señal que ingresemos por V_{in} saldrá amplificada por un factor $(-R_f/R_{in})$ denominado ganancia. Dicha ganancia puede ser mayor o menor a uno, por lo que la señal de entrada también puede reducirse.



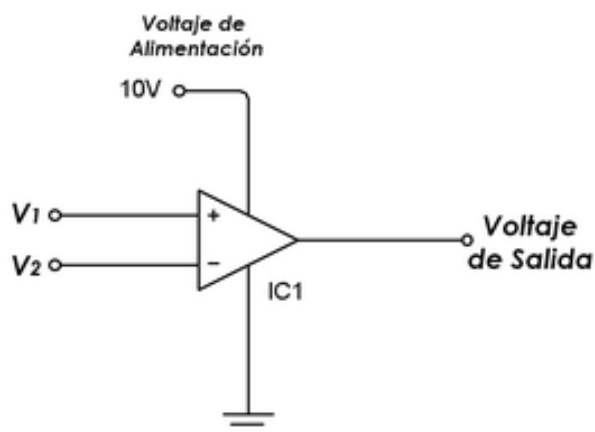
■ Amplificador sumador

En este caso, como su nombre lo indica, el circuito simplemente une las señales de entrada y devuelve la suma a la salida. Se puede también cambiar la escala para que se adapten a una determinada regla de combinación.



■ Comparador

El circuito detecta el nivel de tensión en una de las entradas y si es mayor a este, la salida cambia a alimentación positiva o negativa (V_{cc} o V_{ss}).



3. Circuitos integradores

A continuación analizaremos distintas implementaciones de circuitos integradores, acompañando con una deducción de la ecuación del voltaje de salida, simulaciones, comparaciones entre los mismos y otros detalles que se consideren necesarios para el análisis.

- Integrador básico
- Integrador sin estrés
- Integrador básico con resistencia de realimentación

4. Integrador básico

En su versión mas básica, un circuito integrador consiste en los siguientes componentes:

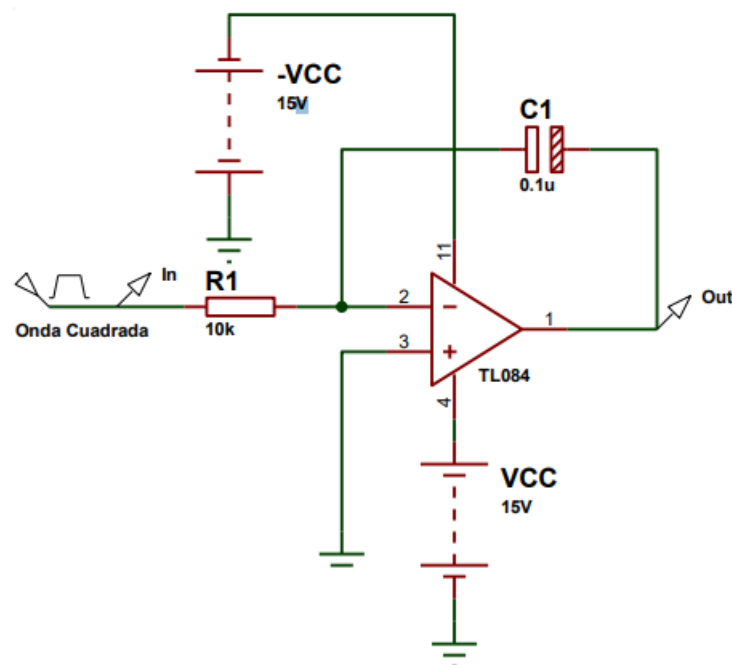


Figura 1. Integrador básico.

Como se puede observar, es sencillo: una resistencia (R), capacitor (C) y el ya explicado amplificador operacional (no nos interesa como esta diseñado por dentro, lo trataremos como una caja negra).

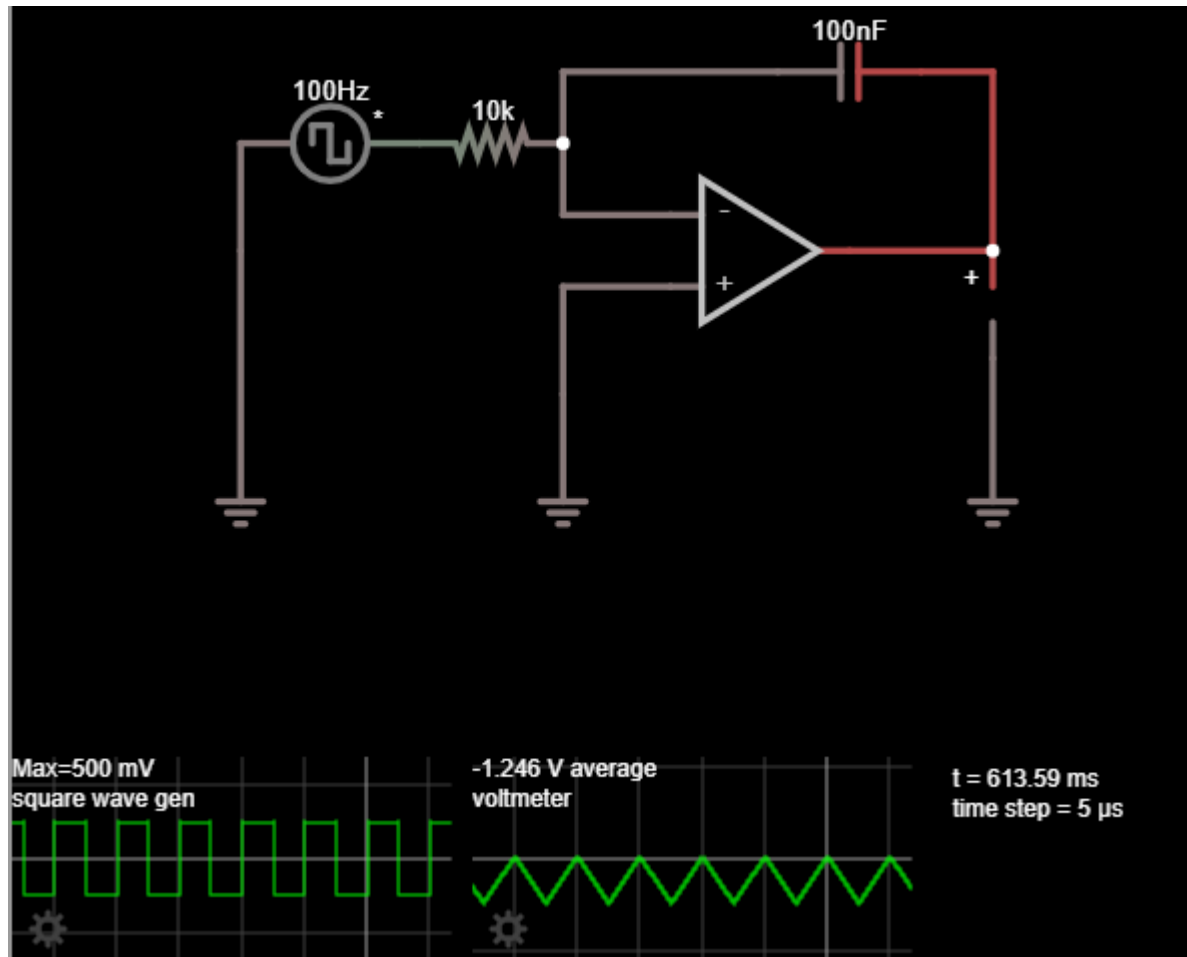
Si aplicamos Kirchoff a este circuito, podemos obtener la ecuación de salida.

$$V_{salida}(t) = -\frac{1}{RC} \int V_{entrada}(t) dt + k$$

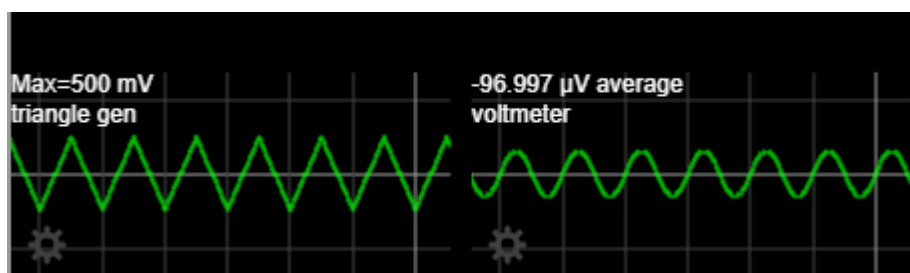
Aquí k es la carga inicial del capacitor

Observemos el resultado de una simulación: utilizando una una señal cuadrada de 500mV de amplitud, y 100Hz de frecuencia, con carga inicial k=0 para el capacitor. La señal de la izquierda

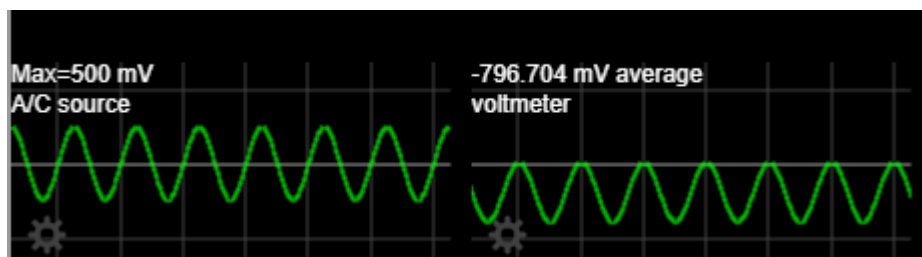
representa la entrada y la derecha la salida. En esta primera simulación se utilizó un amplificador operacional ideal.



Se puede ver que si cambiamos la forma de la onda se sigue cumpliendo la teoría para una onda triangular:



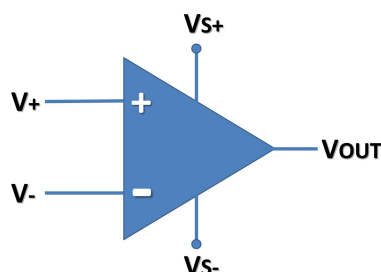
Lo mismo puede verse para una sinusoidal



Podemos observar que el resultado se condice con lo establecido mas arriba (es decir, que la salida es la integral de la entrada y con signo invertido).

Esta implementación del circuito no es utilizable prácticamente debido a dos inconvenientes que presenta:

- Cualquier componente de corriente continua en la señal de entrada puede acumularse en el capacitor y terminar saturándolo. En este caso, el mismo se comportaría como un circuito abierto y tendríamos entonces un resultado equivalente a un comparador, del siguiente estilo:



En este caso tendríamos ganancia infinita, y la consiguiente saturación. La salida específica estará dada por la tensión de alimentación. Este concepto es difícil de notar con un modelo ideal de amplificador operacional, pero se puede aproximar cambiando la señal por DC en un momento determinado y observando la salida resultante



Como se puede observar, de acuerdo a lo predicho, rápidamente la salida tiende al máximo negativo (en este caso -15V)

- Un problema de este circuito es puede estar sujeto a estrés eléctrico, por ejemplo al cargarse el condensador y dejar de pasar corriente por esta sección del circuito, podría circular una corriente en exceso de las capacidad del amplificador operacional que lo dañe (al no haber resistencia en la entrada no inversora).

Con las siguientes dos implementaciones observaremos como se pueden solucionar estos problemas.

En la practica podríamos ver indicios de saturación al alcanzar el limite del circuito. Este concepto es imposible de notar con un modelo ideal de amplificador operacional así que recurrimos a imágenes de un osciloscopio para facilitar su apreciación.

Miremos el resultado de integrar la primera señal (cuadrada):



Podemos observar indicios de saturación en la parte inferior de los picos de la onda.

Si ampliamos la frecuencia de la señal, resulta una señal de menor amplitud (tiene sentido pues la frecuencia determina los límites de integración) y con saturación mas notoria.



5. Integrador sin estrés

Otra implementación de un circuito integrador es el llamado sin estrés

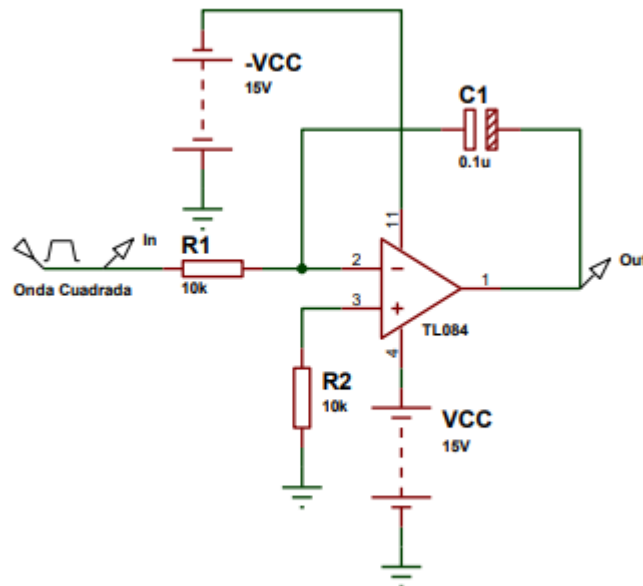
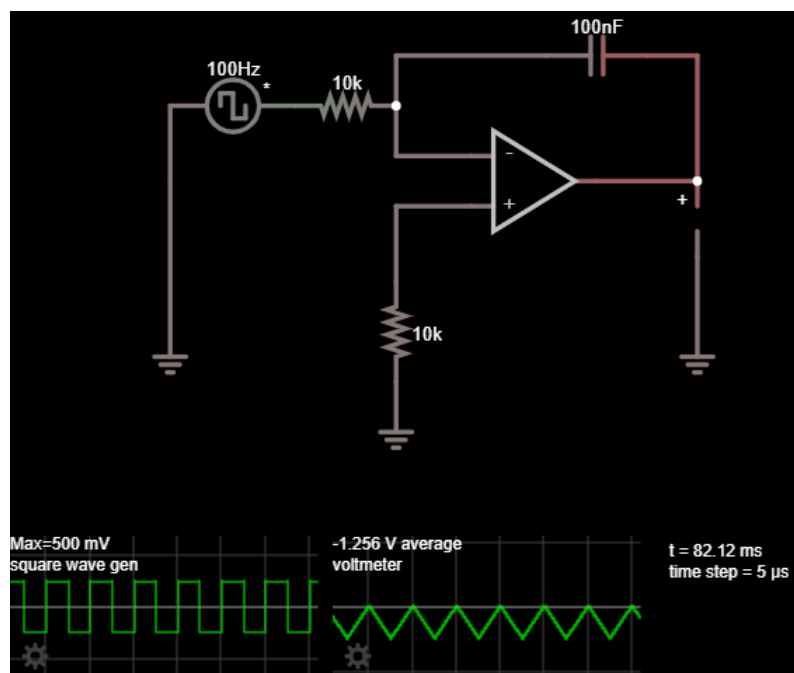
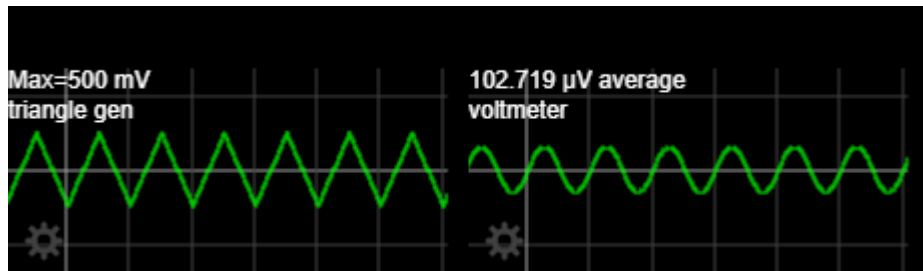


Figura 2. Integrador básico sin estrés.

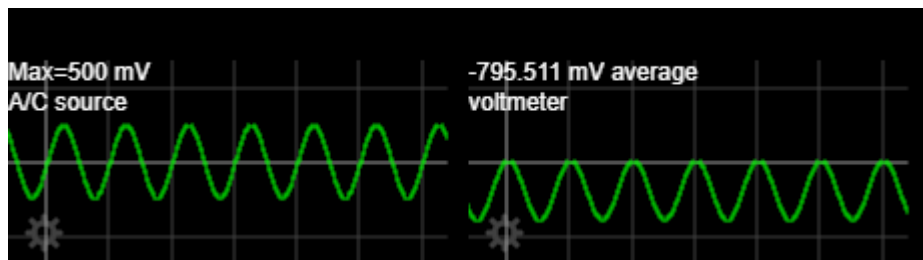
Como se puede observar, el diseño es extremadamente similar al del circuito integrador básico. La principal diferencia es la presencia de una segunda resistencia en la entrada no inversora del amplificador operacional. Miremos en primer lugar las simulaciones correspondientes a las tres señales previas, a ver si se nota alguna diferencia (manteniendo amplitud y frecuencia, claro está).



Luego triangular



y finalmente sinusoidal



Como se puede ver, el resultado de las simulaciones es básicamente el mismo, la resistencia no los afecta. ¿Cuál es el propósito entonces de esta resistencia R2 en la entrada no inversora del Op-Amp? Prevenir el sobre estrés eléctrico que puede resultar de, por ejemplo, la carga completa del condensador. De esta forma, con una resistencia equivalente a R1, se garantiza que no fluya un exceso de corriente excediendo especificaciones por el mismo.

6. Integrador básico con resistencia de realimentación

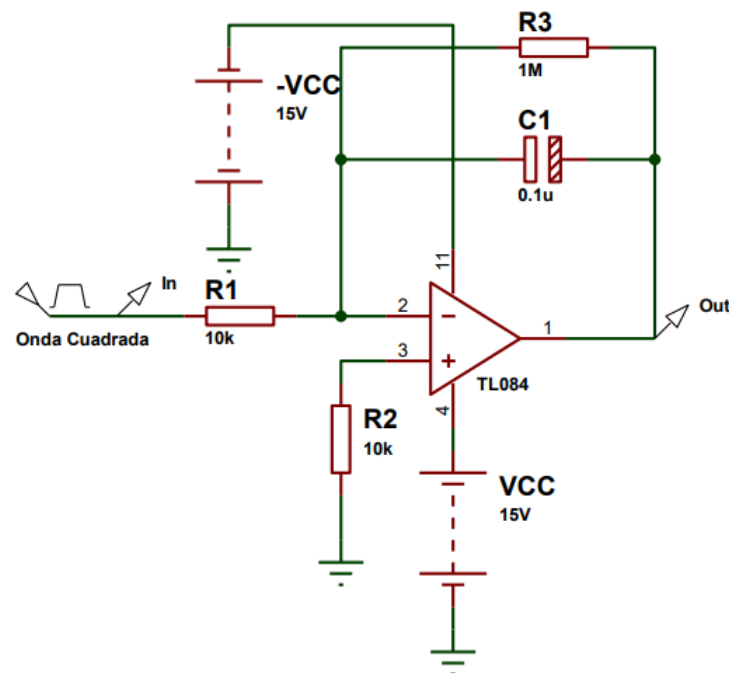
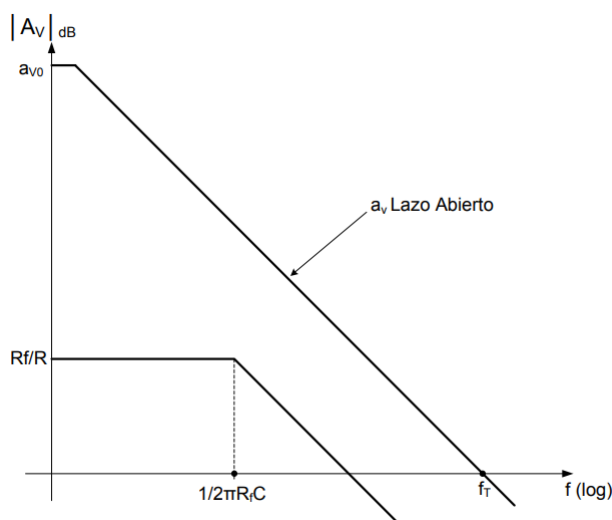


Figura 3. Integrador básico con resistencia de realimentación.

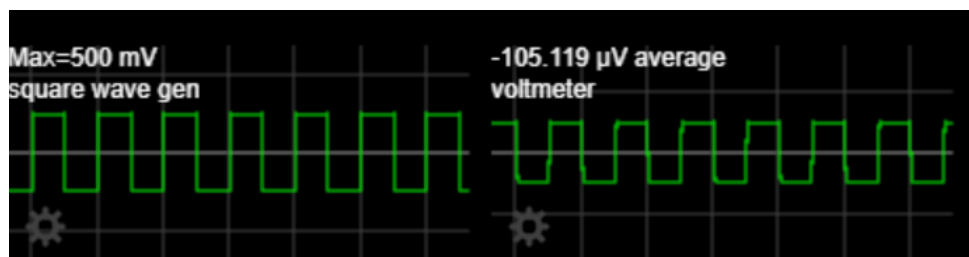
¿Como se puede solucionar el segundo inconveniente mencionado para el integrador básico? Agregando una resistencia en paralelo con el capacitor (R_3 en el diagrama mostrado arriba). Esta abre un camino para la corriente de realimentación cuando el capacitor esta completamente cargado, y limita la ganancia en corriente continua del integrador a $-R_3/R_1$.

Observemos el diagrama de amplitud de Bode para este integrador



Como se puede observar, se limita la ganancia al valor ya establecido para frecuencias bajas (funciona como un amplificador de ganancia). El sistema no integrará sino a partir de la frecuencia donde empieza la pendiente en la recta (es decir $1/2\pi R_3 C$).

¿Que pasa si usamos una resistencia demasiado pequeña en la realimentación? Observemos que pasa si la resistencia es de sólo 1kOhms



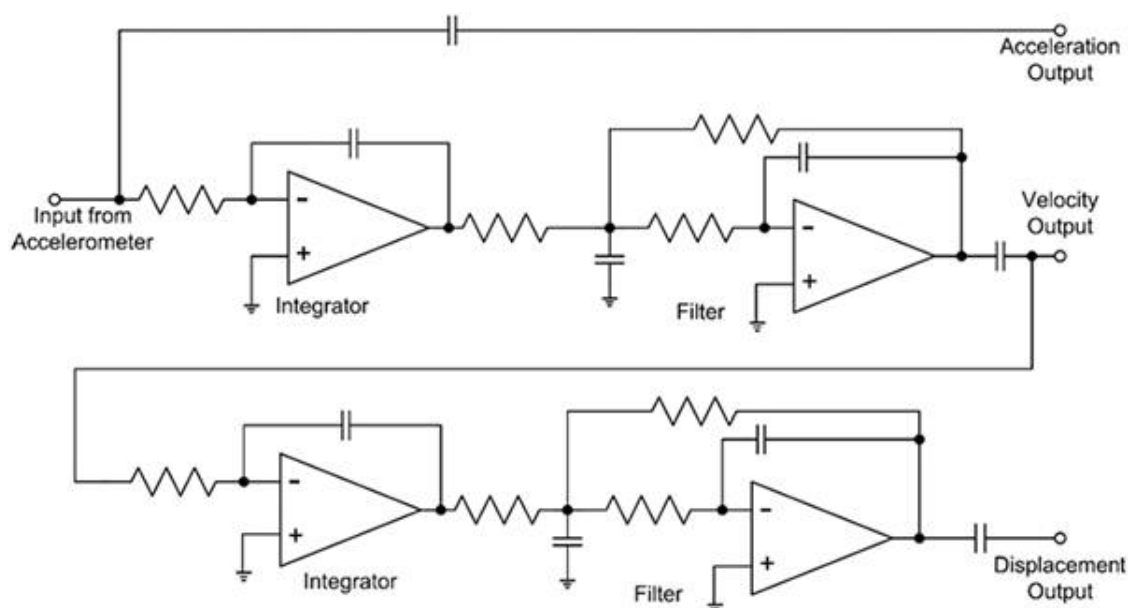
Como se puede observar, de acuerdo con nuestra teoría, la señal de salida es también cuadrada, el circuito resultante no esta funcionando como integrador. Esto se debe a que la resistencia R_3 es menor que la del capacitor, y por lo tanto la mayor parte de la corriente fluye por la resistencia.

Si se observasen las simulaciones correspondientes en una situación practica, se podría observar que la saturación evidente en el integrador básico ya no esta presente.

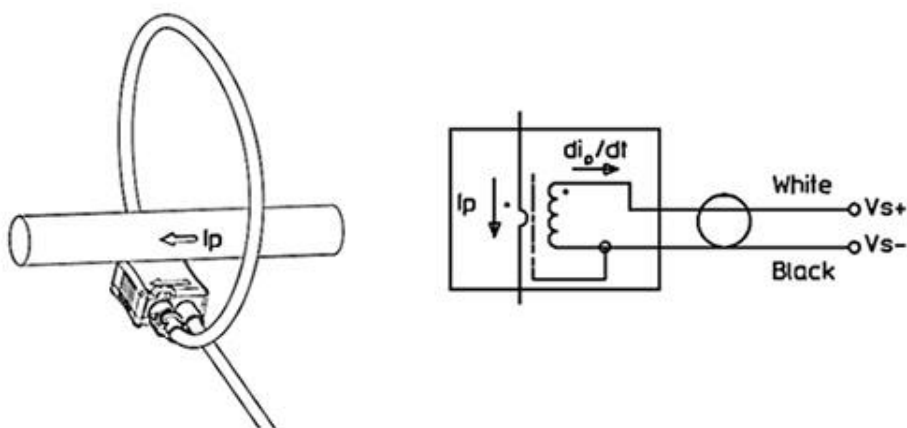
7. Aplicaciones prácticas

Observemos algunas de las aplicaciones mas comunes de estos circuitos integradores.

- Si tenemos en cuenta que la aceleración es la derivada de la velocidad y a su vez la velocidad es la derivada del desplazamiento. El integrador puede utilizarse para tomar la salida de un acelerómetro e integrarlo una vez para leer la velocidad y con la misma, repetir el procedimiento para obtener el desplazamiento. Esto significa que al utilizar un integrador, la salida de un solo transductor puede producir tres señales distintas: aceleración, velocidad y desplazamiento



- Los generadores de funciones, que producen múltiples tipos de formas de onda, pueden construirse con múltiples integradores (encadenando salidas de integradores como entradas de otros).
- Las bobinas Rogowski son una clase de sensores de corriente que miden fuentes de corriente alterna utilizando una bobina flexible que se envuelve alrededor del conductor de corriente que se está midiendo, como se muestra en la figura



El circuito equivalente de la bobina Rogowski se muestra a la derecha. La salida de la bobina es proporcional a la derivada de la corriente medida. Se utiliza un integrador para extraer la corriente detectada.

8. Bancos de ensayo y mediciones

8.1. Medición de transferencia a través de osciloscopio

Para realizar la medición de transferencia se contara con un osciloscopio con las siguientes características:

Impedancia de entrada: $1M\Omega \pm 2\%$, approx. $25pF$ y con la punta directa con una resistencia de $1k\Omega$ y una capacidad de $30pF$.

Se elige la punta directa debido a que se trabaja con una fuente de $1V$ y frecuencia de $80Hz$, y dado que no nos interesa aumentar el ancho de banda o reducir la amplitud diez veces, sin embargo resta ver el efecto de carga ocasionado por elegir la punta x1, ya que si se eligiese atenuarla, la capacidad se reduciría por un factor de 10 y la resistencia interna aumentaría por el mismo factor reduciendo por diez el efecto de carga ocasionado, tanto el capacitivo como el resistivo.

De esta manera se procede a analizar el efecto de carga de la punta + osciloscopio con respecto a la conexión del canal uno, el resultado es idéntico para el canal dos. En el canal uno contamos con el siguiente circuito:

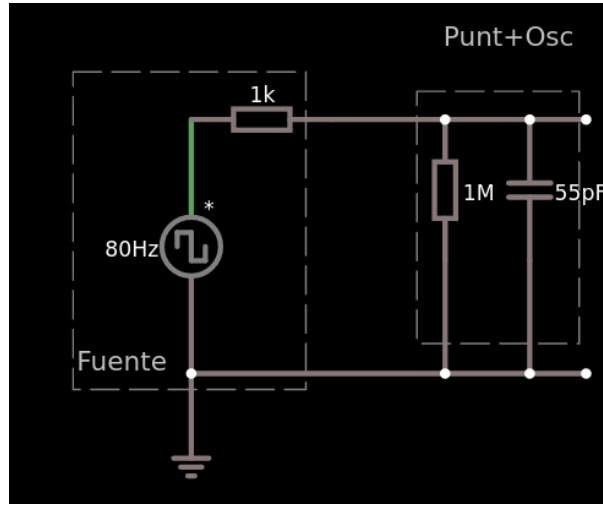


Figura 1: Efecto de carga sistema punta + osciloscopio

Se procede a hallar la impedancia equivalente del sistema punta + osciloscopio:

$$Z_{eq} = \left(\frac{1}{1M\Omega} + j \cdot 2\pi \cdot 80Hz \cdot 55pF \right)^{-1}$$

$$Z_{eq} = \frac{1M\Omega}{1 + (1M\Omega)^2 \cdot (2\pi \cdot 80Hz)^2 \cdot (55pF)^2} - j \frac{(1M\Omega)^2 \cdot (2\pi \cdot 80Hz) \cdot (55pF)}{1 + (1M\Omega)^2 \cdot (2\pi \cdot 80Hz)^2 \cdot (55pF)^2}$$

$$Z_{eq} = (1M + j27K)\Omega$$

$$|Z_{eq}| = 1M\Omega$$

Luego al quedar un divisor de tensión:

$$|V_{eq}| = |V_0| \cdot \frac{|Z_{eq}|}{|Z_{eq} + 1k\Omega|} \approx |V_0| \cdot \frac{|Z_{eq}|}{|Z_{eq}|} = |V_0|$$

Por lo tanto podemos determinar que el efecto de carga producido por la conexión del osciloscopio es despreciable.

Se procede a armar el siguiente banco de medición con el integrador, conectado al canal uno del osciloscopio la entrada de la fuente y al canal dos la salida del integrador de la siguiente manera:

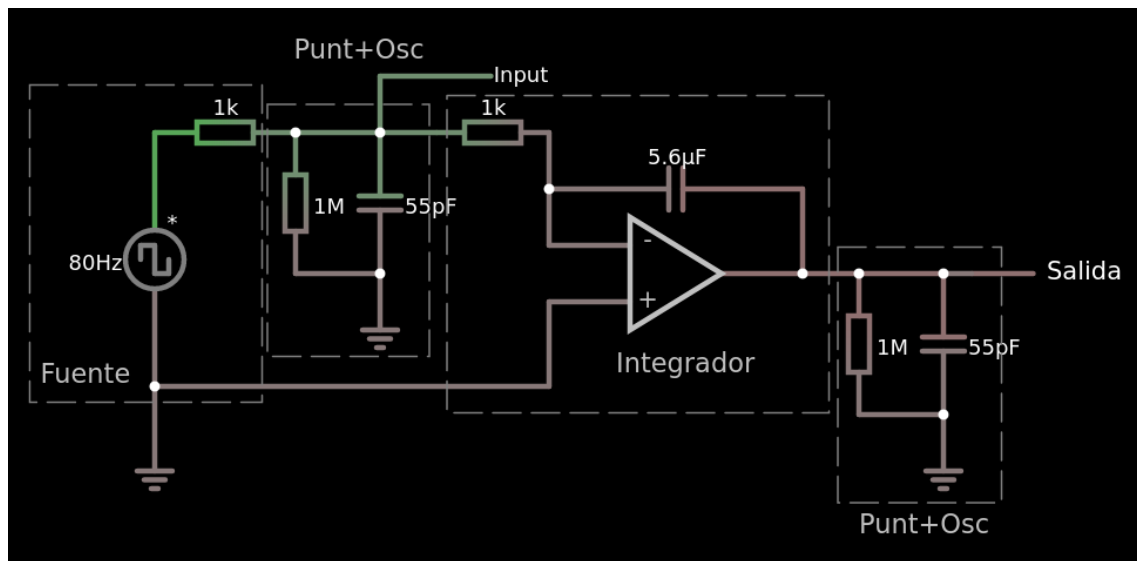


Figura 2: Banco de medición de transferencia

Para la realización de la experiencia primero realizamos los siguientes pasos

1. Se coloca el V MODE switch en DUAL (CHOP).
2. Colocamos el acoplamiento en AC.
3. Ajustamos los Volt/Div, Time/Div y el nivel hasta obtener un grafico similar al siguiente

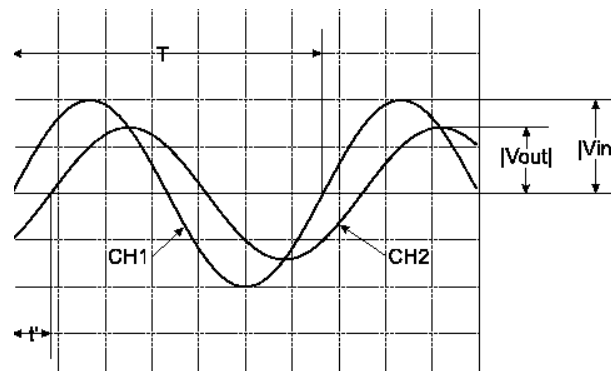


Figura 3: Método para medir la transferencia con un osciloscopio

Midiendo la altura del pico del canal uno podemos determinar $|V_{in}|$, volviendo a nuestro caso en el gráfico de abajo, gracias a la ayuda del cursor a esto nos da un valor de $|V_{in}| = 1V$, similarmente para el canal dos y usando el cursor b se obtiene $|V_{out}| = 561mV$



Figura 4: Display del osciloscopio con cursores a y b

De esta manera obtenemos fácilmente la transferencia para la frecuencia de 80 Hz:

$$H(80Hz) = \frac{|V_{out}|}{|V_{in}|} = 0,561$$

Para saber el error que cometemos en el calculo de transferencia, aceptaremos que se puede llegar a apreciar correctamente un cuarto de división. De modo que el error en ambos casos queda de la siguiente manera:

$$\Delta V = \frac{1}{4} \cdot Div_{min} = \frac{1}{4} \cdot 500mV = 125mV$$

$$\epsilon_H = \frac{\Delta V_{out}}{V_{out}} + \frac{\Delta V_{in}}{V_{in}}$$

$$\epsilon_H = \frac{125mV}{1V} + \frac{125mV}{561mV} = 0,125$$

De modo que H nos queda expresado correctamente de la siguiente manera.

$$H(80Hz) = 0,56 \pm 0,07$$

Utilizando el mismo procedimiento se aumenta la frecuencia y para distintos valores se obtienen los siguientes resultados:

f [Hz]	H(f)
10	$3,6 \pm 0,6$
20	$2,161 \pm 0,7$
40	$1,111 \pm 0,2$
80	$0,561 \pm 0,07$
160	$0,276 \pm 0,06$
320	$0,246 \pm 0,06$
640	$0,066 \pm 0,007$
1280	$0,030 \pm 0,006$

Obteniendo el siguiente gráfico:

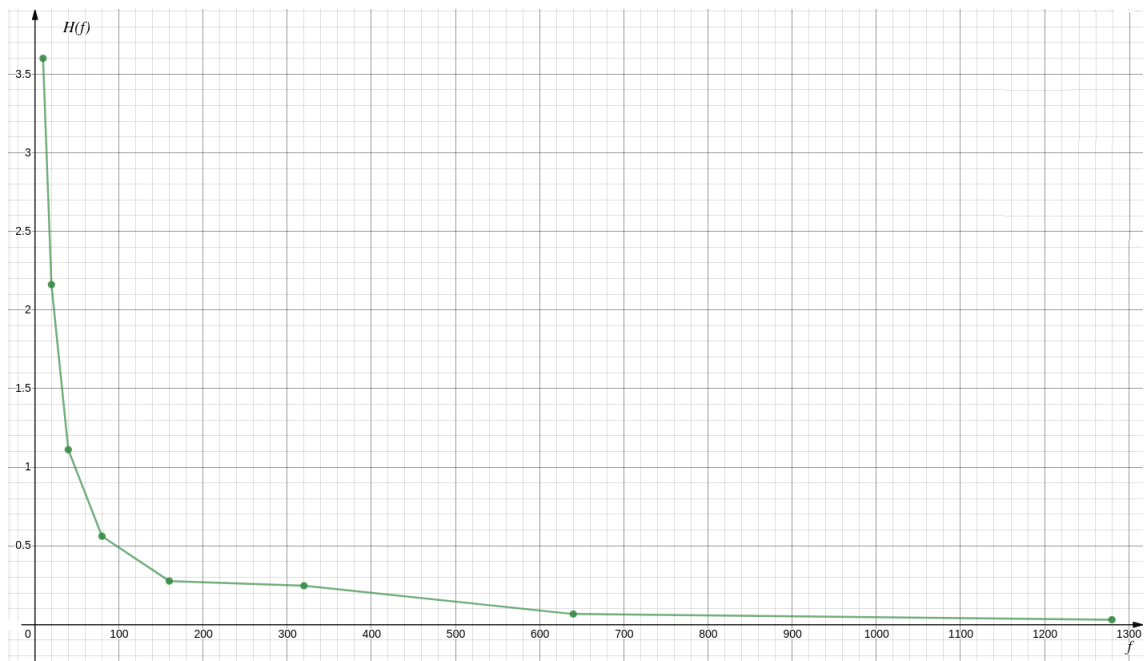


Figura 5: Transferencia $H(f)$

Mediante la cual podemos concluir que el circuito integrador mantiene su transferencia relativamente constante para frecuencias entre 80Hz y 320 Hz

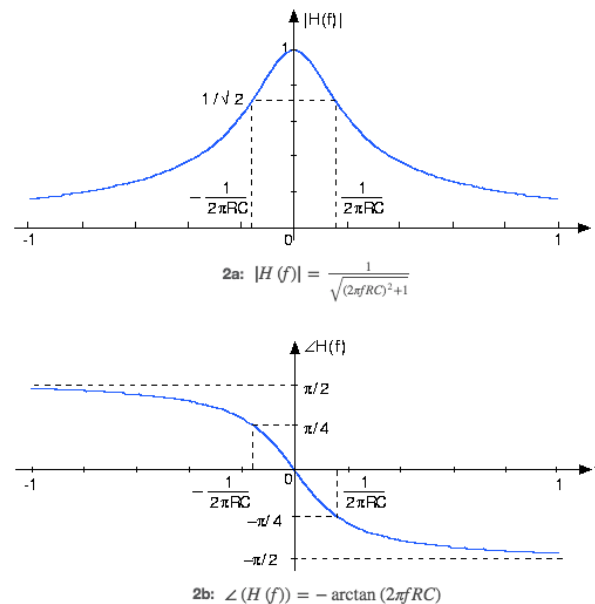


Figura 6: Traserencia en un filtro pasa bajos en función de la frecuencia

Como conclusión podemos observar un gran parecido entre la nube de puntos que obtuvimos experimentalmente y la función teórica de la transferencia en un pasa bajos. Lo cual concuerda

con lo esperado, ya que un circuito integrador es, en esencia un filtro pasa bajos.

8.2. Medición de tensión de alimentación y de la señal con voltímetro

En este apartado se busca medir la tensión de alimentación sin alterar el circuito. Para ello vamos a modelizar un voltímetro como una resistencia sobre la cual medimos esta tensión (En el caso de un voltímetro ideal esta resistencia sería infinita).

Entonces al medir se produce un efecto de carga, gracias al divisor de tensión dado por la siguiente formula.

$$V_{Volt} = V \cdot \frac{R_{Volt}}{R_{Volt} + R_{int}}$$

Siendo R_{int} la resistencia interna de la fuente y R_{volt} la resistencia interna del voltímetro.

En nuestro caso, la resistencia interna de la fuente es $1k\Omega$ por lo que utilizaremos el siguiente voltímetro para medirlo.

Especificaciones del Voltímetro Digital: Multímetro Digital UNI-T Mod. UT30F

- Alcance : 200 mV - 2000 mV - 20 V - 200 V - 500 V
- Incerteza: 0,5 % lectura + 2 dígitos
- Resistencia de entrada :20 M Ω

Como podemos ver la resistencia interna es ordenes de magnitud mayor a la de la fuente.

$$V_{Volt} = V \cdot \frac{R_{Volt}}{R_{Volt} + R_{int}} = V \cdot \frac{20M\Omega}{20M\Omega + 1k\Omega} \approx V \cdot 0,9999$$

Por lo que utilizando este voltímetro nuestro error relativo debido a al efecto de carga es:

$$\epsilon = 0,9999$$

Gracias a esto podemos decir que nuestra medición no modificara el circuito de una forma apreciable.

Una vez explicado el efecto de carga y con lo recién expuesto podemos decir que podemos despreciar este efecto. De modo que nuestro voltímetro medirá la misma tensión que sale de la fuente.

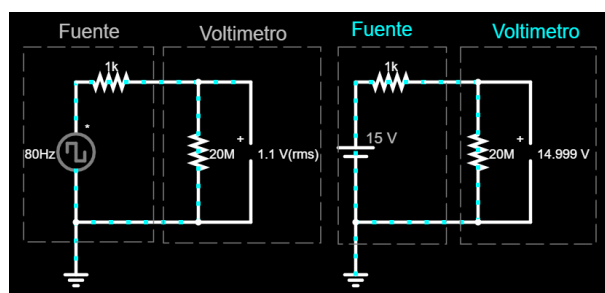


Figura 7: Banco de mediciones

■ Fuente continua:

En este caso la medición resulta de usar la formula del divisor de tensión antes mencionada.

Usaremos el alcance de 20V por lo que el error nos queda:

$$\Delta V = 0,5 \% \cdot 20V + 2digitos = 0,1V$$

$$V_{Volt} = 15V \cdot \frac{R_{Volt}}{R_{Volt} + R_{int}} = 15V \cdot \frac{20M\Omega}{20M\Omega + 1k\Omega} \approx 14,99 \pm 0,1V$$

■ Fuente alterna:

Podemos pensar en la medición que hace el voltímetro como una serie de pasos.

- Eliminar el valor medio
- Rectificar
- Calcular el valor medio
- multiplicar por el factor de forma

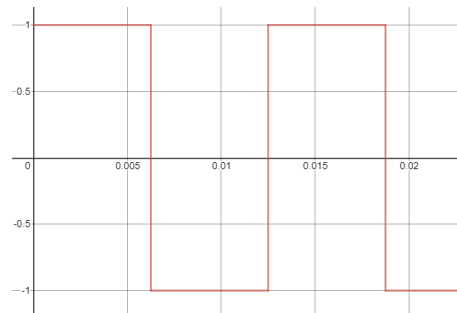


Figura 8: Señal creada por el generador

Como la señal que queremos medir no tiene componente continua el primer paso no genera ninguna modificación en ella.

A la hora de rectificar existen dos opciones que depende del instrumento y por lo tanto la implementación del fabricante.

Podemos rectificar media onda, lo que implica eliminar la parte negativa de la señal (esto se implementa utilizando un diodo que solo deja pasar la señal en una dirección) o rectificar onda completa lo que significa volver positiva la parte negativa, matemáticamente sería tomar módulo a la señal.

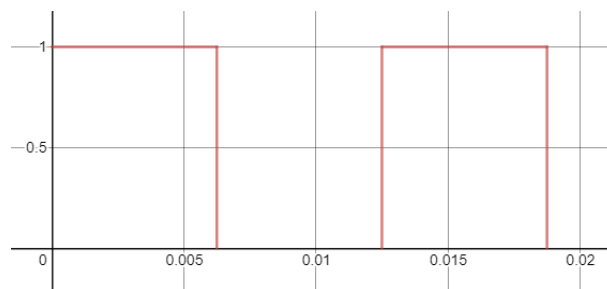


Figura 9: Señal rectificada a media onda

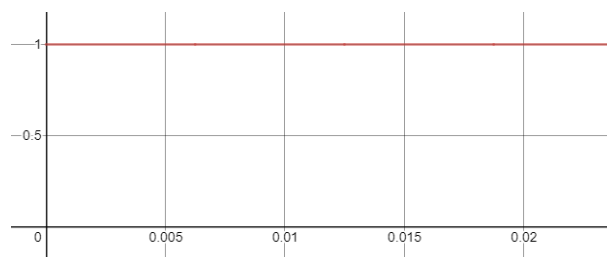


Figura 10: Señal rectificada a onda completa

El próximo punto es calcular el valor medio de la señales recién rectificadas.

$$V_{med} = \frac{1}{T} \int_0^T V(t) dt$$

Utilizando la formula para calcular el valor medio resultan los siguientes valores. A la izquierda el valor para la rectificación de media onda y a la derecha onda completa.

$$V_{med} = \frac{1}{2} \quad V_{med} = 1$$

Por ultimo nos queda multiplicar por el factor de forma. Esta valor depende de cual fue la rectificación.

$$ff_{onda-media} = 2,22 \quad ff_{onda-completa} = 1,11$$

De modo que nuestros resultados son:

$$V_{med} = \frac{1}{2} \cdot ff_{onda-media} \quad V_{med} = 1 \cdot ff_{onda-completa}$$

$$V_{med} = \frac{1}{2} \cdot 2,22 \quad V_{med} = 1 \cdot 1,11$$

$$V_{med} = 1,11$$

Como podemos ver llegamos al mismo valor sin importar cual sea el método de rectificación que usemos.

Ahora solo nos queda ver cual es el error que cometemos en esta medición, para ello debemos ver las especificaciones de nuestro instrumento.

$$\Delta V = Clase \cdot Alcance + N^{er}dgitos$$

Usando el alcance de 2000mV y siendo 2 el numero de dígitos podemos calcular el error cometido.

$$\Delta V = 0,5 \% \cdot 2000mV + 2 \cdot 1mV = 12mV$$

De modo que nuestra medición queda correctamente expresada.

$$V_{med} = 1100mV \pm 12mV$$

8.3. Medición de rendimiento del amplificador operacional

Para la medición del rendimiento del amplificador operacional se propuso el siguiente banco de medición.

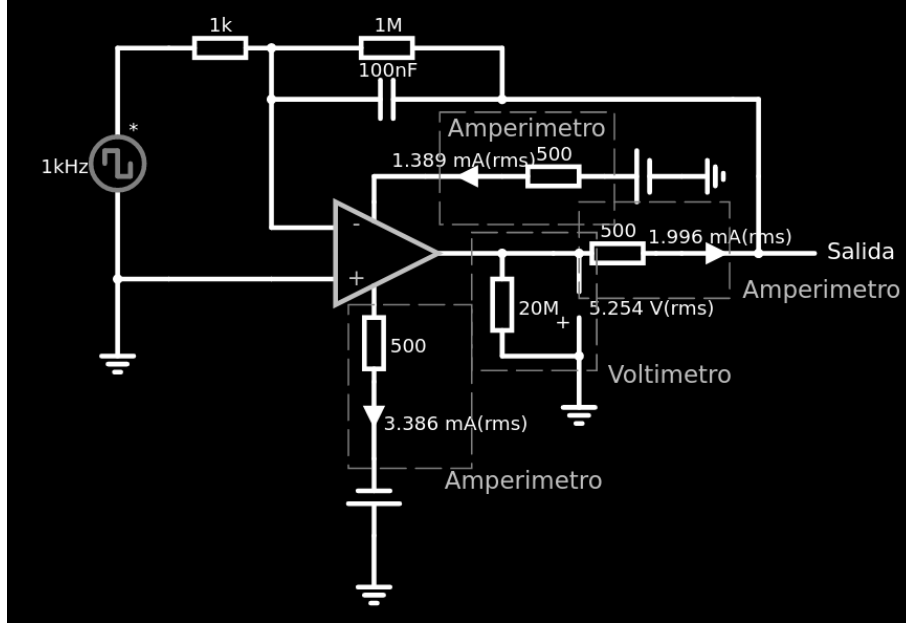


Figura 11: Banco de medición de rendimiento del amplificador

Al amplificador operacional real se le conectaron dos fuentes conocidas de 15V junto con un amperímetro analógico para poder medir la corriente y luego calcular la potencia entregada, también a la salida del amplificador se conectó un voltímetro digital con una resistencia interna de 20MΩ y otro amperímetro para calcular la potencia consumida.

Debido a que se utilizan amperímetros con las mismas especificaciones siendo estas las del Multímetro Analógico TRIPLETT mod. 630-APLK, podemos calcular el error absoluto como:

$$\Delta I = 1,5\% \cdot 10mA + \frac{1}{4} \cdot \frac{10mA}{100div} \approx 0,2mA$$

Luego el valor RMS del voltímetro digital es $V_{out} = 5,254$ con una incertidumbre de:

$$\Delta V_{out} = 0,5\% \cdot 20V + 2 \cdot 0,01V \approx 0,1V$$

De esta manera sabemos que la potencia en la salida es:

$$V_{out} = 5,3V \pm 0,1V \quad I_{out} = 2,0mA \pm 0,2mA$$

$$P_{out} = V_{out} \cdot I_{out} = 11mW \pm 1mW$$

Luego para calcular la potencia entregada se procede de la misma forma:

$$P_{ent} = P_{V_1} + P_{V_2} = ((15V \cdot 1,4mA) + (15 \cdot 3,4mA)) \pm 3mW = 72mW \pm 3mW$$

De esta manera se obtiene fácilmente el rendimiento como:

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{ent}} \approx 0,15 \pm 0,02$$

Que porcentualmente queda como: $\eta = 15\%$ de rendimiento.

Para contrastar nuestro resultado y poder concluir si es un resultado correcto, investigamos sobre las diferentes clases de amplificadores y encontramos un tipo de amplificador (clase A) los cuales como ventaja tiene que la señal de salida no aparece distorsionada pero como inconveniente su rendimiento máximo es de un 25 % y de 50 %. Con esta información podemos concluir que nuestra medición concuerda con una valor esperado.

Balance de potencias

Luego con respecto al balance de potencias, sabemos que se cumple la siguiente igualdad:

$$Pot_{salida} = Pot_{util} - Pot_{consumida}$$

Por lo tanto podemos concluir que:

$$Pot_{consumida} = Pot_{util} - Pot_{salida} = (72mW - 11mW) \pm 4mW = 61mW \pm 4mW$$

9. Conclusiones

En primer lugar, cabe resaltar que no es posible utilizar un circuito integrador básico como el examinado en cualquier tipo de situación práctica: los dos inconvenientes analizados en combinación con la dificultad de controlar todas las variables del entorno (por ejemplo, garantizar que la señal sea puramente alterna sin un componente DC) hacen que un modelo con amplificador ideal sea completamente irrealista.

En segundo lugar, nos parece apropiado remarcar que si bien el modelo ideal presenta los inconvenientes anteriormente dichos, los modelos realistas que se proponen para solucionar estos problemas no terminan complejizando demasiado el circuito final, mostrando lo simple y útil que termina siendo los circuitos integradores.

Cabe destacar que si bien no tuvimos acceso al instrumental, pudimos aplicar varios conceptos de la materia, tales como medición con osciloscopio y sus ajustes adecuados, utilización de voltímetros y amperímetros de diversas características y como estos influyen en el circuito integrador a medir, efectos tales como el efecto de carga, incertidumbre del instrumental, entre otras cosas.

10. Referencias

Referencias

- [1] Medición de transferencia a través de osciloscopio:
https://www.ece.rice.edu/~jdw/243_lab/file.38.html
- [2] Medición del rendimiento
<http://www.djbolanos.com.ar/TEORIA/AMPLIFICADORCB.pdf>