

**Evaluación integradora de Modelos y Optimización I (71.14)**

15 de julio de 2015

Apellido y nombre:..... Nro.de Padrón:.....

Cursó en el  cuatrimestre del año 

Turno de T.P.: (día y horario) ..... Ayudante/s:.....

Oportunidad en la cual rinde (1ra, 2da, 3ra) ☐ Rinde como: Regular: ☐ Libre: ☐

A AUTOCINCO, una cadena de supermercados, está pensando en abrir hasta 4 nuevos centros de venta. Tiene en vista ubicaciones para poder construir en 4 ciudades (llamémoslas C1, C2, C3 y C4). Los centros se pueden construir en tamaño pequeño, mediano o grande, aunque no se quiere construir más de dos tamaños distintos. Se puede construir más de un centro en la misma ciudad, siempre que no tengan el mismo tamaño. En la siguiente tabla están los datos, en millones de pesos, del costo de construir cada tipo de centro en cada ciudad y los beneficios anuales esperados de cada tipo de centro en cada ciudad (se considera que en tres años se amortiza el costo de la construcción):

	Costo				Beneficio			
	C1	C2	C3	C4	C1	C2	C3	C4
Construir un centro pequeño	13	20	12	20	6	7	5	7
Construir un centro mediano	A	40	24	B	10	C	D	11
Construir un centro grande	34	45	38	45	12	27	E	F

Considerar que A, B, C, D, E y F son constantes conocidas.

AUTOCINCO tiene un presupuesto máximo de 100 millones de pesos para gastar en la construcción de los centros.

Para poder construir un centro de venta pequeño en la ciudad C1 o en la C2 o en la C3 es necesario construir un centro de venta pequeño en la ciudad C4.

¿Qué es lo mejor que puede hacer AUTOCINCO con la información disponible?. Se pide:

**A1** Análisis del problema, Objetivo completo y claro. Hipótesis necesarias para su resolución, definición de variables. Modelo de programación lineal para su resolución óptima.**A2** Alberto Samid propone la siguiente heurística de construcción para resolver este problema:*Para cada ciudad calcular (para cada tamaño posible) la ganancia que queda luego de tres años (es decir: Beneficio de ese tamaño x 3 – Costo de construcción de ese tamaño).**Ordenar la lista obtenida de mayor a menor**Construir los cuatro primeros centros de la lista ordenada*

Indique qué inconvenientes tiene la heurística propuesta, si es que los tiene.

**A3** Plantee una heurística de construcción para el problema que no tenga los inconvenientes que criticó en la heurística propuesta por Samid.**B** La empresa ZYX fabrica P1 y P2 a partir de R1 y R2. De P1 debe entregar al menos 15 unidades por mes. A continuación se muestran las ecuaciones y las tablas óptimas directa y dual del modelo que utiliza la empresa: $X1 + X2 \leq 35$  (kg. R1/mes);  $2X1 + 3X2 \leq 90$  (kg. R2/mes);  $X1 \geq 15$  (un. P1/mes) $Z = 25X1 + 30X2$  (MAX) (25 y 30 son los beneficios de los productos)**B1** Una empresa del exterior le puede vender a ZYX unidades importadas de un producto que es exactamente igual a P1. Sabiendo que ZYX vende cada unidad del P1 a \$40 ¿a qué precio (como máximo) conviene comprar cada unidad del producto importado?**B2** A ZYX le proponen el siguiente negocio: recibir 2 kilos de R1 entregando a cambio 5 kilos de R2. ¿Es conveniente?. Si conviene ¿cuántos kilos, en total, recibirá de R1?**B3** Aparece la posibilidad de comprar 100 kilos de R1 pagando \$150 en total. ¿es conveniente? Si lo es ¿cómo queda el plan de producción de ZYX luego de la compra?**NOTA:** Los puntos B1, B2 y B3 se resuelven independientemente. Detalle todos los cálculos efectuados.**C1** Si existen procedimientos como Branch and Bound, Branch and Cut y otros, que resuelven de manera exacta un problema de programación lineal entera ¿por qué algunos problemas se resuelven de manera aproximada con un algoritmo heurístico?**C2** El problema de la mochila ¿es un problema difícil?. Definir brevemente el problema e indicar por qué es un problema difícil o por qué no lo es.**Para aprobar debe tener Bien 2 puntos de A, 2 de B y 1 de C. Además, A1 no puede estar Mal.**

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
30	X2	20	0	1	1	0	1
0	X4	0	0	0	-3	1	-1
25	X1	15	1	0	0	0	-1
	Z =	975	0	0	30	0	5

35 90 -15

Bk	Yk	Ck	A1	A2	A3	A4	A5
35	Y1	30	1	3	0	0	-1
-15	Y3	5	0	1	1	1	-1
	Z =	975	0	0*	0	-15	-20

### Algunas pistas para la resolución.

Atención: este documento no contiene el resuelto del examen, sino algunas pistas para ayudar a su resolución.

#### Parte A:

A1) El objetivo es determinar cuántos centros se construirán, de qué tamaño y en qué ciudad para maximizar lo que queda como beneficio  $x_3$  – costo de construcción para los centros a construir.

Las variables pueden ser:

Centro $ij$ : Vale 1 si se construye en la ciudad  $i$  un centro de tamaño  $j$  ( $j=1$  es pequeño,  $j=2$  es mediano y  $j=3$  es grande)

Tamaño $j$ : Vale 1 si se construye un centro de tamaño  $j$ .

Constantes:

$C_{ij}$ : Costo de construir en la ciudad  $i$  un centro de tamaño  $j$  (de la tabla del enunciado)

$B_{ij}$ : Beneficio anual de construir en la ciudad  $i$  un centro de tamaño  $j$  (de la tabla del enunciado)

*No se puede exceder el presupuesto*

Sumatoria variando  $i$  (Sumatoria variando  $j$  de  $C_{ij} \times \text{Centro}_{ij}$ )  $\leq 100$

*No se pueden construir más de cuatro centros*

Sumatoria variando  $i$  (Sumatoria variando  $j$  de  $\text{Centro}_{ij}$ )  $\leq 4$

*No se pueden construir más de dos tamaños distintos*

$4 \times \text{Tamaño}_j \leq \text{Sumatoria variando } i \text{ de } \text{Centro}_{ij}$  para  $j=1, 2 \text{ y } 3$

$\text{Tamaño}_1 + \text{Tamaño}_2 + \text{Tamaño}_3 \leq 2$

*Para poder construir un centro de venta pequeño en la ciudad C1 o en la C2 o en la C3 es necesario construir un centro de venta pequeño en la ciudad C4.*

$\text{Centro}_{11} + \text{Centro}_{21} + \text{Centro}_{31} \leq 3 \times \text{Centro}_{41}$

$\text{MAX } Z = \text{Sumatoria variando } i [\text{Sumatoria variando } j \text{ de } (3 \times B_{ij} - C_{ij}) \times \text{Centro}_{ij}]$

A2) La heurística propuesta no resuelve empates en tiempo de procesamiento. Tampoco tiene en cuenta que no se pueden construir más de dos tamaños posibles. No incluye la restricción de que para poder construir un centro pequeño en C1, C2 o C3 hay que construir uno pequeño en C4. No tiene en cuenta el límite de presupuesto de 100 millones. Construye sí o sí 4 centros (tal vez no conviene hacer cuatro si el beneficio en 3 años no llega a pagar el costo).

#### Parte B)

B1) Hay que tener en cuenta que por cada unidad comprada ganaremos \$40 (porque la compramos para venderla) y además ganamos el valor marginal de la demanda mínima de  $X_1$  (que es \$5) porque cada unidad que compremos no la tenemos que fabricar nosotros. Pero ese valor marginal de \$5 tiene un rango dentro del cual vale 5, y hay que calcular ese rango, para ver cuántas unidades podemos comprar sin que el valor marginal deje de valer \$5 (en cuanto ese valor marginal se haga cero, no convendrá comprarlas a más de \$40).

B2) Se resuelve como una variación simultánea de recursos, en la que hay que comparar el valor de los 5 kilos que entrego contra los dos que recibo. Como hay dos tablas óptimas del dual (tiene soluciones alternativas óptimas), si en la tabla del enunciado el alfa máximo nos da igual a cero hay que pasar a la solución alternativa para ver si conviene, y si conviene, determinar cuánto nos podemos mover sin que deje de ser óptima. Una vez que analizamos cuánto nos podemos mover en la tabla óptima actual (si es que conviene) hay que ver en la tabla siguiente si el negocio sigue siendo conveniente.

B3) En principio el negocio parece conveniente porque estaríamos pagando a \$15 el kilo y el valor marginal es 30. Sin embargo hay que ver cuántos kilos podemos comprar sin que el valor marginal cambie. Tenemos que ver cuánto aumenta el funcional para los 100 kilos y ver si eso es mayor que \$150 (conviene) o menor (no conviene).