

Nota de este examen: Nota de Cursada: Nota en la libreta: **Evaluación integradora de Modelos y Optimización I (71.14)**

24 de febrero de 2016

Apellido y nombre: Nro. de Padrón:

Cursó en el cuatrimestre del año

Turno de T.P.: (día y horario) Ayudante/s:

Oportunidad en la cual rinde (1ra, 2da, 3ra) ☐ Rinde como: Regular: ☐ Libre: ☐

A El Wijuku Puzzle es un derivado del Sudoku, en el cual hay que colocar los números del 1 al 9 (sin repetir) en cada una de las nueve celdas grisadas (como aparece en el diagrama de la derecha, que es el problema que te pedimos que resuelvas). En el espacio entre dos celdas aparece a veces un número. Eso quiere decir que la suma de las dos celdas adyacentes debe ser igual a ese número. Por ejemplo, en nuestro diagrama, la suma del segundo número de la primera fila más el tercero de la primera fila debe ser igual a 7. Se quiere que la suma de la tercera fila (sumando los tres números de esa fila) sea lo menor posible.

¿Qué es lo mejor que se puede hacer con la información disponible?.

Se pide:

A1 Análisis del problema, Objetivo completo y claro. Hipótesis necesarias para su resolución, definición de variables. Modelo de programación lineal para su resolución óptima

A2 Martin J. Chlond propone la siguiente heurística de construcción para resolver este problema:

Comenzando por la primera fila, completar por fila las celdas que son adyacentes a un número con dígitos cuya suma dé ese número.

Completar las celdas libres con dígitos del 1 al 9 que no se hayan incluido aún.

Indique qué inconvenientes tiene la heurística propuesta, si es que los tiene.

A3 Plantee una heurística de construcción para el problema que no tenga los inconvenientes que criticó en la heurística propuesta por Chlond.

B La empresa MFT fabrica P1 y P2 a partir de R1 y R2. Hay una demanda máxima para P2. A continuación se muestran las ecuaciones y las tablas óptimas directa y dual del modelo de PL Continua que usa la empresa:

$2X_1 + 2X_2 \leq 60$ (kg. R1/mes); $X_2 \leq 20$ (un. P2/mes);

$4X_1 + 2X_2 \leq 80$ (kg. R2/mes)

$Z = 4X_1 + 2X_2$ (MAX) (4 y 2 son los beneficios de los productos)

B1 MFT está analizando incorporar un nuevo producto que consume 1 kg. de R1 por unidad, no participa de la restricción de demanda máxima y genera un kilo de R2 por unidad ¿Qué beneficio tendría que tener, como mínimo, el producto nuevo para que conviniera fabricarlo?. Justifique.

B2 Una empresa amiga de MFT le quiere comprar 2 kilos de R1 y 2 kilos de R2. A cambio le ofrece entregarle a MFT una unidad de P2 fabricada y lista para vender. Sabiendo que el precio de venta de P2 es de \$5 ¿es conveniente el negocio?.

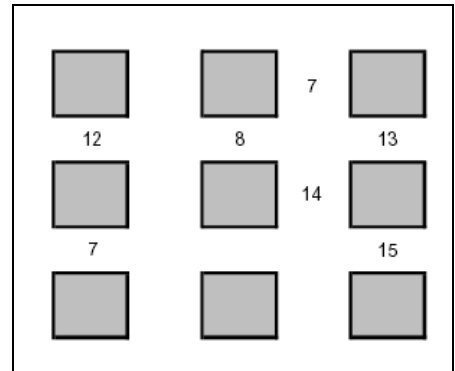
B3 Un competidor le ofrece a MFT pagarle \$X para que MFT reduzca la producción de P2 de 20 a 12 unidades. ¿Cuál es

el mínimo valor que debería tomar X para que este ofrecimiento sea conveniente?. Justifique la respuesta.

NOTA: Los puntos B1, B2 y B3 se resuelven independientemente. Detalle todos los cálculos efectuados.

C1 Los problemas que están en NP ¿son siempre más difíciles que los que están en P?. Responder en términos de complejidad

C2 Dentro de los problemas de cobertura de conjuntos hay tres tipos de problema: conjuntos a cubrir, partición de conjuntos y packing. Los problemas de packing siempre tienen solución factible, en cambio los problemas de conjuntos a cubrir y de partición pueden dar incompatible ¿por qué?.



Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
2	X2	20	0	1	1	0	-1/2
4	X1	10	1	0	-1/2	0	1/2
0	X4	0	0	0	-1	1	1/2
	Z =	80	0	0	0*	0	1

60 20 80

Bk	Yk	Ck	A1	A2	A3	A4	A5
60	Y1	0	1	1	0	1/2	-1
80	Y3	1	0	-1/2	1	-1/2	1/2
	Z =	80	0	0*	0	-10	-20

Para aprobar debe tener Bien 2 puntos de A, 2 de B y 1 de C. Además, A1 no puede estar Mal.

Algunas pistas para la resolución.

Atención: este documento no contiene el resuelto del examen, sino algunas pistas para ayudar a su resolución.

Parte A:

A1) Es una variación del problema de asignación, hay que asignar números en lugares, con ciertas restricciones. También podríamos pensar que es un coloreo, pero en este caso ya sabemos que se usan 9 colores, lo que no sabemos es en qué celda va cada color.

Las variables podrían ser:

X_{ijk} : Vale 1 si la celda de la fila i y la columna j contiene el número k y vale cero sino

Cada celda debe tener un solo número

SUMATORIA variando k de 1 a 9 de $X_{ijk} = 1$ para toda celda (i,j)

Cada número va en una sola celda

SUMATORIA variando i de 1 a 9 de la SUMATORIA variando j de 1 a 9 de $X_{ijk} = 1$ para todo k de 1 a 9

Valor que deben sumar los números

Por ejemplo, para las celdas $(1,1)$ y $(2,1)$

$X_{11} + X_{21} = 12$ ídem para todas las celdas que tengan que sumar una determinada cantidad según se ve en el enunciado.

$$\text{MIN } Z = 1 X_{311} + 2 X_{312} + 3 X_{313} + 4 X_{314} + \dots + 7 X_{337} + 8 X_{338} + 9 X_{339}$$

A2) Al comenzar por la primera fila, como no hay ninguna suma obligatoria entre el número de la primera columna en esa fila y el de la segunda columna de esa fila, no queda claro qué número poner en la celda $(1,1)$. Además, la segunda celda de la primera fila y la tercera celda de la primera fila deben sumar 7 y hay varias maneras de sumar 7 (1 y 6, 2 y 5, 3 y 4) ¿cuál de esas formas se elige?. Tampoco queda claro, aunque hubiera una sola manera de sumar el número, (supongamos 1 y 6) en cuál celda de la fila va cada número. No tiene en cuenta al completar que no se repitan los números (dice "completar con dígitos que sumen ese número"). No trata de minimizar los números de la tercera fila.

Parte B)

B1) Hay que hallar la matriz inversa óptima del directo ($A_3 A_4 A_5$) para multiplicar el vector nuevo $(1 \ 0 \ -1)$ y cuando se calcula el vector reemplazarlo en la tabla óptima del directo. Para que convenga fabricarlo el $z_j - c_j$ tiene que ser menor o igual que cero (despejar c_j).

B2) Hay que modificar las disponibilidades de R_1 y R_2 y bajar en 1 la demanda máxima (si nos dan una unidad ya fabricada, MFT tendrá que fabricar una unidad menos porque actualmente está fabricando una cantidad igual a la demanda máxima) en la tabla óptima del dual y ver, siempre en una tabla óptima del dual, en cuánto baja el valor del funcional. Si baja en más de \$5 no conviene.

B3) Hay que cambiar el valor de la demanda máxima (pasa de 20 a 12) en la tabla óptima del dual, Si el funcional baja de valor, ése es el valor mínimo de X .