

NOMBRE Y APELLIDO:

Huang Yuhong

PADRON:

102146

CUATRIMESTRE:

2C 2021

Marque la respuesta correcta (sólo una) para cada una de las preguntas en los siguientes problemas.

IMPORTANTE: Debe adjuntar máximo una (1) carilla por problema con la justificación de cada una de sus respuestas. Si la justificación es incorrecta o es omitida, se considerará incorrecta la respuesta independientemente de la opción elegida.

PROBLEMA 1: Dado el siguiente modelo dinámico en tiempo continuo: $\dot{x} = x - \alpha x^3$, donde $\alpha > 0$. Indique con un círculo la respuesta correcta (sólo una) a cada una de las preguntas a continuación (cada respuesta vale 5 puntos):

1. El sistema es: a. Lineal y de segundo orden b. No-lineal y de primer orden c. Lineal y de primer orden d. No-lineal y de segundo orden e. Ninguna de las opciones	2. El espacio de fases tiene: a. 1 dimensión b. 2 dimensiones c. Más de 2 dimensiones d. No existe el espacio de fases e. Ninguna de las opciones
3. El sistema: a. Tiene 1 punto de equilibrio b. Tiene 2 puntos de equilibrio c. Tiene 3 puntos de equilibrio d. No tiene puntos de equilibrio e. Ninguna de las opciones	4. El caso $\dot{x} = 0$ y $x = 0$ representa: a. Un saddle point b. Un punto fijo Lyapunov estable c. Un punto fijo estable tipo espiral d. Un punto fijo inestable tipo espiral e. Ninguna de las opciones
5. Indique la respuesta correcta: a. Existe al menos un punto fijo tipo espiral estable b. Existe al menos un punto fijo tipo espiral inestable c. No hay ningún punto fijo tipo saddle d. Existen dos puntos fijos tipo Lyapunov estable (ciclos límite) e. Ninguna de las opciones	6. Analizando el comportamiento del sistema en función del parámetro α , elija la respuesta correcta: a. Hay una bifurcación tipo Hopf b. Hay una bifurcación tipo Pitchfork c. No hay bifurcaciones d. Ninguna de las opciones
7. Indique la sentencia verdadera: a. Existe al menos un punto fijo con los dos autovalores imaginarios puros b. Existe un punto fijo con los dos autovalores reales negativos c. Existe un punto fijo con los dos autovalores reales positivos d. Ninguna de las opciones	8. Indique la sentencia verdadera: a. Las trayectorias divergen a infinito b. Las trayectorias convergen a un punto fijo estable c. Las trayectorias oscilan alrededor de dos puntos fijos d. Ninguna de las opciones
9. Describa el efecto del parámetro α sobre el comportamiento del sistema: a. El valor del parámetro α afecta la posición de los puntos fijos, pero no su estabilidad. b. Existe un valor crítico del parámetro que produce un cambio en la estabilidad de los puntos fijos. c. Ninguna de las opciones	10. Identifique la sentencia falsa entre las siguientes: a. Las trayectorias en el espacio de fases no se bifurcan b. Existen trayectorias cerradas en el espacio de fases c. Pequeñas perturbaciones en las condiciones iniciales no producen grandes alteraciones de las trayectorias d. El sistema puede presentar caos

P1: 2.5

P2: 15

40

INSUFICIENTE

Respuesta correcta pero justificación incorrecta.
(para q' pueda haber caos)
N tiene q' ser $N \geq 3$

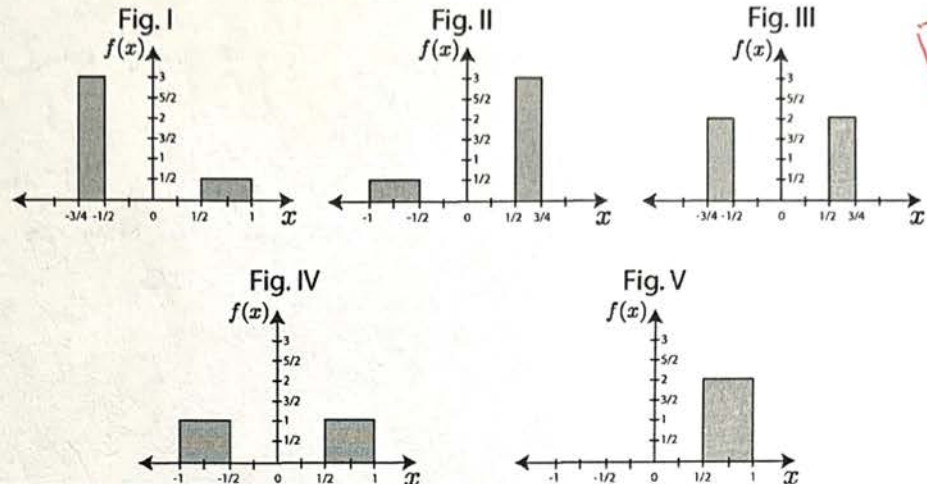
PROBLEMA 2: Dado el siguiente pseudo-algoritmo para generar muestras aleatorias de una variable X :

- Generar dos muestras independientes, M y U , de una variable aleatoria distribuida uniformemente en el intervalo $[0,1]$.
- IF $M > 0.75$ asignar $X = 0.5 * (U + 1)$
ELSE asignar $X = -0.5 * (0.5 * U + 1)$

Indique con un círculo la respuesta correcta (sólo una) a cada una de las preguntas a continuación (cada respuesta vale 5 puntos excepto la 5. que vale 15 puntos):

1. ¿Cuál de las siguientes gráficas se corresponde con la distribución de los números generados con el algoritmo del enunciado?

- ☒ a. Fig. I
- ☐ b. Fig. II
- ☐ c. Fig. III
- ☐ d. Fig. IV
- ☐ e. Fig. V
- ☐ f. Ninguna de las opciones



2. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones sobre los números generados X es correcta?

- ☐ a. Tienen una distribución de probabilidades discreta
- ☐ b. Tienen una distribución uniforme
- ☐ c. Cada muestra generada X_i es dependiente de la anterior X_{i-1}
- ☒ d. Tienen una distribución de probabilidades NO discreta
- ☐ e. Ninguna de las opciones

3. Si la efectividad del algoritmo se mide como la proporción de números obtenidos X sobre el numero de números aleatorios uniformes generados internamente por el algoritmo ¿Cuál es la efectividad del algoritmo propuesto?

- ☐ a. 75%
- ☒ b. 50%
- ☐ c. 25%
- ☐ d. 100%

Ninguna de las opciones

4. Dado el siguiente pseudo-algoritmo que utiliza el generador de números X del enunciado:

- Para $n=1, 2, \dots, N$
 - o Generar X_n con el algoritmo del enunciado.
- Normalizar muestras generadas:
 - o $X_n = (X_n - E[X]) / \text{std}(X)$, donde $E[X]$ es la media de X y $\text{std}(X)$ es el desvío estándar.
- Sumar las muestras generadas:
 - o $X_T = X_1 + X_2 + \dots + X_N$

¿Cuál de los siguientes modelos aproxima la distribución de la variable resultante X_T para N tendiendo a infinito?

- ☐ a. Uniforme
- ☐ b. Poisson
- ☐ c. Binomial
- ☐ d. Gaussiana
- ☒ e. Ninguna de las opciones

5. Dada la siguiente secuencia de $N=10$ números X_n :

$[-0.55, 0.7, -0.6, -0.53, 0.55, -0.55, -0.51, -0.71, 0.51, 0.51]$

¿Cuál es la probabilidad de cometer un error (nivel de confianza) si acepto que dicha secuencia se generó con el algoritmo del enunciado?: (Nota: Aplique el test estadístico de Kolmogorov-Smirnov asumiendo que el número de muestras $N=10$ es suficientemente grande)

- ☐ a. Menor que el 2%
- ☐ b. Menor que el 1%
- ☐ c. Menor que el 3%
- ☐ d. Menor que el 0.5%
- ☐ e. Ninguna de las opciones