## 三线行列式

## 2011级ACM班 张方魁陈志鹏

May 5, 2012

## Abstract

本文介绍了旋转群

讨论这个话题之前,让我们先来看看有哪些正多面体。

**命题1**:正多面体只能有5种,即用正三角形做面的正四面体、正八面体,正二十面体,以及用正方形做面的正六面体,用正五边形做面的正十二面体。

证明:设顶点数为V,面数为F,棱数为E

设正多面体的每个面是正n边形,每个顶点有m条棱。棱数E应是面数F与n的积的一半(每两面共用一条棱),即

$$nF = 2E \tag{1}$$

同时,E应是顶点数V与m的积的一半,即

$$mV = 2E (2)$$

由(1)、(2),得

$$F = 2E/n, V = 2E/m,$$

代入欧拉公式V + F - E = 2,有2E/m + 2E/n - E = 2

整理后, 得1/m + 1/n = 1/2 + 1/E.

由于E是正整数,所以1/E > 0。因此

$$1/m + 1/n > 1/2 \tag{3}$$

说明m,n不能同时大于3, 否则1/m+1/n <= 1/2, 即(3)不成立。

另一方面,由于m和n的意义(正多面体一个顶点处的棱数与多边形的边数)知,m\3且n\3。 因此m和n至少有一个等于3

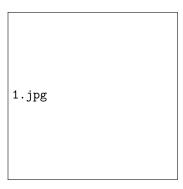
当m=3时,因为1/n > 1/2 - 1/3 = 1/6,n又是正整数,所以n只能是3,4,5

同理n=3, m也只能是3, 4, 5

所以有以下几种情况:

n	m	类型
3	3	正四面体
4	3	正六面体
3	4	正八面体
5	3	正十二面体
3	5	正二十面体

由于上述5种多面体确实可以用几何方法作出,而不可能有其他种类的正多面体 所以正多面体只有5种



## References

- [1] 邱森, 线性代数探究性课题精编, 武汉大学出版社, (2011)。
- [2] 熊启才,曹吉利,线性代数精解及应用,重庆大学出版社,(2006)。
- [3] 武同锁,MatrixMaterial2。
- [4] 北大数学系,高等代数,高等教育出版社,(2003)。
- [5] 蒋银山,行列式的计算。
- [6] 余长安,线性代数学习指导与典型题详解,武汉大学出版社,(2010)。