**Ejercicio 1** (30 pts)

Se desea simular un proceso de Markov $S_i$ con tres estados posibles: 0, 1 y 2, cuya matriz de transición de probabilidades es

$$P = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \end{bmatrix}$$

a. Describa un método (pseudo-código) para simular este sistema haciendo uso de un generador de números aleatorios con distribución uniforme en [0,1]. Grafique el diagrama de estados.
b. Determine si el sistema alcanza un estado estacionario. Justifique teóricamente.
c. En el caso que se alcance un estado estacionario, calcule las probabilidades $P(S_i = 0)$, $P(S_i = 1)$ y $P(S_i = 2)$.

**Ejercicio 2** (40 pts)

Dado el siguiente modelo que describe las interacciones entre dos especies:

$$\frac{dx}{dt} = -x + rxy - x^2,$$
$$\frac{dy}{dt} = y(1 - y).$$
$$x \geq 0, y \geq 0, r > 1.$$

Se pide lo siguiente:

a. Encuentre todos los puntos de equilibrio.
b. Calcule la matriz Jacobiana en el punto de equilibrio donde $x > 0$ e $y > 0$.
c. Clasifique el punto de equilibrio en una de las siguientes clases: estable, inestable, "saddle", espiral estable, espiral inestable o neutral, para el caso $r = 1.5$.

**Ejercicio 3** (30 pts)

Una página de internet recibe consultas con una distribución de Poisson con una tasa de 1 consulta por segundo. Cada consulta requiere en promedio ½ segundo para ser atendido.

a. ¿Cuál es el número mínimo de servidores que se necesitan si se requiere que el delay total en promedio para cada consulta sea inferior a 1 segundo?
b. Para el número de servidores del punto a. ¿Cuál es la probabilidad de que todos los servidores estén ocupados? ¿Y desocupados?