USO INTERNO Nota de este examen:

Nota de Cursada: Nota en la libreta:

Evaluación integradora de Modelos y Optimización I (71.14) 22 de julio de 2015

Apellido y nombre:.. Nro.de Padrón:..........................
Cursó en el ☐ cuatrimestre del año ☐
Turno de T.P.: (día y horario) .... Ayudante/s:......................................
Oportunidad en la cual rinde (1ra, 2da, 3ra) ☐ Rinde como: Regular: ☐ Libre: ☐

A Recientemente se ha declarado como nuevo municipio a la ciudad de POLIS. Se la ha dividido en 8 comunas. El nuevo gobierno municipal tiene que instalar estaciones de bomberos para atender las necesidades de las comunas (hasta ahora usaban los servicios de una ciudad cercana). El estándar de servicio requiere que a una autobomba no le puede llevar más de 15 minutos llegar desde la estación hasta la comuna en la cual hay un siniestro. El presupuesto de POLIS es bastante escaso, instalar cada estación de bomberos le sale \$EST y quiere sí o sí cumplir con el estándar de servicio.
En el siguiente cuadro vemos las distancias (en minutos) que lleva llegar de una comuna a otra:

Desde / Hasta	Comuna 1	Comuna 2	Comuna 3	Comuna 4	Comuna 5	Comuna 6
Comuna 1	0	10	20	30	30	20
Comuna 2	10	0	25	35	20	10
Comuna 3	20	25	0	15	30	20
Comuna 4	30	35	15	0	15	25
Comuna 5	30	20	30	15	0	14
Comuna 6	20	10	20	25	14	0

Considerar que \$EST es una constante conocida.
¿Qué es lo mejor que puede hacer POLIS con la información disponible?. Se pide:
A1 Análisis del problema, Objetivo completo y claro. Hipótesis necesarias para su resolución, definición de variables. Modelo de programación lineal para su resolución óptima.
A2 Luis Zamora propone la siguiente heurística de construcción para resolver este problema:

Para cada Comuna calcular la cantidad de comunas que quedan a 15 minutos o menos.
Ordenar esa lista de mayor a menor
Mientras queden comunas que no tengan una autobomba a 15 minutos o menos
  Colocar una estación de bomberos en la primera comuna de la lista
  Marcar las comunas cubiertas
  Pasar a la siguiente comuna de la lista
Fin mientras

Indique qué inconvenientes tiene la heurística propuesta, si es que los tiene.
A3 Plantee una heurística de construcción para el problema que no tenga los inconvenientes que criticó en la heurística propuesta por Zamora.

B La empresa TWA fabrica P1 y P2 a partir de R1 y R2. De P1 debe entregar al menos 15 unidades por mes. A continuación se muestran las ecuaciones y las tablas óptimas directa y dual del modelo que utiliza la empresa:
X1 + X2 $\leq$ 35 (kg. R1/mes); **2 X1 + 3 X2 $\leq$ 90** (kg. R2/mes); **X1 $\geq$ 15** (un. P1/mes)
Z = 75 X1 + 90 X2 (MAX) (75 y 90 son los beneficios de los productos)

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
90	X2	20	0	1	1	0	1
75	X1	15	1	0	0	0	-1
0	X4	0	0	0	-3	1	-1
	Z =	2925	0	0	90	0	15

			35	90	-15		
Bk	Yk	Ck	A1	A2	A3	A4	A5
35	Y1	90	1	3	0	0	-1
-15	Y3	15	0	1	1	1	-1
	Z =	2925	0	0*	0	-15	-20

B1 A TWA le proponen venderle 15 kilos de R1 a \$900 en total. ¿Es conveniente?. Si lo es ¿cómo queda el plan de producción de TWA luego de la compra?
B2 Una empresa del exterior le puede vender a TWA unidades importadas de un producto que es exactamente igual a P1. Sabiendo que TWA vende cada unidad del P1 a \$120 ¿a qué precio (como máximo) conviene comprar cada unidad del producto importado?.
B3 Otra empresa le propone a TWA comprarle 21 kilos de R2 pagándole a TWA \$220 en total. ¿Es conveniente?. Si lo es ¿cómo quedaría el plan de producción de TWA?
NOTA: Los puntos B1, B2 y B3 se resuelven independientemente. Detalle todos los cálculos efectuados.

C1 ¿En qué afecta a la resolución de modelos de programación lineal entera que no se haya podido probar aún si P es igual o distinto que NP?
C2 De las heurísticas que conoce para el problema del viajante ¿cuál le parece que da mejores resultados y por qué?.

Para aprobar debe tener Bien 2 puntos de A, 2 de B y 1 de C. Además, A1 no puede estar Mal.

Algunas pistas para la resolución.
Atención: este documento no contiene el resuelto del examen, sino algunas pistas para ayudar a su resolución.

Parte A:
A1) Es un problema de cobertura de conjuntos, determinando en qué comunas instalar estaciones de bomberos para que ninguna comuna quede a mas de 15 minutos de alguna estación, minimizando el costo de instalación total.

Se supone que no se va a instalar más de una estación en una misma comuna (no tiene sentido práctico)

Las variables pueden ser:
EiCj: Vale 1 si la estación i está en la comuna j (i de 1 a 6, j de 1 a 6)
SeinstalóEi: Vale 1 si la estación i se instaló en alguna comuna (i de 1 a 6)
HayEenCj: Vale 1 si hay alguna estación en la comuna j (j de 1 a 6)

Cada estación se instala en un solo lugar o no se instala
EiC1 + EiC2 + EiC3 + EiC4 + EiC5 + EiC6 = SeinstalóEi (para todo i de 1 a 6)

Detectar si hay alguna estación en la comuna j
E1Cj + E2Cj + E3Cj + E4Cj + E5Cj + E6Cj = HayEenCj (para todo j de 1 a 6)

Todas las comunas deben estar a no más de 15 minutos de una estación
Comuna 1) HayEenC1 + HayEenC2 >= 1
Comuna 2) HayEenC1 + HayEenC2 + HayEenC6 >= 1
Comuna 3) HayEenC3 + HayEenC4 >= 1
Comuna 4) HayEenC3 + HayEenC4 + HayEenC5 >= 1
Comuna 5) HayEenC4 + HayEenC5 + HayEenC6 >= 1
Comuna 6) HayEenC2 + HayEenC5 + HayEenC6 >= 1

MIN Z = $EST [Sumatoria con i de 1 a 6 de SeinstalóEi]

A2) La heurística no resuelve empates. Cuando se instala en la primera comuna hay que reordenar la lista porque hay que modificar para cada comuna cuáles son las que no están cubiertas.

Parte B)
B1) En principio el negocio parece conveniente porque estaríamos pagando a $60 el kilo y el valor marginal es 90. Sin embargo hay que ver cuántos kilos podemos comprar sin que el valor marginal cambie. Tenemos que ver cuánto aumenta el funcional para los 15 kilos y ver si eso es mayor que $900 (conviene) o menor (no conviene).

B2) Hay que tener en cuenta que por cada unidad comprada ganaremos $120 (porque la compramos para venderla) y además ganamos el valor marginal de la demanda mínima de X1 (que es $15) porque cada unidad que compremos no la tenemos que fabricar nosotros. Pero ese valor marginal de $15 tiene un rango dentro del cual vale 15, y hay que calcular ese rango, para ver cuántas unidades podemos comprar (en cuanto ese valor marginal se haga cero, no convendrá comprarlas a más de $120).

B3) En la tabla alternativa dual del enunciado no podemos vender R2 porque deja de ser óptima. Hay que pasar a la alternativa para ver cuál es el valor marginal en esa otra tabla (va a ser mayor que cero) y, si conviene vender una unidad (porque el valor marginal es menor que 10,48 que es el precio que pagan por kilo), ver cuánto disminuye el funcional si vendemos 21 kilos. Cuando lleguemos al óptimo dual tendremos que comparar lo que disminuyó el funcional contra $220 (si el z disminuyó más de esa cifra, no conviene).