

USO
IN-
TER-
NO

Nota de este examen:

Nota de Cursada:

Nota en la libreta:

Evaluación integradora de Modelos y Optimización I (71.14 / 91.04) 19 de diciembre de 2019

Apellido y nombre: MARTAS Cecilia

Nro. de Padrón: 100687

Cursó en el 2 cuatrimestre del año 2019

Turno de T.P.: (día y horario) domado

Ayudante/s: _____

Oportunidad en la cual rinde (1ra, 2da, 3ra) 1

Rinde como: Regular: ☒

Libre: ☐

A Un emprendedor compra y vende tres modelos de conectores externos para computadoras portátiles (los vamos a llamar 1, 2 y 3). Cada mes prepara un estimado de sus ventas y compra conectores para satisfacerlas. Para el mes que viene sus ventas estimadas son de V_i para cada conector i . Además piensa ofrecer una promo para minoristas que consiste en una bolsa con 20 conectores de cada modelo, no tiene idea de cuantas bolsas puede vender pero no quiere tener menos de 30 bolsas armadas porque le interesa impulsar este nuevo producto. Los precios de venta son PC_i para los conectores i y PB para la bolsa. Para comprar las mercaderías tiene distintas alternativas, puede comprar a un proveedor local las cantidades que quiera pero también puede comprar lotes importados de china, estos lotes tienen distintas cantidades de los tres conectores. Se sabe el contenido de cada lote y el precio. Se compra el lote entero o no se compra. Para el mes que viene hay 5 lotes en oferta, se indica para cada lote la cada cantidad de conectores de cada modelo y el precio de compra.

	Lote A	Lote B	Lote C	Lote D	Lote E	Precio por unidad del proveedor local
Conector 1	LA1	LB1	LC1	LD1	LE1	\$C1
Conector 2	LA2	LB2	LC2	LD2	LE2	\$C2
Conector 3	LA3	LB3	LC3	LD3	LE3	\$C3
Precio del lote	\$L1	\$L2	\$L3	\$L4	\$L5	

Todas las compras son al contado, dispone de \$MES para hacer sus compras. Si compra al menos tres lotes y le sobra más de \$DEMÁS puede usar el dinero sobrante en hacer publicidad. Estima que por cada 10000\$ que gaste en publicidad sus ventas aumentaran un 1%.

¿Qué es lo mejor que se puede hacer con la información disponible?

A1 Análisis del problema. Objetivo completo y claro. Hipótesis necesarias para su resolución, definición de variables. Modelo de programación lineal para su resolución óptima. **NO SE PUEDE CAMBIAR EL NOMBRE A LOS DATOS DADOS:**

A2 Un amigo le propone una Heurística de construcción muy simple: Dividir el total de conectores de cada lote por el precio del lote, ordenar de menor a mayor y comprar los tres primeros de la lista, si faltan conectores para cumplir con la demanda comprarlos al proveedor local. Indicar qué ventajas e inconvenientes tiene la heurística propuesta. ¿Cuándo va a funcionar mal? y ¿qué condiciones se deberían dar para que funcione bien?

A3 Plantee una heurística de construcción para resolver el problema. Recuerde que su heurística debe tender al mejor resultado y que no debe tener los problemas que criticó en el punto A2.

B) Una empresa fabrica dos productos (X_1 y X_2) a partir de R_1 y R_2 . Hay una demanda mensual máxima para el producto P_1 y que es de 15 unidades. Tiene un Programa Lineal para determinar su nivel mensual de producción. Del recurso R_1 la disponibilidad mensual es de 90 kg. La disponibilidad mensual del recurso R_2 es de 50 kg. Los precios de venta de los productos son \$36 y \$30, respectivamente. El z es de máximo.

Optima Directo 36 30

C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5
30	X2	20	0	1	1/2	-1/2	0
36	X1	15	1	0	-1/4	3/4	0
0	X5	0	0	0	1/4	-3/4	1
	Z =	1140	0	0	6	12	0

Optima Dual

90 50 15

C	Y	B	A1	A2	A3	A4	A5
90	Y1	6	1	0	-1/4	1/4	-1/2
50	Y2	12	0	1	3/4	-3/4	1/2
	Z =	1140	0	0	0*	-15	-20

1) Sabiendo que el producto X_1 consume 2 kilos de cada recurso y que el producto 2 consume 3 kilos de R_1 y 1 kilo de R_2 , analice la alternativa de eliminar la demanda máxima de P_1 ¿se fabricará más producto X_1 o menos? Idem para el producto X_2 .

2) Una empresa ofrece la posibilidad de conseguir recurso R_2 entregando 2 kilos de R_1 por cada kg de R_2 que nos entregue. ¿Cuánto conviene pedir de R_2 y cuánto conviene entregar de R_1 ? Se quiere saber cuál es la estructura óptima de producción luego de analizar esta posibilidad.

NOTA: Los puntos B1 y B2 se contestan en forma independiente. Detalle los cálculos efectuados.

C1 Dada la siguiente restricción de un problema mochila $15X_1 + 12X_2 + 8X_3 + 7X_4 + 6X_5 + 5X_6 + 2X_7 \leq 17$

a) Encuentre 2 cortes cover b) Extienda y liftee uno de los cortes encontrados

C2 Compare cortes Gomory y cortes Cover. Indique pros y contras de cada uno

Para aprobar debe tener Bien 2 puntos de A, 1 de B y 1 de C. Además, A1 no puede estar Mal.

Final de Modelos y Optimización I

B) $x_1 \leq 15$ [μmes]

$z = 36x_1 + 20x_2$
(max x_1)

1) $2x_1 + 3x_2 \leq 90$ [kg RA/mes]

$2x_1 + x_2 \leq 50$ [kg RA/mes]

Eliminar la demanda máxima de P1.

Como en la solución óptima se producen 15 unidades de producto 1 podría ser probable que eliminar la demanda máxima lleve a la producción de más unidades de producto 1 pero esto lo determino analizando la tabla del dual.

$x_3 =$ sobrante del recurso 1 [kg/mes] $\sim y_1 =$ VM del recurso 1
[\$/kg]

$x_4 =$ sobrante del recurso 2 [kg/mes] $\sim y_2 =$ VM del recurso 2
[\$/kg]

$x_5 =$ sobrante de demanda máxima [μmes] $\sim y_3 =$ VM de demanda máxima
[\$/μ]

Se observa que el valor marginal de la demanda máxima es 0 \$/μ, lo que implica que si se relajara esa restricción en 1 unidad, el funcional no aumentaría *

Para ver como afecta el plan de producción modificar la restricción:

$x_1 \leq M$

lo que en el dual lleva a que $b_3 = M$

* Lo que parecería indicar que el plan de producción se mantiene

siendo M un número muy grande

C	y	B	A1	A2	A3	A4	A5
90	y1	6	1	0	-1/4	1/4	-1/2
50	y2	12	0	1	3/4	-3/4	1/2
Z = 1140			0	0	15-M	-15	-20

⇒ la tabla sigue siendo óptima y el funcional y el plan de producción se mantiene. Se van a fabricar 15 unidades de producto 1 y 20 unidades de producto 2.

- a) conseguir 1 kg de A2 por entregar 2 kg A1.
 Evalúo esta oportunidad en la tabla óptima del cual.
 La idea es iterar a través de las tablas óptimas hasta que el intercambio deje de ser conveniente, es decir,

$$VM(\text{entregado}) \leq VM(\text{recibido})$$

En esta tabla: $VM(\text{entregado}) = 2 \text{ kg} \cdot 6 \frac{\$}{\text{kg}} = 12\$$

$$VM(\text{recibido}) = 12\$$$

⇒ pareciera que no conviene realizar ningún intercambio ya que el funcional se mantiene constante.

		90-2α	50+α	15			
C	y	B	A1	A2	A3	A4	A5
90-2α	y1	6	1	0	-1/4	1/4	-1/2
50+α	y2	12	0	1	3/4	-3/4	1/2
			0	0	5/4	-15	-20+α
					4	-5/4	3/2

⇒ para que la tabla sea óptima

$$\frac{5}{4}\alpha \leq 0 \Rightarrow \alpha = 0$$

$$-15 - \frac{5}{4}\alpha \leq 0$$

$$-20 + \frac{3}{2}\alpha \leq 0$$

si $d=0$ entra y_3 y sale y_2 lo que indica que el valor marginal de R_2 para a ser a_1 siendo el intercambio desfavorable ya que se entregaría recurso 1 y el final no aumentaría.

\Rightarrow No conviene realizar ningún intercambio.

c) Restricción de un problema mochila

$$15x_1 + 12x_2 + 8x_3 + 7x_4 + 6x_5 + 5x_6 + 2x_7 \leq 17$$

a) cut cover

sea $\sum_{i=1}^n a_i x_i \leq b$; / sea $\sum_{i=1}^n a_i > b \Rightarrow$ una desigualdad de cubrimiento o corte cover es $\sum_{i \in C} x_i \leq |C| - 1$

• corte 1: $x_2 + x_3 \leq 1$ ya que $a_2 + a_3 > 17$

$$12 + 8 = 20 > 17$$

• corte 2: $x_3 + x_4 + x_5 \leq 2$ ya que $a_3 + a_4 + a_5 > 17$

$$8 + 7 + 6 = 21 > 17$$

• Extiendo el corte 2: $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \leq 2$

(agrego los elementos cuyo peso es mayor o igual al mayor de los pesos de los elementos del corte cover sin cambiar el término independiente)

• Lifting el corte 2: $2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \leq 2$

(si incorporo x_1 no entra ningún elemento más y lo mismo con x_2).

ca) comparación cortes ganary y cortes cover

Los planos de corte ganary son planos de corte generales, que sólo se basan en la condición de integralidad de las variables, pueden ser utilizados para cualquier PLE y suelen ser muy débiles. Se puede remarcar como ventaja que se obtiene una solución factible y que ninguno de los cortes utilizados elimina soluciones válidas de la capsula convexa. Una desventaja podría ser que generalmente es necesario un gran número de planos de corte y que errores numéricos pueden generar soluciones incorrectas o que el programa falle.

En cambio, los planos de corte cover son particulares para cada problema de PLE y resultan más robustos: se llaman planos de corte específicos. Tienen la desventaja de que se deben cumplir ciertas condiciones para poder aplicarse.

A1) Análisis de la situación problemática

Se trata de un problema de armado con programación de metas. Se busca de identificar de dónde comprar los conectores para cumplir con las ventas de conectores de cada modelo sean por unidad o por bolsa. Se podría plantear como un problema de distribución donde los lotes importadores de china suministran una cantidad de conectores (con la salvedad que no es necesario reubicarlos a todos) y los proveedores locales proveen una cantidad no limitada de conectores. El emprendedor requiere de una cantidad limitada de conectores para vender por unidad y de una cantidad desconocida para vender por bolsa (demanda). El costo de enviar una unidad del origen al destino está dada por el precio por unidad del proveedor local o el precio por lote de china.

objetivo

determinar cuantos y cuáles lotes y unidades de conectores comprar para maximizar las ganancias durante el próximo mes.

Hipótesis

- Los conectores que proveen de los lotes importados de china y los que proveen del proveedor local tienen el mismo valor de renta.
- Las rentas estimadas para cada conector son por la renta por unidad, no por base.
- No hay conectores defectuosos o que puedan ser descartados.
- Solo se puede comprar un lote de cada tipo.
- Las rentas aumentadas por publicidad se calculan en base a un proporcional de 1% por cada 10000 \$. Es decir, que si gastas 15000 \$ las rentas aumentarán 1.5%.
- La demanda de rentas es mínima.

variables

cu_i = cantidad de conectores comprados para ser vendidos por unidad de tipo i , $i \in I$ [ulmes] (entera)

$I = \{1, 2, 3\}$

B = cantidad de bolsas armadas [ulmes]

cb_i = cantidad de conectores comprados para ser vendidos en bolsa de tipo i , $i \in I$ [ulmes] (entera)

$I = \{1, 2, 3\}$

yl_j = $\begin{cases} 1 & \text{si se compra el lote } j, \\ 0 & \text{sino} \end{cases}$ $j \in J$ $J = \{A, B, C, D, E\}$

cp_l = cantidad de conectores comprados a un proveedor local de tipo i , $i \in I$ [ulmes] (entera)

yc = $\begin{cases} 1 & \text{si compra al menos 3 lotes} \\ 0 & \text{sino} \end{cases}$

yd = $\begin{cases} 1 & \text{si le sobra mas de DEMAS} \\ 0 & \text{sino} \end{cases}$

yp = $\begin{cases} 1 & \text{si se puede usar el dinero restante en publicidad} \\ 0 & \text{sino} \end{cases}$

P = dinero gastado en publicidad [\$mes]

$VA_i =$

Restricciones

ventas estimadas para conectores vendidos por unidad)

$$CV_i \geq V_i \left(1 + \frac{0.01 \cdot P}{10000} \right)$$

VIEI

demanda mínima de bases)

$$B \geq 30 \text{ [unidades]}$$

ubicación de los conectores en las bases)

$$20 \left[\frac{M}{\text{base}} \right] \cdot B \left[\frac{\text{base}}{\text{mes}} \right] = CB_i \left[\frac{M}{\text{mes}} \right]$$

VIEI

conectores comprados a un proveedor local y de un lote)

$$CPL_1 + y_{LA} \cdot LA_1 + y_{LB} \cdot LB_1 + y_{LC} \cdot LC_1 + y_{LD} \cdot LD_1 + y_{LE} \cdot LE_1 = CV_1 + CB_1$$

idem para el resto de los conectores

compra al menos 3 lotes)

$$3y_C \leq y_{LA} + y_{LB} + y_{LC} + y_{LD} + y_{LE} \leq 5y_C + 2(1 - y_C)$$

disponibilidad de dinero)

$$y_{LA} \cdot L_1 + y_{LB} \cdot L_2 + y_{LC} \cdot L_3 + y_{LD} \cdot L_4 + y_{LE} \cdot L_5 +$$

$$+ CPL_1 \cdot C_1 + CPL_2 \cdot C_2 + CPL_3 \cdot C_3 \leq MES$$

idem

sobra más de DEMAS)

$$DEMAS y_D \leq MES - (y_{LA} \cdot L_1 + y_{LB} \cdot L_2 + y_{LC} \cdot L_3 + \dots) \leq *$$

$$* DEMAS + y_D \cdot M$$

se puede usar en publicidad)

$$2y_p \leq y_c + y_D \leq 1 + y_p$$

dinero gastado en publicidad)

$$P \leq M y_p$$

$$-M(1-y_p) + \uparrow \leq P \leq MES - (y_{LA} \cdot L_1 + y_{LB} \cdot L_2 + \dots) + M(1-y_p)$$
$$MES - (y_{LA} \cdot L_1 + y_{LB} \cdot L_2 + \dots)$$

Función

$$Z(\max) = P_B \cdot B + P_{C1} \cdot C_1 + P_{C2} \cdot C_2 + P_{C3} \cdot C_3 -$$
$$- (P + y_{LA} \cdot L_1 + y_{LB} \cdot L_2 + y_{LC} \cdot L_3 + y_{LD} \cdot L_4 + y_{LE} \cdot L_5 +$$
$$C_{P1} \cdot C_1 + C_{P2} \cdot C_2 + C_{P3} \cdot C_3)$$

Aa) problemas de la heurística

- No hay atención de desahorro en caso de que los lotes tengan el mismo precio

- Podría pasar que los lotes traigan muchos conectores y sea necesario comprar solo 1 o 2

- No tiene en cuenta la plaza que dispone por mes. Podría faltarle dinero.

Funcionaría bien si le alcanza el dinero para comprar los 3 lotes y los conectores vendidos por el proveedor local
no los necesita

Ordena de <2> y de <se vende> 20

A3)

- dinero disponible = mes
- Divido el total de cada tipo de conectores por lote por su precio para obtener el precio unitario de cada ~~tipo de~~ conector por lote (promedio)
- Armo una lista de esos precios unitarios por lote
~~de cada tipo de conector~~
- ordeno de menor a mayor la lista:
- Mientras haya dinero disponible y no cumpla la demanda mínima:
comprar el lote más con precio unitario más barato * (si alcanza el dinero)
dinero disponible \div precio lote \rightarrow tipo salir del
Armar las bolsas con un múltiplo ~~de 20~~ ^{mientras} conectores
por bolsa y el sobrante tomarlo para la demanda
mínima de conectores vendidos por unidad

de tipo

(*2) si no cumple la demanda mínima:

ver
curso~~Mientras haya dinero disponible:~~

~~comprar las unidades necesarias de cada
tipo de conector para llenar las bolsas y
cumplir la demanda mínima de conectores
particulares al proveedor local~~

* si hay empate tomar el que esté primero en el abecedario ✓

*2 Si no alcanzan dinero para comprar un lote pero si unidades individuales comprar las necesarias al proveedor local para cumplir la demanda y que alcance el dinero,