USO INTERNO

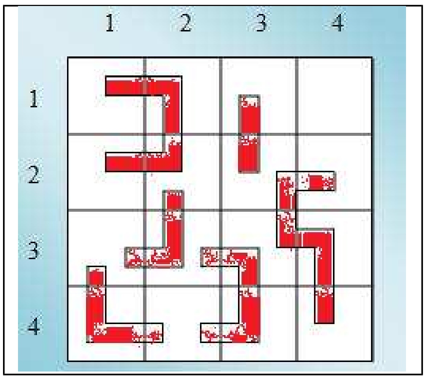
Nota de este examen: ____________________

Nota de Cursada: ____________ Nota en la libreta: ____________

Evaluación integradora de Modelos y Optimización I (71.14) 29 de julio de 2015

Apellido y nombre:.. Nro.de Padrón:..........................
Cursó en el ☐ cuatrimestre del año ☐
Turno de T.P.: (día y horario) .... Ayudante/s:.....................................
Oportunidad en la cual rinde (1ra, 2da, 3ra) ☐ Rinde como: Regular: ☐ Libre: ☐

A. A la izquierda vemos un embaldosado de 4 x 4 que tiene debajo tubos de distribución de agua (los que vemos pintados de color más oscuro). Todos los tubos deben ser cambiados por unos más modernos de plexiglás. Para poder cambiar un tubo hay que romper al menos una de las baldosas debajo de las cuales está el tubo. Como las baldosas son de cerámica italiana, cada baldosa que se rompe debe ser reemplazada a un costo de $MUCHO. Se sabe que romper un pedacito de baldosa es equivalente a romperla toda (hay que pagar $MUCHO). Considerar que $MUCHO es una constante conocida.
¿Qué es lo mejor que se puede hacer con la información disponible?
Se pide:



A1 Análisis del problema, Objetivo completo y claro. Hipótesis necesarias para su resolución, definición de variables. Modelo de programación lineal para su resolución óptima.
A2 Zanón propone la siguiente heurística de construcción para resolver este problema:

Para cada baldosa calcular la cantidad de tubos que pasan por debajo de esa baldosa.
Ordenar esa lista de mayor a menor
Mientras queden tubos que todavía no se pueden cambiar
  Romper la primera baldosa de la lista
  Marcar los tubos que se pueden cambiar
  Pasar a la siguiente baldosa de la lista
Fin mientras

Indique qué inconvenientes tiene la heurística propuesta, si es que los tiene.
A3 Plantee una heurística de construcción para el problema que no tenga los inconvenientes que criticó en la heurística propuesta por Zanón.

B) Una empresa fabrica dos productos (X1 y X2) a partir de R1 y R2. Hay una demanda mensual máxima para el producto P1 y que es de 15 unidades. Estas son las tablas óptimas del directo y del dual del Programa Lineal que tiene la empresa para determinar su nivel mensual de producción (aunque no están completas).

Del recurso R1 la disponibilidad mensual es de 90 kg. La disponibilidad mensual del recurso R2 es de 50 kg. Los precios de venta de los productos son $36 y $30, respectivamente. El z es de máximo.

Tabla óptima Primal :

			36	30			
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
30	X2	20	0	1	1/2	-1/2	0
36	X1	15	1	0		3/4	0
0	X5	0	0	0	1/4		1
	Z =	1140	0	0			0

Tablas óptimas alternativas del Dual :

			90	50	15		
Bk	Yk	Ck	A1	A2	A3	A4	A5
	Y1	6	1	0	-1/4	1/4	-1/2
	Y2	12	0	1	3/4	-3/4	
	Z =		0	0	0*		

			90	50	15		
Bk	Yk	Ck	A1	A2	A3	A4	A5
90	Y1	10	1	1/3	0	0	-1/3
15	Y3	16	0	4/3	1	-1	2/3
	Z =		0	0*	0	-15	-20

B1) Complete los valores faltantes en las tablas, indicando cómo los obtuvo.
B2) Sabiendo que el producto X1 consume 2 kilos de cada recurso y que el producto 2 consume 3 kilos de R1 y 1 kilo de R2, analice la alternativa de eliminar la demanda máxima de P1 ¿se fabricará más producto X1 o menos? Idem para el producto X2. Justifique la respuesta en base a sus cálculos.
B3) ¿Resultará conveniente comprar 10 kilos de R1 a 90 pesos en total?. Si no lo es ¿a qué precio máximo conviene comprar 10 kilos de R1? Justifique la respuesta en base a sus cálculos.

C1 ¿Cuándo un problema está en P? ¿Cuándo un problema está en NP? Mencione ejemplos de problemas en P y en NP.
C2 En el problema de coloreo de grafos, si se resuelve suponiendo que las variables pueden tomar valores no enteros (es decir, se lo resuelve como un problema continuo) ¿se puede usar esa solución como base para resolver el problema en el cual las variables son enteras? Indique las limitaciones de la solución continua (si las tiene).

Para aprobar debe tener Bien 2 puntos de A, 2 de B y 1 de C. Además, A1 no puede estar Mal.

Algunas pistas para la resolución.
Atención: este documento no contiene el resuelto del examen, sino algunas pistas para ayudar a su resolución.

Parte A:
A1) Es un problema de cobertura de conjuntos, determinando qué baldosas romper para poder acceder a todos los tubos rompiendo la menor cantidad de baldosas posibles

Las variables pueden ser:
Rij: Vale 1 si se rompe la baldosa ij (i es la fila y j es la columna del dibujo)

Para cada tubo hay que romper al menos una baldosa que pasa por encima de él
Tubo 1) R11 + R12 + R21 + R22 >= 1
Tubo 2) R13 + R23 >= 1
Tubo 3) R22 + R31 + R32 >= 1
Tubo 4) R23 + R24 + R33 + R34 + R44 >= 1
Tubo 5) R31 + R41 + R42 >= 1
Tubo 6) R32 + R33 + R42 + R43 >= 1

MIN Z = $MUCHO * [Sumatoria con i de 1 a 6 y j de 1 a 6 de Rij]

A2) La heurística no resuelve empates. Además, y eso es un problema frecuente en heurísticas de cobertura de conjuntos, cuando ya hay tubos que se pueden cambiar hay que restarlos de la cantidad de tubos que habilita cada baldosa (sino se rompe una baldosa que teóricamente permite cambiar varios tubos pero ya se cambiaron rompiendo otra baldosa).

Parte B)
B1)

Tabla óptima Primal :

			36	30			
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
30	X2	20	0	1	1/2	-1/2	0
36	X1	15	1	0	**-1/4**	3/4	0
0	X5	0	0	0	1/4	**-3/4**	1
	Z =	1140	0	0	**6**	**12**	0

Tablas óptimas alternativas del Dual :

			90	50	15		
Bk	Yk	Ck	A1	A2	A3	A4	A5
90	Y1	6	1	0	-1/4	1/4	-1/2
50	Y2	12	0	1	3/4	-3/4	**1/2**
	Z =	**1140**	0	0	0*	**-15**	**-20**

			90	50	15		
Bk	Yk	Ck	A1	A2	A3	A4	A5
90	Y1	10	1	1/3	0	0	-1/3
15	Y3	16	0	4/3	1	-1	2/3
	Z =	**1140**	0	0*	0	-15	-20

Observemos también que en las dos tablas alternativas del dual el valor del funcional y de los zj-cj debe ser el mismo.

B2) Como el producto 1 consume 2 kilos de cada recurso, lo máximo que se puede hacer son 25 unidades (porque del R2 hay 50 kg disponibles). Si reemplazamos el 15 de la demanda máxima en la tabla dual por un número mayor que 25 (es como anular la restricción, puede fabricar lo que quiera y solamente lo limita R2) veremos si fabrica más o no.

B3) El menor valor marginal del R1 (entre 6 que está en una tabla y 10 en la otra) es el que corresponde a la ganancia obtenida cuando tenemos más recurso. Es decir que no conviene comprar 10 kilos a 90 pesos porque estaremos pagando 9 pesos cada uno. Hay que ver el rango en la primera tabla alternativa dual para saber si el precio máximo de 6 pesos por kilo se mantiene si compramos 10 kilos. También podemos reemplazar en esa tabla el coeficiente de 90 por 100 y ver cuánto aumenta el funcional. Ese será el precio máximo a pagar (en total).