USO INTERNO

Nota de este examen:

Nota de Cursada: Nota en la libreta:

Evaluación integradora de Modelos y Optimización I (71.14)

1°de agosto de 2012

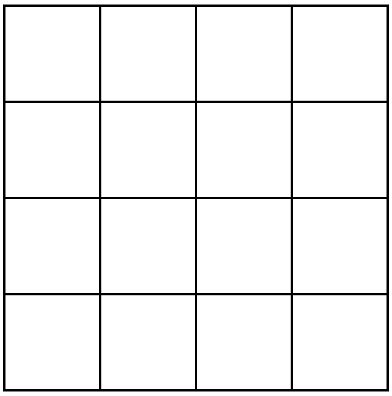
Apellido y nombre:.. Nro.de Padrón:..........................

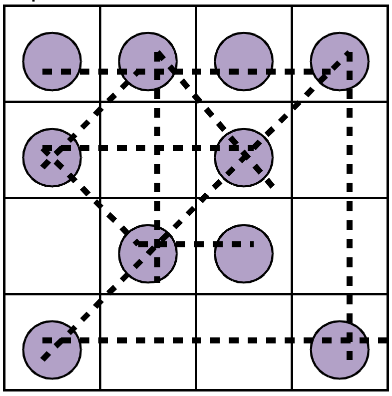
Cursó en el cuatrimestre del año

Turno de T.P.: (día y horario) .... Ayudante/s:.....................................

Oportunidad en la cual rinde (1ra, 2da, 3ra) Rinde como: Regular: Libre:

A) Una ciudad debe instalar 10 centrales de comunicación y tiene dieciséis posibles ubicaciones, que podríamos representar como la cuadrícula que se indica más abajo a la izquierda en el tema. Por razones de seguridad en redes, el ArCERT (organismo argentino de prevención de ataques a redes informáticas) recomienda que cuando se instalen las diez centrales se haga de manera tal que en la cuadrícula que representa la totalidad de las ubicaciones, quede la mayor cantidad de líneas con una cantidad par de centrales. Las líneas pueden contarse horizontalmente, verticalmente o en diagonal. A la derecha de la cuadrícula a completar podemos ver **un ejemplo** de una posible ubicación de las diez centrales que forma 10 líneas con una cantidad par de centrales (los círculos indican en dónde se han colocado las centrales). En punteado hemos señalado las líneas con cantidad par de centrales que se forman en ese ejemplo (el resultado no tiene por qué ser ese, es solamente un ejemplo).





A1 Análisis del problema, Objetivo completo y claro. Hipótesis necesarias para su resolución, definición de variables. Modelo de programación lineal para su resolución óptima.

A2 Bill Gates propone una heurística para resolver el problema. Consiste en colocar cuatro centrales en la primera fila, cuatro en la segunda y dos en la última fila.

Indique qué inconvenientes o fallas tiene esta heurística con respecto al problema dado, si es que los tiene.

A3 Plantee una heurística de construcción para resolver el problema. Recuerde que su heurística debe tender al mejor resultado y que no debe tener los problemas que criticó en el punto A2.

B) Una empresa fabrica P1 y P2 a partir de R1 y R2. Hay una demanda mensual mínima para P2 de 10 unidades. Cuenta con un programa Lineal para su producción mensual.

A continuación se muestran las ecuaciones iniciales y las tablas óptimas directa y dual de dicho Programa Lineal:

$$2\ X1 + 2\ X2 \leq 80 \quad \text{(kg. R1/mes)}$$
$$X1 + 2\ X2 \leq 50 \quad \text{(kg. R2/mes)}$$
$$X2 \geq 10 \quad \text{(un/mes)}$$
$$Z = 70\ X1 + 35\ X2\ \text{(MAX)}$$

(70 y 35 son los precios de venta)

B1) Una empresa colega nos ofrece el siguiente negocio:
Nos compra recurso R2 (pagando $270 cada unidad de R2 que compre),
Pero para comprarnos R2 nos exige lo siguiente:
Por cada unidad de R2 que nos compre, estaremos obligados a fabricar una unidad más de P2 (por encima de las 10 que ya tenemos que fabricar como mínimo). No nos dice nada acerca de la cantidad de R2 que está dispuesto a comprarnos. Te pedimos que nos indiques cuál es la estructura óptima de producción luego de analizar este negocio

B2) Otra empresa colega nos ofrece vendernos 5 unidades de P2 ya fabricadas, que tienen las mismas características de las que fabricamos nosotros. ¿Cuál sería el precio máximo que convendría pagarle por cada una de las 5 unidades de P2 para que nos convenga comprarlas?.

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
70	X1	30	1	0	1/2	0	1
0	X4	0	0	0	-1/2	1	1
35	X2	10	0	1	0	0	-1
	Z =	2450	0	0	35	0	35

			80	50	-10		
Bk	**Yk**	**Ck**	**A1**	**A2**	**A3**	**A4**	**A5**
80	Y1	35	1	1/2	0	-1/2	0
-10	Y3	35	0	-1	1	-1	1
	Z =	2450	0	0*	0	-30	-10

NOTA: *Los puntos B1 y B2 se resuelven en forma independiente. Detalle todos los cálculos efectuados.*

NOTA: Para aprobar debe tener Bien dos puntos de A y uno de B.
Además, A1 no puede estar Mal.

Algunas pistas para la resolución.
Atención: este documento no contiene el resuelto del examen, sino algunas pistas para ayudar a su resolución.

Parte A:
A1) Es un problema de cobertura de conjuntos. Hay que determinar en qué lugar se coloca cada una de las 10 centrales para maximizar la cantidad de líneas con una cantidad par de centrales.

Las variables podrían ser:
Yij : Vale 1 si en la celda ij hay una central (i es la fila y j es la columna)
FILAi: Cantidad de centrales que hay en la fila i
COLUMNAj: Cantidad de centrales que hay en la columna j
DIAGONALk: Cantidad de centrales que hay en la diagonal k
YFILAi: Bivalente que vale 1 si en la fila i hay un número par de centrales (ídem para columnas y diagonales)

Hay que instalar 10 centrales
Sumatoria de Yij para i de 1 a 4 y j de 1 a 4 = 10

Cantidad de centrales por fila (por ejemplo para la fila 3)
FILA3 = Y31 + Y32 + Y33 + Y34
(ídem para el resto de las filas y un método similar para columnas y diagonales)

Averiguar si una fila tiene un número par de centrales (por ejemplo para la fila 3)
FILA3 = 2 ENTEROFILA3 + (1 – YFILA3)   donde ENTEROFILAi es una variable entera auxiliar
(ídem para el resto de las filas y un método similar para columnas y diagonales)

MAX Z = YFILA1 + YFILA2 + YFILA3 + YFILA4 + YCOL1 + YCOL2 + YCOL3 + YCOL4 + YDIAG1 + YDIAG2 + YDIAG3 + YDIAG4 + YDIAG5 + YDIAG6 + YDIAG7 + YDIAG8 + YDIAG9+ YDIAG10

A2) En primer lugar no dice en cuál de las celdas de la última fila colocar las centrales (y no es trivial porque dependiendo de dónde las ubica pueden quedar más o menos diagonales con un número par de centrales). En una heurística no se pueden dejar esos detalles imprecisos. Además estamos perdiendo filas con centrales pares (queda una sin centrales).

A3) Una idea podría ser empezar a colocar centrales de a pares y cuando una fila o columna ya tiene un número par de centrales no colocarle más o colocarle de a dos. Cada vez que se coloca una central más se podría tener un índice de cuántas líneas pares se generan y cuántas se "destruyen" para ver en dónde conviene colocarla.
NOTA: Aquí no planteamos un ejemplo de heurística, simplemente, siguiendo la idea de este documento, damos pistas para su elaboración

Parte B)
B1) Es una variación simultánea en la cual para movernos necesitamos pasar a la otra tabla optima del dual.
Con B2 = 50 - @ y B3 = -10 - @.
Como por Y2 perdemos $ 70 y por Y3 pierdo $ 105 pero gano por el cambio $ 270, es negocio hasta 10 unidades de cambio @ = 10. (Ver Z4 - B4).

			80	50 - @	-10 - @		
Bk	Yk	Ck	A1	A2	A3	A4	A5
50 - @	Y2	70	2	1	0	-1	0
-10 - @	Y3	105	2	0	1	-2	1
	Z =	2450	- 4@	0	0	-30 + 3@	-10 - @

El negocio se termina porque sino da incompatible (no puedo pretender vender más kilos de R2 y fabricar cada vez más unidades de X2). En la tabla dual lo que vemos es que es poliedro abierto (si entra Y4 ninguna de las variables de la base pueden salir porque esa columna tiene todos valores negativos). Un poliedro abierto en el dual corresponde con un incompatible en el directo, por Teorema Fundamental de la Dualidad.

B2) Las unidades de P2 tienen dos ganancias, una por venta (35 pesos) y otra por el valor marginal de la restricción de demanda mínima (que también vale 35). Es decir que a 70 pesos o menos convendría comprarlas pero hay que verificar si comprando 5 unidades el valor marginal se mantiene en 35 pesos para determinarlo.
Errores comunes que hacen que este punto esté mal: No considerar la ganancia del producto comprado; otro error común es no sacar el rango de la demanda mínima y "suponer" que las 5 unidades tienen el mismo valor marginal.
No olviden que todos los cálculos efectuados deben detallarse.