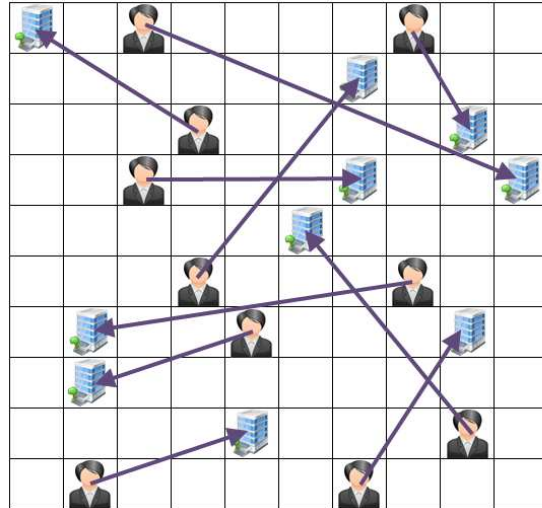


Evaluación integradora de Modelos y Optimización I (71.14)

11 de diciembre de 2013

Apellido y nombre: Nro. de Padrón:
 Cursó en el cuatrimestre del año
 Turno de T.P.: (día y horario) Ayudante/s:
 Oportunidad en la cual rinde (1ra, 2da, 3ra) ☐ Rinde como: Regular: ☐ Libre: ☐

A Se está probando un nuevo sistema de transporte con autos eléctricos para poder llevar a personas, que contratan previamente el viaje, desde su casa hasta su trabajo. En la zona que vemos a la derecha opera un solo auto eléctrico. En algunas celdas vemos la figura de una persona, en esa celda vive una persona. En cada una de las celdas en las cuales vive una persona comienza una flecha que termina en una celda con un edificio dibujado, esa celda es la ubicación del trabajo de esa persona, adonde se tiene que dirigir cada día. El auto puede comenzar el día en cualquiera de las viviendas (es decir, en cualquiera de las celdas que tienen una persona dibujada) y lleva esa persona a su trabajo, luego se dirige a otra vivienda y así sucesivamente hasta que termine de llevar a todas las personas a sus trabajos. Como el auto es eléctrico no tiene mucha autonomía, así que se necesita que el recorrido total del auto a lo largo del día sea lo más corto posible.



A1 Análisis del problema, Objetivo completo y claro. Hipótesis necesarias para su resolución, definición de variables. Modelo de programación lineal para su resolución óptima.

A2 Bernie Ecclestone plantea que para resolver el problema, deberíamos utilizar el método simplex resolviendo el modelo que hiciste en A1. Akio Toyoda, por su parte, sostiene que sería mejor aprovechar el conocimiento adquirido al plantear el modelo para hacer una heurística que permita resolver el problema ¿Cuál de las dos opciones te parece más adecuada para resolver el problema y por qué?. ¿Son válidas ambas opciones o alguna de ellas no se puede aplicar?. Justifique su respuesta.

A3 La heurística de construcción que planteó Akio Toyoda consiste en que el auto salga de la vivienda que está ubicada en la celda de menor fila y columna de la tabla del enunciado y luego de llevar a esa persona a su trabajo continúe con la vivienda que le sigue en la tabla (siempre teniendo en cuenta el índice fila-columna de menor a mayor) y así sucesivamente hasta que ya no queden viviendas. Indique qué inconvenientes o fallas tiene esta heurística con respecto al problema dado, si es que los tiene. Plantee una heurística de construcción para resolver el problema que no tenga los problemas que criticó respecto de la de Akio Toyoda.

B) Una empresa fabrica los productos X1 y X2 a partir de los recursos R1 y R2. Además hay una restricción de producción mínima para X2 de 20 unidades por mes. Aquí vemos el planteo del problema:

$$2 X1 + 2 X2 \leq 160 \text{ (kilos de R1/mes)}$$

$$X1 + 2 X2 \leq 100 \text{ (kilos de R2/mes)}$$

$$X2 \geq 20 \text{ (unidades/mes)}$$

$$Z = 60 X1 + 40 X2 \text{ (MAXIMO)} \quad (60 \text{ es el beneficio unitario de } X1 \text{ y } 40 \text{ es el beneficio unitario de } X2)$$

Óptima Directo 60 40

C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5
60	X1	60	1	0	1/2	0	1
0	X4	0	0	0	-1/2	1	1
40	X2	20	0	1	0	0	-1
	Z=	4400	0	0	30	0	20

Óptima Dual 160 100 -20

C	Y	B	A1	A2	A3	A4	A5
160	Y1	30	1	1/2	0	-1/2	0
-20	Y3	20	0	-1	1	-1	1
	Z=	4400	0	0*	0	-60	-20

Se presentan dos posibilidades (sólo se puede elegir una)

B1) Disminuir la demanda mínima de X2 a 10 unidades/mes. Esto cuesta en total \$150

B2) Comprar 10 kilos de R1 pagando 100 pesos (en total)

¿Cuál de las dos posibilidades es más conveniente? Detalle los cálculos efectuados y justifique

C) ¿Por qué el algoritmo simplex se ha mantenido vigente tanto tiempo a pesar de que no obtiene de una manera rápida la solución óptima de los modelos de programación lineal continua?

Para aprobar debe tener Bien 2 puntos de A y uno de B. Además, A1 no puede estar Mal.

Algunas pistas para la resolución.

Atención: este documento no contiene el resuelto del examen, sino algunas pistas para ayudar a su resolución.

Parte A:

A1) Es un problema del viajante en el cual cada ciudad es cada conjunto “casa-camino-oficina”, es decir, cada pasajero, total el camino desde la casa a la oficina es fijo para cada pasajero (también se puede plantear los dos lugares de cada pasajero como distintos obligando a que cuando sale de esa casa vaya al trabajo correspondiente y no a algún otro lado)

Lo que se puede hacer es partir de un lugar cero (fuera de la cuadrícula) y volver al mismo, pero que el viaje desde ese lugar al primero y desde el último a ese lugar tiene “distancia cero” para el modelo. **Atención: La ciudad cero tiene que estar, porque si usamos el modelo con las U_i , cuando no tiene ciudad cero da incompatible.**

Las variables son las del problema del viajante:

Y_{ij} : Vale 1 si el taxi va al viaje que comienza en la casilla j inmediatamente después de terminar el viaje que comienza en la casilla i y vale 0 si no es así.

U_i : Orden en el cual se hace el viaje que parte de la casilla i (hay 10 de estas variables porque hay 10 viajes)

Constantes:

D_{ij} : Distancia entre la celda i y la j

DV_i : Distancia que tiene que recorrerse entre origen y destino del viaje que empieza en la casilla i .

Para todos los lugares a recorrer (más el lugar cero)

SUMATORIA variando j de $Y_{ij} = 1$

SUMATORIA variando i de $Y_{ij} = 1$

Para todos los lugares a recorrer (sin incluir el lugar cero)

$U_i - U_j + 10 Y_{ij} \leq 9$

$\text{Min } Z = \text{SUMATORIA de todos los lugares } i \text{ a visitar de } DV_i + \text{SUMATORIA variando } i \text{ y variando } j \text{ de } D_{ij} \times Y_{ij}$

A2) En realidad es un modelo con variables enteras y binarias, así que si aplicamos el método simplex, que es para resolver modelos de programación lineal continua, las variables pueden dar no enteras y el resultado no sirve. Hay que aplicar un método para resolver de manera exacta un problema entero (Branch and Bound, Branch and Cut, etc) o sino una heurística

A3) En esa heurística cuando deja al pasajero, para buscar al siguiente tiene que volver al ORIGEN del viaje anterior. Sería mejor que buscara un pasajero cuyo origen estuviera cerca del DESTINO del viaje anterior.

Se puede plantear cualquier heurística de construcción para el problema del viajante, de las vistas en clase.

B1)

Óptima Dual		160	100	-10			
C	Y	B	A1	A2	A3	A4	A5
160	Y1	30	1	1/2	0	-1/2	0
-10	Y3	20	0	-1	1	-1	1
	Z=	4600	0	-10	0	-70	-10

El funcional aumentó en 200 (el valor marginal era 20 y cada una de las 10 unidades tiene el mismo valor marginal). Recordemos que en este caso el valor marginal significa cuánto aumentaría el funcional si “aflojara” la restricción de demanda mínima en una unidad (si pasara de ≥ 20 a ≥ 19 , por ejemplo).

Como el funcional aumenta en 200 y estamos pagando 150 este negocio conviene.

B2)

Óptima Dual		170	100	-20			
C	Y	B	A1	A2	A3	A4	A5
170	Y1	30	1	1/2	0	-1/2	0
-20	Y3	20	0	-1	1	-1	1
	Z=		0	5	0	-65	-20

Si aumentamos la disponibilidad de R1 en 10 kilos, ya la tabla no es óptima, y en la próxima tabla no estará Y1 en la base, es decir, cuando compramos empieza a sobrar. Por lo tanto esta opción no conviene (pagamos por algo que no nos da ganancia)