

Zárthelyi dolgozat

III. éves Matematika B.Sc. (Elemző szakirány)
Alkalmazott Analízis 2 gyakorlat
2017.11.08.

1. Számítsuk ki az alábbi mátrix Cholesky-felbontását az LU -felbontás segítségével.

$$\begin{pmatrix} 5 & 7 & 3 \\ 7 & 11 & 2 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

2. Tekintsük az $Ax = b$ egyenletrendszert, ahol

$$A = \begin{pmatrix} 15 & 0 & -6 \\ -12 & 24 & 6 \\ 0 & 15 & 27 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \\ 11 \end{pmatrix}, \quad x^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix},$$

(a) Ellenőrizzük, hogy a Gauss-Seidel-iteráció konvergens-e.

(b) Ha igen, akkor hány lépést kellene megtenni a 10^{-2} pontosság eléréséhez?

3. Tekintsük az $Ax = b$ egyenletrendszert, ahol

$$A = \begin{pmatrix} 8 & -3 & 2 \\ -3 & 6 & -9 \\ 2 & -9 & 18 \end{pmatrix} \text{SZPD}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad x^{(0)} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Tegyük meg két lépést a $p = 0.01$ paraméterű Richardson-iterációval.

4. Mutassuk meg MATLAB használata nélkül, hogy az alábbi mátrix sajátértékei pozitívak!

$$\begin{pmatrix} 18/7 & 1/14 & -1/40 & -2 & 1/12 \\ 1/14 & 6 & -2 & 1/12 & -2 \\ -1/40 & -2 & 12 & -2 & 6 \\ -2 & 1/12 & -2 & 19 & 8 \\ 1/12 & -2 & 6 & 8 & 27 \end{pmatrix}$$

5. Határozzuk meg a Θ séma konzisztencia rendjét!

6. Tekintsük az

$$\begin{cases} \dot{x}(t) + 0,4x(t) &= 3e^{-t} \\ x(0) &= 5 \end{cases}$$

kezdetiérték-feladatot. Számítsuk ki a megoldás közelítő értékét a $t = 3$ pontban az explicit Euler-módszerrel, ha $h = 1,5$.