U.B.A. FACULTAD DE INGENIERÍA

Departamento de Electrónica

LABORATORIO 66-02
Informática

TRABAJO PRÁCTICO N° 1

ANÁLISIS DE CIRCUITOS

Curso 2020 - 2do Cuatrimestre
Turno : 04

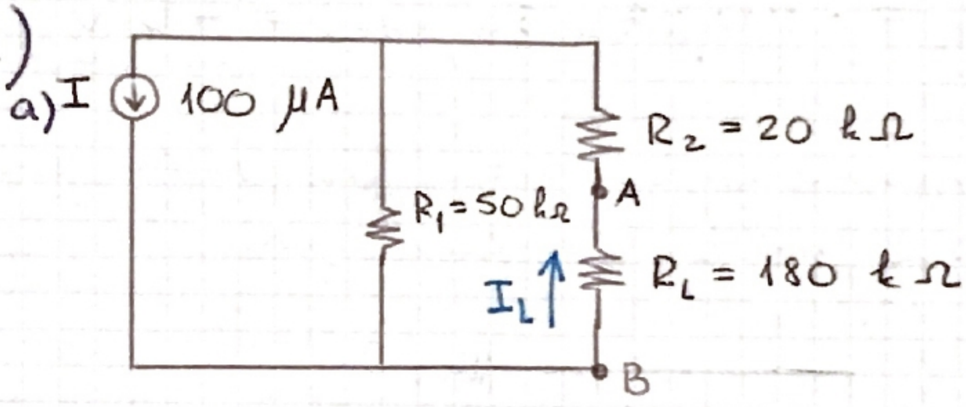
GRUPO N° 2	
APELLIDO, Nombres	N° PADRÓN
MASTRICCHIO, Facundo Rodrigo	100.874
SEBELLIN, Camila Belén	100.204
VIÑAS, Francisco	103.207
Alumno Responsable :	
Fecha de Realización : 23/10/20	
Fecha de Aprobación :	
Calificación :	
Firma de Aprobación :	

Observaciones:

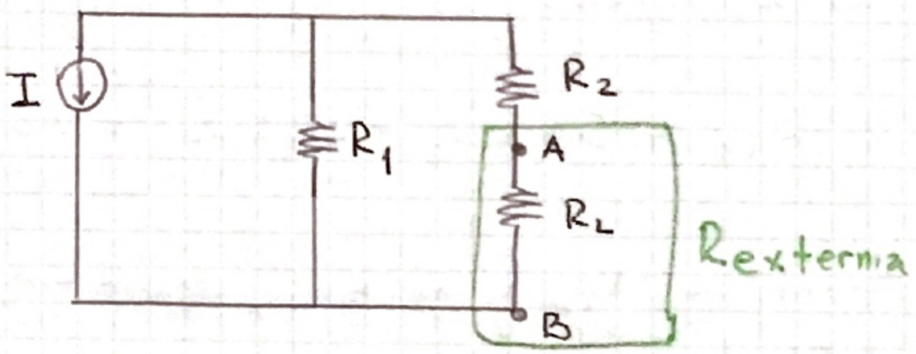
Análisis de circuitos

1)

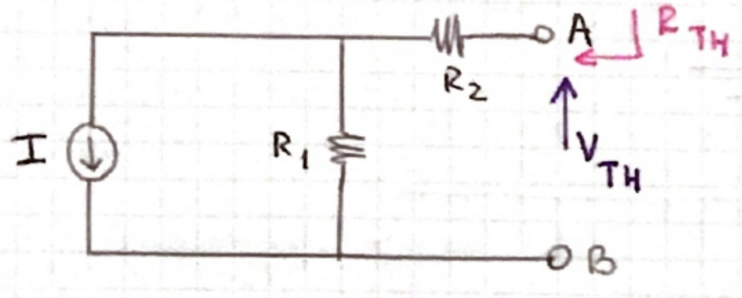
a)



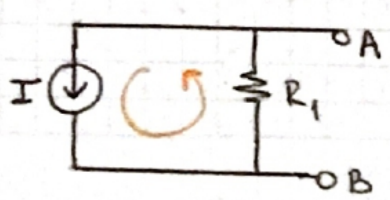
Para aplicar el Teorema de Thévenin empezamos por definir la Red Lineal Activa (R.L.A) y la red externa:



Luego, la R.L.A. queda:



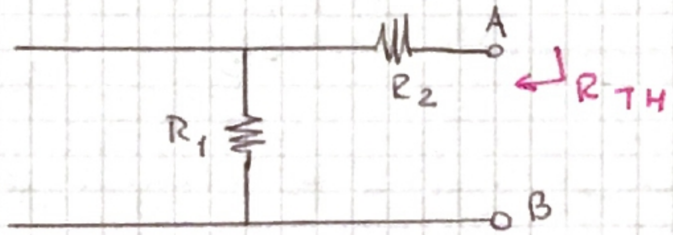
Empezamos por buscar la V_{TH}. Dado que por la R_2 no circula corriente, porque entre A y B el circuito está abierto, puedo redibujar el circuito de la siguiente forma:



Luego, la V_{TH} quedará:

$$\boxed{V_{TH}} = 100\,\mu A \cdot 50\,k\Omega = \boxed{5\,V}$$

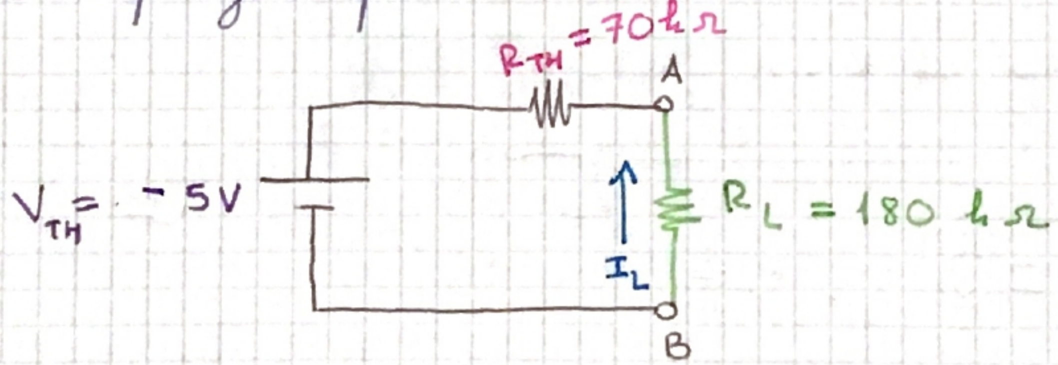
Ahora buscamos la R_{TH}: Para ello debemos pasivar la fuente de corriente. El circuito queda:



Luego, la R_{TH} queda:

$$\boxed{R_{TH}} = 50\,k\Omega + 20\,k\Omega = \boxed{70\,k\Omega}$$

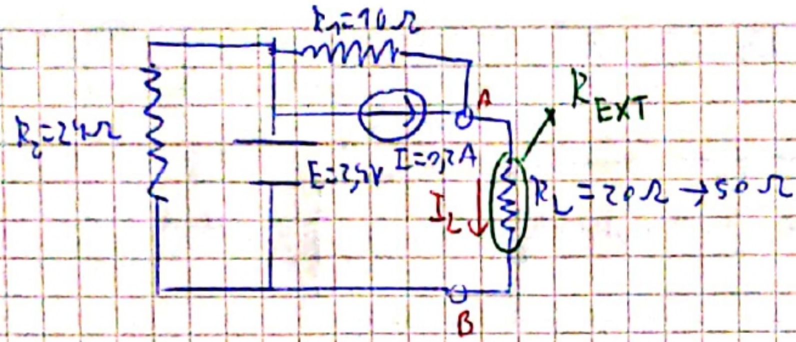
Como tenemos la V_{TH} y la R_{TH}, la R.L.A. puede ser reemplazada por:



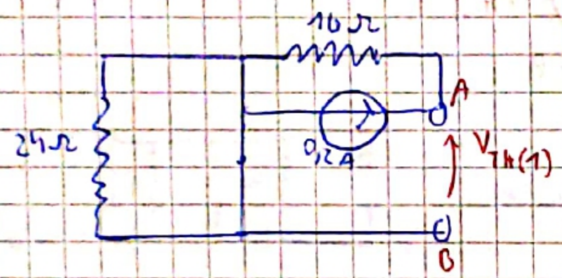
Luego, la I_L pedida queda:

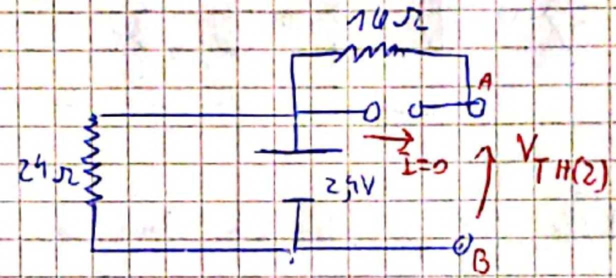
$$\boxed{I_L} = \frac{5\,V}{(70+180)\,k\Omega} = \boxed{20\,\mu A}$$

b)



Hallo V_{TH} por principio de superposición

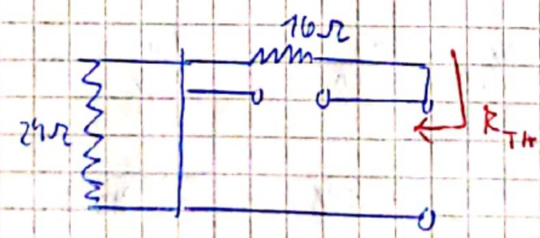




- En $V_{TH(1)}$, vemos que si reemplazamos por el equivalente de Thevenin tenemos una fuente de 3,2 V con una resistencia en serie. Luego $\boxed{V_{TH(1)} = 3{,}2\,V}$
- En $V_{TH(2)}$, vemos que como no circula corriente a circuito abierto, es $\boxed{V_{TH(2)} = 2{,}4\,V}$

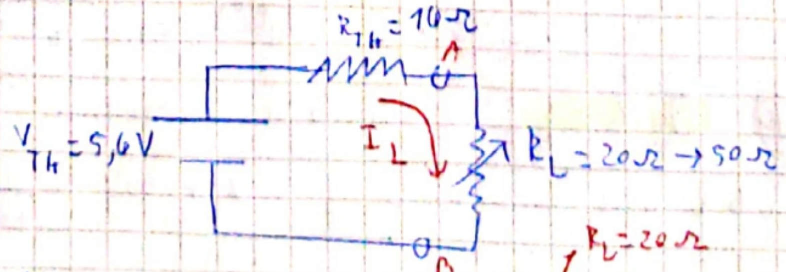
Finalmente, $\boxed{\therefore V_{TH} = V_{TH(1)} + V_{TH(2)} = 5{,}6\,V}$

Hallo R_{TH}



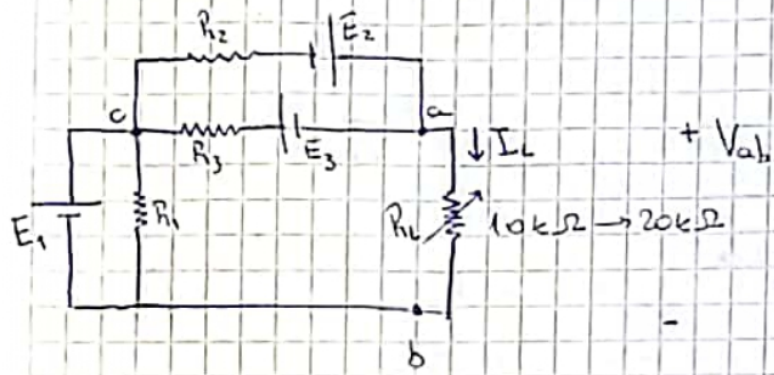
Como la resistencia $R_2 = 24\,\Omega$ está en paralelo con un cable (sin resistencia) dicha R_2 no nos afecta, luego $\boxed{\therefore R_{TH} = 16\,\Omega}$

Armo circuito equivalente



- $V_{TH} - I_L R_{TH} - I_L R_L = 0 \iff I_L = \dfrac{V_{TH}}{(R_{TH} + R_L)} \begin{cases} \xRightarrow{R_L = 20\,\Omega} \boxed{\therefore I_L = 0{,}16\,A} \\ \xRightarrow{R_L = 50\,\Omega} \boxed{\therefore I_L = 0{,}08\,A} \end{cases}$
- $V_{R_L} = V_{TH} \dfrac{R_L}{R_{TH} + R_L} \Rightarrow \begin{cases} \boxed{\therefore V_{R_L} = 3{,}11\,V} \; (R_L = 20\,\Omega) \\ \boxed{\therefore V_{R_L} = 4{,}24\,V} \; (R_L = 50\,\Omega) \end{cases}$

c) El siguiente circuito es equivalente al del enunciado:



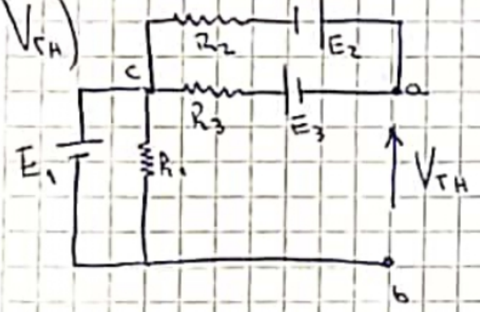
$E_1 = 10V$ $\quad R_1 = 6\ k\Omega$

$E_2 = 6V$ $\quad R_2 = 5\ k\Omega$

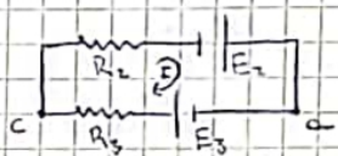
$E_3 = 12V$ $\quad R_3 = 15\ k\Omega$

Aplico el teorema de Thevenin

V_{TH})



$V_{TH} = E_1 + V_{ca}$



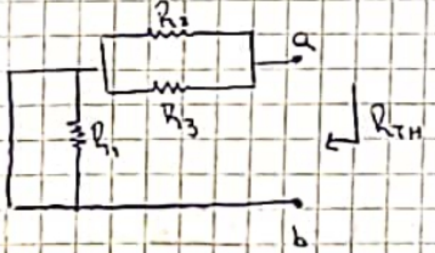
$E_3 - R_3 I - R_2 I + E_2 = 0$

$I = \frac{E_2 + E_3}{R_2 + R_3} = \frac{18V}{20k\Omega} = 9 \times 10^{-4} A$

Luego, $V_{ca} = -I . R_2 + E_2 = 1,5\ V$

Entonces $V_{TH} = E_1 + V_{ca} = 10\ V + 1,5\ V = \boxed{11,5\ V = V_{TH}}$

R_{TH})



$R_{TH} = R_2 // R_3 = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \boxed{3,75\ k\Omega}$

Luego, un circuito simplificado por el teorema de Thevenin:

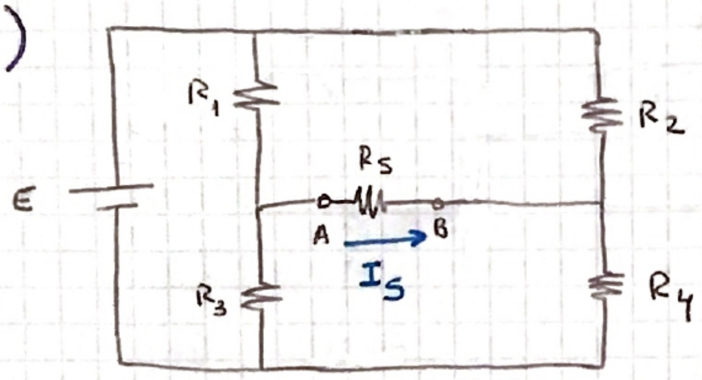
$V_{TH} = 11,5\ V$ $\quad R_{TH} = 3,75\ k\Omega$

Sean $R_{L_1} = 10k\Omega$, $R_{L_2} = 20\ k\Omega$

$I_1 = \frac{V_{TH}}{R_{TH} + R_{L_1}} = \boxed{8,36 \times 10^{-4} A}$ $\quad I_2 = \frac{V_{TH}}{R_{TH} + R_{L_2}} = \boxed{4,84 \times 10^{-4} A}$

$V_{ab_1} = I_1 . R_{L_1} = \boxed{8,36\ V}$ $\quad V_{ab_2} = I_2 . R_{L_2} = \boxed{9,68 V}$

d)



$E = 32\ V$

$R_1 = 100\ \Omega$

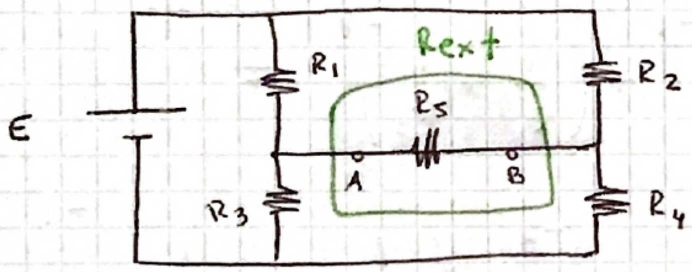
$R_2 = 200\ \Omega$

$R_3 = 400\ \Omega$

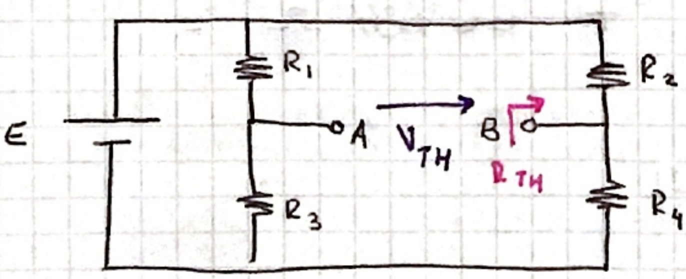
$R_4 = 300\ \Omega$

$R_5 = 100\ \Omega$

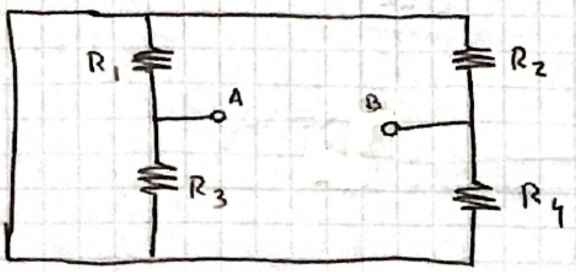
Empezamos por definir la R.L.A y la R_{ext} :



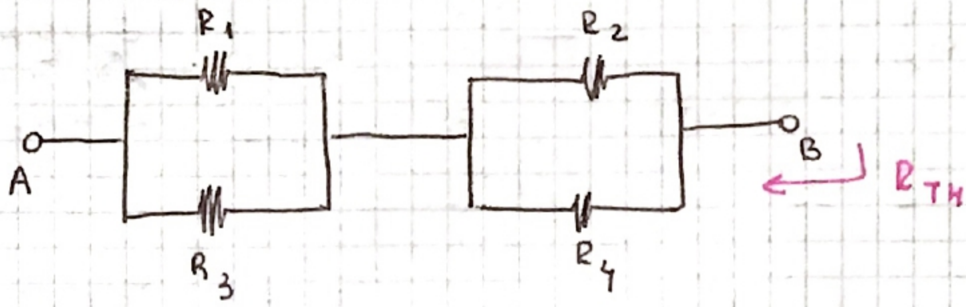
Luego, la R.L.A. queda :



Empezamos por buscar la R_{TH} : Para ello pasivamos la fuente de corriente. El circuito queda :



Para que sea más fácil para analizar, redibujo el circuito:



Luego, la R_{TH} queda:

$$R_{TH} = (R_2 // R_4) + (R_1 // R_3) =$$

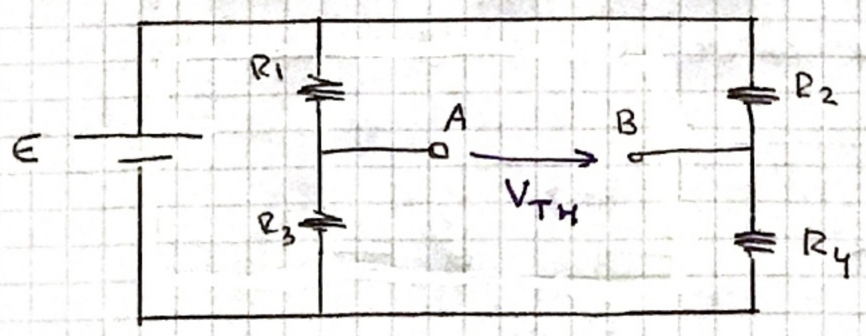
$$= \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3}\right)^{-1} =$$

$$= \left(\frac{1}{200\,\Omega} + \frac{1}{300\,\Omega}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{100\,\Omega} + \frac{1}{400\,\Omega}\right)^{-1} =$$

$$= 120\,\Omega + 80\,\Omega =$$

$$\boxed{R_{TH} = 200\,\Omega}$$

Ahora buscamos la V_{TH}:



$$V_{TH} = E \cdot \frac{R_3}{R_1 + R_3} - E \cdot \frac{R_4}{R_2 + R_4}$$

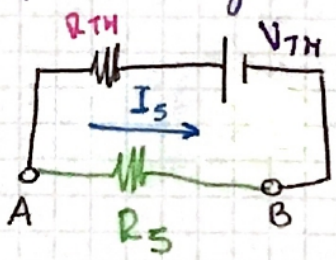
$$= 32\,V \cdot \frac{400\,\cancel{\Omega}}{(100 + 400)\,\cancel{\Omega}} - 32\,V \cdot \frac{300\,\cancel{\Omega}}{(200 + 300)\,\cancel{\Omega}}$$

$$= 32\,V \cdot \frac{4}{5} - 32\,V \cdot \frac{3}{5} =$$

$$= 25{,}6\,V - 19{,}2\,V = 6{,}4\,V$$

$$\boxed{V_{TH} = 6{,}4\,V}$$

Como tenemos la V_{TH} y la R_{TH}, la R.L.A. puede ser reemplazada por el siguiente circuito:



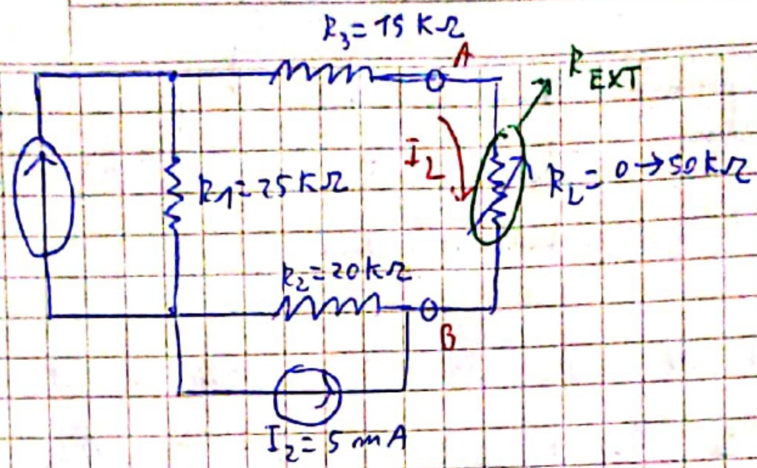
$R_{TH} = 200\,\Omega$

$V_{TH} = 6{,}4\,V$

$R_5 = 100\,\Omega$

$$\boxed{I_5 = \frac{6{,}4\,V}{(200 + 100)\,\Omega} = \frac{6{,}4\,V}{300\,\Omega} = 21{,}3\,mA}$$

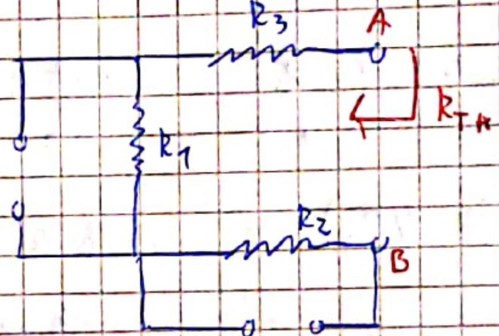
e)



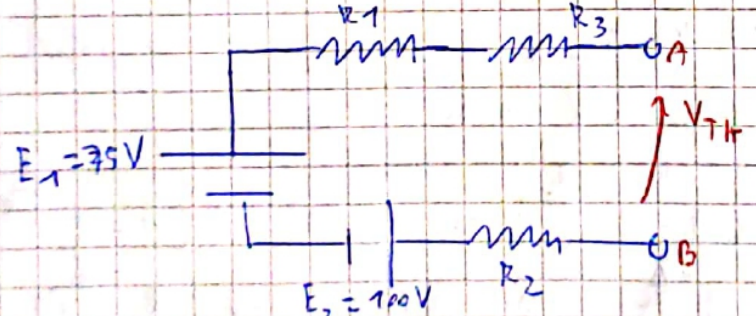
Hallo resistencia R_{TH}

Se puede ver que

$\therefore R_{TH} = R_1 + R_2 + R_3 = 60\ k\Omega$

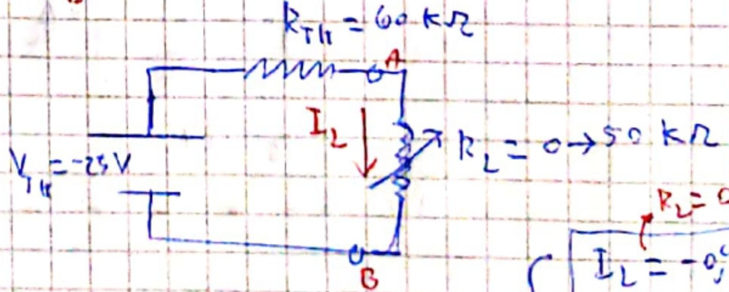


Hallo Tensión V_{TH}. Reemplazo las 2 fuentes de corriente y sus respectivas resistencias en paralelo, por una fuente de tensión en serie con una resistencia. [Equivalencia de Thevenin]



$\Rightarrow \therefore V_{TH} = -100\ V + 75\ V = -25\ V$

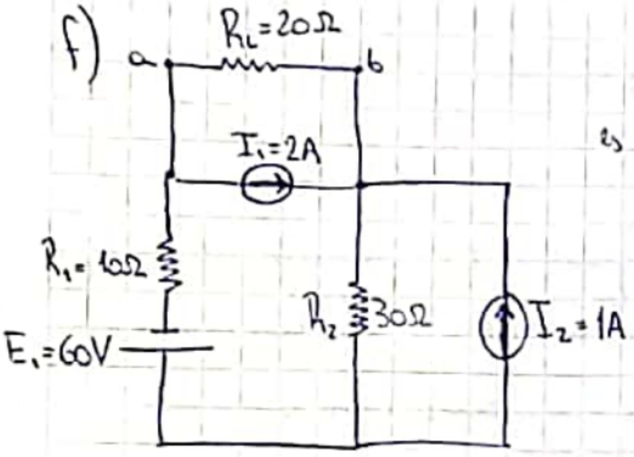
Armo circuito equivalente



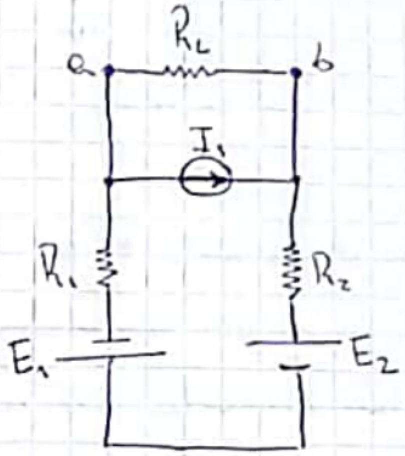
- $+V_{TH} - I_L R_{TH} - I_L R_L = 0 \iff I_L = \dfrac{V_{TH}}{(R_{TH} + R_L)}$ $\left\{ \begin{array}{l} \overset{R_L = 0\ k\Omega}{I_L = -0{,}417\ mA} \\ \underset{R_L = 50\ k\Omega}{I_L = -0{,}227\ mA} \end{array} \right.$

- $V_L = V_{TH} \dfrac{R_L}{R_L + R_{TH}} \iff \left\{ \begin{array}{l} \overset{R_L = 0}{V_L = 0\ V} \\ \underset{R_L = 50\ k\Omega}{V_L = -11{,}36\ V} \end{array} \right.$

f)



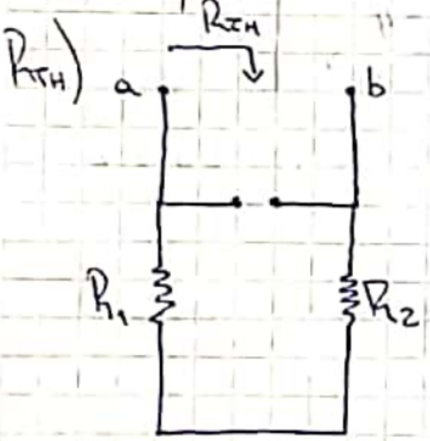
es equivalente a



$E_2 = I_2 \cdot R_2 = 30V$

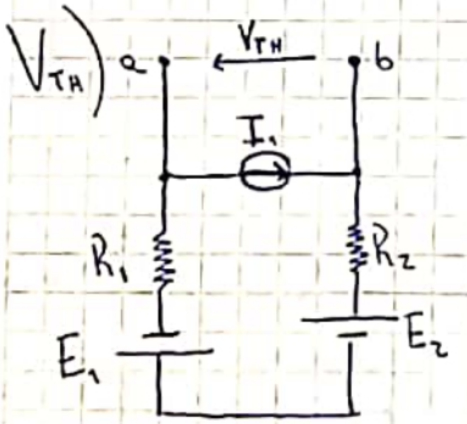
Voy a aplicar el teorema de Thevenin

R_{TH})



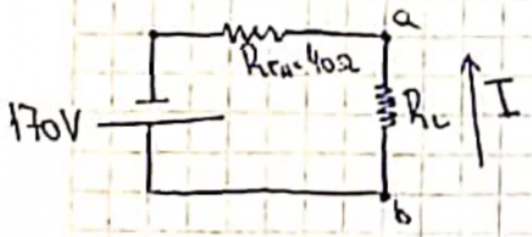
$$R_{TH} = R_1 + R_2 = 10\Omega + 30\Omega = 40\Omega$$

V_{TH})



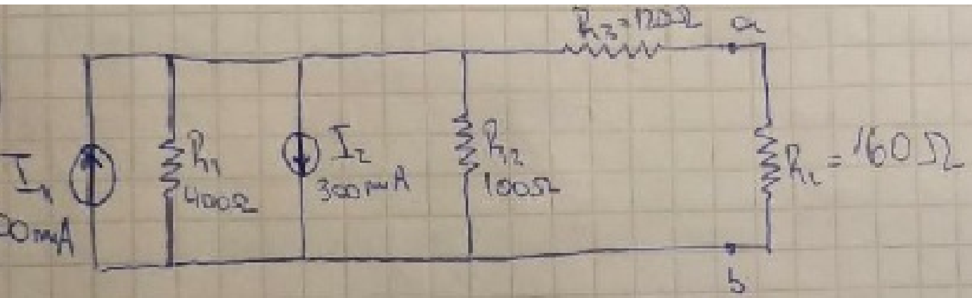
$$V_{TH} = -I_1 R_1 - E_2 - E_1 - I_1 R_2 =$$
$$= -I_1 (R_1 + R_2) - (E_1 + E_2) =$$
$$= -2A(10\Omega + 30\Omega) - (60V + 30V) = -170V$$

Luego, un circuito equivalente es:

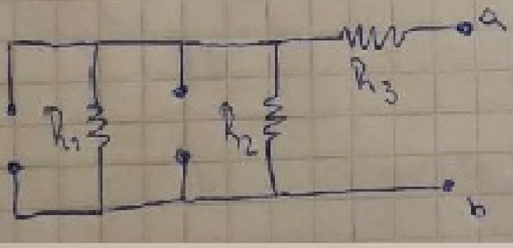


$$I = \frac{170V}{R_{TH} + R_L} = \frac{170V}{60\Omega} \rightarrow \boxed{I = 2{,}83A}$$

9)

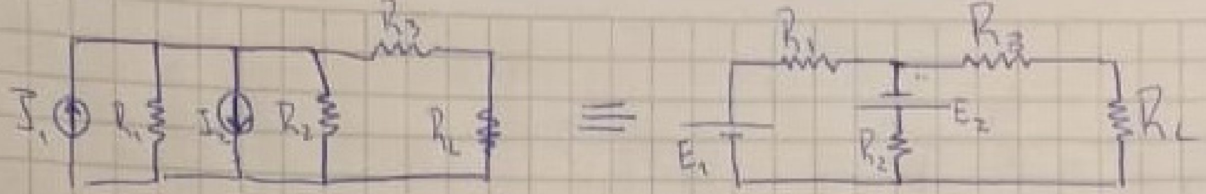


R_{TH})

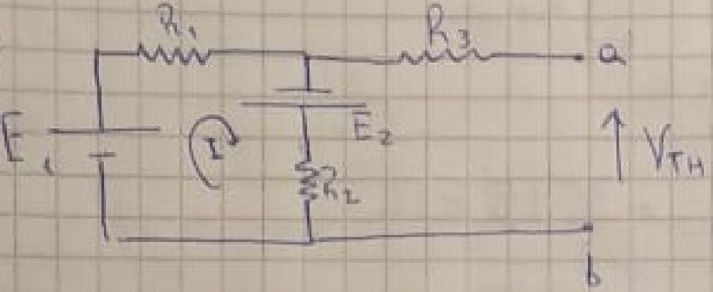


$$R_{TH} = R_3 + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)^{-1} = R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_{TH} = 200\,\Omega$$



V_{TH})



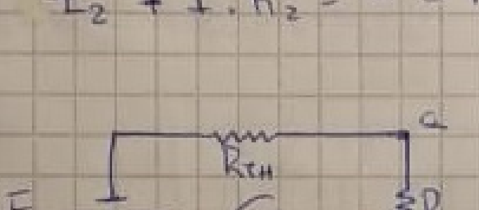
$E_1 = I_1 R_1 = 80V$

$E_2 = I_2 R_2 = 30V$

$$\cancel{E}\; I = \frac{E_1 + E_2}{R_1 + R_2} = 220\,\cancel{A}\,mA = 0{,}22A$$

$$\rightarrow V_{TH} = -E_2 + I \cdot R_2 = -8V$$

Entonces



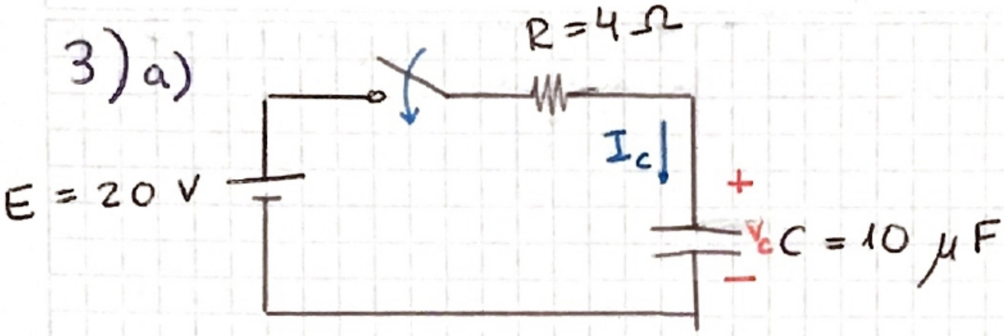
$E = -V_{TH} \rightarrow E = 8V$

$R_{TH} = 200\,\Omega$

$R_L = 160\,\Omega$

$$I_1 = \frac{E}{R_{TH} + R_L} = \frac{8V}{360\,\Omega} = 0{,}022\,A = \boxed{22\,mA}$$

3) a)



Mientras la llave está abierta el capacitor se encuentra descargado por lo que $V_c(t) = 0$. Tomaremos como $t = 0$ s en el momento que se cierra la llave, entrando el capacitor en régimen transitorio:

$$E = V_R(t) + V_c(t) \quad ; \quad V_R(t) = I_{(t)} \cdot R$$

$$V_R(t) = \frac{d V_c(t)}{dt} \cdot C \cdot R$$

$$\Rightarrow E = \frac{d V_c(t)}{dt} \cdot C \cdot R + V_c(t)$$

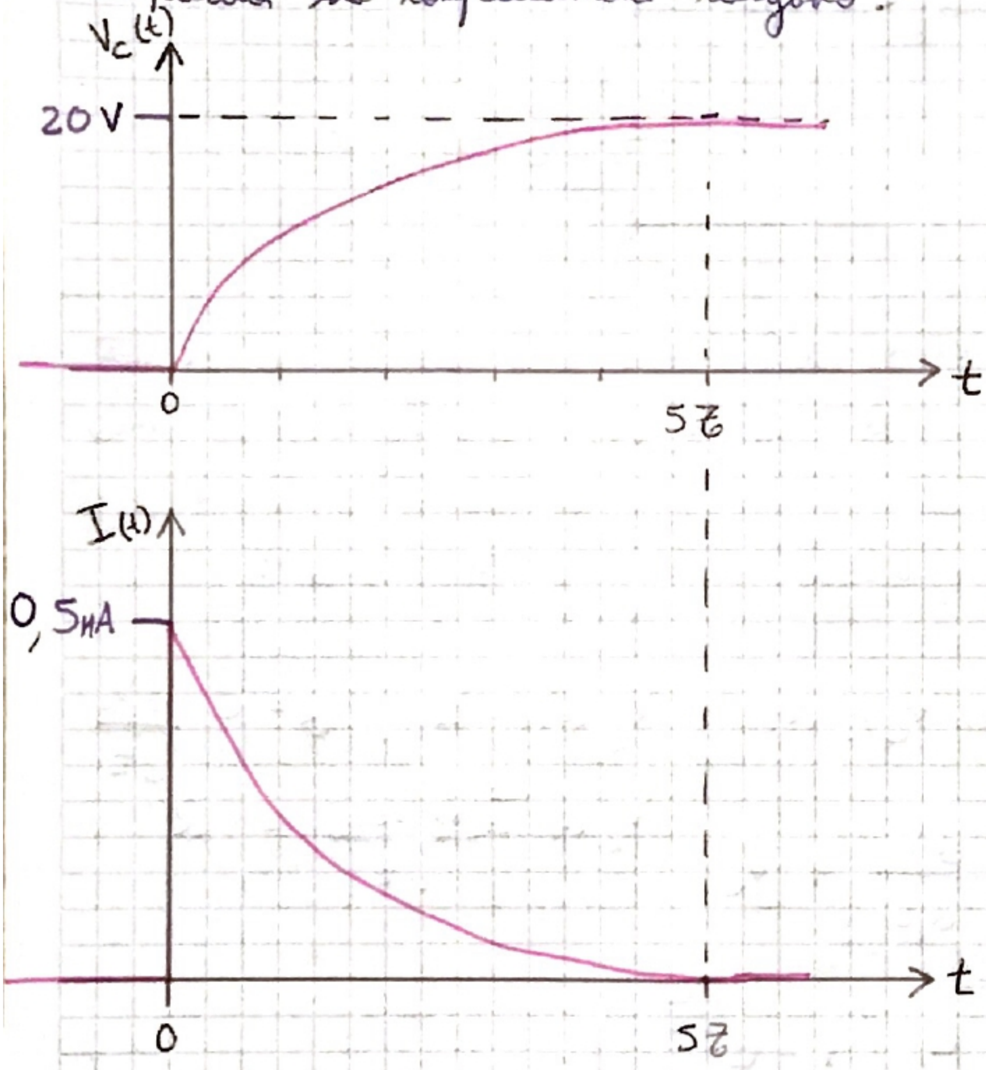
$$\Rightarrow V_c(t) = E \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{R.C}}\right)$$

$$\boxed{V_c(t) = 20\text{ V} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{40\,\mu s}}\right)}$$

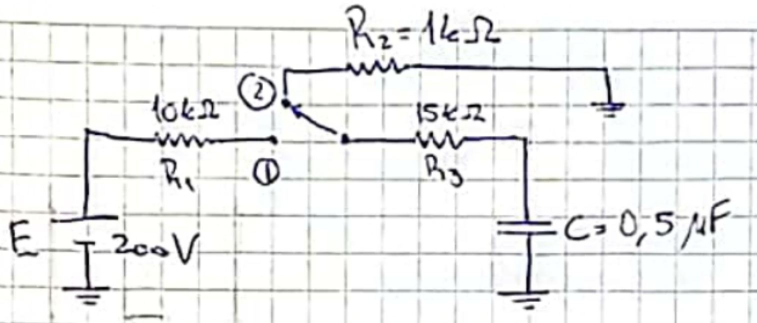
Luego, si $I_{(t)} = \frac{d V_c(t)}{dt} \cdot C$:

$$\boxed{I_{(t)} = \frac{2\cancel{0}\text{ V}}{4\cancel{0}\,\mu s} \cdot e^{-\frac{t}{40\,\mu s}} = \frac{1}{2} \cdot e^{-\frac{t}{40\,\mu s}} \cdot \text{MA}}$$

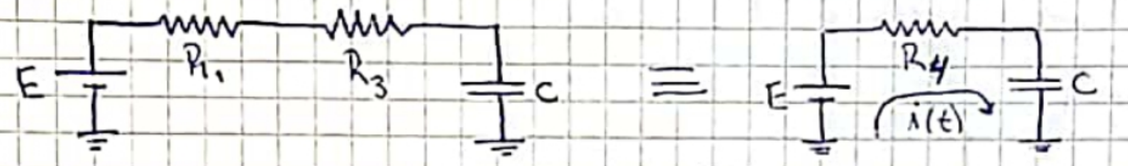
Como ya tenemos las funciones $V_c(t)$ y $I_{(t)}$ podemos graficarlas. Sea $\tau = R.C$ se tomará que en 5τ el capacitor está completamente cargado.



3b)



En el instante $t=0^+$ se cierra la llave ①. Previamente el capacitor C estaba descargado. Una vez que la llave esté cerrada, el capacitor empieza a cargarse.
Tenemos el siguiente circuito:



donde $R_4 = R_1 + R_3 = 25\ k\Omega$

$V_C(t) + V_{R_4}(t) = E \quad , t > 0$

Sabemos que $i(t) = V_C'(t) \cdot C$ y $V_{R_4}(t) = i(t) \cdot R_4 = V_C'(t) \cdot C \cdot R_4$

Luego

$$V_C(t) + V_C'(t) \cdot C \cdot R_4 = E$$

$$V_C'(t) + \frac{1}{R_4 C} V_C(t) = \frac{E}{R_4 \cdot C}$$

Sea $\tau_1 = R_4 \cdot C \rightarrow V_C'(t) + \frac{1}{\tau_1} V_C(t) = \frac{E}{\tau_1}$

Para resolver esta ecuación propongo la solución $V_C(t) = A \cdot e^{-t/\tau_1} + B$

Para $t \to \infty \quad V_C(t) = E \implies B = E$

Para $t \to 0 \quad V_C(t) = 0 \implies A = -B = -E$

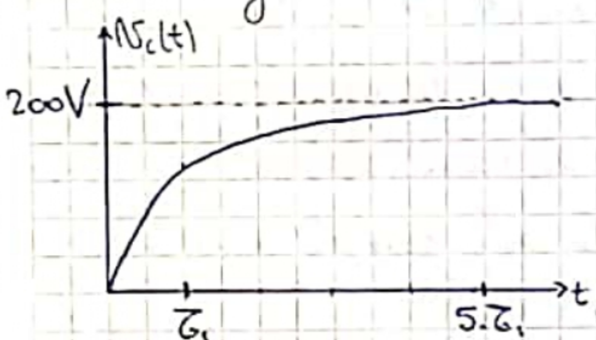
$\implies V_C(t) = -E \cdot e^{-t/\tau_1} + E = E\left(1 - e^{-t/\tau_1}\right) \quad ; \quad \tau_1 = R_4 \cdot C = 12{,}5 \times 10^{-3} s = 12{,}5\ ms$

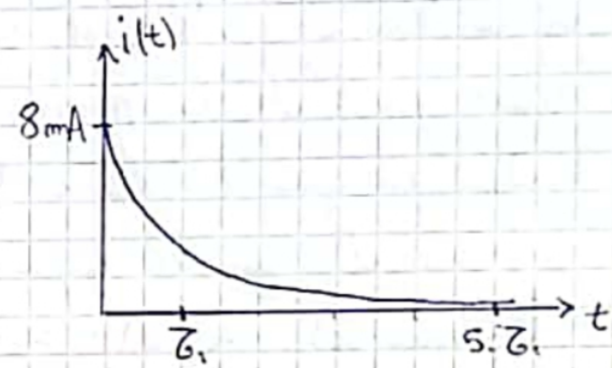
$$\boxed{V_C(t) = 200V\left(1 - e^{-t/\tau_1}\right)}$$

$$i(t) = v_c'(t) \cdot C = \frac{E}{\tau_1} e^{-t/\tau_1} \cdot C = \frac{E}{R_4} \cdot e^{-t/\tau_1} = \frac{200V}{25k\Omega} \cdot e^{-t/\tau_1}$$

$$\Rightarrow \boxed{i(t) = 8\,mA \cdot e^{-t/\tau_1}}$$

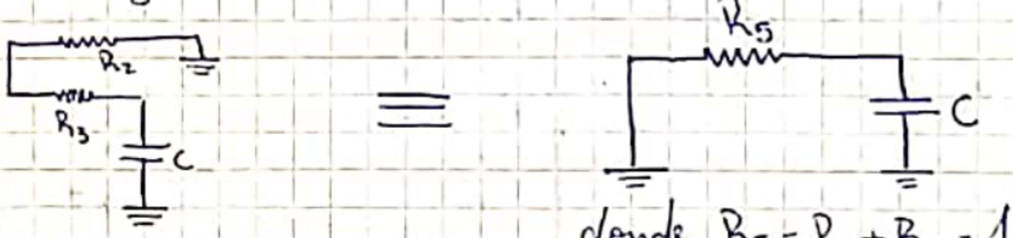
Los gráficos correspondientes a la tensión y a la corriente son los siguientes:





En t = $5 \cdot \tau_1$ se puede considerar $v_c(5\tau_1) \cong 200V$ y $i(5 \cdot \tau_1) \cong 0$

En un momento la llave pasa de la posición ① a la posición ②. A partir de ese instante el capacitor C comienza a descargarse.



donde $R_5 = R_2 + R_3 = 16\,k\Omega$

Ahora considero $t = 0^+$ el instante en el cual la llave pasa a la posición ②

$v_c(t) - i(t) \cdot R_5 = 0$

Sabemos que $i(t) = v_c'(t) \cdot C$

Entonces $v_c(t) = v_c'(t) \cdot C \cdot R_5 \rightarrow v_c'(t) = \frac{v_c(t)}{\tau_2}$ donde $\tau_2 = C \cdot R_5$

$\tau_2 = 8\,ms$

Para resolver esta ecuación propongo $V_c(t) = A_2 e^{-t/\tau_2} + B$

Para $t \to \infty$ $V_c(t) = 0 \rightarrow B_1 = 0$

Para $t \to 0$ $V_c(t) = A_2$

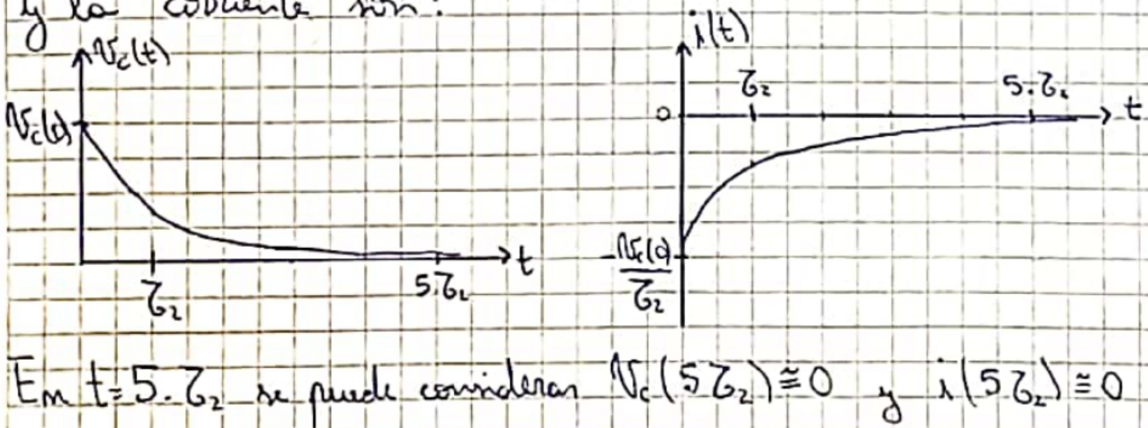
Entonces $\boxed{V_c(t) = V_c(0) \cdot e^{-t/\tau_2}}$

$V_c(0)$ es la tensión sobre el capacitor al instante en que la llave pasó de la posición ① a la ②. En el caso particular en que la llave haya cambiado de posición después de que el capacitor esté completamente cargado tendríamos $V_c(0) = 200V$

Por otro lado, $i(t) = V_c'(t) \cdot C = -\frac{V_c(0)}{\tau_2} \cdot e^{-t/\tau_2}$

$$\boxed{i(t) = -\frac{V_c(0)}{\tau_2} \cdot e^{-t/\tau_2}}$$

Los gráficos correspondientes a la tensión sobre el capacitor y la corriente son:

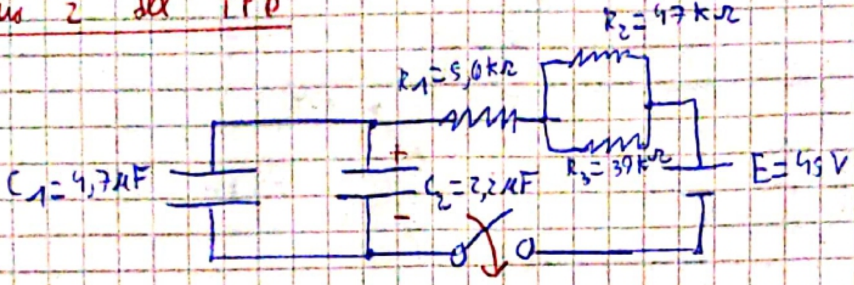


En $t = 5.\tau_2$ se puede considerar $V_c(5\tau_2) \cong 0$ y $i(5\tau_2) \cong 0$

Vemos que $\tau_1 = 12{,}5\,ms > \tau_2 = 8\,ms$ por lo tanto, el capacitor se descarga más rápido que de lo que se carga.

Ejercicio 2 del TP 6

c)



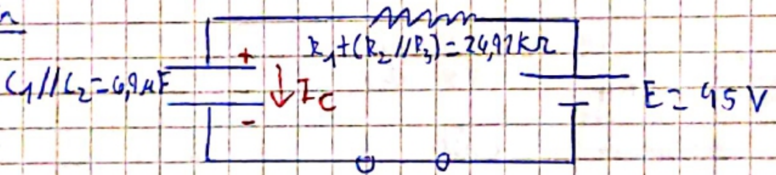
Una vez que se cierra la llave, trato de simplificar el circuito.

- $C_1 // C_2 = C_1 + C_2 = \boxed{6,9\,\mu F = C_1//C_2}$

- $R_2 // R_3 = \dfrac{R_2 \times R_3}{R_2 + R_3} = \dfrac{47\,k\Omega \times 39\,k\Omega}{47\,k\Omega + 39\,k\Omega} = \boxed{21,37\,k\Omega = R_2//R_3}$

- $R_1 + (R_2//R_3) = 5,6\,k\Omega + 21,37\,k\Omega = \boxed{26,97\,k\Omega}$

Carga del capacitor

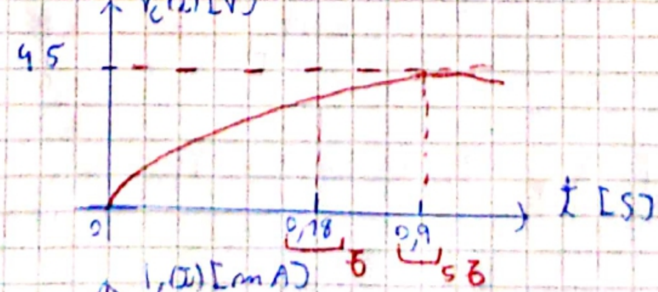


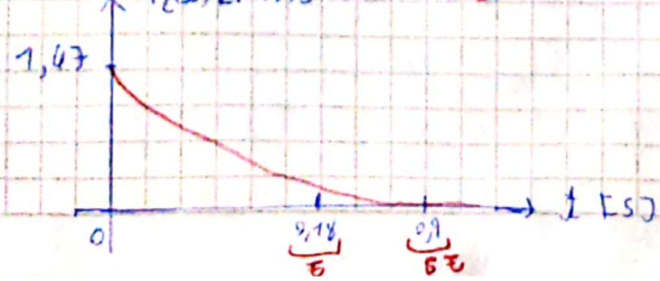
Vemos que $\tau = R_{eq}\, C_{eq} = [C_1//C_2]\,[R_1 + (R_2//R_3)] = 6,9\,\mu F \cdot 26,97\,k\Omega$

$$\boxed{\tau = 185679\,\mu s = 0,18\,s}$$

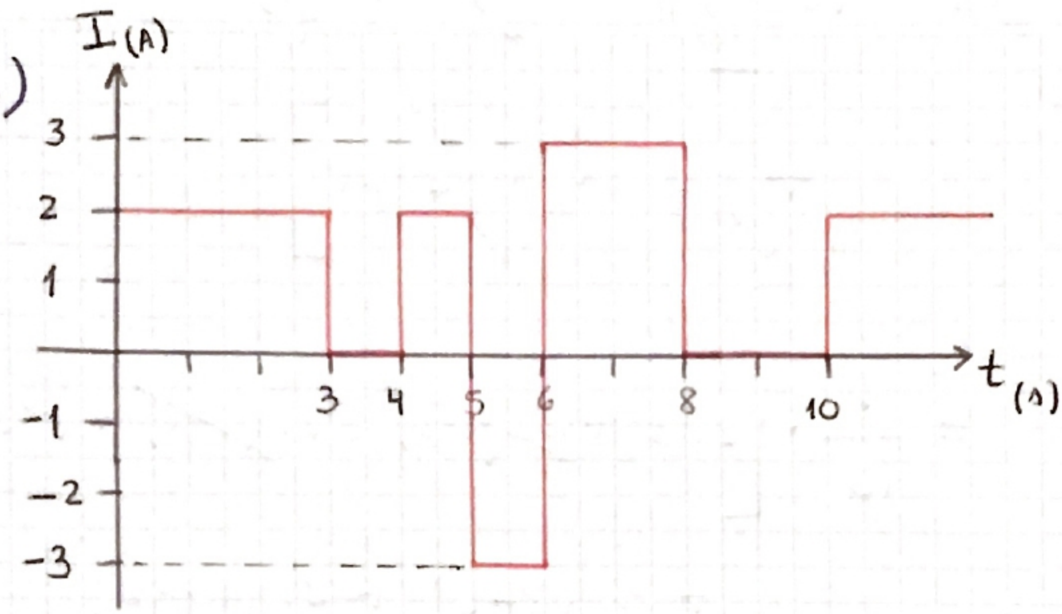
Gráfica de la tensión y la corriente en el capacitor

Sabemos que
$$\begin{cases} V_c(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \Rightarrow V_c(t) = 45\,V\left(1 - e^{-\frac{t}{0,18\,s}}\right) \\ i_c(t) \quad \dfrac{E}{R}\, e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow i_c(t) = \dfrac{45\,V}{26,97\,k\Omega}\, e^{-\frac{t}{0,18\,s}} \end{cases}$$





5) a)



Dado que para calcular el valor medio y eficaz de $I_{(t)}$ necesitamos su expresión analítica la expresamos como:

$$I_{(t)} = \begin{cases} 2 & 0 < t < 3 \\ 0 & 3 < t < 4 \\ 2 & 4 < t < 5 \\ -3 & 5 < t < 6 \\ 3 & 6 < t < 8 \\ 2 & 8 < t < 10 \end{cases}$$

Empezamos por calcular el valor medio de $I_{(t)}$, el cual se obtiene como:

$$I_{medio} = \frac{1}{T} \int_0^T I \, . \, dt$$

Dado que $I_{(t)}$ es una función partida la expresión de I_{medio} queda:

$$I_{medio} = \frac{1}{10}\left[\int_0^3 2 \cdot dt + \int_3^4 0 \cdot dt + \int_4^5 2 \cdot dt + \int_5^6 (-3) \cdot dt + \int_6^8 3 \cdot dt + \int_8^{10} 2 \cdot dt\right]$$

$$= \frac{1}{10} \cdot \left[2 \cdot (3-0) + \cancel{0 \cdot (4-3)} + 2 \cdot \cancel{(5-4)} + (-3) \cdot \cancel{(6-5)} + 3 \cdot (8-6) + 2 \cdot (10-8)\right]$$

$$= \frac{1}{10} \cdot \left[6 + 2 - 3 + 6 + 4\right] =$$

$$\boxed{I_{medio} = \frac{1}{10} \cdot 15 = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ A}}$$

Ahora calculamos el valor eficaz de la corriente:

$$I_{eficaz} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T I^2 \cdot dt}$$

$$I_{eficaz} = \sqrt{\frac{1}{10} \cdot \int_0^{10} I^2 \cdot dt}$$

Dado que $I_{(t)}$ es una función partida, la expresión del valor eficaz de la corriente queda:

$$I_{eficaz} = \sqrt{\frac{1}{10} \cdot \left[\int_0^3 2^2\, dt + \int_3^4 0^2 \cdot dt + \int_4^5 2^2\, dt + \ldots \right.}$$

$$\sqrt{\ldots \left. + \int_5^6 (-3)^2\, dt + \int_6^8 3^2 \cdot dt + \int_8^{10} 2^2\, dt \right]}$$

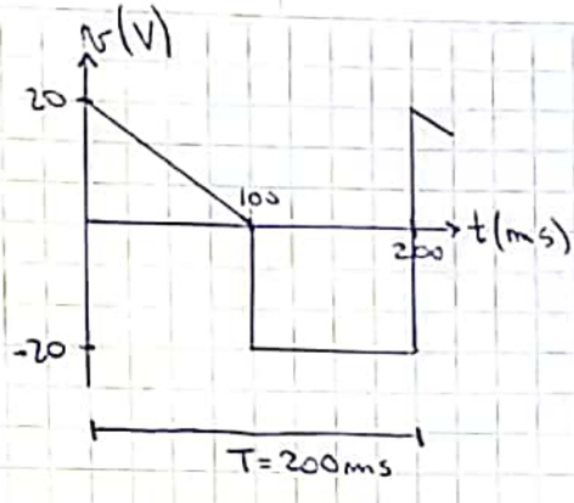
$$= \sqrt{\frac{1}{10} \cdot \left[4 \cdot (3-0) + 0 \cancel{(4-3)} + 4 \cdot \cancel{(5-4)} + 9 \cancel{(6-5)} + \ldots \right.}$$

$$\sqrt{\ldots \left. + 9\,(8-6) + 4 \cdot (10-8) \right]}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{10} \cdot \left[12 + 4 + 9 + 18 + 8 \right]} = \sqrt{\frac{1}{10} \cdot 51}$$

$$\Rightarrow \boxed{I_{eficaz} = \sqrt{\frac{51}{10}} \simeq 2{,}258\,A}$$

5b)



Voy a analizar la función para $0 < t < 200$ ms

$$v(t) = \begin{cases} 20 - \frac{1}{5}t & \text{si } t < 100 \\ -20 & \text{si } 100 < t < 200 \end{cases}$$

Valor eficaz (RMS):

$$V_{ef} = \sqrt{\frac{1}{200} \cdot \int_0^{200} v(t)^2\, dt} = \sqrt{\frac{1}{200}\left(\int_0^{100} \left(20 - \frac{t}{5}\right)^2 dt + \int_{100}^{200} (-20)^2\, dt\right)} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{200} \cdot \int_0^{100} 400 - 8t + \frac{1}{25}t^2 + \frac{400 \cdot 100}{200}} =$$

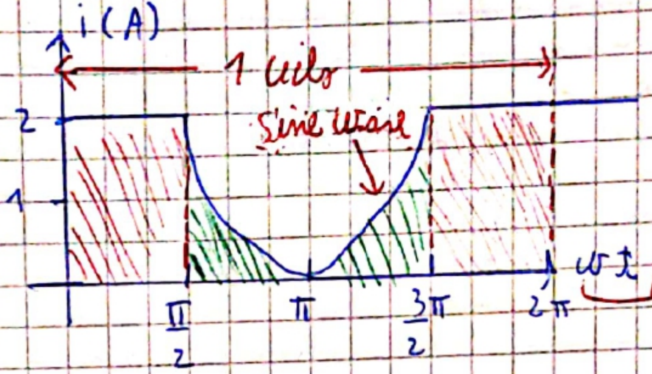
$$= \sqrt{\frac{1}{200} \cdot \left(400t - 4t^2 + \frac{1}{75}t^3\right)\Big|_0^{100} + 200} = \sqrt{\frac{800}{3}} \cong 16,33$$

Valor medio:

$$\langle V \rangle = \frac{1}{200} \cdot \left(\frac{20 \cdot 100}{2} - 20 \cdot (200 - 100)\right) = -5$$

$\boxed{\text{Rta: } V_{ef} \cong 16,33\ \text{V} \quad ; \quad \langle V \rangle = -5\ \text{V}}$

c)



Usamos $\omega t = \theta$ para integrar

• Periodo: $T = 2\pi$

simetría

Hallo valor medio: $\langle i \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\,dt = \frac{1}{T}\left[2\int_0^{\pi/2} 2\,d\theta + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} 2 - 2\,\text{sen}\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) d\theta\right] = \frac{1}{T}\left(2\pi + 2(\pi - 2)\right) = \frac{1}{T}\left(4\pi - 4\right)$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{2\pi}(4\pi - 4) \cong 1{,}3634\ A = \langle i \rangle}$$

Hallo valor eficaz: $i_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T f^2(t)\,dt} =$

$$= \sqrt{\frac{1}{T}\left[2\int_0^{\pi/2} 2^2\,d\theta + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \left(2 - 2\,\text{sen}\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)\right)^2 d\theta\right]} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T}\left[4\pi + (6\pi - 16)\right]} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}(10\pi - 16)} =$$

$$\Rightarrow \boxed{\sqrt{5 - \frac{8}{\pi}} \cong 1{,}5664\ A = i_{RMS}}$$