

**Evaluación integradora de Modelos y Optimización I (71.14)**

25 de julio de 2012

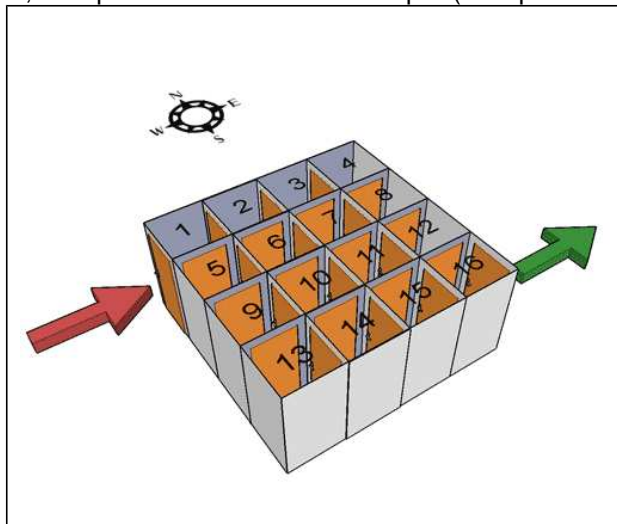
Apellido y nombre: ..... Nro. de Padrón: .....

Cursó en el  cuatrimestre del año 

Turno de T.P.: (día y horario) ..... Ayudante/s: .....

Oportunidad en la cual rinde (1ra, 2da, 3ra) ☐Rinde como: Regular: ☐Libre: ☐

**A** Después de años de estar en prisión, injustamente detenido, Campana está decidido a escapar (este problema está ambientado en la Edad Media, así que todos los hechos son imaginarios). Para poder escapar tiene que entrar por la celda 1 a una parte de la prisión que tiene 16 celdas y salir por la celda 16. Desde cada celda solamente se puede mover a una celda adyacente en posición horizontal o vertical (nunca diagonal). Moverse a una celda adyacente en horizontal le lleva H minutos y moverse a una celda adyacente en vertical le lleva V minutos. En cada celda tiene que buscar una parte de la clave que le servirá para abrir la puerta de la celda 16 y salir en libertad. En la prisión hay un guardia que está siempre cambiando de lugar. Campana sabe que si tarda menos de T minutos en llegar a la celda 16 y además no visita ni la celda 4 ni la 13 en cuarto orden, el guardia no lo va a alcanzar. Afuera de la prisión están sus amigos, que están mal estacionados y no quieren llamar la atención.



¿Qué es lo mejor que puede hacer Campana con la información suministrada?

**A1** Análisis del problema, Objetivo completo y claro. Hipótesis necesarias para su resolución, definición de variables. Modelo de programación lineal para su resolución óptima.

**A2** Ronnie Biggs propone una heurística para resolver el problema. Consiste en determinar primero cuál de los valores es menor: H o V. Si H es mayor que V se mueve de manera vertical hasta que se termine la columna, luego pasa a la columna siguiente y se mueve también de manera vertical, repitiendo este procedimiento hasta que llegue a la celda 16. Si V es mayor que H se mueve de manera horizontal hasta que se termine la fila, luego pasa a la fila inferior y se mueve también de manera horizontal, repitiendo este procedimiento hasta que llegue a la celda 16. Indique qué inconvenientes o fallas tiene esta heurística con respecto al problema dado, si es que los tiene.

**A3** Plantee una heurística de construcción para resolver el problema. Recuerde que su heurística debe tender al mejor resultado y que no debe tener los problemas que criticó en el punto A2.

**B)** La empresa Pantaja fabrica los productos X1 y X2 a partir de los recursos R1, R2 y R3:

$$2 X1 + 3 X2 \leq 480 \text{ (kilos de R1/mes)}$$

$$2 X1 + 2 X2 \leq 360 \text{ (kilos de R2/mes)}$$

$$X1 + 2 X2 \leq 300 \text{ (kilos de R3/mes)}$$

$$Z = 20 X1 + 35 X2 \text{ (MAXIMO)} \quad (20 \text{ es el precio de venta de } X1 \text{ y } 35 \text{ es el precio de venta de } X2)$$

A continuación presentamos las dos tablas óptimas.

**Óptima Directo**      20      35

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
20	X1	60	1	0	2	0	-3
0	X4	0	0	0	-2	1	2
35	X2	120	0	1	-1	0	2
	Z=	5400	0	0	5	0	10

**Óptima Dual**      480      360      300

Bk	Yk	Ck	A1	A2	A3	A4	A5
480	Y1	5	1	2	0	-2	1
360	Y2	10	0	-2	1	3	-2
	Z=	5400	0	0*	0	-60	-120

**B1)** Un proveedor ofrece la posibilidad de entregarle a Pantaja recurso R3. El proveedor exige que, por cada dos kilos de recurso R3 que entrega, Pantaja le venda a él 1 kilo de recurso R1. Se quiere saber si conviene, cuántas unidades de R3 le entregará el proveedor a Pantaja y cuál es la estructura óptima de producción luego de analizar esta posibilidad.

**B2)** Se quiere determinar la conveniencia de fabricar un nuevo producto al cual llamaremos X6. Este producto consume por unidad 1 kilo de R1, 2 kilos de R2 y 1 kilo de R3. ¿Cuál debe ser el precio de venta de este nuevo producto para que convenga fabricarlo? ¿Cuál será la nueva estructura de producción considerando que se introduce este producto con un precio de venta de \$26?

**NOTA:** Los puntos B1 y B2 se resuelven en forma independiente. Detalle todos los cálculos efectuados.

**NOTA:** Para aprobar debe tener Bien dos puntos de A y uno de B.

Además, A1 no puede estar Mal.

## Algunas pistas para la resolución.

Atención: este documento no contiene el resuelto del examen, sino algunas pistas para ayudar a su resolución.

Parte A:

A1) Es un problema del viajante. El objetivo es determinar el orden en el cual visitar cada celda para minimizar el tiempo total.

Las variables son las típicas del problema del viajante, habría que agregar una celda “cero” desde la cual se va a la 1 y a la cual se llega desde la 16.:

$Y_{ij}$ : Vale 1 si desde la celda  $i$  se va directamente a la  $j$

$U_i$ : Orden en el cual se visita la celda  $i$

Además de las ecuaciones básicas del viajante (ver en los apuntes), hay que agregar

*La celda 1 es la primera celda visitada y la 16 es la última:*

$$Y_{01} = 1 \quad Y_{160} = 1$$

*Solamente se puede ir de una celda a una adyacente:*

Para cada celda habría que plantear cuáles son las que son adyacentes, por ejemplo, para la 10

$$Y_{610} + Y_{910} + Y_{1110} + Y_{1410} = 1 \quad Y_{106} + Y_{109} + Y_{1011} + Y_{1014} = 1$$

(el hecho de que no vaya de una celda a otra y vuelva a la anterior está impedido por las ecuaciones de las  $U_i - U_j + 15 Y_{ij} \leq 14$ )

*No se puede visitar ni la celda 4 ni la 13 en cuarto orden:*

Si  $1 \leq U_i \leq 15$  para todo  $i=1\dots 15$

$$1 Y_4' + 5 (1 - Y_4') \leq U_4 \leq 3 Y_4' + 15 (1 - Y_4') \quad 1 Y_{13}' + 5 (1 - Y_{13}') \leq U_{13} \leq 3 Y_{13}' + 15 (1 - Y_{13}')$$

Definiendo cuáles son los  $C_{ij}$  que valen H y cuáles son los que valen V:

Sumatoria variando  $i$  de 0 a 16 de la sumatoria variando  $j$  de 0 a 16 de  $C_{ij} \times Y_{ij} \leq T$

$\text{MIN } Z = \text{Sumatoria variando } i \text{ de } 0 \text{ a } 16 \text{ de la sumatoria variando } j \text{ de } 0 \text{ a } 16 \text{ de } C_{ij} \times Y_{ij}$

A2) En primer lugar no tiene en cuenta que no se puede visitar la celda 4 ni la 13 en el orden 4 y esta heurística va a visitar una de las dos en cuarto orden.

A3) Una idea podría ser:

Cualquiera de las heurísticas conocidas del viajante puede servir, agregando la condición de que vaya a la 16 cuando terminaron los demás y que no visite en orden 4 la celda 4 ni la 13.

NOTA: Aquí no planteamos un ejemplo de heurística, simplemente, siguiendo la idea de este documento, damos pistas para su elaboración

Parte B)

B1) Es una variación simultánea donde por cada intercambio que aumenta 2 en el R3 se debe disminuir 1 en el R1. Una vez determinado cuánto conviene intercambiar en esta tabla sin que deje de ser la tabla óptima del dual (porque en la tabla del enunciado el intercambio parece que conviene, si es que podemos intercambiar alguna unidad, dado que el recurso que recibimos tiene un valor marginal de 10 –y recibimos dos unidades- y el que entregamos tiene un valor marginal de 5 –y entregamos una unidad-; es decir lo que recibimos vale más de lo que entregamos) hay que cambiar de tabla para ver si sigue conviniendo, hasta llegar a una tabla en la cual 1 kilos de R1 valga más que 2 kilos de R3 y en ese caso dejó de convenir y finaliza el análisis, sumando todo lo que compramos en las distintas tablas por las que hemos pasado. Es un error muy común finalizar el análisis en la primera tabla sin chequear si en la próxima tabla dual seguirá conviniendo o no.

Otro error es calcular los rangos en los cuales podemos mover la disponibilidad de R1 y la de R3 (los rangos solamente son válidos si varío UN SOLO RECURSO y no cambia ninguna otra constante del problema).

b) Es una introducción de un nuevo producto en la cual la incógnita es el valor de  $C_j$ . Si el valor obtenido es mayor que 26, cuando se ponga un precio de 26 no convendrá fabricarlo. El tema es que si entra a la base con valor cero en realidad no se está fabricando, por lo que tendremos que aumentar el  $C_j$  para que quede negativo algún  $z_j - c_j$  y entre a la base o X3 o X5 y salgan X1 o X2. Cuando le ponemos un precio de 26 vemos que la tabla en la cual entra el producto a la base NO es óptima. Tiene que salir X1 de la base. Es decir, no siempre cuando hay un solo  $z_j - c_j$  negativo en un problema de máximo la siguiente tabla será óptima (la cantidad de  $z_j - c_j$  negativos en un problema de máximo no aumenta de una tabla a la otra pero puede ser igual).