

Zárthelyi dolgozat

III. éves Matematika B.Sc. (Elemző szakirány)
Alkalmazott Analízis 2 gyakorlat
2017.12.06.

1. Tekintsük az

$$\begin{cases} \dot{y}(t) = y(t) + t^2 \\ y(1) = 3 \end{cases}$$

kezdetiérték-feladatot. Számítsuk ki a megoldás közelítő értékét a $t = 3$ pontban a javított Euler módszerrel, ha $h = 1$.

2. Írjuk fel az alábbi módszer Butcher-táblázatát!

$$y_{n+1} = y_n + h \left[\frac{1}{6}f(t_n, y_n) + \frac{2}{3}f\left(t_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}hf(t_n, y_n)\right) + \frac{1}{6}f\left(t_n + h, y_n - hf(t_n, y_n) + 2hf\left(t_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}hf(t_n, y_n)\right)\right) \right]$$

Hány lépcsős és hány lépéses a módszer?

3. Határozzuk meg az

$$y_{n+1} = y_n + h[0.5f(t_n, y_n) + 0.5f(t_n + h, y_n + hf(t_n, y_n))]$$

módszer stabilitási függvényét. A-stabil lesz-e a módszer?

4. Határozzuk meg az

$$y_n - 4y_{n-1} + 3y_{n-2} = -2hf_{n-2}$$

többlépéses módszer konzisztencia rendjét! Hány lépéses a módszer?

5. Rendszerekre vonatkozó ismereteink birtokában vizsgáljuk meg az

$$\begin{cases} u''(t) = u(t), & t \in (0, b) \\ u(0) = \alpha, & u(b) = \beta \end{cases}$$

feladat megoldhatóságát.

6. Keressük meg az alábbi Cauchy-feladat $u \in C^2(\mathbb{R}^2)$ megoldását:

$$\begin{cases} \partial_{xy}u(x, y) & = & 4xy \\ u(x, x) & = & x^4 + 2x \\ \partial_x u(x, x) & = & 2x^3 + 1. \end{cases}$$