Zárthelyi dolgozat

III. éves Matematika B.Sc. (Elemző szakirány)
Alkalmazott Analízis 2 gyakorlat
2018.10.25.

1. Számítsuk ki az alábbi mátrix Cholesky-felbontását az LU-felbontás segítségével.

$$\begin{pmatrix} 8 & -3 & 2 \\ -3 & 6 & -9 \\ 2 & -9 & 18 \end{pmatrix}$$

2. Tekintsük az $Ax = b$ egyenletrendszert, ahol

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad x^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

   (a) Tegyünk meg 2 lépést koordinitás alakot használva a Gauss-Seidel-iterációval.

   (b) Ha az iteráció konvergens, akkor hány lépést kellene megtenni a 10^{-2} pontosság eléréséhez?

3. Tekintsük az $Ax = b$ egyenletrendszert, ahol

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 4 \end{pmatrix} \text{SZPD}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad x^{(0)} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Tegyünk meg két lépést a $p = 0.02$ paraméterű Richardson-iterációval. Mi az optimális p paraméter értéke?

4. MATLAB használata jellemezzük a lenti mátrix sajátértékeit (komplex, valós, pozitív, negatív)!

$$\begin{pmatrix} 7 & -2 & 1 & -2 \\ -2 & 6 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & 8 & -4 \\ -2 & 1 & -4 & -11 \end{pmatrix}$$

5. Határozzuk meg a Θ séma konzisztencia rendjét!

6. Tekintsük az

$$\begin{cases} u'(t) + 0.4u(t) & = & t^2 \\ u(0) & = & 5 \end{cases}$$

kezdetiérték-feladatot. Számítsuk ki a megoldás közelítő értékét a $t = 2$ pontban a trapéz módszerrel, ha $h = 1$.

Segédlet

$$x^{(k+1)} = Mx^{(k)} + v$$

- ⋄ Gauss-Seidel iteráció: $M = -(L + D)^{-1}U, \quad v = (L + D)^{-1}b$

$$x_i^{(k+1)} = \frac{1}{a_{ii}} \left(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij} x_j^{(k)} \right), \quad i = 1, \ldots, n$$

- ⋄ Richardson iteráció: $M = I - pA, \quad v = pb$

$$y_{n+1} = y_n + h\left((1 - \Theta)f(t_n, y_n) + \Theta f(t_{n+1}, y_{n+1})\right), \quad \Theta \in [0, 1]$$

- ⋄ Trapéz módszer: $\Theta = 0.5$