椭圆型方程的上机实习题

考虑以下奇异摄动问题

$$\left\{ \begin{array}{rcl} -\varepsilon\Delta u(x,y)+\frac{\partial u}{\partial x}(x,y)&=&\sin(\pi x)\sin(\pi y),\quad (x,y)\in\Omega,\\ &u\big|_{\partial\Omega}&=&0. \end{array} \right.$$
 其中

$$0 < \varepsilon \ll 1$$
, $\Omega = [0, 1] \times [0, 1]$.

试构造一种对于 $\varepsilon \ll h$ 都能保持高精度的离散格式,可取不同的 ε 和步长 h 计算,比较结果。