

Evaluación integradora de Modelos y Optimización I (71.14)

26 de febrero de 2014

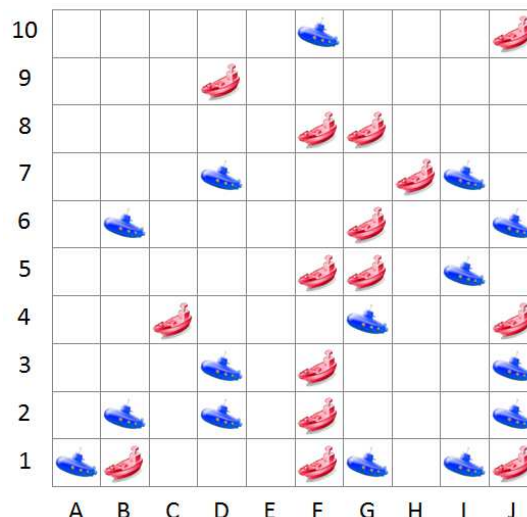
Apellido y nombre: Nro.de Padrón:

Cursó en el cuatrimestre del año

Turno de T.P.: (día y horario) Ayudante/s:

Oportunidad en la cual rinde (1ra, 2da, 3ra) Rinde como: Regular: Libre:

A El imperio naviero quiere organizar un ejercicio para simular un ataque en el mar. En algunas posiciones de la grilla de la derecha hay ubicadas naves del enemigo del imperio naviero (la forma es la que se muestra en J10, por ejemplo). En otras posiciones de la grilla hay colocados submarinos que pertenecen al imperio naviero (la forma es la que se muestra en F10). Lo que hay que hacer en el ejercicio es que cada uno de los 15 submarinos ataque a uno de los 15 barcos. El ataque consiste en que el submarino se desplace hasta la casilla en la cual está el barco que debe atacar (se supone que el barco no se mueve). Cada submarino debe atacar a uno de los barcos y cada barco debe ser atacado por un submarino. El imperio naviero anda corto de fondos para comprar combustible para los submarinos. Ha calculado que gastará \$X por cada celda que tenga que atravesar cada submarino para llegar al barco que tiene que atacar.



¿Qué es lo mejor que puede hacer el imperio naviero con la información disponible?. Se pide:

A1 Análisis del problema, Objetivo completo y claro. Hipótesis necesarias para su resolución, definición de variables. Modelo de programación lineal para su resolución óptima.

A2 El emperador Hirohito propone la siguiente heurística de construcción para resolver este problema:

Cada submarino debe atacar el barco que está más cerca, siempre que esté en su misma fila.

Si quedan barcos sin atacar, debe atacarlos el submarino que esté más cerca, siempre que esté en su misma columna.

Si quedan barcos sin atacar, debe atacarlos el submarino que esté más cerca (sin importar en qué fila o columna esté)

Indique qué inconvenientes tiene la heurística propuesta, si es que los tiene.

A3 Plantee una heurística de construcción para el problema que no tenga los inconvenientes que criticó en la heurística propuesta por Hirohito.

B) Una empresa fabrica X1 y X2 a partir de R1 y R2. Hay una demanda mínima para X2 de 30 unidades. Cuenta con un programa lineal para determinar su producción óptima mensual. A continuación se muestran las ecuaciones iniciales y las tablas óptimas del directo y del dual de ese modelo de programación lineal:

$2 X1 + X2 \leq 130$ (Kg R1/mes); $2 X1 + 2 X2 \leq 240$ (Kg R2/mes); $X2 \geq 30$ (unidades X2/mes)

$Z = 30 X1 + 20 X2$ (MAXIMO) (30 y 20 son los precios de venta de X1 y X2)

Óptima Directo 30 20

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
30	X1	10	1	0	1	-1/2	0
0	X5	80	0	0	-1	1	1
20	X2	110	0	1	-1	1	0
	Z=	2500	0	0	10	5	0

Óptima Dual 130 240 -30

Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
130	Y1	10	1	0	1	-1	1
240	Y2	5	0	1	-1	1/2	-1
	Z=	2500	0	0	-80	-10	-110

1) Se puede poner a punto una máquina, que en este momento está sin uso, para producir un producto similar a X2. El consumo de este producto sería de 2 kilos de R1 y 2 kilos de R2 por unidad. Este nuevo producto puede reemplazar parte o todo lo solicitado de X2 en la demanda mínima de 30 unidades. ¿Cuál sería el precio mínimo que debería tener este nuevo producto para que conviniera fabricarlo?

2) ¿Conviene conseguir más kilos de R1 a 7 pesos cada uno?. Si conviene ¿cuántos kilos conviene conseguir?. Si no conviene ¿cuál es el precio máximo al cual conviene conseguir más kilos de R1?.

C) ¿Qué entiende por un problema "difícil"? ¿En qué afecta a la resolución del modelo que el problema que resuelve sea "difícil"?

Para aprobar debe tener Bien 2 puntos de A y uno de B. Además, A1 no puede estar Mal.

Algunas pistas para la resolución.

Atención: este documento no contiene el resuelto del examen, sino algunas pistas para ayudar a su resolución.

Parte A:

A1) Es un problema de asignación. El objetivo es determinar a qué barco ataca cada uno de los submarinos para minimizar el desplazamiento total.

Las variables pueden ser:

Y_{ij} : Vale 1 si el submarino de la celda i ataca al barco de la celda j . (donde i toma los valores de todas las celdas en las cuales hay submarinos y j toma el valor de todas las celdas en las cuales hay barcos)

Se supone que contamos con constantes C_{ij} que nos dicen la cantidad de celdas de distancia que hay entre i y j

Cada barco tiene que ser atacado por un solo submarino

Por ejemplo, el barco que está en J10

$$Y_{F10J10} + Y_{D7J10} + Y_{I7J10} + \dots + Y_{I1J10} = 1$$

Ídem para los demás barcos

Cada submarino tiene que atacar a un solo barco

Por ejemplo, el submarino que está en F10

$$Y_{F10J10} + Y_{F10D9} + Y_{F10F8} + \dots + Y_{F10J1} = 1$$

Ídem para los demás submarinos

$$\text{MIN } Z = \sum (\text{SUM para todos los } i \text{ y para todos los } j \text{ de } C_{ij} \times Y_{ij})$$

A2) La heurística propuesta no resuelve empates y restringe primero por fila, pero hay filas en las cuales hay varios barcos ¿cuál prioriza para asignar?. Además después cuando trabaja por columna van a quedar sin asignar pares que están muy cerca, pero no están ni en la misma fila ni en la misma columna (como F10 y D9). Además, no parece marcar las asignaciones ya hechas, con lo que un mismo barco puede atacar a varios submarinos y quedar un submarino que no ataca a nadie.

A3) Se puede plantear una heurística de asignación que tenga en cuenta la cercanía, sin importar si está en la misma fila o en la misma columna, marcando las asignaciones ya hechas. Se podría tener una lista de las distancias entre cada submarino y cada barco, ordenarla de menor a mayor, e ir asignando por los menores valores de distancia de esa lista (resolviendo los empates con algún criterio que no genere nuevos empates) quitando los elementos de los cuales ya se asignó uno de los pares, o el barco o el submarino, o ambos.

NOTA: Aquí no planteamos un ejemplo de heurística, simplemente, siguiendo la idea de este documento, damos pistas para su elaboración

Parte B)

B1 a) El hecho de que el nuevo producto pueda reemplazar a P2 en la demanda mínima implica que ahora la tercera restricción puede ser satisfecha tanto por X2 como por el producto nuevo (pasaría a ser $X_2 + X_6 \geq 60$). Cuando se premultiplica por la matriz inversa óptima del directo (A3 A4 –A5) (tener en cuenta que la tercera restricción es de \geq) al vector (2 2 1) del nuevo producto, se debe calcular cuánto vale c_j para que el $z_j - c_j$ del vector del nuevo producto en la tabla óptima sea menor o igual que cero.

B2) En principio parece conveniente, porque el valor marginal de R1 es 10 y lo compramos a 7. Veamos cuántos podemos comprar en esta tabla, calculando el rango de variación del coeficiente de disponibilidad de R1 que actualmente vale 130.

Cuando llega a ese límite hay que ver en la próxima tabla si sigue conviniendo. No es el caso, porque saldrá Y1 de la base, entonces el valor marginal de R1 pasa a ser cero, y ya no nos interesa gastar 7 pesos para conseguir R1.