

Zárthelyi dolgozat

III. éves Matematika B.Sc. (Elemző szakirány)
Alkalmazott Analízis 2 gyakorlat
2018.12.06.

1. Tekintsük az

$$\begin{cases} y'(t) = y(t) + t^2 \\ y(1) = 3 \end{cases}$$

kezdetiérték-feladatot. Számítsuk ki a megoldás közelítő értékét a $t = 3$ pontban az

$$y_{n+1} = y_n + h[0.5f(t_n, y_n) + 0.5f(t_n + h, y_n + hf(t_n, y_n))] \quad (\text{Euler-Heun módszer})$$

módszerrel, ha $h = 1$!

2. Írjuk fel az alábbi módszer Butcher-táblázatát!

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{4}hf(t_n, y_n) + \frac{3}{4}hf\left(t_n + \frac{2}{3}h, y_n + \frac{2}{3}hf\left(t_n + \frac{1}{3}h, y_n + h\frac{1}{3}f(t_n, y_n)\right)\right)$$

3. Határozzuk meg az Euler-Heun módszer stabilitási függvényét! A-stabil a módszer?

4. Határozzuk meg az

$$y_n - y_{n-2} = 2hf_{n-1}$$

többlépéses módszer konzisztenciarendjét!

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^m a_k &= 0 & j &= 0 \\ \frac{1}{j} \sum_{k=0}^m k^j a_k + \sum_{k=0}^m k^{j-1} b_k &= 0 & j &= 1, \dots, p \end{aligned}$$

Hány lépéses a módszer? Erősen stabil a módszer?

5. Írjuk fel az alábbi

$$\begin{aligned} u'''(t) &= -2\lambda^3 u(t) + \lambda^2 u'(t) + 2\lambda u''(t), \quad t \in (0, 1) \\ u(0) &= \beta_1, \quad u(1) = \beta_2, \quad u'(1) = \beta_3 \end{aligned}$$

peremérték-feladatot elsőrendű rendszer alakban!

6. Határozzuk meg a

$$\partial_{xy}u(x, y) + 2x\partial_y u(x, y) = e^{-x^2+x}$$

parciális differenciálegyenlet $u \in C^2(\mathbb{R}^2)$ megoldását!



Boldog Mikulást!