

**Evaluación integradora de Modelos y Optimización I (71.14)**

6 de agosto de 2014

Apellido y nombre:..... Nro.de Padrón:.....

Cursó en el  cuatrimestre del año 

Turno de T.P.: (día y horario) ..... Ayudante/s:.....

Oportunidad en la cual rinde (1ra, 2da, 3ra) ☐ Rinde como: Regular: ☐ Libre: ☐

**A** El Ministerio de Educación ha recibido 22 propuestas de distintas escuelas de nuestro país para realizar proyectos de enseñanza de Ciencias Naturales con el uso de TICs. Para facilitar el análisis, se nombra a las propuestas con números del 1 al 22.

Los proyectos seleccionados serán realizados con el presupuesto del Ministerio que puede gastar hasta 15 millones de pesos. Cada propuesta  $j$  tiene un presupuesto estimado (que se envía con la propuesta) que es de  $B_j$ . Cada propuesta  $j$  tiene también un número  $S_j$  de estudiantes que participarán en el proyecto. El Ministerio quiere que al menos 1 millón de estudiantes participen en los proyectos seleccionados.

Las propuestas con número 1 a 5 vienen del noroeste del país, las que tienen número del 6 al 11 vienen del sur, las que tienen número del 12 al 17 vienen del centro y del 18 al 22 vienen del litoral. Se deben seleccionar al menos 3 propuestas de cada región para que el plan sea lo más federal posible.

Se han evaluado las propuestas utilizando un panel de expertos, que le ha otorgado a cada propuesta  $j$  un total de  $R_j$  puntos (este valor puede estar entre 40 y 100).

Las propuestas 2, 7, 11 y 19 se dirigen a alumnos de primer grado de primaria y las propuestas 1, 4, 13, 14 y 21 se dirigen a estudiantes del último año de secundaria. Se quiere seleccionar al menos una propuesta dirigida a primer grado y al menos una propuesta dirigida al último año de secundaria.

$B_j$ ,  $S_j$  y  $R_j$  son constantes conocidas.

¿Qué es lo mejor que puede hacer el Ministerio con la información disponible? Se pide:

**A1** Análisis del problema, Objetivo completo y claro. Hipótesis necesarias para su resolución, definición de variables. Modelo de programación lineal para su resolución óptima.

**A2** Daniel Filmus propone la siguiente heurística de construcción para resolver este problema:

*Para cada propuesta se calcula el índice  $S_j/B_j$  y se ordenan las propuestas por orden ascendente según este índice*

*Mientras no se supere el presupuesto de 15 millones de pesos se van eligiendo las propuestas en el orden de la lista*

Indique qué inconvenientes tiene la heurística propuesta, si es que los tiene.

**A3** Plantee una heurística de construcción para el problema que no tenga los inconvenientes que criticó en la heurística propuesta por Filmus.

**B)** Una empresa fabrica P1 y P2 a partir de R1 y R2. Hay una demanda mensual mínima para P2 de 10 unidades. A continuación se muestran las ecuaciones iniciales y las tablas óptimas directa y dual del programa lineal que utiliza la empresa:

$$2X_1 + 2X_2 \leq 80 \text{ (kg. R1/mes); } X_1 + 2X_2 \leq 50 \text{ (kg. R2/mes); } X_2 \geq 10 \text{ (un. P2/mes)}$$

$$Z = 60X_1 + 40X_2 \text{ (MAX)} \quad (60 \text{ y } 40 \text{ son los precios de venta de los productos})$$

**B1)** Se decide estudiar la posibilidad de la elaboración de un nuevo producto. Se sabe que el vector de ese nuevo producto *en la tabla óptima* es (0, -2, 1) y su precio de venta es de \$ 55 por unidad. Por problemas de demanda no se pueden fabricar más de 8 unidades de este nuevo producto por mes. ¿Conviene incorporar este nuevo producto? Justifique su respuesta.

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
60	X1	30	1	0	1/2	0	1
0	X4	0	0	0	-1/2	1	1
40	X2	10	0	1	0	0	-1
	Z =	2200	0	0	30	0	20

**B2)** Se presentan 2 opciones luego de ver la solución óptima, por parte de una empresa amiga (sólo se puede elegir una).

a) Nos vende 10 kg. de R1 cobrándonos \$ 200 (en total).

b) Nos compra 10 kg. de R2 pagándonos \$ 700 (en total). ¿Cuál de las dos posibilidades es más conveniente?

Bk	Yk	Ck	A1	A2	A3	A4	A5
80	Y1	30	1	1/2	0	-1/2	0
-10	Y3	20	0	-1	1	-1	1
	Z =	2200	0	0*	0	-30	-10

**NOTA:** Los puntos B1 y B2 se resuelven en forma independiente. Detalle en todos ellos los cálculos efectuados.

**C)** Estamos resolviendo un problema de Programación Lineal Entera y no sabemos si es fácil o difícil. Indique cómo encararía el problema aprovechando los diferentes temas vistos en la materia

**Para aprobar debe tener Bien 2 puntos de A y 1 de B. Además, A1 no puede estar Mal.**

## Algunas pistas para la resolución.

Atención: este documento no contiene el resuelto del examen, sino algunas pistas para ayudar a su resolución.

Parte A:

A1) Es un problema de la mochila, con restricciones adicionales, en el cual hay que determinar cuáles son los proyectos seleccionados de manera que el puntaje sea lo máximo posible, cumpliendo con las condiciones de regiones, tipo de proyecto y alumnos y de presupuesto.

Las variables son  $Y_j$  que vale 1 si el proyecto  $j$  es elegido y vale 0 sino

*No se debe superar el presupuesto máximo*

$$B_1 Y_1 + B_2 Y_2 + B_3 Y_3 + \dots + B_{22} Y_{22} \leq 15.000.000$$

*Por lo menos un millón de alumnos en los proyectos*

$$S_1 Y_1 + S_2 Y_2 + S_3 Y_3 + \dots + S_{22} Y_{22} \geq 1.000.000$$

*Plan federal*

$$Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_5 \geq 3$$

$$Y_6 + Y_7 + Y_8 + Y_9 + Y_{10} + Y_{11} \geq 3$$

$$Y_{12} + Y_{13} + Y_{14} + Y_{15} + Y_{16} + Y_{17} \geq 3$$

$$Y_{18} + Y_{19} + Y_{20} + Y_{21} + Y_{22} \geq 3$$

*Primaria y secundaria*

$$Y_2 + Y_7 + Y_{11} + Y_{19} \geq 1$$

$$Y_1 + Y_4 + Y_{13} + Y_{14} + Y_{21} \geq 1$$

$$Z_{MAX} = R_1 Y_1 + R_2 Y_2 + R_3 Y_3 + \dots + R_{22} Y_{22}$$

A2) La heurística propuesta no tiene en cuenta el puntaje de cada propuesta. Tampoco controla que estén tres propuestas por cada región, ni lo de primaria y secundaria, ni el millón de alumnos en cada proyecto. Cuando ordena, no dice qué hacer en caso de empates.

A3) Se puede hacer, por cada región, un índice  $R_j/B_j$  y elegir de cada región los 3 mejores según ese índice, siempre que alcance el presupuesto (sino se elige el siguiente de la lista). Las regiones se controlan por orden numérico de proyectos

Se controla cuánto queda de presupuesto y si se incluyó alguno de primaria y alguno de secundaria. Si no es así, elegir el de mejor ranking que no haya sido elegido hasta el momento, si alcanza el presupuesto (sino pasar a otro).

Si no se ha llegado al millón de alumnos, y sigue quedando presupuesto, ordenar los proyectos que aún no se han elegido por orden descendente de cantidad de alumnos y elegir por esa lista hasta llegar al millón de alumnos, siempre que alcance el presupuesto.

NOTA: Aquí no planteamos un ejemplo de heurística, simplemente, siguiendo la idea de este documento, damos pistas para su elaboración

Parte B)

B1) El vector ya está listo para incorporar en la tabla óptima. Lo que hay que verificar es que no se fabriquen más de 8 unidades del nuevo producto. Como entra en lugar de  $X_2$  se van a fabricar 10 unidades, por eso hay que pasar al dual y agregar la restricción de que no se fabriquen más de 8 unidades. Si luego de agregar esa restricción el funcional vale más de 2200 conviene, sino no conviene.

B2) Si compramos  $R_1$ ,  $Y_1$  sale de la base así que no conviene.

En la tabla alternativa óptima, el valor de  $Y_2$  es 60 así que el negocio de vender  $R_2$  en principio conviene porque nos pagan 70 pesos el kilo. Lo que tenemos que verificar es que la ganancia que se obtiene sea mayor que 700 pesos (si la tabla no es válida para los 10 kilos y el valor marginal de  $R_2$  aumenta mucho, puede ser que los 700 pesos no alcancen para compensar la baja del funcional al vender el recurso).