
Ejercicio 1 (40 pts)

Dado el siguiente modelo que describe el movimiento de un péndulo:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\alpha \sin \theta,$$

donde θ es el ángulo respecto de la vertical. Se pide lo siguiente:

- Transforme este sistema en un sistema de primer orden.
- Encuentre los puntos de equilibrio del sistema.
- Clasifique los puntos de equilibrio en estables o inestables e interprete estos resultados explicando como se comporta el péndulo.

Ejercicio 2 (30 pts)

Se desea simular un proceso de Poisson T_i con una tasa de arribos $\lambda = 0.5/\text{seg}$. **Nota:** T_i (con $i = 1, 2, \dots$) son los instantes de tiempo en los que arriban cada uno de los eventos.

- Describa un método (pseudo-código) para simular este proceso haciendo uso de un generador de números aleatorios con distribución uniforme en $[0, 1]$.
- Determine la probabilidad de que no haya arribos durante un período de longitud 2 seg.
- Determina la probabilidad de que arriben 4 eventos distribuidos de la siguiente forma: 1 evento en el primer segundo (entre $t=0$ seg y $t=1.0$ seg) y 3 eventos en el intervalo entre $t=2$ seg y $t=2.5.0$ seg.

Ejercicio 3 (30 pts)

Considere el servicio de consultas de internet de Google como una serie de servidores en paralelo dispuestos a atender dichas consultas. Asuma que la probabilidad de que un usuario no encuentre un servidor disponible es despreciable (no hay tiempo de espera en cola). Asuma que llegan 1.000 consultas por segundo y que cada consulta tiene un tiempo promedio de procesamiento de 100 milisegundos.

- Explique a qué modelo de colas corresponde el sistema. Justifique.
- ¿Cuál es el tiempo de respuesta experimentado en promedio por cada usuario?
- ¿Cuál es la probabilidad de que Google se encuentre procesando exactamente 5 consultas $P[N=5]$?
- ¿Cuál es el número promedio de consultas atendidas por Google $E[N]$?