USO INTERNO Nota de este examen: 9 (nueve)

Nota de Cursada: 9

Nota en la libreta: 9 (nueve)

Evaluación integradora de Modelos y Optimización I (71.14 / 91.04) 12 de diciembre de 2019

Apellido y nombre: FERNANDEZ OLIVIA Nro.de Padrón: 98732

Cursó en el 2° cuatrimestre del año 2018

Turno de T.P.: (día y horario) Sábados Ayudante/s:

Oportunidad en la cual rinde (1ra, 2da, 3ra) 1° Rinde como: Regular: ☐ Libre: ☐

A Un emprendedor prepara y vende sandwiches de vegetales grillados y de queso gruyere con tomates secos, los insumos necesarios se indican en la siguiente tabla.

	Vegetales grillados	Pan casero	Queso Gruyere	Tomates secos	Precio de venta	Demanda máxima
Sandwiches de vegetales grillados	100 grs	120 grs	---------------	--------------	$ 180	DEMVG (dato)
Sandwiches de gruyere y tomates secos	--------------	95 grs	75 grs	30 grs	$ 210	DEMQGYTS (dato)
Disponibilidad Diaria en kg.	VG (dato)	PC (dato)	QG (dato)	TS (dato)		
Costo por kg	$VG (dato)	$PC (dato)	$QG (dato)	$TS (dato)		

El emprendedor también tiene una Promo que consiste en una caja con 3 sandwiches de Vegetales Grillados y dos sandwiches de queso Gruyere que vende a 800$ cada caja.

Del sandwich que más unidades prepare tendrá un beneficio adicional de 5$ por sandwich (debido a la disminución de costos) siempre y cuando de ningún producto haga menos de 10 unidades.

¿Qué es lo mejor que se puede hacer con la información disponible?

B **A1** Análisis del problema, Objetivo completo y claro. Hipótesis necesarias para su resolución, definición de variables. Modelo de programación lineal para su resolución óptima.

B- **A2** Carlitos de Villa Gesell propone una Heurística de construcción, basada en el problema de la mochila, que consiste en armar una tabla ordenada de mayor a menor con la relación precio de venta dividido costo para todos los productos, tomar el primero de la lista y hacer lo máximo posible de producción, si todavía quedan recursos pasar al siguiente producto y así siguiendo hasta agotar los recursos disponibles.

Indicar qué ventajas e inconvenientes tiene la heurística propuesta. ¿Cuándo va a funcionar mal? y ¿qué condiciones se deberían dar para que funcione bien?

B- **A3** Plantee una heurística de construcción para resolver el problema. Recuerde que su heurística debe tender al mejor resultado y que no debe tener los problemas que criticó en el punto A2.

B) RAYSA fabrica los productos X1 y X2 a partir de los recursos R1, R2 y R3. Aquí vemos el planteo:

2 X1 + 3 X2 <= 240 (kg. R1/mes); 2 X1 + 2 X2 <= 180 (kg. R2/mes); X1 + 2 X2 <= 150 (kg. R3/mes)

Z = 20 X1 + 35 X2 (MAXIMO) (20 es el beneficio unitario de X1 y 35 es el beneficio unitario de X2)

Optima Directo 20 35

C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5
20	X1	30	1	0	2	0	-3
35	X2	60	0	1	-1	0	2
0	X4	0	0	0	-2	1	2
	Z=	2700	0	0	5	0	10

Optima Dual 240 180 150

C	Y	B	A1	A2	A3	A4	A5
240	Y1	5	1	2	0	-2	1
150	Y3	10	0	-2	1	3	-2
	Z=	2700	0	0*	0	-30	-60

5/2

MB 1) Se quiere determinar la conveniencia de fabricar un nuevo producto que consume por unidad 1 kilo de R1 y 1 kilo de R3 y tiene un precio de venta de $15. ¿Cuál será el nuevo plan de producción?

MB- 2) Una empresa ofrece la posibilidad de conseguir recurso R1 entregando 2 kilos de R3 por cada kg de R1 que nos entregue. ¿Cuánto conviene que RAYSA le pida a esta empresa de R1 y cuánto conviene que entregue de R3?. Se quiere saber cuál es la estructura óptima de producción luego de analizar esta posibilidad.

NOTA: Los puntos B1 y B2 se contestan en forma independiente. Detalle los cálculos efectuados.

B+ **C1** Dada la siguiente restricción de un problema mochila 20X1 + 16X2 + 10X3 + 10X4 + 8X5 + 6X6 + X7 <= 26

a) Encuentre 2 cortes cover b) Extienda uno de los cortes encontrados

B- **C2** Compare el modelo clásico de coloreo de grafos con el modelo de conjuntos independientes maximales. Indique pros y contras de cada uno

Para aprobar debe tener Bien 2 puntos de A, 1 de B y 1 de C. Además, A1 no puede estar Mal.

99732 | olivio fernandez | HOJA N° | FECHA

Parte A

A1) Objetivo: Determinar la cantidad de sandwiches de vegetales grillados y de queso gruyere a preparar y la cantidad de promos a armar en un periodo T, para maximizar la ganancia (ingresos - costos).

Analisis: Es un problema de planificación de la producción con armado para las promos.

Hipotesis:
- Las demandas maximas incluyen tambien a los sandwiches en la promo
- Los insumos no se estropean
- Todos los sandwiches tienen exactas proporciones entre si
- El beneficio adicional por el maximo se aplica solo sobre los que se venden solos. (Aunque se calcula para todos los que se fabrican)
- No se pierde ningun insumo en la preparacion.

NOTA

Variables

X_{VGsolo} = # de Sand de VG que se venden solos

X_{VG} = Cantidad de sandwiches de vegetales grillados fabrica , [u/T]

$X_{VGpromo}$ = # de Sand de VG que se venden en promo

X_{QG} = idem con gruyere y tomates secos [u/T]

X_{QGsolo} = idem X_{VGsolo} , $X_{QGpromo}$ = idem $X_{VGpromo}$

C = cantidad de cajas con la promo 3 de VG y 2 de QG

Y_{10} = 1 si hacemos más de 10 unidades en ambos

Y_{VG} = 1 si es el sandwich que más prepare de , Bivalente vegetales Grillados

X_{QG} = idem Y_{VG} con queso Gruyere

Y_{benVG} = 1 si aplica el beneficio en VG , Y_{benQG} = idem Y_{benVG}

Restricciones

Vegetales Grillados: $0{,}1\, X_{VG} \leq VG$

Pan Casero: $0{,}12\, X_{VG} + 0{,}085\, X_{QG} \leq PC$

Queso Gruyere: $0{,}075\, X_{QG} \leq QG$

Tomates Secos: $0{,}03\, X_{QG} \leq TS$

Demandas Maximas:

$X_{VG} \leq DEMVG$

$X_{QG} \leq DEMQGYTS$

NOTA

Olivia Fernandez | 99732 | HOJA N° | FECHA

Armado de Cajas

$$X_{VG} = X_{VGsolo} + X_{VGpromo}$$

$$X_{\phi G} = X_{\phi Gsolo} + X_{\phi Gpromo}$$

$$X_{VGpromo} = 3 \cdot C$$

$$X_{\phi Gpromo} = 2 \cdot C$$

Máximo

Numero Muy grande

$$X_{VG} \leq Max \leq X_{VG} + M(1 - Y_{VG})$$

$$X_{\phi G} \leq Max \leq X_{\phi G} + M(1 - Y_{\phi G})$$

$$Y_{VG} + Y_{\phi G} = 1$$ Hay un solo Maximo

Menos de 10 unidades

$$10\, Y_{VG10} \leq X_{VG} \leq 9(1 - Y_{VG10}) + M\, Y_{VG10}$$

$Y_{VG10} = 0$ $\quad 0 \leq X_{VG} \leq 9$

$Y_{VG10} = 1$ $\quad 10 \leq X_{VG} \leq M$

idem con $X_{\phi G}$

Hay mas de 10 unidades de ambos:

$$2 \cdot Y_{10} \leq Y_{VG10} + Y_{\phi G10} \leq 1 + Y_{10}$$

Aplica Beneficio

$$2 \cdot Y_{BenVG} \leq Y_{VG} + Y_{10} \leq 1 + Y_{BenVG}$$

idem ϕG

Aplica beneficio para el mayor pero solo si se hacen mas de 10 en ambos.

NOTA

Calculo de cobro dependiendo de si tiene descuento o no

$$\text{Cobro}V_6 = \text{Cobro}V_{6\,s/ben} + \text{Cobro}V_{6\,c/ben}$$

$$\text{Cobro}V_{6\,s/ben} \leq X_{V6\,cob}\,\$180$$

$$\text{Cobro}V_{6\,c/ben} \leq X_{V6\,cob}\,\$185$$

el funcional lo maximiza

$$1 - Y_{ben\,V6} \leq \text{Cobro}V_{6\,s/ben} \leq M(1 - Y_{ben\,V6})$$

$$Y_{ben\,V6} \leq \text{Cobro}V_{6\,c/ben} \leq M\,Y_{ben\,V6}$$

idem con Queso Gruyere

Funcional

$$Z(Max) = \underbrace{\$800 \cdot C}_{\text{vajillas alquiladas}} + \text{Cobro}V_6 + \underbrace{\text{Cobro}Q_6}_{\text{Pan casero}} -$$

$$\$V6(0{,}1\,X_{V6}) - \$PC\,(0{,}12\,X_{V6} + 0{,}095\,X_{Q6})$$

$$- \underbrace{0{,}075\,X_{Q6}}_{\text{Queso gruyere}} - \underbrace{\$TS\,0{,}03\,X_{Q6}}_{\text{Tomates secos}}$$

A2) - No tiene criterio de desempate cuando ordena

no considera cuales son los que usa más

- No penaliza claramente cuando consume un recurso

- Funciona mal: Si por ejemplo el precio de venta de un producto fuese ~~[illegible]~~ el doble que su consumo en recursos (con un precio de venta bajo) y después tuviese mas uno con precio de venta mayor ~~[illegible]~~ pero que su relación con el consumo de recursos fuese 1 (igual) entonces elegiríamos el primer recurso pero si la diferencia

Fernandez

FECHA

mos ~~[illegible]~~ dejando mucho del óptimo. Ejemplo

Cant de recurso Disponible = 100

Producto	Precio	Consumo Recursos	Precio/Consumo
A	2	1	2
B	100	100	1

Esta heurística eligirá el producto A cuando claramente conviene el producto B.

A3) Mejoro la heurística propuesta por Carlitos

1) Armar una tabla ordenada de mayor a menor con la relación precio de venta dividido costo para todos los productos. En caso de empate ordeno por precio de venta, en caso de empate ordeno por el primero que encontré.

2) Sacar el primero de la lista y hacer lo máximo en producción actualizando los recursos disponible y frenar si llegue a la demanda máxima.

3) Si quedan recursos disponibles → vuelvo a 2

NOTA

Sino me fijo cual sería el beneficio que daría ese producto si hubiese empezado por el. Si el beneficio es mayor al que tengo hasta ahora ⇒ vuelvo al paso 1 pero dejando primero el elemento que esta vez no llegué a fabricar (y luego sigue el ordenamiento)

sino ⇒ FIN

¿Qué pasa si los lo son mínimo?

NOTA

Fernandez

FECHA

PARTE B

B1) Nuevo producto (X_6) → Precio = \$15
↳ 1 Kg de R1
↳ 1 Kg de R3

Primero para ver si ya puedo descartarlo utilizo el método del lucro cesante:

$$1 \cdot VMR_1 + 0 \cdot VMR_2 + 1 \cdot VMR_3 \overset{?}{\leq} \$15$$

$$1 \cdot 5 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 10 = 15 \overset{?}{\leq} 15 \checkmark$$

⇒ Como me dio dentro del rango lo ingreso a la tabla para saber si conviene.

Z) Tabla del problema directo

$$\begin{pmatrix} \text{Matriz Cambio} \\ \text{de Base} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{columna nueva} \\ \text{de la tabla} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 \\ -1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Nueva Tabla

			20	30				15	
C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5	A6	θ
20	X1	30	1	0	2	0	-3	-1	–
35	X2	60	0	1	-1	0	2	1	60 → sale
0	X4	0	0	0	-2	1	2	0	–
	Z = 2700		0	0	5	0	10	0*	

⇒ óptimo con solución alternativa

↑ entra

lo ingreso a la base

NOTA

C	X	B	$\overset{20}{A_1}$	$\overset{35}{A_2}$	A_3	A_4	A_5	$\overset{15}{A_6}$
20	X_1	90	1	1	1	0	-1	0
15	X_6	60	0	1	-1	0	2	1
0	X_4	0	0	0	-2	1	2	0
$Z = 2700$			0	0^*	5	0	10	0

(*) RTA: Agregar el nuevo producto no me modifica el funcional por lo tanto sigo ganando lo mismo. Tengo dos planes de producción posibles, uno donde fabrico el nuevo producto ($X_1 = 90$ $X_2 = 0$ $X_6 = 60$) y el otro plan de producción es el mismo que tenía hasta el momento.
Siempre con $Z = 2700$.

B_2) Recibo 1 kg de R_1 por 2 kg de R_3

Analizo la tabla Dual variando ambos recursos a la vez. A priori no creo ya que $VMR_1 < VMR_3$

C	Y	B	$\overset{240+\alpha}{A_1}$	$\overset{180}{A_2}$	$\overset{150-2\alpha}{A_3}$	A_4	A_5
$240+\alpha$	Y_1	5	1	2	0	-2	1
$150-2\alpha$	Y_3	10	0	-2	1	3	-2
$Z = 2700$			0	•	0	••	•••

¿y cuánto queda el Z? ¡perdés plata!

•) $2(240+\alpha-150+2\alpha)-180 \leq 0$

$\boxed{\alpha \leq 0}$ → no puedo moverme a ningún lugar voy a la tabla de sol. alternativa

••) $-480-2\alpha+450-6\alpha \leq 0$ → $\alpha \geq -15/4$

$240+\alpha-300+4\alpha \leq 0$ → $\alpha \leq 12$

C	Y	B	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
	Y_2						
	Y_3						

⇒ Como Y_1 sale de la base en la tabla de solución alternativa significa que el $VMR_1 = 0$, entonces no me conviene

(*) RTA

⇒ No conviene hacer ese muerque porque para mi es más valioso el R_3 que el R_1.

PARTE C

C1) $20X_1 + 16X_2 + 10X_3 + 10X_4 + 8X_5 + 6X_6 + X_7 \leq 26$

a) 2 cortes cover:

$X_1 + X_2 \leq 1$

$X_3 + X_4 + X_5 \leq 2$

[illegible] entran [illegible] $(x_3 + x_4 + x_5)$

b) extender uno de esos cortes

$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 \leq 2$

→

c) El modelo clásico de coloreo de grafos consiste en ~~determinar el~~ asignarle un color a cada nodo de manera tal que dos nodos adyacentes no compartan color minimizando la cantidad de colores utilizados.

En cambio el modelo por conjuntos independientes maximales (conjuntos independientes a los que no se les puede agregar ningún vertice y que sigan siendo independiente) se suele utilizar para reducir la cantidad de variables. En este modelo se le permite a un vertice pertenecer a más de un conjunto (después es arbitrario el color que se le asigna). Apesar de que tiene menos variables sigue tomando mucho tiempo (no polinomial) enumerar todos los conjuntos. Se puede ~~comparar~~ notar la similaridad con el problema de covertura de conjuntos. La principal diferencia es la de que en uno un vertice puede tener un solo color y en el otro puede pertenecer a más de un conjunto. Ambos son NP-Hard y tienen muchas aplicaciones en la realidad.

Ninguno analiza [illegible] el problema de la simetría

NOTA