USO IN-TER-NO Nota de este examen:

Nota de Cursada: Nota en la libreta:

Evaluación integradora de Modelos y Optimización I (71.14)

4 de febrero de 2015

Apellido y nombre:... Nro.de Padrón:..........................

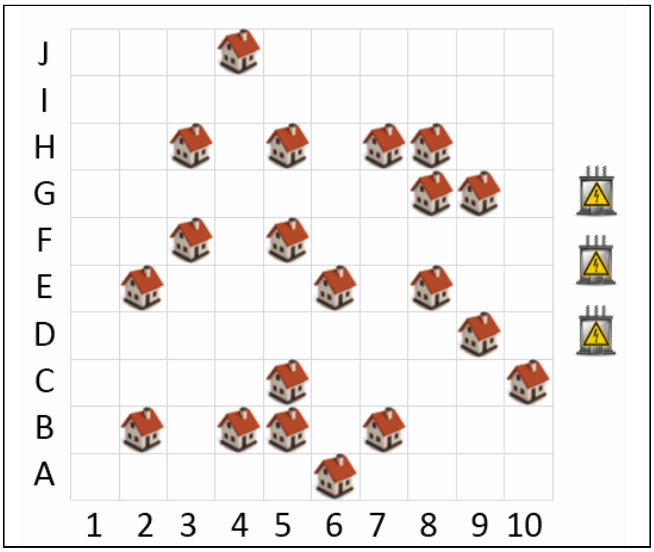
Cursó en el cuatrimestre del año

Turno de T.P.: (día y horario) .... Ayudante/s:.....................................

Oportunidad en la cual rinde (1ra, 2da, 3ra) Rinde como: Regular: Libre:

A Se está construyendo una nueva ciudad que tendrá 20 barrios (en el mapa de la derecha, cada dibujo de una casita corresponde a un lugar en el cual se ubicará un barrio). Se quiere instalar 3 centrales eléctricas (representadas por los íconos de cajas eléctricas que están fuera del plano) para que cada barrio sea abastecido por una sola central. Una central eléctrica se puede colocar en cualquier celda del plano (incluyendo las que están ocupadas por barrios) y el costo de conectar un barrio con una central es de $K millones por kilómetro de cable que hay que llevar desde la central hasta el barrio. Se supone que existe una constante Dij que mide la distancia de cable desde la celda i hasta la celda j (si en la celda j estuviera una central sabiendo que en la celda i hay un barrio)

$K y Dij son constantes conocidas



¿Qué es lo mejor que puede hacer quien diseña la ciudad con la información disponible?. Se pide:

A1 Análisis del problema, Objetivo completo y claro. Hipótesis necesarias para su resolución, definición de variables. Modelo de programación lineal para su resolución óptima.

A2 El intendente propone la siguiente heurística de construcción para resolver este problema:

Calcular para cada celda la cantidad de barrios que hay en las 8 celdas que la rodean
Ordenar la lista de celdas con la cantidad de barrios que la rodean de mayor a menor
Colocar las centrales en las tres primeras celdas de la lista
Calcular la distancia de cada barrio a la central que esté más cerca y sumar todas las distancias multiplicadas por $K millones para saber el costo total de conexión

Indique qué inconvenientes tiene la heurística propuesta, si es que los tiene.

A3 Plantee una heurística de construcción para el problema que no tenga los inconvenientes que criticó en la heurística propuesta por el intendente.

B La empresa TTT fabrica P1 y P2 a partir de R1 y R2. De P2 debe entregar al menos 15 unidades por mes. A continuación se muestran las ecuaciones y las tablas óptimas directa y dual del modelo que utiliza la empresa:

$X1 + X2 \leq 35$ (kg. R1/mes); **$3\,X1 + 2\,X2 \leq 90$** (kg. R2/mes); **$X2 \geq 15$** (un. P2/mes)

$Z = 60\,X1 + 50\,X2$ (MAX) (60 y 50 son los beneficios de los productos)

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
60	X1	20	1	0	1	0	1
0	X4	0	0	0	-3	1	-1
50	X2	15	0	1	0	0	-1
	Z =	1950	0	0	60	0	10

			35	90	-15		
Bk	**Yk**	**Ck**	**A1**	**A2**	**A3**	**A4**	**A5**
35	Y1	60	1	3	0	-1	0
-15	Y3	10	0	1	1	-1	1
	Z =	1950	0	0*	0	-20	-15

B1 Una empresa amiga de TTT le puede vender unidades ya fabricadas de un producto que es exactamente igual a P2 a $85 cada unidad. Sabiendo el precio de venta de P2 es de $80 ¿es conveniente comprar?. Si no conviene ¿por qué? Si conviene ¿cuántas unidades conviene comprar?.

B2 Aparece la posibilidad de vender 25 kilos de R1 cobrando $70 por kilo. Si es conveniente ¿cómo queda el plan de producción de TTT luego de la venta? Si no lo es ¿por qué?.

B3 A TTT le proponen el siguiente canje: recibir 3 kilos de R2 y $50 entregando a cambio 1 kilo de R1. ¿Conviene el canje?. Si conviene ¿cuántos kilos canjea?

NOTA: Los puntos B1, B2 y B3 se resuelven independientemente. Detalle todos los cálculos efectuados.

C1 ¿Es el problema de Distribución o Transporte un problema difícil? ¿Por qué?.

C2 Si en un problema de coloreo de grafos coloreáramos cada nodo con un color diferente la solución es muy fácil de obtener. Entonces, ¿por qué el problema de coloreo de grafos es un problema difícil?

Para aprobar debe tener Bien 2 puntos de A, 2 de B y 1 de C. Además, A1 no puede estar Mal.

Algunas pistas para la resolución.

Atención: este documento no contiene el resuelto del examen, sino algunas pistas para ayudar a su resolución.

Parte A:
A1) Es un problema de cobertura de conjuntos en el cual hay que elegir en qué celdas colocar las centrales para conectar todos los barrios con el menor costo posible
Las variables podrían ser:
C1j: Vale 1 si la central 1 está en la celda j (ídem C2j y C3j)
C1jBi: Vale 1 si en la celda j está la central 1 y en la celda i está un barrio que es atendido por esa central.

Cada barrio tiene que ser atendido por una central:
Por ejemplo para el barrio que está en B2
C1A1B2 + C1A2B2 + … + C3J10 = 1
Ídem para todos los barrios

Cada central tiene que estar en alguna celda
Por ejemplo para C1
C1A1 + C1A2 + … + C1J10 = 1
Ídem para las demás centrales

En cada celda no puede haber más de una central
Por ejemplo para A1
C1A1 + C2A1 + C3A1 <= 1
Ídem para las demás celdas

Para que un barrio sea atendido por una central que está en una determinada celda tiene que haber central en esa celda
C1A1B2 <= C1A1

MIN $K [DA1B2 * (C1A1B2 + C2A1B2 + C3A1B2) + DA2B2 * (C1A2B2 + C2A2B2 + C3A2B2) + …

A2) La heurística propuesta no considera qué hacer en caso de empates.
Además tiene el típico problema de las heurísticas de cobertura de conjuntos. Una vez que ya se cubrieron algunos barrios, hay que modificar el contador de cantidad de barrios que rodean una celda (los que ya están cubiertos no deberían contar). Es decir, cuando se coloca una central hay que recalcular la cantidad de barrios que aún no están cubiertos que están cerca de las celdas.

A3) Se puede seguir el esquema sugerido en A2 para arreglar la heurística.
NOTA: Aquí no planteamos un ejemplo de heurística, simplemente, siguiendo la idea de este documento, damos pistas para su elaboración

Parte B)
B1) Hay que tener en cuenta que por cada unidad comprada ganaremos $80 (porque la compramos para venderla) y además ganamos el valor marginal de la demanda mínima de X1 (que es $10) porque cada unidad que compremos no la tenemos que fabricar nosotros. Pero ese valor marginal tiene un rango dentro del cual vale 10, y hay que calcular ese rango. Es decir, se pueden comprar unidades a 85 aunque las vendamos a 80 pesos si es beneficioso bajar la restricción de cantidad de unidades de X2 a fabricar gracias a las unidades compradas. Pero cuando tratamos de bajar la obligación de hacer 15 vemos que igual sigue haciendo 15 (porque al ser la solución óptima un punto degenerado la restricción de demanda mínima no es la que más restringe sino que son las otras dos que se cortan en el punto, así que si bajamos la restricción igual el punto óptimo sigue indicando que se fabrican 15). Por lo tanto, no conviene comprar a un precio mayor que 80 pesos.

B2) Cuando se trata de disminuir la disponibilidad para vender 25 kilos de R1 el problema se hace incompatible (porque solamente quedan kilos para fabricar 10 unidades y hay una demanda mínima de 15 unidades de producto 2)

B3) Hay que comparar el valor de los 3 kilos que recibo contra el valor del kilo que entrego más 50 pesos. El negocio no conviene porque perdemos 10 pesos.