

**Evaluación integradora de Modelos y Optimización I (71.14)**

25 de febrero de 2015

Apellido y nombre:..... Nro.de Padrón:.....

Cursó en el  cuatrimestre del año 

Turno de T.P.: (día y horario) ..... Ayudante/s:.....

Oportunidad en la cual rinde (1ra, 2da, 3ra) ☐ Rinde como: Regular: ☐ Libre: ☐

**A** El encargado de los laboratorios de computación de una Universidad se enfrenta a la planificación de la próxima semana. Hay 3 laboratorios de computación disponibles, llamados A, B y C. Cada uno tiene distintas características (físicas y técnicas).

La próxima semana se tiene previsto dar laboratorios especiales para 5 grupos, cada uno tiene requerimientos que hacen que puedan dar clase sólo en determinados laboratorios (esa información aparece en la columna Requisitos). Además, cada grupo tiene horarios en los cuales se dan clases. Se sabe que no es necesario que en todos los horarios usen el mismo laboratorio (por ejemplo el grupo 1 puede dar clase los lunes en un laboratorio, los miércoles en otro y los jueves en otro) pero siempre tienen que usar laboratorios que tengan los requisitos que necesitan.

Grupos	Horarios	Requisitos
Grupo 1	Lunes, miércoles y jueves de 9 a 11	A, B o C
Grupo 2	Martes y jueves de 9 a 11 y miércoles de 11 a 13	A
Grupo 3	Lunes y martes de 9 a 11 y miércoles y jueves de 11 a 13	B o C
Grupo 4	Lunes, martes, miércoles y jueves de 11 a 13	A o B
Grupo 5	Lunes y miércoles de 9 a 11 y martes y jueves de 11 a 13	C

El encargado tiene la duda acerca de si será posible que todos los grupos puedan dar la semana que viene sus laboratorios especiales. ¿Qué es lo mejor que puede hacer con la información disponible? Se pide:

**A1** Análisis del problema, Objetivo completo y claro. Hipótesis necesarias para su resolución, definición de variables. Modelo de programación lineal para su resolución óptima.

**A2** Antonio propone la siguiente heurística de construcción para resolver este problema:

*Tomar los grupos por orden numérico.*

*Mientras queden grupos sin acomodar en los laboratorios*

*Elegir el primer grupo de la lista y asignarle el primer laboratorio que tenga como requisito para todos los horarios. Si para algún horario ese laboratorio está ocupado asignarle el siguiente laboratorio y así sucesivamente. Si no se le puede asignar ninguna, pasar al siguiente curso.*

*Fin mientras*

Indique qué inconvenientes tiene la heurística propuesta, si es que los tiene.

**A3** Plantee una heurística de construcción para el problema que no tenga los inconvenientes que criticó en la heurística propuesta por Antonio.

**B** La empresa LIRA fabrica P1 y P2 a partir de R1 y R2. De P2 debe entregar al menos 15 unidades por mes. A continuación se muestran las ecuaciones y las tablas óptimas directa y dual del modelo que utiliza la empresa:

$X_1 + X_2 \leq 35$  (kg. R1/mes);  $3X_1 + 2X_2 \leq 90$  (kg. R2/mes);  $X_2 \geq 15$  (un. P2/mes)

$Z = 60X_1 + 50X_2$  (MAX) (60 y 50 son los beneficios de los productos)

**B1** Una empresa amiga de LIRA le ofrece venderle 15 kilos de R1 a \$600 en total. Si es conveniente ¿cuál es el plan de producción luego de la compra? Si no lo es ¿por qué?

**B2** La misma empresa le propone a LIRA comprarle kilos de R1. ¿Cuál es el precio mínimo al cual conviene vender? Si la empresa pagara un precio igual a 1,2 por el precio mínimo ¿cuántos kilos conviene vender? Indicar cómo quedaría el plan de producción de LIRA luego de la venta.

**B3** A LIRA le proponen el siguiente canje: recibir 1 unidad de P2 terminada y lista para vender y recibir también 2 kilos de R2 a cambio de entregar 2 kilos de R1. Si conviene ¿cuántos canjes hace? Se sabe que el precio de venta de P2 es 80 pesos.

**NOTA:** Los puntos B1, B2 y B3 se resuelven independientemente. Detalle todos los cálculos efectuados.

**C1** Para resolver un problema de Programación Lineal Entera, uno de los procedimientos que se pueden utilizar es Branch & Bound ¿Cómo se puede acelerar la resolución por Branch & Bound para que termine antes?

**C2** El problema de conjuntos a cubrir ¿es un problema difícil? Definir brevemente el problema e indicar por qué es un problema difícil o por qué no lo es.

**Para aprobar debe tener Bien 2 puntos de A, 2 de B y 1 de C. Además, A1 no puede estar Mal.**

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
60	X1	20	1	0	1	0	1
0	X4	0	0	0	-3	1	-1
50	X2	15	0	1	0	0	-1
	Z =	1950	0	0	60	0	10

35 90 -15

Bk	Yk	Ck	A1	A2	A3	A4	A5
35	Y1	60	1	3	0	-1	0
-15	Y3	10	0	1	1	-1	1
	Z =	1950	0	0*	0	-20	-15

### Algunas pistas para la resolución.

Atención: este documento no contiene el resuelto del examen, sino algunas pistas para ayudar a su resolución.

Parte A:

A1) Es un problema de cobertura de conjuntos tipo packing porque se trata de cubrir la mayor cantidad de conjuntos (grupos) sin saber si se pueden cubrir todos. Hay que determinar qué laboratorio asignarle a cada grupo en cada uno de los días para maximizar la cantidad de cursos que se pueden dar la semana próxima.

Las variables son:

YGiljH1: Vale 1 si al grupo i se le asigna el laboratorio j en el horario 1 (ídem para todos los horarios en los cuales ese grupo necesita usar el laboratorio).

Si se asigna el laboratorio N es que no se le asignó ningún laboratorio.

YSiGi: Vale 1 si el grupo i tiene laboratorio asignado para todos los días.

Se supone que no hay preferencia entre un grupo y otro a la hora de hacer o no hacer un curso, si se pueden acomodar los laboratorios, se hacen, y sino no se hacen.

*Cada horario de un grupo tiene un laboratorio asignado (puede ser el N)*

Por ejemplo, para el grupo 1

$$YG1LAH1 + YG1LBH1 + YG1LCH1 + YG1LNH1 = 1$$

$$YG1LAH2 + YG1LBH2 + YG1LCH2 + YG1LNH2 = 1$$

$$YG1LAH3 + YG1LBH3 + YG1LCH3 + YG1LNH3 = 1$$

Para el grupo 2:

$$YG2LAH1 + YG2LNH1 = 1$$

$$YG2LAH2 + YG2LNH2 = 1$$

$$YG2LAH3 + YG2LNH3 = 1$$

Y así para los demás grupos

*No pueden estar dos grupos al mismo tiempo en un mismo laboratorio*

Aquí tenemos que considerar los casos en los cuales puede haber superposición.

Por ejemplo, los lunes de 9 a 11:

$$YG1LBH1 + YG3LBH1 \leq 1$$

$$YG1LCH1 + YG3LCH1 + YG5L3H1 \leq 1$$

Y así para los demás casos de superposición

*Determinar si a un grupo se le consiguió laboratorio y ese curso se puede hacer*

Si ningún día se le asignó el laboratorio "N", se puede hacer

Por ejemplo, el curso 4

$$4(1 - YSI4) \leq YG4LNH1 + YG4LNH2 + YG4LNH3 + YG4LNH4 \leq 3 + (1 - YSI4)$$

Y en Z se maximiza  $YSI1 + YSI2 + YSI3 + YSI4 + YSI5$

A2) En primer lugar elige por el orden en el cual aparecen los cursos, cuando es preferible elegir primero los cursos que tienen menor cantidad de laboratorios en los cuales pueden hacerse (si empezamos por el grupo 1, que puede usar cualquier laboratorio, va a asignarle laboratorios en horarios en los cuales hay otro curso que si no usa ese laboratorio no se puede dar). Si empezamos de esa manera habrá que usar algún criterio de desempate para los que necesitan la misma cantidad de laboratorios. Además, obliga a que tenga el mismo laboratorio en todos los horarios, lo cual simplifica el procedimiento, pero quita esa flexibilidad de poder hacer un curso cambiando de laboratorio.

A3) Se pueden seguir algunos de los consejos sugeridos en A2 para arreglar la heurística.

Una vez que se acomodaron los cursos, si quedó algún grupo sin laboratorio, se puede volver a asignar empezando por ese grupo desde cero, para ver si esa nueva asignación permite que se hagan todos los cursos.

NOTA: Aquí no planteamos un ejemplo de heurística, simplemente, siguiendo la idea de este documento, damos pistas para su elaboración

Parte B)

B1) Actualmente el valor marginal de R1 es 60, pero al comenzar a comprar R1 la tabla alternativa dual del enunciado deja de ser óptima y pasamos a la alternativa del dual cuyo valor marginal para R1 es de \$30. Como el precio de compra es \$40 (600/15), no conviene

B2) El precio mínimo es el valor marginal de la tabla dual del enunciado (que es la tabla cuyo rango permite vender) es decir que los vendemos por no menos de \$60 el kilo. Podemos vender hasta 20 kilos, luego da incompatible y no podemos seguir vendiendo.

B3) Es una variación simultánea en la cual sumamos Alfa en la restricción de la demanda mínima ( $-15 + \text{Alfa}$ ) porque si compramos el producto baja la obligación de fabricar, sumamos 2 Alfa en la restricción del R2 (queda  $90 + \text{Alfa}$ ) y también restamos 2 Alfa en la disponibilidad de R1 (queda  $35 - 2 \text{ Alfa}$ ). Si en la tabla alternativa dual del enunciado no podemos hacer ningún canje (queda Alfa menor o igual que cero) tendremos que probar en la otra tabla, si conviene. No perder de vista que el producto que recibimos está lista para vender y que el precio de venta es 80.