USO IN-TER-NO Nota de este examen:

Nota de Cursada: Nota en la libreta:

Evaluación integradora de Modelos y Optimización I (71.14)

17 de febrero de 2016

Apellido y nombre:.. Nro.de Padrón:..........................
Cursó en el cuatrimestre del año
Turno de T.P.: (día y horario) .... Ayudante/s:.....................................
Oportunidad en la cual rinde (1ra, 2da, 3ra) Rinde como: Regular: Libre:

A El ABC Puzzle es un desafío similar al Sudoku, en el cual hay una cuadrícula de 5x5. En cada fila y columna debe colocarse exactamente una letra A, exactamente una letra B, exactamente una letra C y dos celdas de cada fila y columna deben completarse con blancos. A comienzo de algunas filas o columnas aparece una letra, eso quiere decir que la primera letra que aparece en esa fila es esa. Por ejemplo, en el problema que te pedimos que resuelvas, que es el que está a la derecha, en la segunda fila aparece una B, eso quiere decir que en esa fila no pueden aparecer A o C antes que B (la fila puede tener Blanco y luego una B, Blanco, Blanco y luego una B o empezar directamente con B) Si la letra aparece al final de una fila o columna quiere decir que la última letra que aparece en esa fila o columna es esa letra Por motivos estéticos, debe haber la menor cantidad de celdas en blanco que sea posible en los bordes externos de la matriz.
¿Qué es lo mejor que se puede hacer con la información disponible?. Se pide:

	A		B		B	
						B
B						
A						C
						C
C						
	C		C	A	C	

A1 Análisis del problema, Objetivo completo y claro. Hipótesis necesarias para su resolución, definición de variables. Modelo de programación lineal para su resolución óptima

A2 El diario The independent propone la siguiente heurística de construcción para resolver este problema:

Completar las casillas que tienen una letra adyacente con la letra que figura en el diagrama
Comenzando por la primera fila, colocar las letras que falten en cada fila, controlando que estén una sola vez en cada columna

Indique qué inconvenientes tiene la heurística propuesta, si es que los tiene.

A3 Plantee una heurística de construcción para el problema que no tenga los inconvenientes que criticó en la heurística propuesta por The independent.

B La empresa TGH fabrica P1 y P2 a partir de R1 y R2. Hay una demanda máxima para P2. A continuación se muestran las ecuaciones y las tablas óptimas directa y dual del modelo de PL Continua que usa la empresa:

2 X1 + 2 X2 $\leq$ 60 (kg. R1/mes); **X2 $\leq$ 20** (un. P2/mes); **4 X1 + 2 X2 $\leq$ 80** (kg. R2/mes)
Z = 2 X1 + X2 (MAX) (2 y 1 son los beneficios de los productos)

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
1	X2	20	0	1	1	0	-1/2
0	X4	0	0	0	-1	1	1/2
2	X1	10	1	0	-1/2	0	1/2
	Z =	40	0	0	0*	0	1/2

			60	20	80		
Bk	**Yk**	**Ck**	**A1**	**A2**	**A3**	**A4**	**A5**
60	Y1	0	1	1	0	1/2	-1
80	Y3	1/2	0	-1/2	1	-1/2	1/2
	Z =	40	0	0*	0	-10	-20

B1 A TGH le ofrecen venderle un lote que contiene 3 kilos de R1 y 2 kilos de R2 ¿cuál es el máximo precio que puede pagar TGH por el lote para que le convenga comprarlo? . Justifique la respuesta.

B2 Una empresa amiga de TGH le propone comprarle 10 kilos de R1 y 10 kilos de R2. Le paga $6 en total ¿es conveniente el negocio para TGH?. Justificar

B3 TGH está estudiando incorporar un nuevo producto que consume 1 kilo de R1 por unidad, participa en la restricción de demanda máxima de P2 y tiene un beneficio de $1 por unidad. ¿Cuál sería, como máximo, el consumo de R2 por unidad del nuevo producto para que conviniera fabricarlo?. Justifique la respuesta.

NOTA: Los puntos B1, B2 y B3 se resuelven independientemente. Detalle todos los cálculos efectuados.

C1 Además del método simplex, hay varios métodos para resolver problemas de programación lineal continua. Uno de ellos es el método del elipsoide, que no se aplica en la práctica pero tiene un gran valor teórico ¿por qué tiene un gran valor teórico?

C2 ¿Cómo definirías que un problema de programación lineal es un problema difícil?

Para aprobar debe tener Bien 2 puntos de A, 2 de B y 1 de C. Además, A1 no puede estar Mal.

Algunas pistas para la resolución.
Atención: este documento no contiene el resuelto del examen, sino algunas pistas para ayudar a su resolución.

Parte A:
A1) Es una variación del problema de asignación, hay que asignar letras en lugares, con ciertas restricciones.
Las variables podrían ser:
Xijk: Vale 1 si la celda de la fila i y la columna j contiene la letra k y vale 0 sino
XijBLANCO: Vale 1 si la celda de la fila i y la columna j está en blanco, vale cero sino

Cada fila y columna debe tener una vez cada una de las tres letras
SUMATORIA variando j de 1 a 5 de XijA = 1 para todo i de 1 a 5 (ídem para k= B o C)
SUMATORIA variando i de 1 a 5 de XijA = 1 para todo j de 1 a 5 (ídem para k= B o C)

Cada celda tiene que tener a lo sumo una letra (puede no tener ninguna, es decir, un blanco)
XijA + XijB + XijC + XijBLANCO = 1 Para todo i de 1 a 5 y para todo j de 1 a 5

Condiciones a plantear cuando aparece una letra a la izquierda de una fila
Por ejemplo para la fila 5
En una de las tres primeras celdas de esa fila debe estar esa letra
X51C + X52C + X53C = 1
No puede aparecer otra letra antes de que aparezca esa
X51A + X51B = 0
X52B <= X51C X53B <= X51C + X52C X52A <= X11C X53A <= X51C + X52C

Condiciones a plantear cuando aparece una letra a la derecha de una fila
Por ejemplo para la fila 1
Esa letra debe estar en la columna 3, 4 o 5 de esa fila
X13B + X14B + X15B = 1
No puede aparecer otra letra después de que aparezca esa
X15A + X15C = 0
X14A <= X15B X13A <= X15B + X14B X14C <= X15B X13C <= X15B + X14B

De la misma manera podemos plantear las condiciones cuando aparece una letra encima de una columna o debajo de una columna

MIN Z = X11BLANCO + X12BLANCO + X13BLANCO + X14BLANCO + X15BLANCO + X21BLANCO + X25BLANCO + X31BLANCO + X35BLANCO + X41BLANCO + X45BLANCO + X51BLANCO + X52BLANCO + X53BLANCO + X54BLANCO + X55BLANCO
Aunque en realidad, la cantidad de blancos por fila o por columna es siempre la misma (2) así que el valor del funcional es constante.

A2) Al colocar la letra en la primera (o última posición) se pierden varios casos posibles (porque también se podría poner un blanco). En algunos casos hace que en la misma fila una letra esté más de una vez (como pasa con la fila 5 y la letra C, con la fila 1 y la letra B, por ejemplo). Además la heurística cuando dice "*colocar las letras que falten en cada fila*" no es clara ¿en qué posición de la fila las colocamos?. ¿qué sucede si cuando llegamos a una determinada fila una letra no se puede poner porque se repite en la columna?. La heurística propuesta no permite deshacer pasos (eso se podría arreglar en una posible propuesta en A3). Tampoco tiene en cuenta el objetivo de que en los bordes haya la menor cantidad posible de celdas en blanco (es más, trata de colocar las letras en los bordes).

Parte B)

B1) Se pueden aumentar las disponibilidades de R1 y R2 (llevándolas a 63 y 82) en la tabla óptima del dual para ver cuánto aumenta el funcional en la tabla óptima (si la tabla dejó de ser óptima hay que seguir operando hasta llegar a una tabla óptima dual). El precio máximo a pagar es ese aumento.

B2) Nuevamente, disminuimos la disponibilidad de R1 y R2 (a 50 y 70) y nos fijamos en el nuevo valor del funcional en la tabla óptima (si la tabla dejó de ser óptima hay que seguir operando hasta llegar a una tabla óptima dual). Si ese valor es menor que $6, el negocio conviene.

B3) Hay que hallar la matriz inversa óptima del directo (A3 A4 A5) para multiplicar el vector nuevo (1 1 X) y cuando se calcula el vector reemplazarlo en la tabla óptima. Para que convenga fabricarlo el zj-cj (o sea, el zj – 1) tiene que ser menor o igual que cero (despejar X).