

Evaluación integradora de Modelos y Optimización I (71.14)

12 de diciembre de 2012

Apellido y nombre:..... Nro.de Padrón:.....

Cursó en el cuatrimestre del año

Turno de T.P.: (día y horario) Ayudante/s:.....

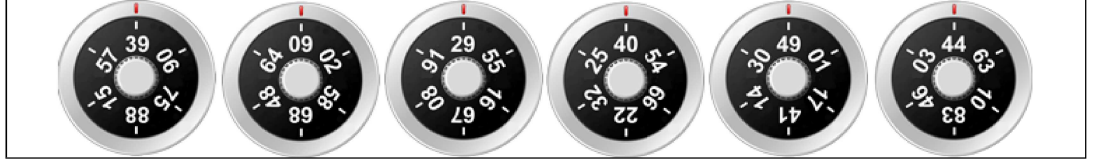
Oportunidad en la cual rinde (1ra, 2da, 3ra) ☐

Rinde como:

Regular: ☐

Libre: ☐

A Un amigo nuestro, que tiene una caja fuerte que usa para guardar su colección de estampillas y protegerlas de los robos, el polvo, etc. nos ha encargado que lo ayudemos a programar la mejor clave para la caja.



La caja tiene seis diales o selectores, como vemos en la figura de arriba. La clave consiste en elegir un número de cada dial. Nuestro amigo quiere que los números que integran la clave sean tales que la diferencia (en valor absoluto) entre el número elegido en un dial determinado y el elegido en el dial que está a la derecha sea mayor que N pero menor que P (siendo N y P dos números conocidos). Además, la suma de los números elegidos en cada uno de los seis diales debe ser lo mayor posible, pero distinta de 419 (tenía una caja que usaba esa clave y se la robaron).

¿Qué es lo mejor que podemos hacer con la información disponible?

A1 Análisis del problema, Objetivo completo y claro. Hipótesis necesarias para su resolución, definición de variables. Modelo de programación lineal para su resolución óptima.

A2 Al Mundy propone una heurística para resolver el problema. Consiste en elegir de cada dial el número más grande posible.

Indique qué inconvenientes o fallas tiene esta heurística con respecto al problema dado, si es que los tiene.

A3 Plantee una heurística de construcción para resolver el problema. Recuerde que su heurística debe tender al mejor resultado y que no debe tener los problemas que criticó en el punto A2.

B) Supongamos que tenemos una empresa que fabrica P1 y P2 a partir de dos recursos, R1 y R2. Además tenemos una demanda mensual máxima para P1 de 15 unidades. Contamos con un programa Lineal para la producción mensual. A continuación se muestran las ecuaciones iniciales y las tablas óptimas directa y dual de este problema.

$$2 X_1 + 3 X_2 \leq 90 \text{ (kg. R1/mes)}$$

$$2 X_1 + X_2 \leq 50 \text{ (kg. R2/mes)}$$

$$X_1 \leq 15 \text{ (un/mes)}$$

$$Z = 120 X_1 + 100 X_2 \text{ (MAX)}$$

(120 y 100 son los precios de venta)

I) Una empresa amiga nos ofrece el siguiente negocio: nos vende 4 unidades de P1, pero con la condición de que utilicemos esas 4 unidades para satisfacer la demanda máxima de P1, es decir, que efectivamente las vendamos. ¿A qué precio (como máximo) les debemos pagar las 4 unidades para que el negocio sea conveniente para nosotros?.

II) Se presentan dos posibilidades luego de observar la solución óptima (sólo se puede elegir una):

a) Comprar 20 kilos de R1 pagando \$200 (en total)

b) Vender 10 kilos de R2 cobrando \$700 (en total)

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
100	X2	20	0	1	1/2	-1/2	0
120	X1	15	1	0	-1/4	3/4	0
0	X5	0	0	0	1/4	-3/4	1
	Z =	3800	0	0	20	40	0

90 50 15

Bk	Yk	Ck	A1	A2	A3	A4	A5
90	Y1	20	1	0	-1/4	1/4	-1/2
50	Y2	40	0	1	3/4	-3/4	1/2
	Z =	3800	0	0	0*	-15	-20

Los puntos BI y BII son independientes entre sí y se deben resolver refiriéndose al enunciado original.

Para aprobar debe tener Bien dos puntos de A y dos de B (considerando que BII está integrado por dos puntos). Además, A1 no puede estar Mal.

Algunas pistas para la resolución.

Atención: este documento no contiene el resuelto del examen, sino algunas pistas para ayudar a su resolución.

Parte A:

A1) El objetivo es elegir la clave, con un número de cada dial, de manera de maximizar la suma de los números, cumpliendo con las condiciones establecidas.

Las variables podrían ser:

Y_{i-j} : Vale 1 si se elige el número i del dial j (donde i es el valor del número)

$NUMERODIAL_j$: Toma el valor del número que se eligió del dial j .

$EXCDIAL_{jk}$ y $DEFDIAL_{jk}$: exceso y defecto del número del dial j respecto del dial k

$YEXCDIAL_{jk}$: Vale 1 cuando $EXCDIAL_{jk}$ es mayor que cero

$YDEFDIAL_{jk}$: Vale 1 cuando $DEFDIAL_{jk}$ es mayor que cero

Debe elegir un número de cada dial

Por ejemplo, para el dial 1: $Y_{39-1} + Y_{90-1} + Y_{75-1} + Y_{88-1} + Y_{15-1} + Y_{57-1} = 1$ ídem para los demás

Número de cada dial

Por ejemplo, para el dial 1:

$NUMERODIAL_1 = 39 Y_{39-1} + 90 Y_{90-1} + 75 Y_{75-1} + 88 Y_{88-1} + 15 Y_{15-1} + 57 Y_{57-1}$ ídem para los demás

Que la suma no dé 419

$1 Y'_{jj} + 420 Y''_{jj} \leq NUMERODIAL_j \leq 418 Y'_{jj} + M Y''_{jj}$ para todo dial j

$Y'_{jj} + Y''_{jj} = 1$ para todo dial j

Averiguar la diferencia entre dos diales consecutivos

Por ejemplo, entre el 1 y el 2 $NUMERODIAL_1 - NUMERODIAL_2 = EXCDIAL_{21} - DEFDIAL_{21}$

Ídem para todos los diales consecutivos.

Limitar la diferencia entre dos diales consecutivos

Por ejemplo, entre el 1 y el 2 $N YEXCDIAL_{21} \leq EXCDIAL_{21} \leq P YEXCDIAL_{21}$

$N YDEFDIAL_{21} \leq DEFDIAL_{21} \leq P YDEFDIAL_{21}$ $YDEFDIAL_{21} + YEXCDIAL_{21} = 1$

Ídem para todos los diales consecutivos.

Para calcular el funcional se maximiza la suma de las variables $NUMERODIAL_j$.

A2) La heurística no asegura que la diferencia entre dos diales consecutivos esté entre N y P . Tampoco tiene en cuenta que no sume 419 (si bien los números más grandes sumados no dan 419). Tampoco define qué hacer en caso de empate, pero en este problema no se da.

A3) Una idea podría ser trabajar con los pares de diales consecutivos, eligiendo el mayor de cada uno. Si la diferencia no está entre N y P , se elige el segundo mayor del dial de la derecha y así sucesivamente. Cuando finaliza hay que verificar que la suma no dé 419.

NOTA: Aquí no planteamos un ejemplo de heurística, simplemente, siguiendo la idea de este documento, damos pistas para su elaboración

Parte B)

B1) Si compramos las 4 unidades, hay que bajar nuestra demanda máxima de X_1 en 4 unidades, porque las 4 que compramos las tenemos que vender. Si bajamos la demanda máxima a 11 unidades (en 4 unidades) vamos a ganar menos dinero que ahora. Considerando que las 4 unidades las vamos a vender, como el precio de venta es de 12 unidades vamos a ganar 48 pesos. Si la baja del funcional es menor que 48 pesos, la diferencia entre 48 pesos y la baja del funcional nos dice a cuánto tenemos que pagar las 4 unidades como máximo. Si la baja del funcional es mayor que 48 pesos, el negocio no conviene y no podemos comprar las 4 unidades.

Es un error grave no considerar la ganancia de venta (si las compramos, es para venderlas) y también es un error grave no modificar la restricción de demanda (por el hecho de comprarlas, no aumenta la demanda global del producto P_1)

BII)

En los dos casos, podemos reemplazar la disponibilidad de recursos por la nueva que quedaría cuando compramos o vendemos recurso y ver cómo se modifica el funcional. Para que convenga, en el punto a) lo que aumenta el funcional debe ser mayor que \$200, y en el punto b) lo que disminuye el funcional debe ser menor que \$700. Al haber dos tablas duales alternativas, es probable que tengamos que cambiar de tabla para analizar alguno de los dos negocios.