

Zárthelyi dolgozat

III. éves Matematika B.Sc. (Elemző szakirány)
Alkalmazott Analízis 2 gyakorlat
2019.12.05.

Adatlap		
Hallgató Neve:	Hallgató Neptun kódja:	Gyakorlatvezető Neve:
Feladat sorszáma	Elérhető pont	Szerzett pont
1. feladat	1 pont	
2. feladat	1 pont	
3. feladat	2 pont	
4. feladat	1 pont	
5. feladat	1 pont	
Összesen:	6 pont	

A gyakorlatvezető nevéhez azt írjuk, akihez fizikailag is bejártunk! Az eredmény pusztán közléséért nem jár pont. Kérjük, hogy a válaszainkat mindig alaposan indokoljuk! Ügyeljünk továbbá a rendezett és olvasható írásképre is. Jó munkát!

1. Tekintsük az $Ax = b$ egyenletrendszert, ahol

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 2 \\ -4 & 8 & 2 \\ 0 & 5 & 9 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -1 \\ 18 \\ 37 \end{pmatrix}, \quad x^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

Az A együttható mátrixot tartalmazó tanult tételek fényében miket mondhatunk a fenti feladat esetében a Gauss-Seidel iteráció konvergenciájáról? Mi a konvergencia szükséges és elégséges feltétele?

2. Jellemezzük a lenti mátrix sajátértékeit (komplex/valós, esetlegesen legkisebb/legnagyobb sajátérték)!

$$\begin{pmatrix} 12 & -2 & 3 & -2 \\ -2 & 6 & -2 & 1 \\ 3 & -2 & 18 & 11 \\ -2 & 1 & 11 & -18 \end{pmatrix}$$

3. Tekintsük az

$$y_{n+1} = y_n + h \left(\frac{1}{2} f(t_n, y_n) + \frac{1}{2} f\left(t_n + h, y_n + \frac{1}{2} h f(t_n, y_n)\right) \right)$$

módszert.

i, Adjuk meg a módszer Butcher-tablóját!

ii, Számoljuk ki a módszer stabilitási függvényét! A-stabil a módszer?

4. Tekintsük az alábbi

$$u''(t) + 2u'(t) = 6u(t), \quad u(0) = 1, \quad u(1) = 0$$

kétpontos peremérték problémát! Írjuk fel a fenti feladatot rendszer alakban!

5. Keressük meg az alábbi

$$\partial_{xy} u(x, y) + 3x^2 \partial_y u(x, y) = 4x^2$$

feladat $u : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ megoldásait!