

**Evaluación integradora de Modelos y Optimización I (71.14)**

5 de agosto de 2015

Apellido y nombre:..... Nro.de Padrón:.....

Cursó en el  cuatrimestre del año 

Turno de T.P.: (día y horario) ..... Ayudante/s:.....

Oportunidad en la cual rinde (1ra, 2da, 3ra) ☐ Rinde como: Regular: ☐ Libre: ☐

**A.** El técnico de sistemas del ZYU Mocoví tiene que acceder a cinco archivos distintos (los llamaremos F1, F2, F3, F4 y F5) y la única manera de hacerlo es apelar a las cintas de backup. Tiene 10 cintas de backup (llamaremos Ci a cada cinta) pero los archivos no están en todas las cintas. A continuación se indica, para cada archivo, en qué cintas está:

	CINTAS EN LAS CUALES ESTÁ EL ARCHIVO
F1	C1, C2, C5, C8, C9, C10
F2	C1, C3
F3	C2, C5, C7, C10
F4	C3, C6, C8
F5	C1, C2, C4, C6, C7, C9, C10

Para poder recuperar los archivos, primero hay que hacer un volcado de la cinta al disco rígido. El volcado tiene que ser de la cinta completa, no se puede copiar solamente una parte. El técnico tiene una limitación de capacidad en disco rígido, por lo que no quiere ocupar mucho espacio.

Los tamaños de las cintas de backup C1...C10 son (30, B, 10, D, 10, 40, G, H, 20, 20). Sabiendo que B, D, G y H son constantes conocidas, ¿qué es lo mejor que se puede hacer con la información disponible?. Se pide:

**A1** Análisis del problema, Objetivo completo y claro. Hipótesis necesarias para su resolución, definición de variables. Modelo de programación lineal para su resolución óptima.

**A2** Luis Argerich propone la siguiente heurística de construcción para resolver este problema:

*Armar una lista colocando para cada cinta la cantidad de archivos que contiene*

*Ordenar esa lista de mayor a menor por cantidad de archivos*

*Mientras queden archivos sin bajar*

*Bajar la primera cinta de la lista y marcar cuáles archivos se bajaron*

*Pasar a la siguiente cinta de la lista*

*Fin mientras*

Indique qué inconvenientes tiene la heurística propuesta, si es que los tiene.

**A3** Plantee una heurística de construcción para el problema que no tenga los inconvenientes que criticó en la heurística propuesta por Luis.

**B)** La empresa YUA fabrica dos productos (X1 y X2) a partir de R1 y R2. Tiene una serie de pedidos comprometidos de X2 que suman 10 unidades por mes. El modelo lineal es el siguiente:

$2 X1 + 2 X2 \leq 80$  (kg R1/mes);  $X1 + 2 X2 \leq 50$  (kg R2/mes);  $X2 \geq 10$  (un. R2/mes)

$MAX Z = 30 X1 + 20 X2$  (30 y 20 son los precios de venta de X1 y X2)

Estas son las tablas óptimas del directo y del dual del Programa Lineal que tiene la empresa para determinar su nivel mensual de producción (aunque no están completas).

**Optima Directo**

			30	20			
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
30	X1		1	0		0	1
0	X4	0	0	0	-1/2	1	1
20	X2	10	0	1	0	0	-1
	Z=	1100	0	0		0	10

**Optima Dual**

			80	50	-10		
Bk	Yk	Ck	A1	A2	A3	A4	A5
	Y1	15	1	1/2	0	-1/2	0
	Y3	10	0	-1	1	-1	1
	Z=		0	0*	0	-30	-10

**B1)** Complete los valores faltantes en las tablas, indicando cómo los obtuvo.

**B2)** Una empresa amiga le ofrece a YUA venderle unidades de X2 ya elaborado, y le cobra \$20,50 cada una. Esas unidades de X2 tienen las mismas características que las que vende YUA (es decir que YUA se las puede dar a sus clientes en lugar de las que fabrica). ¿Es conveniente comprar? Si no es conveniente ¿por qué?. Si es conveniente ¿cuántas unidades conviene comprar?. Justifique la respuesta en base a sus cálculos.

**B3)** Otra empresa, no tan amiga, le pide a YUA 3 unidades de X2 ya elaborado (es decir, aumenta en 3 la demanda mínima de X2). ¿A qué precio le tendría que cobrar YUA esas unidades para que el negocio resulte conveniente?. Justifique la respuesta en base a sus cálculos.

**C1** Respecto de la complejidad ¿Puede un problema estar en P y en NP simultáneamente? ¿por qué sí o por qué no?

**C2** El problema de asignación ¿es un problema difícil? ¿se puede resolver de manera exacta aplicando el método simplex, sin tener que aplicarle branch and bound u otro método para que las variables tengan valor entero?.

**Para aprobar debe tener Bien 2 puntos de A, 2 de B y 1 de C. Además, A1 no puede estar Mal.**

### Algunas pistas para la resolución.

Atención: este documento no contiene el resuelto del examen, sino algunas pistas para ayudar a su resolución.

Parte A:

A1) Es un problema de cobertura de conjuntos, determinando cuáles son las cintas que hay que volcar para recuperar todos los archivos con la menor cantidad de espacio en disco ocupado

Suponemos que los tamaños están en la misma unidad. Todas las cintas de backup tienen la misma versión de los archivos (es decir, para obtener un archivo da lo mismo volcar cualquiera de las cintas que lo contienen). Tampoco hay un límite específico de espacio para volcar cintas, simplemente se quiere ocupar el mínimo posible. Las cintas pueden contener más cosas que los archivos buscados (de hecho, eso explicaría la diferencia de tamaño) pero no influyen en el problema, lo único que interesa son los archivos que busca el operador (F1 a F5).

Las variables pueden ser:

Ci: Vale 1 si se vuelca la cinta i

*Hay que volcar alguna de las cintas en las cuales está el archivo*

F1)  $C1 + C2 + C5 + C8 + C10 \geq 1$

F2)  $C1 + C3 \geq 1$

F3)  $C2 + C5 + C7 + C10 \geq 1$

F4)  $C3 + C6 + C8 \geq 1$

F5)  $C1 + C2 + C4 + C6 + C7 + C9 + C10 \geq 1$

$\text{MIN } Z = 30 C1 + B C2 + 10 C3 + D C4 + 10 C5 + 40 C6 + G C7 + H C8 + 20 C9 + 20 C10$

A2) La heurística no resuelve empates. No tiene en cuenta los costos, puede ser que una cinta tenga muchos archivos pero ocupe mucho espacio (porque además de esos archivos tiene otras cosas) y hay que bajarla toda. A lo mejor bajando dos cintas tenemos menos tamaño ocupado que bajando esa cinta y podemos ver los mismos archivos.

A3) Habría que privilegiar los archivos que están en menos cintas, tratando de buscar la cinta que menos ocupe y que lo contenga y marcar cuáles otros tiene esa cinta. También podría encontrarse algún índice entre el tamaño y los archivos que contiene (dentro de los que nos interesan, que son F1 a F5).

NOTA: Aquí no planteamos un ejemplo de heurística, simplemente, siguiendo la idea de este documento, damos pistas para su elaboración

Parte B)

B2) En principio no parece buena idea comprar un producto a 50 centavos más del precio al cual lo vendo, pero si compramos producto 2, podemos bajar la obligación de fabricar ese producto (que actualmente es 10). Esa restricción que obliga tiene un valor marginal de 10 (quiere decir que mientras la tabla dual del enunciado siga siendo óptima, ganamos 10 pesos por cada unidad en la cual bajamos la demanda mínima). Hay que verificar el rango de la demanda mínima (-10) en el dual para ver en cuántas unidades podemos bajar la demanda sin que el valor marginal deje de ser 10. En cuanto el valor marginal pase a ser cero, no conviene más comprar.

B3) Si ponemos -13 en el coeficiente de demanda de la tabla dual (en lugar de -10) hay que ver en cuánto baja el funcional del dual. Por lo menos hay que pedir que le paguen a YUA esa diferencia.