

USO  
IN-TER- lota de este examen:   
NO

Nota de Cursada:

Nota en la libreta:

## Evaluación integradora de Modelos y Optimización I (71.14)

3 de febrero de 2016

Apellido y nombre: ..... Nro.de Padrón: .....

Cursó en el  cuatrimestre del año

Turno de T.P.: (día y horario) ..... Ayudante/s: .....

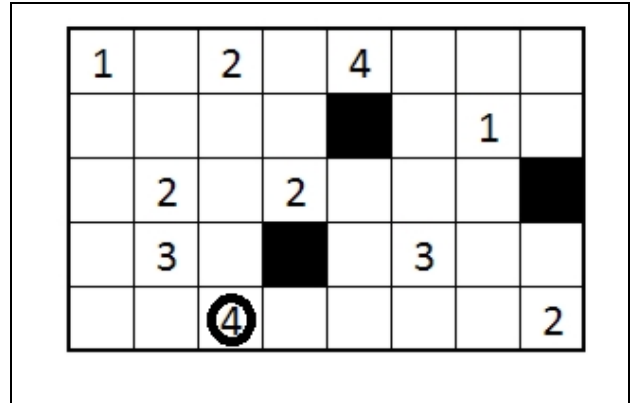
Oportunidad en la cual rinde (1ra, 2da, 3ra) ☐

Rinde como:

Regular: ☐

Libre: ☐

**A** El desafío ROGO consiste en recorrer una cuadrícula como la de la derecha. Se debe partir del punto indicado con un círculo (la casilla que contiene un número 4) y, pasando por un número fijo de casillas (en este caso es 12) se debe sumar el mayor número posible. El número a sumar se calcula del siguiente modo: cada vez que se pasa por una casilla que tiene un número se suma esa cantidad (incluyendo la celda de partida, así que en este caso ya arrancamos por una suma igual a 4). Se debe volver a la celda de partida (es decir que la celda número 12 visitada debe ser vecina a la celda de partida), los movimientos son de una celda a otra adyacente (en vertical, horizontal o diagonal) y no se puede pasar más



de una vez por la misma celda. Las celdas pintadas de negro no se pueden visitar.

¿Qué es lo mejor que se puede hacer con la información disponible? Se pide:

**A1** Análisis del problema, Objetivo completo y claro. Hipótesis necesarias para su resolución, definición de variables. Modelo de programación lineal para su resolución óptima

**A2** Jessica Priesbey propone la siguiente heurística de construcción para resolver este problema:

*Hasta haber visitado doce celdas, visitar la celda de mayor puntaje adyacente a la última visitada*

Indique qué inconvenientes tiene la heurística propuesta, si es que los tiene.

**A3** Plantee una heurística de construcción para el problema que no tenga los inconvenientes que criticó en la heurística propuesta por Jessica.

**B** La empresa PBY fabrica P1 y P2 a partir de R1 y R2. Hay una demanda máxima para P2. A continuación se muestran las ecuaciones y las tablas óptimas directa y dual del modelo de PL Continua que usa la empresa:

$2X_1 + 2X_2 \leq 60$  (kg. R1/mes);  $X_2 \leq 20$  (un. P2/mes);

$4X_1 + 2X_2 \leq 80$  (kg. R2/mes)

$Z = 2X_1 + X_2$  (MAX) (2 y 1 son los beneficios de los productos)

**B1** Sabiendo que el precio de venta de P1 es \$8 y el de P2 es \$10, ¿cuánto puedo pagar como máximo por un lote de 7 unidades de P2 ya fabricadas (compro el lote completo o no compro nada)?

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
1	X2	20	0	1	1	0	-1/2
0	X4	0	0	0	-1	1	1/2
2	X1	10	1	0	-1/2	0	1/2
	Z =	40	0	0	0*	0	1/2

60 20 80

**B2** Una empresa amiga de PBY le propone entregarle 10 kilos de R2 y \$X si a cambio PBY le entrega 10 kilos de R1. ¿Cuánto debería valer X, como mínimo, para que convenga el canje?.

Bk	Yk	Ck	A1	A2	A3	A4	A5
60	Y1	0	1	1	0	1/2	-1
80	Y3	1/2	0	-1/2	1	-1/2	1/2
	Z =	40	0	0*	0	-10	-20

**B3** PBY está estudiando la fabricación de un nuevo producto que consume 2 kilos de R1 por unidad, participa en la restricción de demanda máxima de P2 y tiene un beneficio de \$1 por unidad. ¿Cuál sería, como máximo, el consumo de R2 por unidad del nuevo producto para que conviniera fabricarlo?.

**NOTA:** Los puntos B1, B2 y B3 se resuelven independientemente. Detalle todos los cálculos efectuados.

**C1** En la prueba de heurísticas se suelen utilizar ejemplos de problemas extraídos de bibliotecas de problemas, en muchos casos ya resueltos exactamente. Un ejemplo es el de las bibliotecas TSPLIB en el caso de los problemas del viajante ¿qué ventajas tiene probar con esos casos en lugar de hacerlo con ejemplos elaborados por el autor de la heurística?

**C2** Si tenemos dos ejemplos de dos problemas diferentes ¿cómo podríamos determinar si alguno de los dos es un problema difícil y si uno es más difícil que el otro? ¿qué definición utilizarías para decir que un problema es difícil?

**Para aprobar debe tener Bien 2 puntos de A, 2 de B y 1 de C. Además, A1 no puede estar Mal.**

### Algunas pistas para la resolución.

Atención: este documento no contiene el resuelto del examen, sino algunas pistas para ayudar a su resolución.

Parte A:

A1) Podemos resolverlo como una variación del problema del viajante en el cual no hay obligación de visitar todas las casillas, pero hay que maximizar el valor de las casillas que se visiten (se supone cero el valor de las casillas que no tienen un número).

Las variables podrían ser:

$V_i$ : Vale 1 si se visita la casilla  $i$ , vale cero sino ( $i$  se indica como casilla de la matriz comenzando de arriba a la izquierda y siguiendo por fila hasta llegar al final en la casilla 40, la casilla de partida es la 35)

$Y_{ij}$ : Vale 1 si va directamente de la casilla  $i$  a la casilla  $j$

*Cada lugar se visita solamente una vez*

SUMATORIA variando  $j$  de 1 a 40 de  $Y_{ij} = V_i$  para todo  $i$  de 1 a 40

SUMATORIA variando  $i$  de 1 a 40 de  $Y_{ij} = V_j$  para todo  $j$  de 1 a 40

*Sólo se puede ir a una celda vecina*

Por ejemplo, para la celda 1:  $Y_{14} = 0$ ,  $Y_{15} = 0$  y así para todas las celdas que no se pueden visitar directamente desde la celda 1. Idem para las demás celdas

*Hay que visitar 12 casillas exactamente*

SUMATORIA variando  $i$  de 1 a 34 y de 36 a 40 de  $V_i = 12$

*Del lugar de origen se sale sí o sí y se llega sí o sí*

$V_{35} = 1$

*No pasar por celdas marcadas en negro*

$V_{13} + V_{24} + V_{28} = 1$

*Evitar subtours*

$U_i - U_j + 11 Y_{ij} \leq 10 + M(1 - V_i) + M(1 - V_j)$  Para todo  $i$  y todo  $j$  de 1 a 40 ( $i$  distinto de  $j$ ) salvo para la celda 35 que es el origen y destino (es la ciudad cero). Se toma cantidad de celdas a visitar igual a 11 porque se cuenta la celda 35 dentro de las 12 a visitar (y como es la ciudad cero, se descuenta del total porque se cuenta de 0 a 11)

Suponemos que en cada celda hay un valor llamado  $VALOR_i$

$MAX Z =$  SUMATORIA variando  $i$  de 1 a 40 de  $(VALOR_i * V_i)$

A2) La heurística no resuelve empates. Tampoco tiene en cuenta que puede tener un beneficio muy alto un lugar que queda muy lejos y si va a ese lugar no le alcanza la autonomía para ir a los demás lugares.

A3) Se podría plantear una adaptación de una heurística del viajante teniendo en cuenta la acumulación de lo que se va haciendo (para controlar la autonomía).

NOTA: Aquí no planteamos un ejemplo de heurística, simplemente, siguiendo la idea de este documento, damos pistas para su elaboración

Parte B)

B1) Como la demanda máxima es de 20 unidades y nosotros ya estamos fabricando 20, si compramos 7 unidades la demanda máxima sería igual a 13 unidades. Reemplazando en la tabla óptima del dual la demanda actual de 20 por 13, llegaremos a la nueva tabla óptima del dual en la cual el valor de  $Z$  será menor que el actual. La diferencia entre el valor actual de  $Z$  (40) y ese nuevo  $Z$  nos da la cantidad de dinero que perdemos por no hacer esas 7 unidades nosotros. Pero también hay una ganancia al vender esas 7 unidades igual a 70 pesos (10 pesos por unidad por 7 unidades). Si la pérdida (diferencia entre 40 y el nuevo  $Z$ ) es mayor que 70, no conviene el negocio, sino estaremos dispuestos a pagar 70 - pérdida como máximo.

B2) Tenemos que reemplazar en la tabla óptima del dual los nuevos valores de disponibilidad (50 para  $R_1$  y 90 para  $R_2$ ) para ver cuánto varía el funcional. Si el funcional aumenta, cualquier valor de  $X$  mayor que cero conviene. Si el funcional disminuye en  $Y$  pesos,  $X$  debe ser mayor o igual que  $Y$ .

B3) Hay que hallar la matriz inversa óptima del directo ( $A_3 A_4 A_5$ ) para multiplicar el vector nuevo  $(2 \ 1 \ X)$  y cuando se calcula el vector reemplazarlo en la tabla óptima. Para que convenga fabricarlo el  $z_j - c_j$  tiene que ser negativo (despejar  $X$ ).