三线行列式

2011级ACM班
张方魁陈志鹏

May 5, 2012

Abstract

本文介绍了旋转群

讨论这个话题之前，让我们先来看看有哪些正多面体。

命题1：正多面体只能有5种，即用正三角形做面的正四面体、正八面体，正二十面体，以及用正方形做面的正六面体，用正五边形做面的正十二面体。

证明：设顶点数为V，面数为F，棱数为E

设正多面体的每个面是正n边形，每个顶点有m条棱。棱数E应是面数F与n的积的一半（每两面共用一条棱），即

$$nF = 2E \tag{1}$$

同时，E应是顶点数V与m的积的一半，即

$$mV = 2E \tag{2}$$

由(1)、(2)，得

$$F = 2E/n, V = 2E/m,$$

代入欧拉公式$V + F - E = 2$，有$2E/m + 2E/n - E = 2$

整理后，得$1/m + 1/n = 1/2 + 1/E.$

由于E是正整数，所以$1/E > 0$。因此

$$1/m + 1/n > 1/2 \tag{3}$$

说明m,n不能同时大于3，否则$1/m + 1/n <= 1/2$，即(3)不成立。

另一方面，由于m和n的意义（正多面体一个顶点处的棱数与多边形的边数）知，$m\backslash 3$且$n\backslash 3$。因此m和n至少有一个等于3

当m=3时，因为$1/n > 1/2 - 1/3 = 1/6$，n又是正整数，所以n只能是3，4，5

同理$n = 3$，m也只能是3，4，5

所以有以下几种情况：

n	m	类型
3	3	正四面体
4	3	正六面体
3	4	正八面体
5	3	正十二面体
3	5	正二十面体

由于上述5种多面体确实可以用几何方法作出，而不可能有其他种类的正多面体

所以正多面体只有5种

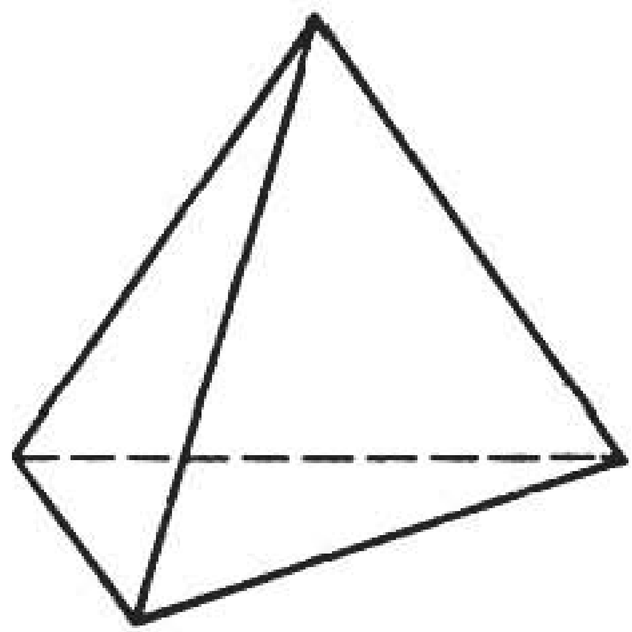

图 1 正四面体

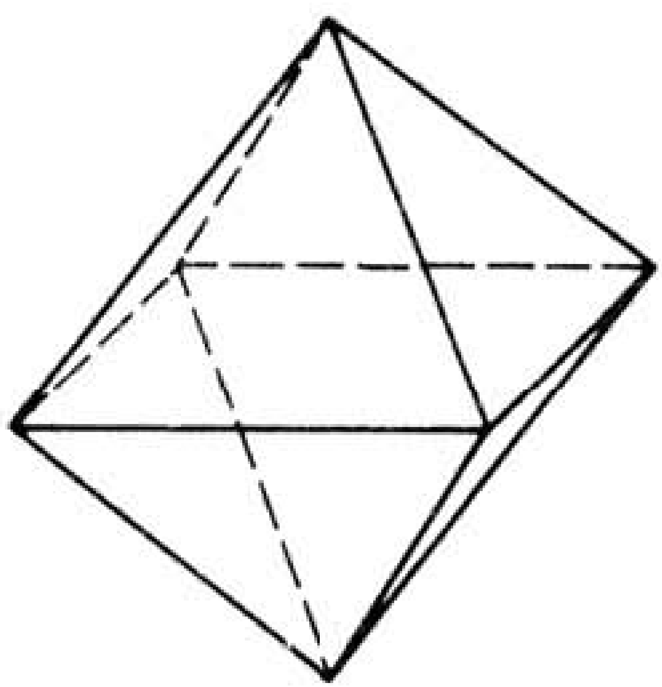

图 2 正八面体

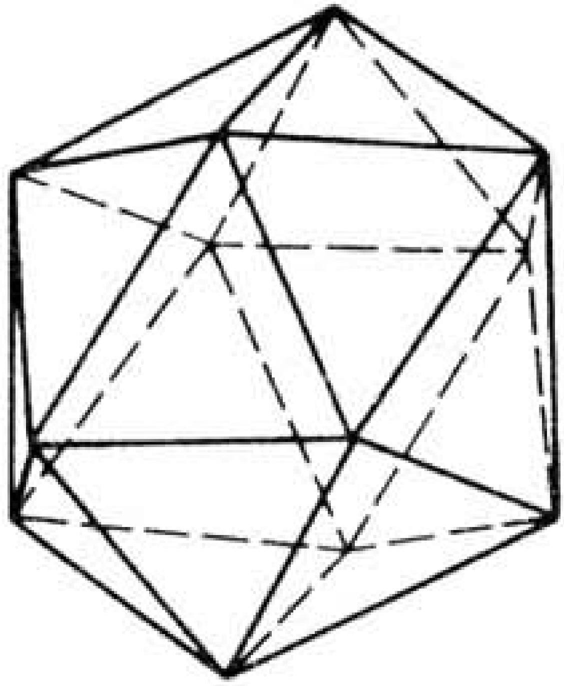

图 3　正二十面体

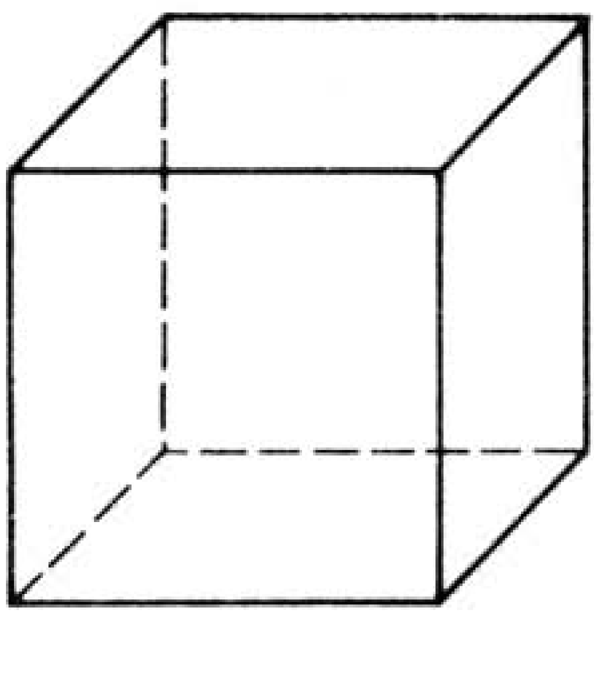

图 4　正六面体

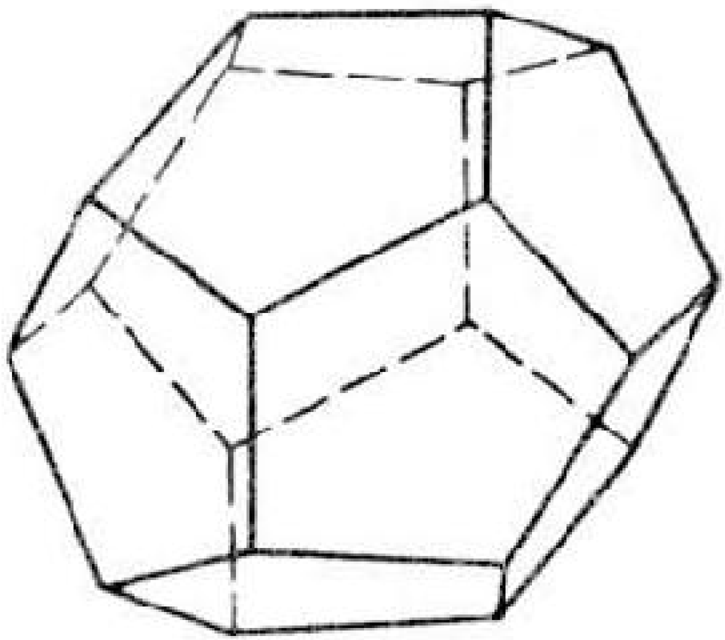

图 5　正十二面体

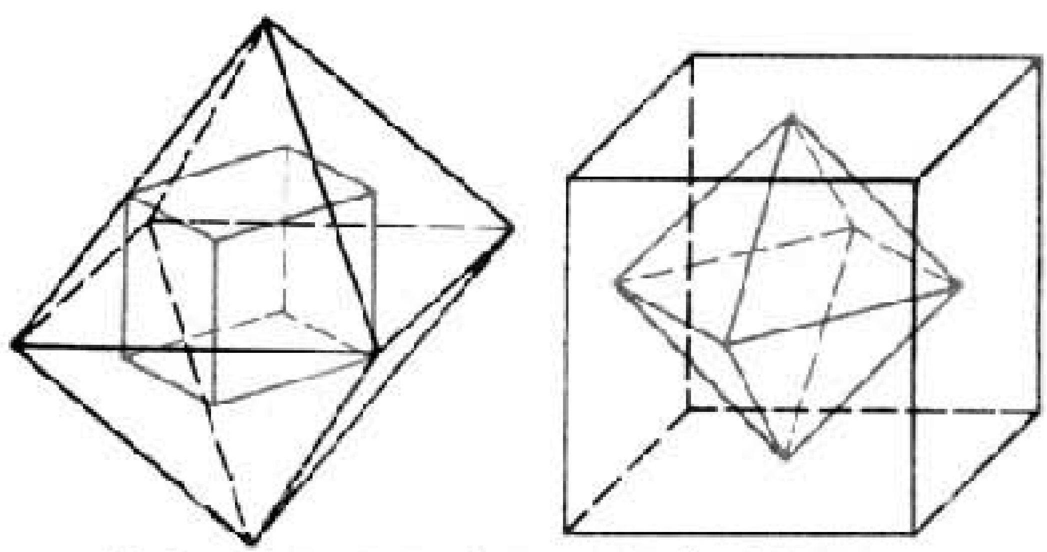

图 6　正六面体对正八面体的对偶图

References

[1] 邱森，线性代数探究性课题精编，*武汉大学出版社*，(**2011**)。

[2] 熊启才，曹吉利，线性代数精解及应用，*重庆大学出版社*, (**2006**)。

[3] 武同锁，MatrixMaterial2。

[4] 北大数学系，高等代数，*高等教育出版社*, (**2003**)。

[5] 蒋银山，行列式的计算。

[6] 余长安，线性代数学习指导与典型题详解，*武汉大学出版社*, (**2010**)。