

Evaluación integradora de Modelos y Optimización I (71.14)

19 de febrero de 2014

Apellido y nombre:..... Nro.de Padrón:.....

Cursó en el cuatrimestre del año

Turno de T.P.: (día y horario) Ayudante/s:.....

Oportunidad en la cual rinde (1ra, 2da, 3ra) ☐

Rinde como:

Regular: ☐Libre: ☐

A El planeamiento urbano requiere una cuidadosa planificación de comercios y residencias particulares (si se ponen demasiados comercios no hay viviendas en las cuales se puedan encontrar clientes y si se ponen demasiadas viviendas sin comercios la gente no tiene dónde comprar). Un municipio tiene que colocar 13 comercios y 12 viviendas en una grilla de 5X5 como la que se ve a la derecha (los toldos indican comercios y las casitas, viviendas). Para determinar cuáles configuraciones son mejores que otras se propuso lo siguiente:

Cualquier columna o fila que tiene 5 viviendas particulares suma 5 puntos

Cualquier columna o fila que tiene 4 viviendas particulares suma 4 puntos

Cualquier columna o fila que tiene 3 viviendas particulares suma 3 puntos

Cualquier columna o fila que tiene 5 comercios resta 5 puntos

Cualquier columna o fila que tiene 4 comercios resta 4 puntos

Cualquier columna o fila que tiene 3 comercios resta 3 puntos

Entonces, por ejemplo, una configuración como la que vemos en el enunciado vale 9 puntos (puntos por cada columna, de izquierda a derecha son -3, -5, +3, +4, +3 y puntos por cada fila, de arriba hacia abajo son +3, +3, +3, +3, -5).

¿Qué es lo mejor que puede hacer el municipio con la información disponible?. Se pide:

A1 Análisis del problema, Objetivo completo y claro. Hipótesis necesarias para su resolución, definición de variables. Modelo de programación lineal para su resolución óptima.

A2 Este problema ¿puede resolverse con un método exacto de resolución, como el método simplex, o solamente puede usarse una heurística para llegar a una solución aproximada?.

A3 El intendente del municipio, Sergio Martillo, propuso la siguiente heurística de construcción:

Poner 5 viviendas en la fila 1, 5 viviendas en la fila 2, una vivienda en la fila 3 y una vivienda en la fila 4. Completar el resto de las casillas con comercios

Indique qué inconvenientes tiene la heurística propuesta, si es que los tiene. ¿Cómo la mejoraría?. Plantee una heurística de construcción para el problema que no tenga los inconvenientes que criticó en la heurística propuesta por Martillo.



B) El almacén O'ros dispone de un modelo de programación lineal que determina la producción diaria (en unidades) de picadas chicas (X1) y picadas grandes (X2), que requieren como ingredientes queso, fiambre y frutas. Las picadas chicas se venden a 60 pesos y las grandes a 120 pesos:

2 X1 + 4 X2 ≤ 80 (porciones queso/día); 2 X1 + 3 X2 ≤ 70 (porciones de fiambre/día);

2 X1 + 2 X2 ≤ 60 (porciones fruta/día) Z = 20 X1 + 30 X2 (MAXIMO) (maximiza beneficios)

Óptima Directo

20 30

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
30	X2	10	0	1	1	-1	0
20	X1	20	1	0	-3/2	2	0
0	X5	0	0	0	1	-2	1
	Z=	700	0	0	0*	10	0

Óptima Dual

80 70 60

Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
80	Y1	0	1	0	-1	3/2	-1
70	Y2	10	0	1	2	-2	1
	Z=	700	0	0	0*	-20	-10

1) Existe la posibilidad de comprar el queso a un proveedor nuevo que vende más barato y eso permitiría aumentar los beneficios unitarios de \$20 a \$30 y de \$30 a \$40. Este proveedor solicita 3 picadas grandes por día, sin costo. ¿Es conveniente hacer este negocio?

2) ¿Conviene conseguir más porciones de fiambre a \$5 cada una?. Si conviene ¿cuántas conviene conseguir?. Si no conviene ¿cuál es el precio máximo al cual conviene conseguir más porciones de fiambre?.

C) ¿Qué podemos hacer para acelerar la resolución (que se resuelva en menos tiempo) cuando resolvemos usando Branch and Bound un modelo lineal con variables enteras.

Para aprobar debe tener Bien 2 puntos de A y uno de B. Además, A1 no puede estar Mal.

Algunas pistas para la resolución.

Atención: este documento no contiene el resuelto del examen, sino algunas pistas para ayudar a su resolución.

Parte A:

A1) Se puede tratar como un problema de asignación, en el cual hay que ver en qué casillas se asignan viviendas y en cuáles comercios, maximizando el "puntaje final" de la asignación.

Las variables a plantear son:

Por cada celda YC_{ij} que vale 1 si en la celda ij se asigna un comercio y YV_{ij} que vale 1 si en la celda ij se asigna una vivienda.

$YSUMA5Fi$: Vale 1 si hay que sumar 5 en la fila i (ídem para sumar 4, 3, y para restar 5, 4 y 3, y para cada columna).

En cada celda hay o un comercio o una vivienda $YC_{ij} + YV_{ij} = 1$ para todo i para todo j

Hay 13 comercios y 12 viviendas $SUM YC_{ij} = 13$ $SUM YV_{ij} = 12$

Por cada fila ver cuánto hay que sumar (o restar)

Sumatoria variando j de $YC_{ij} = (1 - YRESTA5Fi) + YRESTA4Fi + 2 YRESTA3Fi + 3 YSUMA3Fi + 4 YSUMA4Fi + 5 YSUMA5Fi$

Ídem para las demás filas y para cada columna

OJO: NO ES VÁLIDO tener una variable en la cual se calcula el "puntaje" de cada fila o columna, porque las variables no pueden ser negativas y entonces el puntaje siempre será mayor o igual que cero, aunque corresponda que sea negativo.

$MAX Z = 5 (SUM YSUMA5Fi) + 5 (SUM YSUMA5Cj) + 4 (SUM YSUMA4Fi) + 4 (SUM YSUMA4Cj) + + + - 3 (SUM YRESTA3Fi) - 3 (SUM YRESTA3Cj)$

A2) El problema de asignación pura se puede resolver por el método simplex pero en este caso el funcional no tiene un puntaje si se produce la asignación y cero si no se produce sino que hay que calcular cuántas asignaciones de un determinado tipo se produjeron en una fila o columna, por lo que se agregan variables binarias, y el simplex las resuelve como continuas.

A3) La heurística propuesta no dice en qué posiciones se colocan las viviendas cuando hay menos de 5 en una fila. Además, dado que hay 12 viviendas, de la manera propuesta siempre quedarán 2 filas con 5 comercios (que anulan el efecto de las 2 filas con 5 viviendas) y además quedarán varias columnas (3) con 3 comercios, así que dará peor que la idea propuesta en el enunciado. Es mejor plantear un esquema en el cual queden 3 viviendas por fila (aclarando en qué posición de la fila están) y así quedará una sola fila con 5 comercios.

NOTA: Aquí no planteamos un ejemplo de heurística, simplemente, siguiendo la idea de este documento, damos pistas para su elaboración

B1)

		30		40			
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
40	X2	10	0	1	1	-1	0
30	X1	20	1	0	-3/2	2	0
0	X5	0	0	0	1	-2	1
	Z=		0	0	-5	20	0

Reemplazando en la tabla óptima por los nuevos beneficios vemos que la tabla deja de ser óptima

		30		40			
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
40	X2	10	0	1	0	1	-1
30	X1	20	1	0	0	-1	3/2
0	X3	0	0	0	1	-2	1
	Z=	1000	0	0	0	10	5

El funcional aumentó en 300 pesos.

Si descontamos lo que dejamos de cobrar por la venta (3 picadas grandes a 120 pesos cada una) el negocio no conviene porque ganamos menos dinero que antes. Además, hicimos el gasto de fabricación (80 pesos, que es la diferencia entre el precio de venta y

B2)

Optima Dual

			80	70	60		
Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
80	Y1	0	1	0	-1	3/2	-1
70	Y2	10	0	1	2	-2	1
	Z=	700	0	0	0*	-20	-10

Las porciones de fiambre tienen un valor marginal de 10 pesos, como las compramos a 5 parece que el negocio conviene pero ¿qué pasa si agregamos más porciones de fiambre? La tabla deja de ser óptima y sale Y2 de la base para que entre Y3. Es decir, no conviene conseguir más porciones de fiambre (salvo que nos pagaran dinero además de darnos las porciones de fiambre).