USO INTERNO Nota de este examen: [ ]

Nota de Cursada: [ ] Nota en la libreta: [ ]

Evaluación integradora de Modelos y Optimización I (71.14)

8 de agosto de 2012

Apellido y nombre:.. Nro.de Padrón:..........................
Cursó en el [ ] cuatrimestre del año [ ]
Turno de T.P.: (día y horario) .... Ayudante/s:.....................................
Oportunidad en la cual rinde (1ra, 2da, 3ra) [ ] Rinde como: Regular: [ ] Libre: [ ]

A) El gobierno de la Provincia de Buenos Aires logró construir el tantas veces mencionado "Mapa de la Inseguridad". Los datos estadísticos se pueden ver reflejados en la siguiente tabla:

Localidad	Partido	Indice criminal
Burzaco	Almirante Brown	INDICE-A
Rafael Calzada	Almirante Brown	INDICE-B
Dock Sud	Avellaneda	INDICE-C
Gerli	Avellaneda	INDICE-D
Sarandí	Avellaneda	INDICE-E
Avellaneda	Avellaneda	INDICE-F
Canning	Esteban Echeverría	INDICE-G
El Jagüel	Esteban Echeverría	INDICE-H
Luis Guillón	Esteban Echeverría	INDICE-I
Ezeiza	Esteban Echeverría	INDICE-J

Para combatir la delincuencia se cuenta con cuatro fuerzas; tres fuerzas policiales (Federal, Bonaerense y GEOF) y una fuerza militarizada (Gendarmería). En cada una de las localidades la idea es formar equipos con integrantes de las distintas fuerzas. Como cada uno de los efectivos de una fuerza tiene un índice individual en el combate del delito (como aparece en la tabla que está en el enunciado más abajo) para saber, para un determinado equipo, cuánto baja el índice criminal hay que sumar los índices de sus integrantes.

A continuación en la tabla de la derecha veremos el índice de cada efectivo de cada fuerza, cuántos efectivos disponibles tiene (en total) y cuánto cobra cada uno por el tiempo asignado a este proyecto.

Fuerza	Índice individual	Disponibilidad	Sueldo
Federal	5	L efectivos	$FED
Bonaerense	4	P efectivos	$BON
GEOF	9	Q efectivos	$GEOF
Gendarmería	7	R efectivos	$GEN

Si una fuerza forma parte de un equipo, lo hace aportando 2 efectivos, excepto los gendarmes que van de a tres. Si en un equipo hay presencia de las 4 fuerzas, se triplica el índice total que logran bajar. Si en un equipo hay solo federales o solo bonaerenses, el índice total baja a la mitad (sin control de otras fuerzas, las visitas a pizzerías les sacan tiempo).

En el Partido de Avellaneda no aceptan policías federales y en Burzaco prefieren no tener bonaerenses. El gobernador necesita bajar el índice lo más posible y además quiere que todas las localidades tengan un equipo asignado. El presupuesto total para este plan es de $PRESUPUESTO.

A1 Análisis del problema, Objetivo completo y claro. Hipótesis necesarias para su resolución, definición de variables. Modelo de programación lineal para su resolución óptima.

A2 Gabriel Mariotto propone una heurística para resolver el problema. Consiste en asignar a cada localidad dos efectivos de cada fuerza policial y tres efectivos de Gendarmería.
Indique qué inconvenientes o fallas tiene esta heurística con respecto al problema dado, si es que los tiene.

A3 Plantee una heurística de construcción para resolver el problema. Recuerde que su heurística debe tender al mejor resultado y que no debe tener los problemas que criticó en el punto A2.

B) Una empresa fabrica dos productos (X1 y X2) a partir de R1 y R2. Hay una demanda mensual máxima para el producto P1 y que es de 15 unidades. Tiene un Programa Lineal para determinar su nivel mensual de producción.
Estas son las tablas óptimas del directo y del dual de dicho PL (aunque no están completas).
Del recurso R1 la disponibilidad mensual es de 90 kg.
La disponibilidad mensual del recurso R2 es de 50 kg.
Los precios de venta de los productos son $36 y $30, respectivamente. El z es de máximo.

Optima directo 36 30

C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5
30	X2	20	0	1	1/2	-1/2	0
36	X1	15	1	0		3/4	0
0	X5	0	0	0	1/4		1
	Z =	1140	0	0			0

Optima dual (1) 90 50 15

C	Y	B	A1	A2	A3	A4	A5
	Y1	6	1	0	-1/4	1/4	-1/2
	Y2	12	0	1	3/4	-3/4	
	Z =		0	0	0*		

Optima dual (2) 90 50 15

C	Y	B	A1	A2	A3	A4	A5
90	Y1	10	1	1/3	0	0	-1/3
15	Y3	16	0	4/3	1	-1	2/3
	Z =		0	0*	0	-15	-20

B1) Complete los valores faltantes en las tablas, indicando cómo los obtuvo.

B2) Sabiendo que el producto X1 consume 2 kilos de cada recurso y que el producto 2 consume 3 kilos de R1 y 1 kilo de R2, analice la alternativa de eliminar la demanda máxima de P1 ¿se fabricará más producto X1 o menos? Idem para el producto X2.

B3) ¿Es conveniente conseguir kilos de recurso R1 a $7 por kilo?. Si es conveniente ¿cuántos kilos conviene conseguir? Si no es conveniente ¿a qué precio (como máximo) conviene conseguir un kilo de recurso R1?.

NOTA: Para aprobar debe tener Bien dos puntos de A y dos de B. Además, A1 no puede estar Mal.
Detalle en la parte B todos los cálculos efectuados

Algunas pistas para la resolución.
Atención: este documento no contiene el resuelto del examen, sino algunas pistas para ayudar a su resolución.

Parte A:
A1) El objetivo es determinar cómo se arman los grupos que van a ir a cada localidad, para que la baja en el índice de criminalidad sea máxima.

Las variables podrían ser:
YFEDi: Vale 1 si el equipo de la localidad i tiene efectivos de la Federal (de modo similar se definen BONi. GEOFi y GENi)
YCUATROi: Vale 1 si en el equipo de la localidad i hay efectivos de las cuatro fuerzas
YSOLOFi: Vale 1 si en el equipo de la localidad i hay sólo federales (similar YSOLOBi)
INDICEBASEi: Indice base (antes de los ajustes por YCUATROi e YSOLOFi, etc) de la localidad i
INDICEi: Indice final de la localidad i

En cada localidad tiene que haber un equipo
YFEDi + YBONi + YGEOFi + YYGENi >= 1 para todo i de A a J

Control contra el total de efectivos disponibles
Por ejemplo, para los Federales:
2 YFEDA + 2 YFEDB + … + 2 YFEDJ <= L ídem para las otras fuerzas (ojo que GEN son 3 por equipo)

Límite de Presupuesto
$FED (2 YFEDA + 2 YFEDB + … + 2 YFEDJ) + $BON (2 YBONA + 2 YBONB + … + 2 YBONJ) + $GEOF (2 YGEOFA + 2 YGEOFB + … + 2 YGEOFJ) + $GEN (3 YGENA + 3 YGENB + … + 3 YGENJ) <= $PRESUPUESTO

Averiguar si en el equipo de una localidad hay solamente Federales (ídem solamente Bonaerenses)
4 YSOLOFi <= YFEDi + (1 – YBONi) + (1 – YGEOFi) + (1 – YGENi) <= 3 + YSOLOFi

Averiguar si en el equipo de una localidad hay efectivos de las cuatro fuerzas
4 YCUATROi <= YFEDi + YBONi + YGEOFi + YGENi <= 3 + YCUATROi

Indice base por localidad
INDICEBASEi = 5 (2 YFEDA + 2 YFEDB + … + 2 YFEDJ) + 4 (2 YBONA + 2 YBONB + … + 2 YBONJ) + 9 (2 YGEOFA + 2 YGEOFB + … + 2 YGEOFJ) + 7 (3 YGENA + 3 YGENB + … + 3 YGENJ)

Indice final por localidad *OJO CON EL PRODUCTO DE VARIABLES*
- M (YSOLOFi + YSOLOBi + YCUATROi) + INDICEBASEi <= INDICEi
INDICEi <= INDICEBASEi + M (YSOLOFi + YSOLOBi + YCUATROi)
- M (1 – YCUATROi) + 3 INDICEBASEi <= INDICEi <= 3 INDICEBASEi + M (1 – YCUATROi)
- M (1 – YSOLOFi) + 1/2 INDICEBASEi <= INDICEi <= 1/2 INDICEBASEi + M (1 – YSOLOFi)
- M (1 – YSOLOBi) + 1/2 INDICEBASEi <= INDICEi <= 1/2 INDICEBASEi + M (1 – YSOLOBi)

Habría que poner restricciones para no bajar el índice de cada localidad en más de lo que indica el mapa del delito (sino quedaría negativo el índice).

Para calcular el funcional se puede minimizar la suma de las diferencias entre el índice del delito de cada localidad en el mapa del delito y el índice final de cada localidad (que es lo que baja el índice). También se podría maximizar la suma de los índices finales de cada localidad.

A2) La heurística no asegura que alcancen los efectivos de todas las fuerzas para poder poner la cantidad que dice que hay que poner en cada localidad. Tampoco tiene en cuenta el límite de presupuesto ni las localidades que no quieren determinado tipo de efectivos, según enunciado.

A3) Una idea podría ser ordenar las localidades de acuerdo con su índice criminal en el mapa del delito (de mayor a menor) para que a los que tienen mayor índice de criminalidad se le vayan asignando efectivos de todas las fuerzas hasta que se terminen los efectivos de alguna de las fuerzas. Luego se va asignando a las localidades que quedaron (siempre siguiendo la lista en orden de índice criminal), tratando de que no queden solamente federales o solamente gendarmes, hasta que se terminen los efectivos
NOTA: Aquí no planteamos un ejemplo de heurística, simplemente, siguiendo la idea de este documento, damos pistas para su elaboración

Parte B)

B1)

Optima directo 36 30

C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5
30	X2	20	0	1	1/2	-1/2	0
36	X1	15	1	0	-1/4	3/4	0
0	X5	0	0	0	1/4	-3/4	1
	Z =	1140	0	0	6	12	0

Optima dual (1) 90 50 15

C	Y	B	A1	A2	A3	A4	A5
90	Y1	6	1	0	-1/4	1/4	-1/2
50	Y2	12	0	1	3/4	-3/4	1/2
	Z =	1140	0	0	0*	-15	-20

Optima dual (2) 90 50 15

C	Y	B	A1	A2	A3	A4	A5
90	Y1	10	1	1/3	0	0	-1/3
15	Y3	16	0	4/3	1	-1	2/3
	Z =	1140	0	0*	0	-15	-20

Todos los funcionales deben valer 1140.
Los zj-cj de las dos tablas óptimas del dual deben valer lo mismo (porque los zj-cj de dos soluciones alternativas óptimas, siempre valen lo mismo). Así se puede sacar el valor que falta en la columna A5 de la óptima dual 1.
Luego, en base a la relación entre óptima del directo y óptima del dual 1, se obtienen los valores faltantes (cambiándolos de signo) de las columnas del óptimo del directo. Los valores de los zj-cj de la óptima del directo que faltan se obtienen de los valores de las variables de la base de la óptima dual 1.

B2) Para analizar eliminar la demanda máxima de X1 se puede reemplazar el valor de 15 en la tabla dual por un valor muy grande, que no afecte (si el producto X1 consume 2 kilos de cada recurso, más de 25 unidades no se pueden hacer porque de R2 la disponibilidad es 50 kilos).

90 50 25

C	Y	B	A1	A2	A3	A4	A5
90	Y1	6	1	0	-1/4	1/4	-1/2
50	Y2	12	0	1	3/4	-3/4	1/2
	Z =	1140	0	0	-10	-15	-20

Es decir que, por más que dejemos hacer más unidades, no le conviene hacer más.

También se puede ver haciendo el gráfico, ahí vemos que la restricción de demanda máxima es redundante, el óptimo ya era (15,20)

B3) En una situación en la cual hay dos tablas óptimas alternativas del dual (como esta situación), la tabla que permite agregar más cantidad de un recurso es la tabla en la cual el valor marginal de ese recurso es el menor.
Por eso, en este caso se puede agregar en la tabla óptima 1, en la cual el valor marginal es 6. Por lo tanto, el negocio no conviene (habría que pagar como máximo 6 pesos por cada kilo). Si tratan de agregar recurso R1 en la tabla óptima dual 2, deja de ser óptima y pasa a ser óptima solamente la tabla óptima dual 1.