USO INTERNO Nota de este examen:

Nota de Cursada: Nota en la libreta:

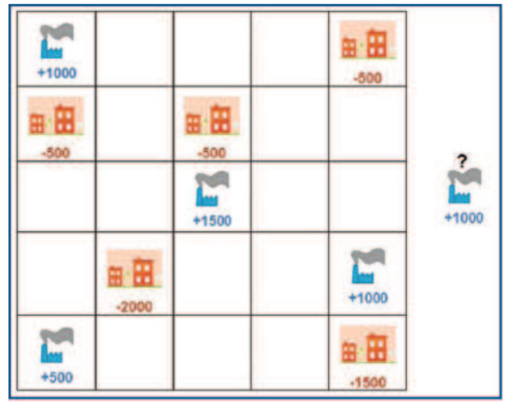
Coloquio de Modelos y Optimización I (71.14) 18 de diciembre de 2013

Apellido y nombre:.. Nro.de Padrón:..........................

Cursó en el ☐ cuatrimestre del año ☐

Turno de T.P.: (día y horario) .... Ayudante/s:.......................................

Oportunidad en la cual rinde (1ra, 2da, 3ra) ☐ Rinde como: Regular: ☐ Libre: ☐



A En la figura de la derecha vemos fábricas de la empresa CION (con el humo y con un número debajo precedido por el signo más) y ciudades (representadas por un dibujo de edificios y con un número debajo precedido por un signo menos).

Los números debajo de las fábricas y de las ciudades indican cuánto pueden entregar y cuánto demandan (en kilos) de un determinado producto, respectivamente. Todas las fábricas están ubicadas en una celda de esta cuadrícula en la cual se ha dividido el terreno, salvo la que está más a la derecha, con un signo de interrogación encima del dibujo. Se sabe que esta fábrica que no está ubicada aún en la cuadrícula no se puede construir en ninguna celda que ya tenga una fábrica o una ciudad. La distancia entre celdas adyacentes se supone igual a 1 kilómetro. El costo de transportar 1 kilo de producto es de $K/kilómetro recorrido. Se debe satisfacer la demanda de todas las ciudades.

¿Qué es lo mejor que puede hacer CION con la información disponible?. Se pide:

A1 Análisis del problema, Objetivo completo y claro. Hipótesis necesarias para su resolución, definición de variables. Modelo de programación lineal para su resolución óptima.

A2 Este problema ¿puede resolverse con un método exacto de resolución, como el método simplex, o solamente puede usarse una heurística para llegar a una solución aproximada?.

A3 Uno de los gerentes de CION, propuso la siguiente heurística de construcción:

Mientras quede oferta en las fábricas

Comenzando por la fila 1

> *Satisfacer la demanda de la o las ciudades que están en esa fila con la fábrica que esté más cerca (actualizando posteriormente la oferta de la fábrica y la demanda de la ciudad)*
>
> *Pasar a la siguiente fila que tenga fábricas*

Fin Mientras

Colocar la nueva fábrica lo más cerca posible de la ciudad que haya quedado con demanda insatisfecha

Indique qué inconvenientes tiene la heurística propuesta, si es que los tiene. ¿Cómo la mejoraría?

B) Una empresa fabrica los productos X1 y X2 a partir de los recursos R1 y R2. Además hay una restricción de producción mínima para X2 de 100 unidades por mes. Aquí vemos el planteo del problema:

2 X1 + 2 X2 <= 800 (kg. de R1/mes); X1 - X2 <= 200 (kg. de R2/mes); X2 >= 100 (unidades/mes)

Z = 80 X1 + 20 X2 (MAXIMO) (80 es el beneficio unitario de X1 y 20 es el beneficio unitario de X2)

Optima Directo 80 20

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
0	X5	0	0	0	1/4	-1/2	1
80	X1	300	1	0	1/4	1/2	0
20	X2	100	0	1	1/4	-1/2	0
	Z=	26000	0	0	25	30	0

Optima Dual 800 200 -100

Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
800	Y1	25	1	0	-1/4	-1/4	-1/4
200	Y2	30	0	1	1/2	-1/2	1/2
	Z=	26000	0	0	0*	-300	-100

1) El dueño de la empresa piensa que, ya que tiene una demanda mínima de 100 unidades para X2, si la disminuyera a 50 unidades aumentaría su funcional. ¿Tiene razón? Justifique por qué se da ese resultado.

2) Se presenta la posibilidad de vender a otra empresa 300 kilos de R1 a $39 por unidad ¿Es conveniente? Indique claramente los cálculos en los cuales se basa su conclusión.

C) Justifique la decisión de usar Heurísticas para resolver un problema del viajante, en vez de resolverlo de manera exacta.

Para aprobar debe tener Bien 2 puntos de A y uno de B. Además, A1 no puede estar Mal.

Algunas pistas para la resolución.

Atención: este documento no contiene el resuelto del examen, sino algunas pistas para ayudar a su resolución.

Parte A:

A1) Este problema se puede ver como un problema de distribución (obsérvese que la suma de los suministros de las fábricas da 5000 y también da 5000 la suma de las demandas de las ciudades). La diferencia con un problema estándar de distribución es que hay una fábrica que no sabemos dónde está ubicada, lo cual va a dificultar el cálculo de los costos de transporte.

El objetivo es determinar cuántas unidades se envían desde cada fábrica a cada ciudad y en qué ciudad se va a construir la fábrica que aún no tiene ubicación definida, para minimizar los costos de transporte.

Para identificar las posiciones en la cuadrícula, en este caso elegimos denominar a las filas con letras (desde A la superior hasta E la inferior) y las columnas con los números de 1 a 5, de izquierda a derecha.
Las variables son:
Xij: cantidad de unidades que la fábrica ubicada en la posición i (por ejemplo A1) le envía a la ciudad ubicada en la posición j (por ejemplo A5)
Estas variables se definen para las fábricas que ya tienen ubicación en la cuadrícula.
Para la fábrica que no tiene ubicación se indicarán las siguientes variables:
XFj: cantidad de unidades que la fábrica que no tiene ubicación le envía a la ciudad ubicada en la posición j
XFij: cantidad de unidades que la fábrica que no tiene ubicación le envía a la ciudad ubicada en la posición j, siempre que se decida ubicar a la fábrica en la posición i
YFestaeni: Vale 1 si a la fábrica nueva se decide colocarla en la posición i

Una hipótesis importante es que, esté donde esté la fábrica a ubicar, no varía la cantidad de unidades de suministro que tiene.

Hay que plantear las típicas condiciones de distribución:

Todas las fábricas ubicadas, deben entregar la cantidad disponible. Por ejemplo, para la fábrica que está en A1:
XA1A5 + XA1B1 + XA1B3 + XA1D2 + XA1E5 = 1000

Todas las ciudades deben recibir lo que pidieron. Por ejemplo, la ciudad que está en A5:
XA1A5 + XC3A5 + XD5A5 + XE1A5 + XFA5 = 500

Hay que ver dónde se va a ubicar la fábrica:
YFestaenA2 + YFestaenA3 + YFestaenA4 + YFestaenB2 + YFestaenB4 + YFestaenB5 + YFestaenC1+ YFestaenC2 + YFestaenC4 + YFestaenC5 + YFestaenD1 + YFestaenD3 + YFestaenD4 + YFestaenE2 + YFestaenE3 + YFestaenE4 = 1

Y para cada XFj hay que abrirla en todos los posibles orígenes (esto se hace para no multiplicar variables al calcular el costo en el funcional). Por ejemplo, para la XFA5:
XFA5 = XFA2A5 + XFA3A5 + XFA4A5 + XFB2A5 + XFB4A5 + XFB5A5 + XFC1A5+ XFC2A5 + XFC4A5 + XFC5A5 + XFD1A5 + XFD3A5 + XFD4A5 + XFE2A5 + XFE3A5 + XFE4A5

Y, si la fábrica no está en una determinada posición i, todas las XFij que tienen esa i, deben ser cero y, al revés, si la fábrica está en i, cualquier XFij que tenga esa i puede ser distinta de cero:
XFiA5 + XFiB1 + XFiB3 + XFiD2 + XFiE5 <= M YFestaeni (para todos los lugares posibles en donde ubicarla)

Y en Z se minimiza el costo de transporte, que, con la definición de variables de ubicación para la fábrica nueva, se puede plantear de manera lineal.

A2) El problema de distribución se puede resolver aplicando el método simplex, porque es un problema en el cual, si las ofertas y las demandas son todos valores enteros, todas las variables tomarán valor entero aunque no las obliguemos a valer un número entero. Sin embargo, se suelen utilizar heurísticas para resolverlo para encontrar una primera solución sin tener que agregar una variable artificial por cada restricción (como son todas restricciones de igual, hay que agregar una variable artificial por restricción, para que forme base).

A3) La idea de la heurística no es mala, pero ¿por qué empezar por orden de filas? ¿por qué limitarse a satisfacer a las ciudades que están en la misma fila y no a otras?. Además, como busca las filas que tengan fábricas (no las que tengan ciudades) y busca satisfacer a las ciudades de la fila en la cual está la fábrica, salta de la fila 1 a la 3 y justamente en esa fila hay una fábrica y no hay ninguna ciudad, por lo tanto va a quedar más demanda insatisfecha de la que la fábrica a colocar puede satisfacer, justamente por esa fábrica que no tiene ninguna ciudad en su fila y que no va a satisfacer a nadie. Es decir que no termina porque no pudo llegar a cero la oferta de la fábrica que no tiene ciudades en su fila.

Tomando parte de la idea de la heurística dada en A2, se puede resolver el problema por costos mínimos progresivos (es decir que recorre teniendo en cuenta el costo y no la fila) resolviendo los empates por orden de fila y de columna (porque como la distancia entre celdas adyacentes es siempre la misma, habrá varios empates), teniendo en cuenta que finaliza cuando todavía queda demanda insatisfecha (finaliza porque no queda más oferta en las fábricas existentes) y luego colocar la fábrica nueva lo más cerca posible de la o las ciudades que quedaron con demanda insatisfecha (en caso de ser más de una, habría que ver las cantidades que quedaron insatisfechas en cada una de ellas, para ver cuál tiene más peso a la hora de calcular los costos, a efectos de colocarle la fábrica más cerca).

Parte B)

B1) Como vemos en la tabla óptima dual, si reemplazamos -100 por -50 en el coeficiente de Y3 en el funcional, el Z3-C3 es menor que cero, es decir, la tabla no se altera. Esto se debe a que conviene producir X2 porque genera recurso R2 (ver restricciones)

B2) En esta tabla no se puede vender R1, la alternativa dual en la cual se puede vender tiene un valor marginal de 40 para ese recurso, así que el negocio no conviene.