

**A.** Una empresa quiere organizar la distribución de sus productos para el mes de julio. Fabrica tres tipos de producto llamados Alfa, Beta y Gamma. A los productos los elabora con componentes llamados A, B y C. Sin embargo, cada producto tiene una cantidad diferente de A, B y C, como vemos en el cuadro que sigue. En ese cuadro también vemos el precio al cual vende cada unidad de producto Alfa, Beta y Gamma y la demanda mínima mensual de cada tipo de producto.

Producto	Composición (por cada unidad)	Precio de venta	Demanda mínima
Alfa	Dos componentes A y un componente B	\$Alfa	A1 unidades
Beta	Un componente A, un componente B y un componente C	\$Beta1 las primeras 100 unidades y \$Beta2 las siguientes	B1 unidades
Gamma	Dos componentes C y un componente que puede ser tanto A como B	\$Gamma	G1 unidades

Para elaborarlos necesita adquirir lotes al exterior. Hay tres tipos de lote (1, 2 y 3). Cada tipo de lote tiene una cantidad fija de cada componente y una forma de pago. Se puede comprar la cantidad que se quiera de cada lote (incluyendo cero). Aunque compra para producir en el mes de julio, en el caso de algunos tipos de lote puede pagar parte en agosto. La empresa cuenta con \$JULIO para gastar en el mes de julio y \$AGOSTO para gastar en el mes de agosto, para esta producción. A continuación se indica, para cada tipo de lote, su composición (para una unidad de ese tipo de lote), el costo de cada unidad de ese tipo y la forma de pago de ese tipo de lote.

Tipo Lote	Composición	Costo	Forma de pago
1	15 un. de componente A y 35 un. de C	\$UNO	70% en julio y 30% en agosto
2	20 unidades de cada componente (A, B y C)	\$DOS	50% en julio y 50% en agosto
3	30 un. de componente B y 25 un. de C	\$TRES	Pago total en agosto

Además, sabemos que:

a.- Si compramos más de 40 lotes de tipo 1, el costo total de compra de lotes 1 se bonifica en un 20% (es decir que pagamos un 80% de lo que correspondía pagar).

b.- Por cada 15 lotes de tipo 3, uno sale gratis

**Nota:** \$Alfa, \$Beta1, \$Beta2, \$Gamma, A1, B1, G1, \$JULIO, \$AGOSTO, \$UNO, \$DOS y \$TRES son constantes con valor conocido

¿Qué es lo mejor que se puede hacer con la información disponible?

**A1** Caracterizar la situación problemática en no más de cinco renglones.

**A2** Objetivo del problema, completo y claro. Hipótesis y supuestos.

**A3** Definición de variables del modelo matemático, indicando si son enteras o continuas.

**A4** Modelo matemático de programación lineal. Indicar claramente qué función cumple cada ecuación. Tener en cuenta que **si el modelo no es lineal, este punto se anulará**. NO SE PUEDE CAMBIAR EL NOMBRE A LOS DATOS/CONSTANTES DADOS:

**A5** Al modelo de A4 se le agrega lo siguiente:

Del lote 2 no se pueden comprar más de 35 lotes. Si se compran exactamente 35 lotes tipo 2, se puede conseguir que en agosto estén disponibles para gastar \$50000 más.

Se debe indicar qué variables se agregan, si hay que modificar o agregar hipótesis y se deben escribir las restricciones que se agregan o se modifican en el modelo de A4. Tener en cuenta que **si el modelo no es lineal, este punto se anulará**. NO SE PUEDE CAMBIAR EL NOMBRE A LOS DATOS/CONSTANTES DADOS:

## Análisis de la situación:

Se tiene una empresa que quiere organizar la distribución de sus productos para Julio, compuestos por componentes distintos. Para elaborar los productos necesita adquirir lotes al exterior que pueden ser de distinto tipo. Se desea obtener la mayor ganancia posible considerando restricciones monetarias en la compra de lotes para Julio y Agosto.

## Objetivo:

Determinar la cantidad de productos a vender y lotes compuestos por componentes a comprar para maximizar las ganancias para el mes de julio.

### Hipótesis y supuestos:

- Todo lo que se produce se vende.
- No se comienza con stock inicial.
- No hay variación de precios.
- No hay desperdicios ni fallas en la fabricación.
- Los costos de producción para pagar los lotes deben ser pagados exclusivamente con el dinero destinado para ese fin, siendo estos \$JULIO y \$AGOSTO.
- Si sobra dinero del fondo para la producción para cada mes este no será reutilizado.
- Los componentes que vienen en los lotes son de la misma calidad e iguales, es decir indistinguibles.
- No hay restricciones de materiales o recursos que no sean explicitados en el enunciado.
- No hay limite maximo para producir productos mas alla de los explicitados.
- 

### Variables:

Todas las variables son enteras a menos que se aclare lo contrario.

Al: cant de productos a vender de tipo alfa. (u/mes)

Be: idem alfa pero tipo beta. (u/mes)

Ga: idem alfa pero tipo gamma. (u/mes)

Be1, Be2: cant de productos a vender de tipo beta diferenciando entre cantidades menor o igual a 100 o mayor a 100. (u/mes)

A: cant de componentes de tipo A a adquirir. (u/mes)

B: idem A pero B. (u/mes)

C: idem A pero C. (u/mes)

A\_ga, B\_ga: cant de componentes tipo A, B a adquirir que se utilizan en el producto gamma. (u/mes)

A\_nga, B\_nga: cant de componentes tipo A, B a adquirir que NO se utilizan en el producto gamma (se utilizan en alfa y beta). (u/mes)

L1: cant de lotes de tipo 1 a adquirir. (u/mes)

L2: idem L1 pero tipo2. (u/mes)

L3: idem L1 pero tipo 3. (u/mes)

L1a, L1b: cant de lotes de tipo1 a adquirir diferenciando entre cantidades menor o igual a 40 y mayor a 40. (u/mes)

Ymasde100: vale 1 si se venden 100 o mas unidades de producto beta, 0 sino. Bivalente.

YL1, YL2, YL3: valen 1 si se compra el lote respectivo, 0 sino. Bivalente.

CostoLotesJulio: costo total de los lotes a comprar que se abonan en el mes de julio. (\$)

CostoLotesAgosto: costo total de los lotes a comprar que se abonan en el mes de agosto. (\$)

Y40L: vale 1 si se compran mas de 40 lotes de tipo1, 0 sino. Bivalente

L3multip15: vale la cantidad de multiplos de 15 que se compraron de lotes tipo 3. (u/mes)

### Modelo:

m y M son constantes de valores muy pequeño y muy grande respectivamente.

### Armado de productos:

Separo entre los que van para el gamma y los que no van para gamma, que van para los demás:

$$A = A_{ga} + A_{nga}$$

$$B = B_{ga} + B_{nga}$$

$$A_{nga} = 2 * A1 + 1 * B1$$

$$B_{nga} = 1 * A1 + 1 * B1$$

$$C = 1 * B1 + 2 * A1$$

$$\text{Para gamma tanto A como B: } \rightarrow A_{ga} + B_{ga} = 1 * A1$$

**Demandas mínimas:**

$$A1 \geq A1$$

$$B1 \geq B1$$

$$A1 \geq A1$$

**Precios de venta beta (cóncava secc lineal):**

$$B1 = B1_1 + B1_2$$

$$100 * Y_{masde100} \leq B1_1 \leq 100$$

$$B1_2 \leq M * Y_{masde100}$$

**Cantidades de componentes compradas de los lotes:**

$$A = 15 * L1 + 20 * L2$$

$$B = 20 * L2 + 30 * L3$$

$$C = 35 * L1 + 20 * L2 + 25 * L3$$

**Verificar si se compran más de 40 lotes de tipo 1 (cóncava secc lineal):**

$$L1 = L1a + L1b$$

$$40 * Y_{40L} \leq L1a \leq 40$$

$$L1b \leq M * Y_{40L}$$

Si  $Y_{40L}$  vale 1 significa que se compraron más lotes de tipo 1 y se afecta el costo para cada mes explicitado luego.

**Restricciones en costos de julio:**

$$\text{CostoLotesJulio} = 0,7 * \$UNO * L1a + 0,8 * 0,7 * \$UNO * L1b + 0,5 * \$DOS * L2$$

El 0,8 significa que pagamos el 80%, a causa de la bonificación del 20%.

$$\text{CostoLotesJulio} \leq \$JULIO$$

**Restricciones en costos de agosto:**

$$\text{CostoLotesAgosto} = 0,3 * \$UNO * L1a + 0,8 * 0,3 * \$UNO * L1b + 0,5 * \$DOS * L2 + \$TRES * L3 - \$TRES * L3_{multip15}$$

$$\text{CostoLotesAgosto} \leq \$AGOSTO$$

**Por cada 15 lotes de tipo 3, uno es gratis:**

$$L3 * (1/15) = L3_{\text{multip15}}$$

**Función objetivo:**

$$Z = A1 * \$Alfa + Be1 * \$Beta1 + Be2 * \$Beta2 + Ga * \$Gamma \rightarrow \mathbf{MAX}$$

## **A5**

**Hipótesis a agregar:**

- El monto explicitado disponible para gastar se añade al monto inicial de \$AGOSTO.
- Este monto sólo puede ser utilizado para abonar lo necesario en agosto.

**Variables:**

YL2\_35: vale 1 si se compran exactamente 35 lotes de tipo 2, 0 sino. Bivalente.

**Restricciones:**

$$L2 \leq 35$$

**Verifico si se compran 35 lotes de tipo 2 exactas:**

$$35 * YL2_{35} \leq L2 \leq (35-1) + YL2_{35}$$

A la restricción monetaria de agosto que era:

$$\text{CostoLotesAgosto} \leq \$AGOSTO$$

Se la modifica quedando así:

$$\text{CostoLotesAgosto} \leq \$AGOSTO + \$50000 * YL2_{35}$$

**El funcional queda igual.**