Javító zárthelyi dolgozat

III. éves Matematika B.Sc. (Elemző szakirány)
Alkalmazott Analízis 2 gyakorlat
2019.12.12.

Adatlap		
Hallgató Neve:	Hallgató Neptun kódja:	Gyakorlatvezető Neve:
Feladat sorszáma	Elérhető pont	Szerzett pont
1. feladat	1.2 pont	
2. feladat	0.8 pont	
3. feladat	1.4 pont	
4. feladat	1.6 pont	
5. feladat	1 pont	
Összesen:	6 pont	

A gyakorlatvezető nevéhez azt írjuk, akihez fizikailag is bejártunk! Az eredmény puszta közléséért nem jár pont. Kérjük, hogy a válaszainkat mindig alaposan indokoljuk! Ügyeljünk továbbá a rendezett és olvasható írásképre is. Jó munkát!

1. Tekintsük az alábbi

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 3 \\ 7 & 11 & 2 \\ 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

mátrixot. A tanult direkt felbontási tételek és ismeretek birtokában döntsük el, hogy az A mátrixnak van-e LU-, LDL^T- és Cholesky-felbontása, ha adottak a

$$\det(A_1) = 5,\ \det(A_2) = 6,\ \det(A_3) = 1 \text{ és eig} = \begin{pmatrix} 0.011267 \\ 5.326576 \\ 16.662157 \end{pmatrix}$$

értékek!

2. Tegyük fel, hogy egy adott $Ax = b$ lineáris algebrai egyenletrendszert meg szeretnénk oldani a Jacobi- és Gauss-Seidel iterációkkal. Mit mondhatunk az egyes módszerek konvergenciájáról, ha az alábbi

$$||M_J||_\infty = 1.2 \text{ és eig}(M_{GS}) = \begin{pmatrix} 0.011267 \\ 5.326576 \\ 16.662157 \end{pmatrix}$$

értékek adottak!

3. Tekintsük az

$$y_{n+1} = y_n + h\left(\frac{1}{6}f(t_n, y_n) + \frac{2}{3}f\left(t_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}hf(t_n, y_n)\right) + \frac{1}{6}f\left(t_n + h, y_n - hf(t_n, y_n) + 2hf\left(t_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}hf(t_n, y_n)\right)\right)\right)$$

módszert. Adjuk meg a módszer Butcher-tablóját! Határozzuk meg hány lépéses és hány lépcsős a módszer!

4. Taylor-sorfejtés útján határozzuk meg az

$$y_n - y_{n_1} = h\left(\frac{3}{2}f(t_{n-1}, y_{n_2}) - \frac{1}{2}f(t_{n-2}, y_{n-2})\right)$$

többlépéses módszer konzisztenciarendjét! Határozzuk meg hány lépéses, explicit/implicit típusú-e a módszer! Mennyi lehet egy ilyen típusú módszer maximális rendje?

5. Keressük meg az alábbi

$$(\partial_x u(x, y))^2 + (\partial_y u(x, y))^2 = 0$$

feladat $u : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ megoldásait!