

Evaluación integradora de Modelos y Optimización I (71.14)

17 de diciembre de 2014

Apellido y nombre:..... Nro.de Padrón:.....

Cursó en el cuatrimestre del año

Turno de T.P.: (día y horario) Ayudante/s:.....

Oportunidad en la cual rinde (1ra, 2da, 3ra) ☐ Rinde como: Regular: ☐ Libre: ☐

A Una empresa ha recibido 12 pedidos de transporte de mercaderías. Como no tiene transporte propio, alquila camiones para llevar los pedidos. Puede alquilar siete camiones (C1, C2, C3, C4, C5, C6 y C7). Cada uno de los camiones tiene características diferentes y un costo de alquiler distinto. En la tabla se indica con un 1 si un determinado pedido puede ser llevado en cierto camión. Si figura un 0 es que ese pedido no puede ser llevado en ese camión. Si la empresa transporta el pedido puede cobrar por eso lo que figura en la última columna, si decide no transportarlo, no cobra nada por el pedido. Cada camión no puede llevar más de 4 pedidos.

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	
Costo de usar el camión:	\$A	\$B	\$C	\$D	\$E	\$F	\$G	Si transporta el pedido cobra:
Pedido 1	1	0	1	0	0	0	0	\$20.000
Pedido 2	0	1	1	0	0	0	0	\$15.000
Pedido 3	0	0	1	1	0	0	0	\$H
Pedido 4	0	0	0	1	0	0	0	\$J
Pedido 5	0	0	1	0	1	0	0	\$17.000
Pedido 6	0	0	0	0	1	1	0	\$K
Pedido 7	0	0	0	1	0	1	0	\$15.000
Pedido 8	0	1	0	1	0	0	0	\$L
Pedido 9	0	0	1	0	0	0	1	\$18.000
Pedido 10	0	0	1	0	0	1	1	\$M
Pedido 11	0	0	1	1	0	1	0	\$16.000
Pedido 12	0	0	0	1	0	0	0	\$N

\$A, \$B, \$C, \$D, \$E, \$F, \$G, \$H, \$J, \$K, \$L, \$M y \$N son constantes conocidas.

¿Qué es lo mejor que puede hacer la empresa con la información disponible? Se pide:

A1 Análisis del problema, Objetivo completo y claro. Hipótesis necesarias para su resolución, definición de variables. Modelo de programación lineal para su resolución óptima.

A2 Hugo Moyano propone la siguiente heurística de construcción para resolver este problema:

Ordenar los pedidos de mayor a menor de acuerdo con lo que cobran para transportarlo

Recorrer la lista por orden y alquilar el primer camión que lleve el pedido (si no está alquilado ya) hasta que no haya pedidos sin transportar

Indique qué inconvenientes tiene la heurística propuesta, si es que los tiene.

A3 Plantee una heurística de construcción para el problema que no tenga los inconvenientes que criticó en la heurística propuesta por Moyano.

B La empresa WDA fabrica P1 y P2 a partir de R1 y R2. De P1 debe entregar al menos 15 unidades por mes. A continuación se muestran las ecuaciones y las tablas óptimas directa y dual del modelo que utiliza la empresa:

$X1 + X2 \leq 35$ (kg. R1/mes); $2X1 + 3X2 \leq 90$ (kg. R2/mes); $X1 \geq 15$ (un. P1/mes)

$Z = 50X1 + 60X2$ (MAX) (50 y 60 son los beneficios de los productos)

B1 WDA averigua que puede traer unidades importadas de un producto que es exactamente igual a P1. Sabiendo que WDA vende cada unidad del P1 a \$80 ¿a qué precio (como máximo) conviene comprar cada unidad del producto importado? ¿Cuántas unidades conviene comprar?

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
60	X2	20	0	1	1	0	1
0	X4	0	0	0	-3	1	-1
50	X1	15	1	0	0	0	-1
	Z =	1950	0	0	60	0	10

35 90 -15

B2 Aparece la posibilidad de comprar 100 kilos de R1 pagando \$300 en total. ¿es conveniente? Si lo es ¿cómo queda el plan de producción de WDA luego de la compra?

Bk	Yk	Ck	A1	A2	A3	A4	A5
35	Y1	60	1	3	0	0	-1
-15	Y3	10	0	1	1	1	-1
	Z =	1950	0	0*	0	-15	-20

B3 A WDA le proponen el siguiente canje: recibir 2 kilos de R1 entregando a cambio 5 kilos de R2. ¿Conviene el canje? Si conviene ¿cuántos kilos canjea?

NOTA: Los puntos B1, B2 y B3 se resuelven independientemente. Detalle todos los cálculos efectuados.

C1 ¿Para qué utiliza el método Branch and Bound la mejor solución entera encontrada hasta el momento?

C2 Si en el problema de la mochila se permitiera colocar fracciones de objetos en lugar de exigir que los objetos se coloquen enteros ¿sería el problema igualmente difícil? ¿por qué?

Para aprobar debe tener Bien 2 puntos de A, 2 de B y 1 de C. Además, A1 no puede estar Mal.

Algunas pistas para la resolución.

Atención: este documento no contiene el resuelto del examen, sino algunas pistas para ayudar a su resolución.

Parte A:

A1) Es un problema de cobertura de conjuntos tipo packing en el cual hay que elegir cuáles conjuntos (camiones) se activan para maximizar el beneficio (ganancia por los pedidos que se pueden cubrir – costo de alquilar camiones).

Las variables podrían ser:

P_i (binaria) que vale 1 si se lleva el pedido i y vale 0 sino

P_{ij} (binaria) que vale 1 si se lleva el pedido i en el camión j y vale 0 sino

C_j (binaria) que vale 1 si se alquila el camión j y vale 0 sino

Constantes:

T_{ij} : Es el número que está en la tabla relacionando el pedido i con el camión j , puede ser 1 o 0.

Cada pedido puede ir a lo sumo en 1 camión:

$P_{i1} + P_{i2} + P_{i3} + P_{i4} + P_{i5} + P_{i6} + P_{i7} = P_i$ (si se lleva el pedido se lleva una sola vez)

Para todo i de 1 a 12

En cada camión no pueden ir más de 4 pedidos

$C_j \leq P_{1j} + P_{2j} + \dots + P_{12j} \leq 4 C_j$ (si no se alquila el camión, no va ningún pedido, si se alquila van de 1 a 4 pedidos). Se supone que si no va ningún pedido no se alquila el camión.

Para todo j de 1 a 7

No se puede enviar un pedido en un camión que no puede transportarlo

$P_{ij} \leq T_{ij}$

$\text{MAX } 20000 P_1 + 15000 P_2 + \dots + \$N P_{12} - \$A C_1 - \$B C_2 - \dots - \$G C_7$

A2) La heurística propuesta no considera qué hacer en caso de empates.

Tampoco tiene en cuenta que al haber alquilado un camión ya podemos transportar más pedidos (sería mejor tratar de agotar la capacidad de un camión antes de pasar a otro pedido que ese camión no lleva y terminar alquilando muchos camiones).

No sabemos el costo de alquilar camiones, si el costo es muy bajo, no hay problema en alquilarlo, pero a lo mejor un camión sale más que lo que ganamos con los pedidos que están en él.

La heurística no controla que como máximo hay 4 pedidos por camión. Además, cuando elige el primer camión que pueda llevar ese pedido no está teniendo en cuenta el costo ¿por qué el primer camión?.

A3) Cuando se elige un pedido por su beneficio hay que tener en cuenta, entre todos los camiones, el costo y los otros pedidos que puede llevar. Una idea podría ser calcular la ganancia por cada camión viendo la ganancia de los pedidos que puede llevar (la suma de las cuatro mayores ganancias) menos el costo del camión y elegir el camión que tiene mejor este índice (pensar un criterio de desempate) y marcar esos pedidos como cumplidos y el camión como alquilado.

Cada vez que se alquila un camión y se cumple con los pedidos hay que recalcular las cuentas de todos los demás camiones sin tener en cuenta los pedidos que ya han sido enviados.

NOTA: Aquí no planteamos un ejemplo de heurística, simplemente, siguiendo la idea de este documento, damos pistas para su elaboración

Parte B)

B1) Hay que tener en cuenta que por cada unidad comprada ganaremos \$80 (porque la compramos para venderla) y además ganamos el valor marginal de la demanda mínima de X_1 (que es \$10) porque cada unidad que compre no la tenemos que fabricar nosotros. Pero ese valor marginal tiene un rango dentro del cual vale 10, y hay que calcular ese rango. Cuando el valor marginal se convierta en cero, podemos comprar tantas unidades como queramos a un precio no mayor a \$80.

B2) Actualmente el valor marginal es 60, pero al comenzar a comprar R_1 la tabla deja de ser óptima y pasamos a la alternativa del dual cuyo valor marginal para R_1 es de \$30. Hay que ver si por lo menos ganamos por 10 unidades, así cubrimos el costo

B3) Hay que comparar el valor de los 5 kilos que entrego contra los dos que recibo (se resuelve como una variación simultánea de recursos).