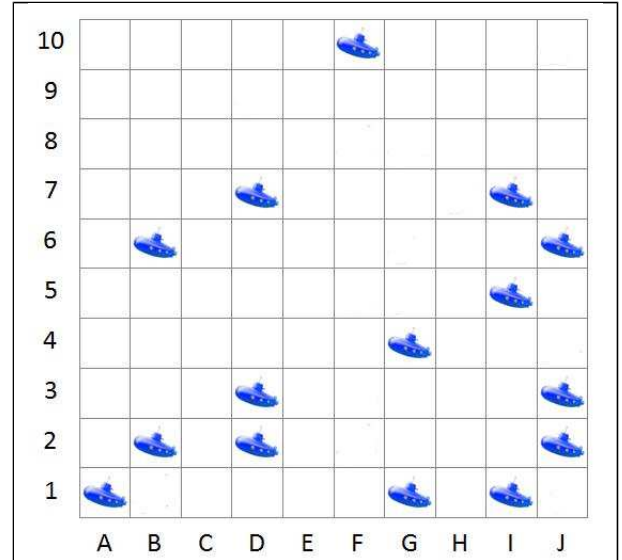


Evaluación integradora de Modelos y Optimización I (71.14)

24 de julio de 2013

Apellido y nombre:..... Nro.de Padrón:.....
 Cursó en el cuatrimestre del año
 Turno de T.P.: (día y horario) Ayudante/s:.....
 Oportunidad en la cual rinde (1ra, 2da, 3ra) ☐ Rinde como: Regular: ☐ Libre: ☐

A En las últimas semanas, en el panorama político internacional, fueron noticia varios episodios de espionaje entre distintos países. Por ese motivo, la OTAN está vigilando una zona del Atlántico Norte en la cual hay apostados varios submarinos militares (a la derecha podemos ver un diagrama en el cual se ven las ubicaciones de los submarinos dibujados en algunas de las celdas; en donde no hay dibujo no hay submarinos). Como no confían en que los submarinos avisen antes de cambiar su posición, quieren instalar barcos con sensores de tal manera que cada submarino quede bajo el alcance de al menos un sensor. Colocar un barco con sensor cuesta \$A millones de pesos y su alcance es la celda en la cual está el barco y las ocho celdas que rodean a la celda en la cual está colocado el barco (por ejemplo, si hay un barco con sensor en la celda E6, su alcance será a las celdas E6, D7, E7, F7, D6, F6, D5, E5 y F5, por lo que el único submarino que queda bajo su alcance es el que está en D7). La crisis hace estragos, así que el presupuesto de la OTAN es cada vez más chico.



Si se instalan 8 barcos o más, el costo de colocación total de barcos baja un 10%.
 ¿qué es lo mejor que puede hacer la OTAN?

A1 Análisis del problema, Objetivo completo y claro. Hipótesis necesarias para su resolución, definición de variables. Modelo de programación lineal para su resolución óptima.

A2 Julián Assange propone una heurística para resolver el problema. Consiste en hacer una lista poniendo, por cada celda, cuáles serían los submarinos alcanzados por un sensor ubicado en esa celda. Luego ordenar la lista de mayor a menor por la cantidad de submarinos alcanzados e ir eligiendo de la lista las celdas en donde poner barcos sensores, hasta que todos los submarinos queden bajo el alcance de algún barco.

Indique qué inconvenientes o fallas tiene esta heurística con respecto al problema dado, si es que los tiene.

A3 Plantee una heurística de construcción para resolver el problema. Recuerde que su heurística debe tender al mejor resultado y que no debe tener los problemas que criticó en el punto A2.

B) Una empresa fabrica P1 y P2 a partir de R1 y R2. Hay una demanda mensual mínima para P2 de 10 unidades. Cuenta con un programa Lineal para su producción mensual que maximiza beneficios.

A continuación se muestran las ecuaciones iniciales y las tablas óptimas directa y dual de dicho Programa Lineal:

B1) Se decide estudiar la posibilidad de la elaboración de un nuevo producto que consume 2 kg. de R1 y 2 kg. de R2. El beneficio de este producto sería de 80 pesos por unidad. Si no participa en la restricción de demanda mínima ¿será conveniente su fabricación?. Idem en el caso de que sí participe en la restricción de demanda mínima.

$$2 X_1 + 2 X_2 \leq 80 \text{ (kg. R1/mes)}$$

$$X_1 + 2 X_2 \leq 50 \text{ (kg. R2/mes)}$$

$$X_2 \geq 10 \text{ (un. P2/mes)}$$

$$Z = 60 X_1 + 40 X_2 \text{ (MAX)}$$

Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
60	X1	30	1	0	1/2	0	1
0	X4	0	0	0	-1/2	1	1
40	X2	10	0	1	0	0	-1
	Z =	2200	0	0	30	0	20

$$80 \quad 50 \quad -10$$

Ck	Yk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
80	Y1	30	1	1/2	0	-1/2	0
-10	Y3	20	0	-1	1	-1	1
	Z =	2200	0	0*	0	-30	-10

B2) Se presentan dos posibilidades luego de observar la sol. óptima (sólo se puede elegir una)

a) Comprar 20 un. de R1 pagando \$ 200 (en total)

b) Vender 10 un. de R2 cobrando \$ 700 (en total)

¿Cuál de las dos posibilidades es más conveniente

NOTA: Los puntos B1 y B2 se resuelven en forma independiente. Detalle en todos ellos los cálculos efectuados.

Para aprobar debe tener Bien 2 puntos de A y uno de B. Además, A1 no puede estar Mal.

Algunas pistas para la resolución.

Atención: este documento no contiene el resuelto del examen, sino algunas pistas para ayudar a su resolución.

Parte A:

A1) Es un problema de cobertura de conjuntos. El objetivo es determinar en qué posiciones instalar los barcos para que todos los submarinos queden cubiertos gastando lo mínimo posible.

Las variables pueden ser:

Y_{ij} : Vale 1 si hay un barco en la posición ij , vale 0 sino.

CANTBARCOS: Cantidad de barcos

CANT1 y CANT2: Auxiliares para saber si se hacen menos o más de 8 barcos

YCANT1, YCANT2: Variables binarias relacionadas con CANT1 y CANT2

Dentro de las hipótesis se puede suponer que se puede poner un barco en la misma celda en la cual abajo hay un submarino (como se hace en este resuelto) o no.

Cada submarino debe estar vigilado por al menos un barco

Por ejemplo, para el submarino que está en G4

$$Y_{G4} + Y_{F4} + Y_{H4} + Y_{F3} + Y_{G3} + Y_{H3} + Y_{F5} + Y_{G5} + Y_{H5} \geq 1$$

Ídem para los otros submarinos

Si se instalan 8 barcos o más

$$\text{CANTBARCOS} = Y_{A1} + Y_{A2} + \dots + Y_{J10}$$

$$\text{CANT1} \leq 7 \text{ YCANT1}$$

$$8 \text{ YCANT2} \leq \text{CANT2} \leq M \text{ YCANT2}$$

$$\text{YCANT1} + \text{YCANT2} = 1$$

$$\text{Min } Z = \$A \text{ CANT1} + 0,9 \$A \text{ CANT2}$$

A2) La heurística propuesta (si quitamos el tema de que no resuelve empates) funcionaría bien la primera iteración, pero luego, cuando colocamos el primer barco, ya hay submarinos que quedaron cubiertos, por lo cual hay que recalcular para todas las celdas la cantidad de submarinos alcanzados sumando solamente los que no están cubiertos y así para cada iteración "limpiando" la lista y reordenándola de mayor cantidad de coberturas a menor cantidad de coberturas.

A3) Se puede seguir el esquema sugerido en A2 para arreglar la heurística.

NOTA: Aquí no planteamos un ejemplo de heurística, simplemente, siguiendo la idea de este documento, damos pistas para su elaboración

Parte B)

B1) En este típico caso de introducción de nuevo producto hay que tener cuidado al armar la matriz inversa óptima, teniendo en cuenta que la tercera restricción es de mayor o igual, por lo que las columnas de la matriz inversa óptima son A3, A4 y -A5. Si no participa, el nuevo vector es (2 2 0), si participa el nuevo vector es (2 2 1).

Ojo al ingresar el producto en la tabla óptima, como hay que hacerlo entrar a la base, un error que se comete frecuentemente al calcular el tita es no tener en cuenta que el tita puede valer cero. En este caso, uno de los tita es cero dividido uno, es el menor y hay que tomarlo para obtener la nueva tabla sino una variable tomará valor negativo lo cual no es posible. Recuerden: siempre que el valor de una variable les da negativo, o pivotaron mal o (lo más posible) el tita elegido como mínimo no es el tita mínimo.

B2) Una forma de resolverlo es analizar los rangos de variación de la disponibilidad de R1 (se verá que no se puede aumentar la disponibilidad de R1 en la tabla óptima actual del dual y que al pasar a la otra tabla el VM de R1 sale de la base, así que no conviene) y de la disponibilidad de R2

Otra forma (más trabajosa pero menos conceptual) es analizar cambiando los coeficientes de disponibilidad de R1 (100 en lugar de 80) y de disponibilidad de R2 (40 en lugar de 50) en el funcional del dual y operar hasta llegar a la óptima del dual. Al z obtenido restarle el costo de la operación (o sumarle el precio que nos pagan) y comparar para ver si conviene o no.