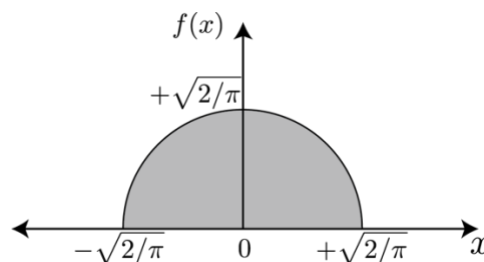


### Ejercicio 1 (30 pts)

Se dispone de un generador de números aleatorios distribuidos uniformemente en el intervalo continuo  $[0,1]$  y se desea generar muestras de una variable continua cuya función de densidad de probabilidad (pdf) está dada por un semicírculo tal como se muestra en la figura:

- Describa un método (pseudo-código) para generar dichas muestras.
- Determine la eficiencia de dicho método como la relación entre el número de muestras obtenidas dividido el número de veces que se utiliza el generador de números uniforme en  $[0,1]$ .



### Ejercicio 2 (40 pts)

Dado el siguiente sistema dinámico con tiempo continuo y parámetro  $a$ :

$$\frac{dx}{dt} = x(x - a) + 5x$$

- Encuentre los puntos fijos del sistema.
- Haga un análisis de bifurcación encontrando el valor crítico del parámetro para el cual aparece la bifurcación.
- Haga un diagrama de bifurcación y establezca de que tipo es.
- Si  $a = 10$  y la condición inicial es  $x(0) = +1$ . Describa la evolución temporal esperada de la variable  $x(t)$  si fuera simulada, dibujando la trayectoria en el diagrama de bifurcación. Justifique.

### Ejercicio 3 (30 pts)

Considere el servicio de consultas de internet de Google como una serie de servidores en paralelo dispuestos a atender dichas consultas. Asuma que la probabilidad de que un usuario no encuentre un servidor disponible es despreciable (no hay tiempo de espera en cola). Asuma que llegan 1.000 consultas por segundo y que cada consulta tiene un tiempo promedio de procesamiento de 100 milisegundos.

- Explique a qué modelo de colas corresponde el sistema. Justifique.
- ¿Cuál es el tiempo de respuesta experimentado en promedio por cada usuario?
- ¿Cuál es la probabilidad de que Google se encuentre procesando exactamente 5 consultas  $P[N=5]$ ?
- ¿Cuál es el número promedio de consultas atendidas por Google  $E[N]$ ?