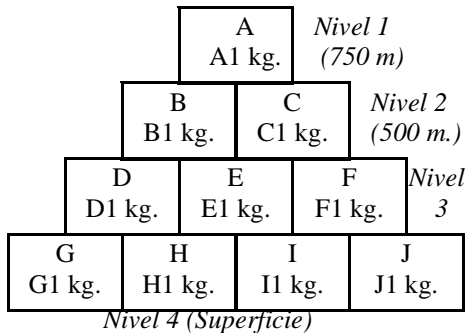


**Evaluación integradora de Modelos y Optimización I (71.14)**

21 de febrero de 2013

Apellido y nombre: ..... Nro. de Padrón: .....  
 Cursó en el  cuatrimestre del año   
 Turno de T.P.: (día y horario) ..... Ayudante/s: .....  
 Oportunidad en la cual rinde (1ra, 2da, 3ra) ☐ Rinde como: Regular: ☐ Libre: ☐

**A** Una no muy conocida empresa de explotación minera ha comprado un yacimiento de plata.



Se dividió el terreno en bloques, formando una pirámide invertida (en el dibujo de la izquierda, para mayor simplicidad, se las mostramos sin invertir, por eso las menores profundidades están en la parte inferior). Dentro de cada bloque aparece una letra que lo identifica y la cantidad de kg. de plata pura que tiene ese bloque. "Explotar" un bloque implica extraer toda la plata del mismo (no se puede sacar parte de la plata de un bloque, o se lo explota o no se lo explota). Para poder explotar un bloque se deben explotar los dos bloques sobre los cuales está "apoyado" ese bloque en el gráfico. Esta restricción rige para los niveles 1 a 3. El costo de explotar un bloque es de \$ 3.000 en el nivel 4, \$ 6.000 en el nivel 3, \$ 8.000 en el nivel 2 y \$ 9.000 en el nivel 1.

Si se explotan todos los bloques del nivel 3 hay un costo adicional de \$ADIC. La ganancia obtenida es de \$P por kilo de plata.

**A1** Análisis del problema, Objetivo completo y claro. Hipótesis necesarias para su resolución, definición de variables. Modelo de programación lineal para su resolución óptima.

**A2** Ignacio Copani propone una heurística para resolver el problema. Consiste en explotar todos los bloques de todos los niveles.

Indicá qué condiciones se tienen que dar en los datos del problema para que esta heurística funcione mal (si es que las hay) y qué condiciones se tienen que dar en los datos del problema para que esta heurística funcione bien (si es que las hay).

**A3** Planteá una heurística de construcción para resolver el problema. Recordá que tu heurística debe tender al mejor resultado y que no debe tener los problemas que criticaste en el punto A2.

**A4** Ahora se analiza la posibilidad de explotar a lo sumo dos bloques por nivel (esto elimina el costo adicional de \$ADIC para el nivel 3). ¿Será mejor o peor el resultado que con los datos originales del problema?. Justificá tu respuesta.

**B** Una empresa fabrica dos productos (X1 y X2) a partir de R1 y R2. Hay una demanda mensual máxima para el producto P1 que es de 15 unidades. Tiene un Programa Lineal para determinar su nivel mensual de producción. Estas son las tablas óptimas del directo y del dual de dicho Programa Lineal (aunque no están completas).

**Tabla óptima Primal :**

Del recurso R1 la disponibilidad mensual es de 90 kg.  
 La disponibilidad mensual del recurso R2 es de 50 kg.  
 Los precios de venta de los productos son \$36 y \$30, respectivamente. El funcional es de máximo.

			36	30			
C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5
30	X2	20	0	1	1/2	-1/2	0
36	X1	15	1	0		3/4	0
0	X5	0	0	0	1/4		1
	Z =	1140	0	0			0

**Tablas óptimas alternativas del Dual :**

			90	50	15		
C	Y	B	A1	A2	A3	A4	A5
	Y1	6	1	0	-1/4	1/4	-1/2
	Y2	12	0	1	3/4	-3/4	
	Z =		0	0	0*		

			90	50	15		
C	Y	B	A1	A2	A3	A4	A5
90	Y1	10	1	1/3	0	0	-1/3
15	Y3	16	0	4/3	1	-1	2/3
	Z =		0	0*	0	-15	-20

**B1)** Completá los valores faltantes en las tablas, indicando cómo los obtuviste.

**B2)** Sabiendo que el producto X1 consume 2 kilos de cada recurso y que el producto 2 consume 3 kilos de R1 y 1 kilo de R2, analizá la alternativa de eliminar la demanda máxima de P1 ¿se fabricará más producto X1 o menos? Idem para el producto X2.

**B3)** Si a la pregunta anterior le agregamos que además los precios han variado (ahora el precio de X1 es A y el de X2 es B). Se sabe que A es mayor que B ¿afecta esto tu respuesta anterior?.

**NOTA:** Detalle en todos los puntos los cálculos efectuados.

**Para aprobar debe tener Bien 2 puntos de A (entre A1, A2 y A3) y dos de B. Además, A1 no puede estar Mal.**

### Algunas pistas para la resolución.

Atención: este documento no contiene el resuelto del examen, sino algunas pistas para ayudar a su resolución.

Parte A:

A1) Es un problema de cobertura de conjuntos.

El objetivo es determinar cuáles son los bloques que se van a explotar para maximizar el beneficio.

Suponemos que se puede vender toda la plata que se indica que tiene el bloque (y que se puede extraer esa plata), que no hay restricciones de tiempo para hacerlo, ni de dinero disponible para invertir.

Las variables pueden ser:

$Y_i$ : Vale 1 si se explota el bloque  $i$

$Y_{ij}$ : Vale 1 si se explotan el bloque  $i$  y el bloque  $j$

$YTRES$ : Vale 1 si se explotan todos los bloques del nivel 3.

*Para poder explotar un bloque deben haberse explotado aquellos bloques sobre los cuales está apoyado:*

Por ejemplo para D

$$2 YGH \leq YG + YH \leq 1 + YGH$$

$$YD \leq YGH \quad (\text{ojo, no se debe obligar a explotarlo, por eso se pone "<="})$$

Idem para los demás bloques

*Determinar si se explota todo el nivel 3*

$$3 YTRES \leq YD + YE + YF \leq 2 + YTRES$$

$$\text{Max } Z = P (A1 Y_A + B1 Y_B + \dots + J1 Y_J) - 3000 (Y_G + Y_H + Y_I + Y_J) - 6000 (Y_D + Y_E + Y_F) - 8000 (Y_B + Y_C) - 9000 Y_A - \$ADIC YTRES$$

A2) La heurística propuesta presupone que conviene explotar los bloques, pero no sabemos si la ganancia de la plata que contienen los bloques es mayor que los costos de explotación. Si fuera así, va a funcionar bien porque le conviene explotar todo, pero si a partir de determinado nivel los costos de explotación superan la ganancia de la plata que contienen los bloques la heurística va a funcionar mal (va a ganar menos dinero que si no explotara los bloques).

A3) Una idea es armar con los bloques del nivel 3 y 4 "tríos" que contengan un bloque y aquellos sobre los cuales está apoyado. Para cada uno se calcula la ganancia de los tres restándole los costos de extracción de los tres. Si ninguno de los tríos da ganancia se consulta individualmente por los bloques del nivel 4, a ver si alguno da ganancia y se puede explotar. Si alguno o algunos de los tríos dan ganancia, se empieza explotando el trío que más ganancia da. Una vez que se explota un bloque se marca como explotado, para no volver a pagar el costo de explotación. Además, cuando se explota un trío se recalcula el costo de los demás porque alguno de ellos ya tiene uno de los bloques de nivel 4 explotados y baja su costo.

Si se explotan todos los bloques del nivel 3 se restan \$ADIC de la ganancia obtenida hasta ahora y se calcula la ganancia para cada bloque del nivel 2 y se explotan aquellos que den ganancia (primero el que dé mayor ganancia). Si se explotaron los dos bloques del nivel 2 se calcula si explotar el bloque A da ganancia, si da ganancia se lo explota.

NOTA: Aquí no planteamos un ejemplo de heurística, simplemente, siguiendo la idea de este documento, damos pistas para su elaboración

A4) El resultado va a ser peor si el resultado del modelo indica que conviene explotar más de un bloque de nivel 3, porque al poder explotar solamente dos por nivel, nunca podrá explotar más de tres bloques en total (dos de nivel 4 y uno de nivel 3). El resultado nunca será mejor porque hemos agregado restricciones al problema.

Parte B)

B2) Si el producto X1 consume 2 kilos de cada recurso lo máximo que se puede hacer del producto X1 son 25 unidades (porque la disponibilidad de R2 es 50 y es el recurso que más restringe). Por lo tanto, si en la tabla del dual reemplazamos el valor de la demanda máxima por un número mayor que 25, será como eliminar esa restricción, porque pasará a restringir más la del recurso R2. Calculando podremos ver si la tabla sigue siendo óptima o se pasa a fabricar más de X1. Lo que se verifica es que se sigue fabricando lo mismo de X1 y de X2.

B3) Si los precios varían, la respuesta podría ser diferente si el punto óptimo con los nuevos precios fuera otro, entonces, si el precio de X1 aumenta mucho y el de X2 aumenta muy poco, puede ser que al modelo le convenga hacer solamente X1 y así el punto degenerado que actualmente es óptimo dejará de serlo.