USO IN-TERNO Nota de este examen:

Nota de Cursada: Nota en la libreta:

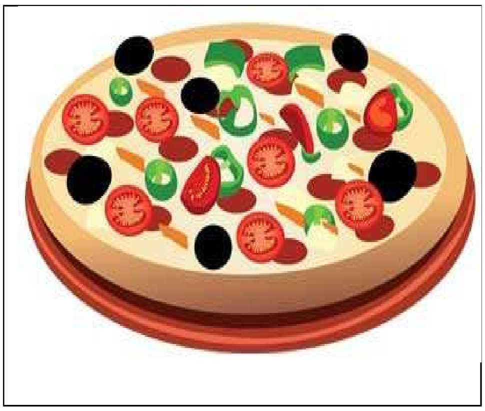
<u>Evaluación integradora de Modelos y Optimización I (71.14)</u> 23 de julio de 2014

Apellido y nombre:.. Nro.de Padrón:..........................

Cursó en el ☐ cuatrimestre del año ☐

Turno de T.P.: (día y horario) .... Ayudante/s:.....................................

Oportunidad en la cual rinde (1ra, 2da, 3ra) ☐ Rinde como: Regular: ☐ Libre: ☐



A Una cadena de pizzerías tiene 20 pizzerías a lo largo de la ruta interbalnearia 11. La posición (número de kilómetro de la ruta) en la cual está cada pizzería i lo indicaremos con una constante llamada di (la pizzería 1 es la más cercana de la Ciudad de Buenos Aires y la pizzería 20 es la más alejada de la Ciudad de Buenos Aires). Para mejorar el abastecimiento de los ingredientes que necesitan las pizzerías para elaborar sus productos, ha decidido instalar 10 almacenes en los locales de algunas de las pizzerías. La idea es que, una vez construidos los almacenes, cada pizzería será asignada a un almacén (si una pizzería tiene el almacén en su mismo local, ése será el almacén que le asignen) de manera que la distancia de las pizzerías a los almacenes sea la menor posible (así no se quedan sin mercadería).
Para comodidad de cálculo se supone que se cuenta con una constante DISTANCIAkl que mide la cantidad de kilómetros de distancia entre la pizzería k y la pizzería l (por ejemplo DISTANCIA17 mide la distancia entre la pizzería 1 y la 7).
¿Qué es lo mejor que puede hacer la cadena de pizzerías con la información disponible?.
Se pide:
A1 Análisis del problema, Objetivo completo y claro. Hipótesis necesarias para su resolución, definición de variables. Modelo de programación lineal para su resolución óptima.
A2 José Ugis propone la siguiente heurística de construcción para resolver este problema:

Se calcula para cada pizzería la distancia con la que le sigue
Se ordenan esas distancias de mayor a menor.
Se eligen las 10 mayores distancias de la lista y se instalan almacenes en esas pizzerías

Indique qué inconvenientes tiene la heurística propuesta, si es que los tiene.
A3 Plantee una heurística de construcción para el problema que no tenga los inconvenientes que criticó en la heurística propuesta por José Ugis.

B) Una empresa fabrica dos productos (P_1 y P_2) a partir de dos materias primas (MP_1 y MP_2). Se dispone de 130 kilos de MP_1 y 240 kilos de MP_2. Se exige que se produzca al menos 30 unidades de P_2. Se muestra el modelo de programación lineal y la estructura de la tabla óptima. Se pide:

$2x_1 + x_2 <= 130$
$2x_1 + 2x_2 <= 240$
$x_2 >= 30$
$Z = 30x_1 + 20x_2$
(30 y 20 son precios de venta)

C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5
30	x_1	10	1	0	1	-1/2	0
0	x_5	80	0	0	-1	1	1
20	x_2	110	0	1	-1	1	0
		2500	0	0	10	5	0

B	Y	C	A1	A2	A3	A4	A5
130	y_1	10	1	0	1	-1	1
240	y_2	5	0	1	-1	1/2	-1
		2500	0	0	-80	-10	-110

B1) Se puede poner a punto otra máquina, que en este momento está sin uso, para producir un producto similar al P2, salvo que de mayor calidad. El consumo de MP1 sería de 2 unidades, mientras el consumo de MP2 sería igual al producto P2. El nuevo producto puede reemplazar a P2 en la demanda mínima exigida.
¿Cuál sería el precio mínimo para que convenga fabricarlo, si no hay costos adicionales?

B2) ¿A qué precio conviene conseguir 20 kilos de MP1? ¿A qué precio conviene conseguir 10 kilos de MP2? Justifique la respuesta.

Nota: los puntos B1 y B2 se resuelven en forma independiente.

C) En tu opinión, el problema de la mochila que vimos en clase ¿es fácil o difícil? ¿por qué considerás que es así?. Si se permitiera fraccionar los ítems para ponerlos en la mochila (es decir, que no sea necesario poner un ítem entero sino que se pueda poner parte del ítem), ¿cambiaría la complejidad del problema? ¿por qué?

Para aprobar debe tener Bien 2 puntos de A y uno de B. Además, A1 no puede estar Mal.

Algunas pistas para la resolución.

Atención: este documento no contiene el resuelto del examen, sino algunas pistas para ayudar a su resolución.

Parte A:

A1) Es un problema de asignación, en el cual hay que determinar en qué pizzerías poner almacenes para que la máxima distancia de las pizzerías a los restaurantes sea lo menor posible.

Hipótesis: Se puede asignar más de una pizzería a un mismo almacén

Las variables pueden ser:
Yi: Vale 1 si en la pizzería i hay almacén
YASIGij: Vale 1 si a la pizzería i se le asigna el almacén que está en la pizzería j
DISTi: Distancia desde la pizzería i al almacén asignado
MAXDIST: Máxima distancia desde una pizzería a un almacén
YiMAYOR: Vale 1 si la pizzería i tiene la mayor distancia a su almacén asignado.

Hay solamente 10 almacenes
Y1 + Y2 + Y3 + Y4 + Y5 + Y6 + Y7 + Y8 + Y9 + Y10 + Y11 + Y12 + Y13 + Y14 + Y15 + Y16 + Y17 + Y18 + Y19 + Y20 = 10

Cuál es el almacén asignado a cada pizzería
Por ejemplo, para la pizzería 5
YASIG51+ YASIG52 + YASIG53 + YASIG54 + YASIG55 + YASIG56 + …. + YASIG517 + YASIG518 + YASIG519 + YASIG520 = 1 ídem para las demás pizzerías

Para que esté asignado, el almacén tiene que existir
Por ejemplo, para el almacén de la pizzería 6
YASIG16 + YASIG26 + YASIG36 + …. + YASIG186 + YASIG196 + YASIG206 <= M Y6
ídem para los demás almacenes

Si en la pizzería hay un almacén, tiene que estar asignado ese almacén
Por ejemplo, para la pizzería 3
YASIG31 + YASIG32 + YASIG34 + YASIG35 + YASIG36 +…+ YASIG317 + YASIG318 + YASIG319 +
+ YASIG320 = 1 – Y3 ídem para las demás pizzerías

También se puede obtener sacando cuál es la menor distancia y asignándole el que tiene menor distancia
Para eso hay que poner las ecuaciones para calcular cuál es el menor y el que resulta ser el menor es asignado.

Distancia desde la pizzería al almacén asignado:
Por ejemplo, para la pizzería 7
DIST7 = *DISTANCIA17* YASIG71 + *DISTANCIA27* YASIG72 + …..+ *DISTANCIA207* YASIG720
Ídem para las demás pizzerías
Recordar que DISTANCIAkl es una constante del enunciado y que vale lo mismo DISTANCIAkl que DISTANCIAlk.

Cuál de todas las distancias es la mayor
DIST1 <= MAXDIST <= DIST1 + M (1 – Y1MAYOR)
DIST2 <= MAXDIST <= DIST2 + M (1 – Y2MAYOR)
……..
DIST20 <= MAXDIST <= DIST20 + M (1 – Y20MAYOR)
Y1MAYOR + Y2MAYOR + … + Y20MAYOR = 1

MIN Z = MAXDIST

Algunos estudiantes han planteado un funcional que minimiza la suma de las distancias de las pizzerías al almacén asignado. Esto no es incorrecto, pero es menos óptimo que minimizar la mayor distancia (porque sumando las distancias se compensa una distancia mayor con varias muy chicas). Si maximizamos la mayor distancia todas las pizzerías estarán cerca de su almacén.

A2) La heurística propuesta solamente calcula la distancia con la pizzería que le sigue pero el almacén asignado puede estar dos pizzerías para atrás o para adelante.

No tiene en cuenta empates.
No determina qué almacén abastece a cada pizzería (solamente indica cuáles pizzerías tienen almacén).

A3) Ya que se cuenta con datos de distancias entre pizzerías, se podría sacar, para cada pizzería, cuál es la distancia a la pizzería más cercana. Luego, se colocan almacenes en las pizzerías que tengan las mayores 10 distancias (resolviendo de alguna forma posibles empates). Recorriendo de nuevo todas las pizzerías, de la 1 a la 20, se indica cuál es el almacén asignado (el de su propia pizzería, o el de la pizzería más cercana que tenga almacén).
NOTA: Aquí no planteamos un ejemplo de heurística, simplemente, siguiendo la idea de este documento, damos pistas para su elaboración

B1) El hecho de que el nuevo producto pueda reemplazar a P2 en la demanda mínima implica que ahora la tercera restricción puede ser satisfecha tanto por X2 como por el producto nuevo (pasaría a ser X2 + X6 >= 30)
Prremultiplicando por la matriz inversa óptima del directo (A3 A4 –A5) (tener en cuenta que la tercera restricción es de >=) al vector (2 2 1) del nuevo producto, se debe calcular el cj para que el zj-cj sea menor que cero.

B2) No solamente hay que mirar el valor marginal (es el máximo precio que pagaríamos) sino el rango de variación para saber si las cantidades que se sugiere comprar tienen todas ese valor marginal. Sino se puede sumar la cantidad comprada a la disponibilidad actual para ver cuánto aumenta el Z y de esa manera determinar el precio máximo a pagar.

C) El problema es difícil porque la solución continua no me sirve para determinar qué objetos deben entrar o no, en especial con el objeto crítico (el primero que no entra y convendría que entrara). Si el problema fuera continuo la complejidad sería mucho menor, porque la solución continua me sirve (sirve que entre una fracción de un objeto)