

水波的波速 〈Speed of Water〉

水波的波速 〈Speed of Water〉

國立嘉義高級中學物理科李文堂老師/國立彰化師範大學物理系洪連輝教授責任編輯

高中物理課程中，水波是非常重要的一个單元，日常生活中也常看到水波，水波槽實驗更是必做的分組實驗；讓學生深感疑惑的是：課本通常看不到有關水波的波速的公式。在本平台上登有「典型的海浪」介紹深水的表面波的公式，本文針對一些波長較短的波作介紹。
水面波的波速 v

是雙曲正切函數， e 是自然對數的底 $e \approx 2.718$ ；所以水波的波速隨著 (1) 重力加速度 g (2) 水的表面張力 T (3) 水的密度 ρ (4) 水的深度 H (5) 波長 λ 改變。要得知水波的波速，必須將上述的五個已知條件帶入公式，才能求得。

$$v^2 = \left(\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi T}{\rho\lambda} \right) \tanh \frac{2\pi H}{\lambda} \dots (1)$$

以下介紹幾種特例，可以用較簡單的公式求出水波的波速。

$$\tanh x = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$$

1. 池塘的水如果深度超過 5cm，波長不超過 5cm， $x = 2\pi H/\lambda \geq 6.28$ ， x 已經過大到 $\tanh x \approx 1$ ，所以波速可簡化成下列式子：

由「算術平均數大於或等於幾何平均數」可知下列式子：

當： $g\lambda/2\pi = 2\pi T/\rho\lambda$ 時，水波的波速有極小值，等於

$$v = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi T}{\rho\lambda}} \dots (2)$$

將水的表面張力 $T \approx 72 \text{ dy/cm}$ ，密度 $\rho \approx 1 \text{ g/cm}^3$ ， $g = 980 \text{ cm/s}^2$ 代入上二式，得到波長 1.7cm 的水波波速最慢 = 23 cm/s，波長大於或小於

1.7cm，水波的波速均大於 23cm/s。波長小於 1.7cm 者，是以表面張力為恢復力的表面張力波 (Capillary wave)，例如小蟲在水面行走造成的水波，微風吹動水面時，水中枯枝旁的水波，釣魚線旁的水波，都屬於這種表面張力波。

$$\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi T}{\rho\lambda} \geq 2 \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} \times \frac{2\pi T}{\rho\lambda}} = 2 \sqrt{\frac{gT}{\rho}}$$

2. 洗手前水從水龍頭落下，撞擊到水平板，會形成圓形水躍(詳見本平台另文)，水平板上的水深不到 1mm，波長超過 2 cm， $x = 2\pi H/\lambda$ 使得 $\tanh (2\pi H/\lambda) \approx (2\pi H/\lambda)$ 。如果表面張力忽略不計，代入公式 (1) 中得到： 的重力波。

$$2 \sqrt{\frac{gT}{\rho}}$$

參考資料：

1. 楊孟欣：典型的海浪，本平台，物理編號 03062008。
2. Vance A. "Waves and water beetles", The Phys. Teach. 10-19 (1971)
3. Richard M. "Measuring g and with water waves", The Phys. Teach. 302-304 (1997)

$$v = \sqrt{gH}$$

您或許對這些文章有興趣：