

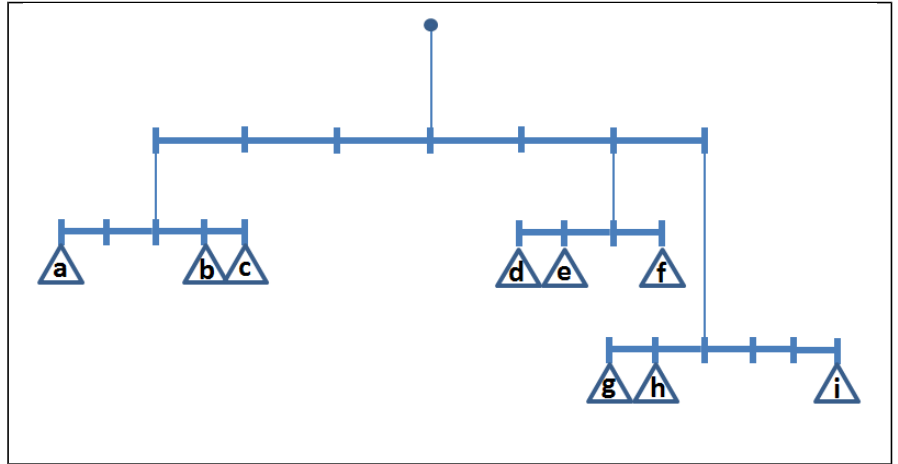
**Evaluación integradora de Modelos y Optimización I (71.14)**

17 de julio de 2013

Apellido y nombre: ..... Nro. de Padrón: .....  
 Cursó en el  cuatrimestre del año   
 Turno de T.P.: (día y horario) ..... Ayudante/s: .....  
 Oportunidad en la cual rinde (1ra, 2da, 3ra) ☐ Rinde como: Regular: ☐ Libre: ☐

**A** Construir una balanza de tipo “chandelier” (es una denominación técnica para los conjuntos de balanzas de forma de araña, como la que vemos a la derecha) no es fácil. Las mejores balanzas de este tipo son las que están balanceadas con un peso total lo más bajo posible.

Por ejemplo, en la balanza de la derecha tenemos 9 platillos identificados con letras de la “a” a la “i”. Sabemos que contamos con pesas que tienen como peso un número entero de kilos entre 1 y 9 (hay tres pesas de cada valor de peso; es decir, hay tres pesas



que pesan 1 kilo, tres pesas que pesan 2 kilos y así sucesivamente). En cada triángulo solamente puede haber una pesa. Supongamos que es despreciable el peso de los triángulos, brazos y tirantes de la balanza. El “chandelier” tiene que quedar perfectamente balanceado, no puede pesar ni más ni menos un brazo de una parte (o toda) la balanza que el otro.

¿qué es lo mejor que se puede hacer para balancear el “chandelier”?

**A1** Análisis del problema, Objetivo completo y claro. Hipótesis necesarias para su resolución, definición de variables. Modelo de programación lineal para su resolución óptima.

**A2** La balanza de la Justicia propone una heurística para resolver el problema. Consiste en colocar una pesa de 1 kilo en g, h, d y e, una pesa de 2 kilos en f e i y en colocar una pesa de 4 kilos en a y una pesa de 2 kilos en b y c. Indique qué inconvenientes o fallas tiene esta heurística con respecto al problema dado, si es que los tiene.

**A3** Plantee una heurística de construcción para resolver el problema. Recuerde que su heurística debe tender al mejor resultado y que no debe tener los problemas que criticó en el punto A2.

**B)** Una empresa fabrica los productos X1 y X2 a partir de los recursos R1, R2 y R3. Aquí vemos el planteo:

**2 X1 + 3 X2 ≤ 480 (kg. R1/mes); 2 X1 + 2 X2 ≤ 360 (kg. R2/mes); X1 + 2 X2 ≤ 300 (kg. R3/mes)**

**Z = 20 X1 + 35 X2 (MAXIMO)** (20 es el beneficio unitario de X1 y 35 es el beneficio unitario de X2)

**Optima Directo** 20 35

C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5
20	X1	60	1	0	2	0	-3
0	X4	0	0	0	-2	1	2
35	X2	120	0	1	-1	0	2
	Z=	5400	0	0	5	0	10

**Optima Dual** 480 360 300

C	Y	B	A1	A2	A3	A4	A5
480	Y1	5	1	2	0	-2	1
300	Y3	10	0	-2	1	3	-2
	Z=	5400	0	0*	0	-60	-120

**B1)** Se quiere determinar la conveniencia de fabricar un nuevo producto al cual llamaremos X6. Este producto consume por unidad 1 kilo de R1, 2 kilos de R2 y 1 kilo de R3 y tiene un beneficio de \$15. Además, por imposiciones del mercado, se incorpora una demanda máxima de 50 unidades para X1. ¿Cuál será el nuevo plan de producción?

**B2)** Una empresa ofrece la posibilidad de comprar recurso R1 a \$20/kg. Además esta empresa vende recurso R3 a \$10/kg. Lo que exige la empresa para comprarnos R1 es que todo lo obtenido en la compra de R1 lo gastemos comprándole a esa misma empresa R3. Como el negocio de venderle R1 y comprarle R3 parece que viene “enganchado” pero no nos exige nada acerca de las cantidades a venderle de R1 y a comprarle de R3 queremos que determines cuánto conviene venderle a esta empresa de R1 y cuánto conviene comprarle de R3. Se quiere saber cuál es la estructura óptima de producción luego de analizar esta posibilidad.

**NOTA:** Los puntos B1 y B2 se resuelven en forma independiente. Detalle en todos ellos los cálculos efectuados.

**Para aprobar debe tener Bien 2 puntos de A y uno de B. Además, A1 no puede estar Mal.**

## Algunas pistas para la resolución.

Atención: este documento no contiene el resuelto del examen, sino algunas pistas para ayudar a su resolución.

Parte A:

A1) Es un problema combinatorio de balanceo.

El objetivo es determinar el peso de la pesa que va a ir en cada uno de los platillos de manera que la balanza quede equilibrada y el peso total sea lo menor posible.

Las variables pueden ser:

Yij: Vale 1 si en el platillo i hay una pesa de peso j

Pesoi : Peso del platillo i

Como ustedes sabrán el peso no es igual si el platillo está ubicado lejos del eje que si está ubicado más cerca (efecto palanca). Para este problema varios supusieron que la distancia no afecta al peso, cosa que si bien desde el punto de vista físico no es cierta, puede simplificar el problema.

*Solamente hay 3 pesas de cada peso*

Por ejemplo, para 1 kilo

$$Ya1 + Yb1 + Yc1 + Yd1 + Ye1 + Yf1 + Yg1 + Yh1 + Yi1 \leq 3 \quad \text{Ídem para los otros pesos}$$

*En cada platillo hay solamente una pesa*

Por ejemplo, para el platillo a

$$Ya1 + Ya2 + Ya3 + Ya4 + Ya5 + Ya6 + Ya7 + Ya8 + Ya9 = 1 \quad \text{Ídem para los otros platillos}$$

*Cuánto pesa cada platillo*

Por ejemplo para el platillo a

$$\text{Pesoa} = 1 Ya1 + 2 Ya2 + 3 Ya3 + 4 Ya4 + 5 Ya5 + 6 Ya6 + 7 Ya7 + 8 Ya8 + 9 Ya9 \quad \text{Ídem para los otros platillos}$$

*Balanceo (aquí es donde se tendría que tener en cuenta el coeficiente que tiene que ver con la distancia del eje que tiene cada platillo, es decir que el peso balanceado puede cambiar con la distancia. Si se supuso que la distancia no afecta el peso obtendremos lo que sigue)*

$$\text{Pesoa} = \text{Pesob} + \text{Pesoc} \quad \text{Pesod} + \text{Pesoe} = \text{Pesof} \quad \text{Pesog} + \text{Pesoh} = \text{Pesoi}$$

$$\text{Pesoa} + \text{Pesob} + \text{Pesoc} = \text{Pesod} + \text{Pesof} + \text{Pesog} + \text{Pesoh} + \text{Pesoi}$$

$$\text{Min } Z = \text{Pesoa} + \text{Pesob} + \text{Pesoc} + \text{Pesod} + \text{Pesof} + \text{Pesog} + \text{Pesoh} + \text{Pesoi}$$

A2) La heurística propuesta usa más pesas de 2 kilos que las permitidas. Además no controla el peso total de los dos brazos de la balanza (no equilibra).

A3) Una idea es hacer “paquetes” de platillos para ver los que tienen que pesar igual y tratar de (desde los que están más abajo hasta los que están más arriba) ir poniendo cada vez más peso a los paquetes (al principio poner poco peso y después poner más). Cuidado con la cantidad de pesas de cada tipo.

NOTA: Aquí no planteamos un ejemplo de heurística, simplemente, siguiendo la idea de este documento, damos pistas para su elaboración

Parte B)

B1) Cuando hacemos entrar al producto nuevo vemos que el  $z_j - c_j$  queda igual a cero (es decir, si entra el  $z$  quedará igual al de esta tabla). Si a eso le agregamos una restricción que nos hace fabricar menos producto X1 (además teniendo en cuenta que el nuevo producto no reemplaza a X1) nos queda más claro que no conviene introducir el nuevo producto. Cuando agregamos la restricción para obligar a producir 50 o menos de X1, fabrica el máximo que puede de X1, obviamente, que es 50 y aumenta la producción de X2 pero lógicamente el valor del funcional baja y ganamos menos dinero que hasta ahora (pasamos a ganar 5375).

B2) Es una variación simultánea donde, para gastar lo mismo en la operación de compra que en la de venta por cada kilo en el cual baja  $R_1$  sube en dos  $R_3$  (porque el precio de  $R_1$  es 20 y el de  $R_3$  es 10). Esto conviene porque dos  $R_3$  tienen valor marginal de 20 (10 cada uno) y 1  $R_1$  tiene valor marginal de 5 (es decir, lo que entregamos vale menos que lo que recibimos). Una vez determinado cuánto conviene intercambiar en esta tabla sin que deje de ser la tabla óptima del dual hay que cambiar de tabla para ver si sigue conviniendo, hasta llegar a una tabla en la cual 1 kilo de  $R_1$  valga más que 2 kilos de  $R_3$  y en ese caso dejó de convenir y finaliza el análisis, sumando todo lo que compramos en las distintas tablas por las que hemos pasado. Es un error muy común finalizar el análisis en la primera tabla sin chequear si en la próxima tabla dual seguirá conviniendo o no.

Otro error es calcular los rangos en los cuales podemos mover la disponibilidad de  $R_1$  y la de  $R_3$  (los rangos solamente son válidos si varío UN SOLO RECURSO y no cambia ninguna otra constante del problema).