

Evaluación integradora de Modelos y Optimización I (71.14)

9 de diciembre de 2015

Apellido y nombre: Nro. de Padrón:

Cursó en el cuatrimestre del año

Turno de T.P.: (día y horario) Ayudante/s:

Oportunidad en la cual rinde (1ra, 2da, 3ra) ☐

Rinde como:

Regular: ☐

Libre: ☐

A Siempre es algo difícil encontrar el mejor lugar en el cual acampar. El lugar en el cual queremos acampar tiene como mapa la cuadrícula de 64 posiciones de la derecha. En cualquier celda se puede poner la carpa. Según el manual del acampante, una celda que tiene agua vale +3, una que está cerca de agua vale +1. Una celda que tiene madera vale +2 y una que está cerca de la madera vale +1. Una celda que tiene un pantano vale -2 y una que está cerca de un pantano vale -1. Una celda que tiene mosquitos vale -3 y una que está cerca de los mosquitos vale -2. Cerca es adyacente (vertical, horizontal o diagonal). Por ejemplo, B5 vale 1 punto (+3 de agua, +1 cerca de madera, -2 cerca de mosquitos, -1 cerca de pantano). Suponga que conoce la constante con el puntaje de cada celda (P_{ij}) y que quiere colocar tres carpas, de tal manera de que el puntaje de las celdas en las cuales están las carpas sea lo mejor posible. Las carpas no pueden estar en celdas adyacentes. Se necesita que una de las carpas, al menos, no esté en una celda con o cercana a mosquitos (es la carpa de los alérgicos).

8								
7								
6								
5								
4								
3								
2								
1								
	A	B	C	D	E	F	G	H

¿Qué es lo mejor que se puede hacer con la información disponible? Se pide:

A1 Análisis del problema, Objetivo completo y claro. Hipótesis necesarias para su resolución, definición de variables. Modelo de programación lineal para su resolución óptima.

A2 La revista Weekend propone la siguiente heurística de construcción para resolver este problema:

Eliminar del análisis las celdas con o cercanas a mosquitos

Ordenar el resto de las celdas por puntaje, de mayor a menor

Colocar las carpas en las tres primeras celdas de la lista

Indique qué inconvenientes tiene la heurística propuesta, si es que los tiene.

A3 Plantee una heurística de construcción para el problema que no tenga los inconvenientes que criticó en la heurística propuesta por la revista Weekend.

B La empresa GVL fabrica P1 y P2 a partir de R1 y R2. Hay un máximo a producir de P2. A continuación se muestran las ecuaciones y las tablas óptimas directa y dual del modelo de PL Continua que usa la empresa:

$2X_1 + 2X_2 \leq 60$ (kg. R1/mes); $X_2 \leq 20$ (un. P2/mes); $4X_1 + 2X_2 \leq 80$ (kg. R2/mes)

$Z = 2X_1 + X_2$ (MAX) (2 y 1 son los beneficios de los productos)

B1 Una empresa amiga de GVL le pide que baje el máximo a producir de P2 en una unidad (de 20 a 19). A cambio, la empresa amiga le pagará \$0,50 ¿es conveniente para GLV?

B2 GLV puede comprar 5 kilos de R2 pagando \$2 en total. No se pueden hacer compras parciales, o compra 5 kilos o nada. Si es conveniente ¿cómo queda el plan de producción de GVL luego de la compra? Si no lo es ¿por qué?

B3 A GVL le proponen intercambiar kilos de R1 por kilos de R2. Se puede hacer entregando 1 kilo de R1 y recibiendo 1 kilo de R2 o al revés. ¿Conviene alguna de las dos opciones? Si es así ¿cuántos kilos canjea y cómo queda el plan de producción de GVL?

NOTA: Los puntos B1, B2 y B3 se resuelven independientemente. Detalle todos los cálculos efectuados.

C1 En la resolución heurística del problema de la mochila, ¿para qué se usan las cotas?

C2 ¿Cómo influye en la resolución de problemas que no se pueda determinar si P es distinto o igual que NP (en términos de complejidad de problemas)?

Para aprobar debe tener Bien 2 puntos de A, 2 de B y 1 de C. Además, A1 no puede estar Mal.

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
1	X2	20	0	1	1	0	-1/2
0	X4	0	0	0	-1	1	1/2
2	X1	10	1	0	-1/2	0	1/2
	Z =	40	0	0	0*	0	1/2

Bk	Yk	Ck	A1	A2	A3	A4	A5
60	Y1	0	1	1	0	1/2	-1
80	Y3	1/2	0	-1/2	1	-1/2	1/2
	Z =	40	0	0*	0	-10	-20

Algunas pistas para la resolución.

Atención: este documento no contiene el resuelto del examen, sino algunas pistas para ayudar a su resolución.

Parte A:

A1) Es un problema de selección (podríamos decir asignación en la cual hay 64 lugares para asignar pero solamente se asignan 3). Hay que determinar en qué lugar se asignan las tres carpas para maximizar el puntaje de los lugares en los cuales están.

Las variables pueden ser:

Y_{ij} : Vale 1 si se instala una carpa en la celda ij

Se instalan 3 carpas

SUMATORIA variando i de A a H y j de 1 a 8 de $Y_{ij} = 3$

Las carpas no pueden estar en celdas adyacentes

Por ejemplo para la celda D5

8 (1 - Y_{D5}) $\geq Y_{C5} + Y_{E5} + Y_{C4} + Y_{D4} + Y_{E4} + Y_{C6} + Y_{D6} + Y_{E6}$

Nótese que esta estructura no funciona si no ponemos el 8 multiplicando (es una especie de or). Sino, hay que hacer 8 restricciones

Al menos una carpa tiene que estar en una zona con o cercana a mosquitos

$Y_{D7} + Y_{D8} + Y_{D9} + \dots$ (aquí sumamos todas las celdas que están cerca o tienen mosquitos)... ≤ 2

$\text{MAX } Z = \text{SUMATORIA variando } i \text{ de A a H y } j \text{ de 1 a 8 de } (P_{ij} * Y_{ij})$

A2) La heurística no resuelve empates. Tampoco tiene en cuenta que las carpas no pueden estar en celdas adyacentes. Además, eliminar todas las celdas cercanas a mosquitos o con mosquitos puede eliminar buenas soluciones, siendo que solamente una carpa tiene que estar en zonas sin mosquitos.

A3) En la heurística se podría seguir el ejemplo de A2 pero resolviendo empates y controlando cuando se asigna una carpa de eliminar de la lista todas las celdas adyacentes a ésta. Si al colocar dos carpas ninguna de las dos quedó en una zona libre de mosquitos se quitan de la lista que quedó todas las celdas que no están libres de mosquitos.

NOTA: Aquí no planteamos un ejemplo de heurística, simplemente, siguiendo la idea de este documento, damos pistas para su elaboración

Parte B)

B1) Cuando baje el mínimo va a bajar el funcional, porque ahora está haciendo 20. Hay que ver si la baja del funcional (lo podemos analizar en la tabla dual reemplazando el 20 por un 19 en el coeficiente de Y_2) es menor que \$0,50 (conviene) o mayor (no conviene)

B2) En principio parece que conviene porque el valor marginal es de $\frac{1}{2}$, es decir que con 5 kilos ganaríamos 2,50. Pero hay que ver si comprando 5 kilos se mantiene ese valor marginal. Podemos analizarlo aumentando la disponibilidad del recurso en 5 kilos en la tabla dual y viendo cuánto aumenta el funcional cuando llegamos al nuevo óptimo del dual.

B3) Son dos variaciones simultáneas. Como hay dos tablas alternativas óptimas, si en la tabla del enunciado vemos que nos conviene el cambio (porque el recurso que entregamos vale más que el que recibimos) pero no podemos hacer ningún intercambio en esa tabla, hay que pasar a la solución alternativa dual, ver si conviene y ver cuánto podemos intercambiar en esa tabla. Si en la tabla del enunciado no conviene, hay que ver si en la solución alternativa conviene y si podemos hacer intercambios en esa solución.

Atención: por tratarse de programación lineal continua (no podía ser de otra manera ya que el análisis de sensibilidad en los modelos de PL Entera es muy complejo) no es necesario asegurar que la cantidad de canjes y/o la cantidad canjeada sean valores enteros.