

等弧长椭圆时间分割插补算法

张彦博

(攀枝花学院, 攀枝花 421101)

摘要: 提出了一种椭圆时间分割插补新算法, 其原理是每一插补段的椭圆弧长相等。采用该方法求出了一个插补周期内两坐标各自的进给增量, 其计算结果精确, 而且进给速度波动不大。

关键词: 椭圆插补; 数控加工

中图分类号: TG547 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3881(2005)7-041-1

Equal Arc Length Time Dividing Interpolation of Ellipse

ZHANG Yan-bo

(Panzhuhua University, Panzhuhua 421101, China)

Abstract: A new method of time dividing interpolation for machining ellipse was presented, and its principle is to divide interpolation section with equal arc length. By this method, and the feeding increments of two coordinates can be found separately. The method is simple and its result is accurate. Also the feeding speed fluctuation is very small.

Keywords: Ellipse interpolation; NC machining

时间分割插补法属于典型的数据采样插补, 由于它比脉冲增量插补能以更高的进给速度加工, 所以在现代的交流或直流闭环数控系统中, 是最为流行的一种方法。时间分割法的插补原理是根据进给速度和插补周期, 将整个加工曲线分成若干小段, 由已知插补点坐标出发, 计算出各轴之进给增量, 按控制坐标协调进给, 达到下一个插补点。其实质是走弦线逼近微曲线段, 但是只要逼近误差在允许范围内, 可以完全满足要求加工出曲线轮廓。

时间分割法用于椭圆的插补, 也必须根据加工指令中之进给速度 v (mm/min), 计算出轮廓步长 l (mm), 即在一个插补周期 T (ms) 内之进给量。即:

$$l = \frac{v \times T}{60 \times 1000} \quad (1)$$

椭圆插补的基本思想, 仍是以弦进给代替弧进给。在划分插补点的方法上, 现有文献 [1] 常用已知插补点等长度的切线代替弦长, 这种方法存在着两个缺点: (1) 当切线达到与 x 轴线垂直时, 斜率变的很大, 实际步长与估计步长产生较大的误差; (2) 计算公式复杂, 花费时间多, 限制了插补周期的缩短。本文提出按椭圆弧长相等原理划分插补点, 可以克服上述缺点, 保证插补点都在椭圆曲线上, 且进给速度波动极小。

1 等弧长椭圆插补原理

椭圆曲线方程为 (图 1):

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (2)$$

其参数方程为:

$$\begin{cases} x = a \cdot \sin\psi \\ y = b \cdot \cos\psi \end{cases} \quad (3)$$

式中: a 、 b —分别为椭圆的长、短半轴; ψ —参数角。

由椭圆的弧长公式可求出椭圆上 p_i 点到 p_{i+1} 点之

弧长 s 为^[2]:

$$s = \int_{\psi_i}^{\psi_{i+1}} \sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2 \psi} d\psi \approx a \left[\psi - \frac{e^2}{2} \left(\frac{\psi}{2} - \frac{1}{4} \sin 2\psi \right) \right] \Big|_{\psi_i}^{\psi_{i+1}} \quad (4)$$

式中: e —离心率, $e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$ 。

令 $\Delta\psi = \psi_{i+1} - \psi_i$, 上式化为:

$$s = a \left\{ \Delta\psi_i - \frac{e^2}{4} \left[\frac{\Delta\psi_i}{2} - \frac{1}{2} \cos(2\psi_i + \Delta\psi_i) \cdot \sin \Delta\psi_i \right] \right\}$$

因 $\Delta\psi_i$ 很小, 故令 $\sin \Delta\psi_i \approx \Delta\psi_i$; $\cos(2\psi_i + \Delta\psi_i) \approx \cos 2\psi_i$, 则上式可简化为:

$$s = a \left[\Delta\psi_i - \frac{e^2}{4} \Delta\psi_i (1 - \cos 2\psi_i) \right] = a \left[\Delta\psi_i - \frac{e^2}{2} \sin^2 \psi_i \cdot \Delta\psi_i \right]$$

$$\text{则有 } \Delta\psi_i = \frac{s}{a \left(1 - \frac{e^2}{2} \cdot \sin^2 \psi_i \right)}$$

由关系式 (3), 且假定进给步长 l 即为 $p_i \sim p_{i+1}$ 之弧长 s , 可得

$$\Delta\psi_i = \frac{l}{a - \frac{e^2}{2a} \cdot x_i^2} \quad (5)$$

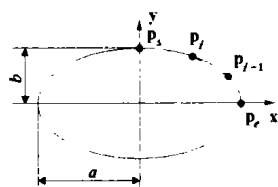
由插补曲线上已知点之坐标 x_i 、 y_i 及角度参数 ψ_i 出发, 通过上式就可求出下一点之坐标及进给增量 Δx_i 、 Δy_i 。为了节约计算时间, 避免三角函数运算, 由 (3) 式求微分, 可得出 x 方向的进给增量:

$$\Delta x_i = a \cdot \cos \psi_i \cdot \Delta \psi_i = \frac{a}{b} y_i \Delta \psi_i$$

为了插补点都落在椭圆理论曲线上, 由 (2) 式直接求出 y 坐标及其进给增量:

$$\begin{cases} x_{i+1} = x_i + \frac{a}{b} y_i \Delta \psi_i \\ y_{i+1} = b \sqrt{1 - \frac{x_{i+1}^2}{a^2}} \end{cases} \quad (6)$$

(下转第 110 页)



测试系统, 特点如下:

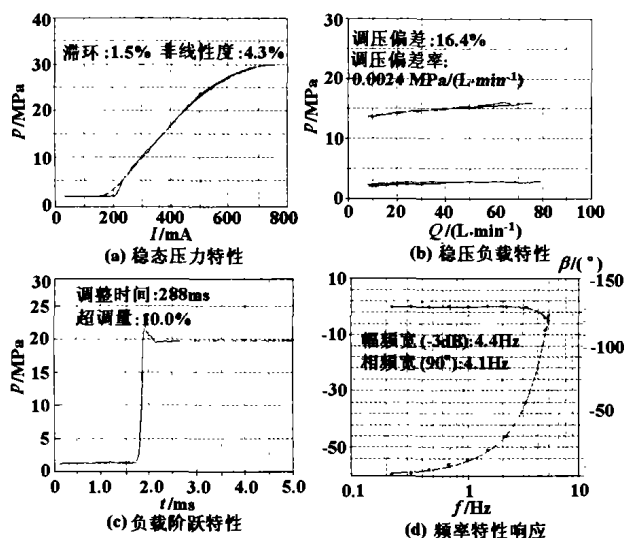


图4 试验曲线图

(1) 自动化程度高。计算机自动完成不同种类比例阀的测试功能, 并对采集的信号进行处理, 并且由计算机自动求出被试阀的各种性能指标, 从而消除了人工读取数据计算性能指标而造成的随机误差。

(2) 测试功能强大。在一个测试台上可以实现比例压力阀、比例流量阀、比例方向阀等 18 种不同

种类阀的各种静态性能测试, 采用计算机虚拟仪器技术, 通过软件设计, 完成采集、试验、控制、处理、打印等综合测试功能。

(3) 采用自主开发的数字式多功能信号发生器, 能够产生幅值和频率可调的各种类型的信号, 信号稳定准确, 并具有多种操作模式。

(4) 很好地解决了压力、流量传感器及电流、位移信号的调理, 具有很强的抗干扰能力。

参考文献

- [1] 谭尹耕. 液压试验设备与测试技术 [M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1997.
- [2] 中国机械工业标准汇编 [S]. 北京: 中国标准出版社, 1999.
- [3] 吴根茂, 邱敏秀, 王庆丰等. 实用电液比例技术. 浙江: 浙江大学出版社, 1993.
- [4] 赵江波, 王军政, 汪首坤. 伺服阀静态性能测试中多功能信号发生器的设计与应用. 液压与气动, 2003 (6).

作者简介: 沈伟 (1980~), 男, 山西太原人, 在读博士研究生, 主要从事电液伺服控制及计算机检测技术等方面的研究。

收稿时间: 2004-04-07

(上接第 41 页)

进给增量为:

$$\begin{cases} \Delta x_i = x_{i+1} - x_i \\ \Delta y_i = y_{i+1} - y_i \end{cases} \quad (7)$$

实际进给步长为:

$$l_{\text{实}} = \sqrt{\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2} \quad (8)$$

由插补段之始点 p_i 出发, 反复利用公式 (5) ~ (7), 直到终点 p_e 为止, 就可求出每一插补周期之节点坐标及进给增量。

在上述公式推导中, 做了一些近似处理, 但由于进给步长很小, 插补周期也很短, 对进给速度影响不大。由于求出 x 坐标后求 y 坐标时, 用的是理论公式计算, 插补点坐标值是完全正确的。

2 计算实例

设有一椭圆 $a = 50\text{mm}$, $b = 30\text{mm}$, 进给速度 $v = 200\text{mm/min}$, 插补周期 $T = 8\text{ms}$, 求第一象限内 (顺时针插补) 各插补点之坐标。

在计算机上进行了仿真运算, 其结果见表 1 (部分值)、表列数据表明插补点都在椭圆理论曲线上,

实际进给步长波动很小, 对速度的影响不大。

表 1 椭圆插补运算结果 (估计步长 0.02666mm)

x/mm	y/mm	$l_{\text{实}}/\text{mm}$
0	30	0
0.0800	29.99996	0.0270
0.1066	29.99993	0.0270
0.1333	29.99989	0.0270
0.1600	29.99985	0.0270
...
49.9954	0.1284	0.0260
49.99971	0.1022	0.0260
49.99984	0.0750	0.0270
50	0	0.0270

参考文献

- [1] 王爱玲等. 现代数控原理及控制系统. 北京: 国防工业出版社, 2002.
- [2] 贺才兴. 大学数学手册. 上海: 上海交通大学出版社, 1999.

作者简介: 张彦博, 男, 生于 1947 年, 攀枝花学院教授。电话: 0812-3334272, 13982355866。

收稿时间: 2004-04-01

(上接第 101 页)

社, 1993. 11.

作者简介: 阳林 (1966~), 男, 广西永福人, 汉

族, 副教授, 博士; 主要从事板材液压成形、模具 CAD/CAM 的教学与研究。

收稿时间: 2004-10-14