

# 1<sup>Η</sup> ΠΡΟΟΔΟΣ

Ερώτηση 3 / 12 (Πολλαπλής Επιλογής (Πολλαπλές Απαντήσεις) — 0.75 βαθμοί)

Η απόσταση μεταξύ των οπλισμών ενός πυκνωτή παράλληλων πλακών διπλασιάζεται ενώ παραμένει συνδεδεμένος σε μια μπαταρία:

Βοήθεια:  $C = \frac{\epsilon}{d}$

Επιλέξτε όλες απαντήσεις ισχύουν.

- ☐ Η ενέργεια του πυκνωτή διατηρείται.
- ☐ Η μπαταρία απορροφά ενέργεια.
- ☐ Η ενέργεια του πυκνωτή υποτετραπλασιάζεται.
- ☐ Το πεδίο μεταξύ των πλακών υποδιπλασιάζεται.
- ☐ Το φορτίο μειώνεται.

## Ανάλυση:

Αν η απόσταση  $d$  διπλασιαστεί, η χωρητικότητα γίνεται:

$$C' = \frac{C}{2}$$

1. Το φορτίο μειώνεται:

$$Q = C \cdot V \Rightarrow Q' = \frac{C}{2} \cdot V = \frac{Q}{2} \Rightarrow \text{ΣΩΣΤΟ}$$

2. Η ενέργεια του πυκνωτή υποτετραπλασιάζεται:

$$E = \frac{1}{2} C V^2 \Rightarrow E' = \frac{1}{2} \cdot \frac{C}{2} \cdot V^2 = \frac{E}{2} \Rightarrow \text{ΛΑΘΟΣ (υποδιπλασιάζεται, όχι υποτετραπλασιάζεται)}$$

3. Το πεδίο μεταξύ των πλακών:

$$E = \frac{V}{d} \Rightarrow E' = \frac{V}{2d} = \frac{E}{2} \Rightarrow \text{ΣΩΣΤΟ}$$

4. Η μπαταρία απορροφά ενέργεια:

Η μπαταρία αποδίδει ενέργεια όταν φορτίζει τον πυκνωτή. Εδώ το φορτίο μειώνεται, οπότε επιστρέφεται ενέργεια — η μπαταρία απορροφά ενέργεια.

► ΣΩΣΤΟ

5. Η ενέργεια του πυκνωτή διατηρείται:

► ΛΑΘΟΣ, μειώνεται στο μισό.

## Σωστές επιλογές:

- ☒ Η μπαταρία απορροφά ενέργεια.
- ☒ Το πεδίο μεταξύ των πλακών υποδιπλασιάζεται.
- ☒ Το φορτίο μειώνεται.

Μια ομοιόμορφα φορτισμένη μονωτική ράβδος με μήκος  $L = \pi$  cm κάμπτεται σε σχήμα ενός ημικυκλίου. Η ράβδος έχει συνολικό φορτίο  $-10 \mu\text{C}$ . Βρείτε το ηλεκτρικό δυναμικό στο το κέντρο  $O$  του ημικυκλίου.  
 $k_e = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$



- ☐ -9 MV  
☐ -9 μV  
☐ -90 V

✖ Επιστροφή

### Δεδομένα:

- Μήκος ράβδου  $L = \pi \text{ cm} \Rightarrow R = 1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m}$  (αφού ημικύκλιος μήκους  $\pi R = \pi \Rightarrow R = 1 \text{ cm}$ )
- Συνολικό φορτίο  $Q = -10 \mu\text{C} = -10 \times 10^{-6} \text{ C}$
- Σταθερά Coulomb:  $k_e = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$

### Λύση:

Το ηλεκτρικό δυναμικό στο κέντρο του ημικυκλίου από ένα στοιχειώδες φορτίο  $dq$  σε απόσταση  $R$  είναι:

$$dV = \frac{k_e dq}{R}$$

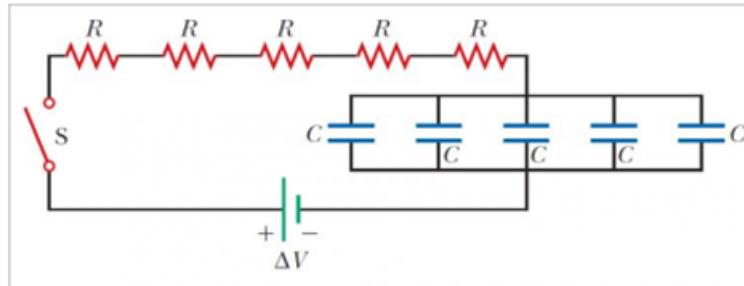
Επειδή όλα τα σημεία του ημικυκλίου απέχουν απόσταση  $R$  από το κέντρο, το δυναμικό από ολόκληρο το φορτίο είναι:

$$V = \int dV = \frac{k_e}{R} \int dq = \frac{k_e Q}{R}$$

### Αντικαθιστούμε:

$$V = \frac{9 \times 10^9 \cdot (-10 \times 10^{-6})}{0,01} = -9 \times 10^6 \text{ V} = -9 \text{ MV}$$

Ποια είναι η σταθερά χρόνου του κυκλώματος της εικόνας; Καθένας από τους 5 αντιστάτες έχει αντίσταση  $R$ , ενώ καθένας από τους πέντε πυκνωτές έχει χωρητικότητα  $C$ . Η εσωτερική αντίσταση της μπαταρίας είναι αμελητέα.



- ☐ RC  
☐ 5RC  
☐ 10RC  
☐ 25RC  
☐ Καμία από τις παραπάνω απαντήσεις

Επιστροφή

### 1. Ισοδύναμη Χωρητικότητα:

Οι πυκνωτές είναι συνδεδεμένοι παράλληλα. Η ισοδύναμη χωρητικότητα ( $C_{eq}$ ) για πυκνωτές σε παράλληλη σύνδεση είναι το άθροισμα των χωρητικότητων τους:

$$C_{eq} = C + C + C + C + C = 5C$$

### 2. Ισοδύναμη Αντίσταση:

Οι αντιστάσεις είναι συνδεδεμένες σε σειρά. Η ισοδύναμη αντίσταση ( $R_{eq}$ ) για αντιστάσεις σε σειρά σύνδεση είναι το άθροισμα των αντιστάσεών τους:

$$R_{eq} = R + R + R + R + R = 5R$$

### 3. Σταθερά Χρόνου:

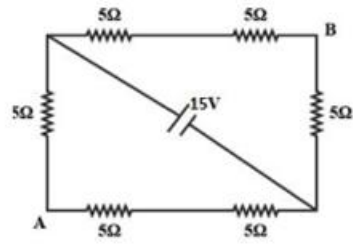
Η σταθερά χρόνου ( $\tau$ ) ενός κυκλώματος RC δίνεται από τον τύπο:

$$\tau = R_{eq} \times C_{eq}$$

Αντικαθιστώντας τις ισοδύναμες τιμές που βρήκαμε:

$$\tau = (5R) \times (5C) = 25RC$$

Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων A και B στο ακόλουθο κύκλωμα είναι:  
Ζητείται η  $V_A - V_B$



- ☐ 15 V
  - ☐ 5 V
  - ☐ -5 V
  - ☐ -15 V
-

Άπειρο πλήθος φορτίων μεγέθους  $q = \pi\epsilon_0$  το καθένα βρίσκονται στον άξονα  $x$  στις θέσεις  $x = 1, 2, 4, 8, \dots$  μέτρα. Η τιμή της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο  $x = 0$  λόγω αυτών των φορτίων θα είναι:

Βοήθεια:  $1 + a + a^2 + a^3 + \dots = 1/(1-a)$

☐  $4/3 \pi\epsilon_0 \text{ N/C}$

☐  $1/3 \text{ N/C}$

☐  $5/4 \text{ N/C}$

✖ Εκκαθάριση

✓ Επιβεβαιωμένη Λογική:

$$E = k_e q \left[ \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{8^2} + \dots \right]$$

Γίνεται αναδιάταξη και παραγοντοποίηση της σειράς, και τελικά:

$$E = k_e q \cdot \frac{4}{3}$$

Αφού:

$$q = \pi\epsilon_0, \quad k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \Rightarrow k_e q = \frac{1}{4}$$

Άρα:

$$E = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{3} \text{ N/C}$$

αυτό?

Ερώτηση 12 / 12 (Πολλαπλής Επιλογής (Πολλαπλές Απαντήσεις) — 0.50 βαθμοί)

Συνδέουμε έναν αριθμό αντιστατών σε σειρά. Ποιοι από τους παρακάτω ισχυρισμούς είναι αληθείς; Αρνητική βαθμολογία

- ☐ Η ισοδύναμη αντίσταση είναι μεγαλύτερη από οποιαδήποτε από τις επιμέρους αντιστάσεις.
- ☐ Η ισοδύναμη αντίσταση είναι μικρότερη από οποιαδήποτε από τις επιμέρους αντιστάσεις.
- ☐ Η ισοδύναμη αντίσταση εξαρτάται από την τάση που εφαρμόζεται στα άκρα του συνόλου των αντιστάσεων.
- ☐ Η ισοδύναμη αντίσταση ισούται με το άθροισμα των επιμέρους αντιστάσεων.
- ☐ Κανένας από τους παραπάνω ισχυρισμούς δεν είναι σωστός.

**B** 1   **A** 7   **D** 4

Ας επανεξετάσουμε τις επιλογές υπό αυτό το πρίσμα:

- ☐ Η ισοδύναμη αντίσταση είναι μεγαλύτερη από οποιαδήποτε από τις επιμέρους αντιστάσεις. - Αυτή είναι σωστή. Όταν προσθέτουμε θετικές τιμές (τις αντιστάσεις), το αποτέλεσμα είναι πάντα μεγαλύτερο από κάθε μία από τις αρχικές τιμές.
- ☐ Η ισοδύναμη αντίσταση είναι μικρότερη από οποιαδήποτε από τις επιμέρους αντιστάσεις. - Αυτή είναι λανθασμένη.
- ☐ Η ισοδύναμη αντίσταση εξαρτάται από την τάση που εφαρμόζεται στα άκρα του συνόλου των αντιστάσεων. - Αυτή είναι λανθασμένη. Η αντίσταση είναι μια ιδιότητα των υλικών και των γεωμετρικών τους χαρακτηριστικών και δεν εξαρτάται από την τάση (για ωμικούς αντιστάτες).
- ☐ Η ισοδύναμη αντίσταση είναι ίση με το άθροισμα των επιμέρους αντιστάσεων. - Αυτή είναι σωστή. Αυτός είναι ο ορισμός της ισοδύναμης αντίστασης για αντιστάσεις συνδεδεμένες σε σειρά:  $R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$ .
- ☐ Κανένας από τους παραπάνω ισχυρισμούς δεν είναι σωστός. - Αυτή είναι λανθασμένη αφού βρήκαμε τουλάχιστον δύο σωστές απαντήσεις.

Συνεπώς, οι δύο σωστές απαντήσεις είναι:

- Η ισοδύναμη αντίσταση είναι μεγαλύτερη από οποιαδήποτε από τις επιμέρους αντιστάσεις.
- Η ισοδύναμη αντίσταση είναι ίση με το άθροισμα των επιμέρους αντιστάσεων.

## Ερώτηση 4 / 12 (Πολλαπλής Επιλογής (Μοναδική Απάντηση) — 1 βαθμός)

64 σφαιρικές σταγόνες νερού με ίσα φορτία συνδυάζονται για να σχηματίσουν μια μεγαλύτερη σφαιρική σταγόνα. Η χωρητικότητα  $C$  της μεγαλύτερης σταγόνας, σε σύγκριση με αυτήν της μικρότερης  $c$  θα είναι:

Βοήθεια: Όγκος σφαίρας:  $\frac{4}{3}\pi R^3$

- ☐  $4c$
- ☐  $64c$
- ☐  $8c$

✖ Εκκαθάριση

Αρχικά, ας θυμηθούμε τον τύπο για τη χωρητικότητα μιας σφαιρικής σταγόνας ακτίνας  $r$ :

$$c = 4\pi\epsilon_0 r$$

όπου  $\epsilon_0$  είναι η επιτρεπτότητα του ελεύθερου χώρου.

Έστω  $r$  η ακτίνα κάθε μιας από τις 64 μικρές σταγόνες και  $R$  η ακτίνα της μεγάλης σταγόνας. Καθώς ο όγκος διατηρείται κατά τη συνένωση, ο συνολικός όγκος των 64 μικρών σταγόνων πρέπει να είναι ίσος με τον όγκο της μεγάλης σταγόνας. Ο όγκος μιας σφαίρας δίνεται από τον τύπο  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ .

Συνεπώς, έχουμε:

$$64 \times \left( \frac{4}{3}\pi r^3 \right) = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Απλοποιώντας την εξίσωση, παίρνουμε:

$$64r^3 = R^3$$

Παίρνοντας την κυβική ρίζα και των δύο πλευρών, βρίσκουμε τη σχέση μεταξύ των ακτίνων:

$$R = \sqrt[3]{64r^3} = 4r$$

Τώρα, ας γράψουμε τη χωρητικότητα της μεγάλης σταγόνας  $C$ :

$$C = 4\pi\epsilon_0 R$$

Αντικαθιστώντας την τιμή του  $R$  από την προηγούμενη σχέση ( $R = 4r$ ), έχουμε:

$$C = 4\pi\epsilon_0(4r) = 4 \times (4\pi\epsilon_0 r)$$

Γνωρίζουμε ότι η χωρητικότητα μιας μικρής σταγόνας είναι  $c = 4\pi\epsilon_0 r$ . Επομένως, μπορούμε να γράψουμε τη χωρητικότητα της μεγάλης σταγόνας ως:

$$C = 4c$$

Ερώτηση 3 / 12 (Πολλαπλής Επιλογής (Μοναδική Απάντηση) — 0.75 βαθμοί)

Τρία φορτία  $Q$ ,  $3Q$ ,  $27Q$  πρέπει να τοποθετηθούν κατά μήκος ενός ευθύγραμμου τμήματος  $OL$  μήκους  $L$ . Οι θέσεις όπου πρέπει να τοποθετηθούν αντίστοιχα, έτσι ώστε η ενέργεια του συστήματος να είναι ελάχιστη είναι:

- ☐  $L/9, 0, L$   
☐  $L/4, L, 0$   
☐  $3L/4, 0, L$   
☐  $L, L/9, 0$

✖ Εσκαθίστη

Θέλουμε να ελαχιστοποιήσουμε την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια τριών φορτίων  $Q$ ,  $3Q$ , και  $27Q$  τοποθετημένων σε ένα ευθύγραμμο τμήμα μήκους  $L$ . Η ενέργεια δίνεται από:

$$U = k \left( \frac{Q \cdot 3Q}{r_{12}} + \frac{Q \cdot 27Q}{r_{13}} + \frac{3Q \cdot 27Q}{r_{23}} \right) = kQ^2 \left( \frac{3}{r_{12}} + \frac{27}{r_{13}} + \frac{81}{r_{23}} \right)$$

Για να ελαχιστοποιήσουμε την  $U$ , πρέπει να μεγιστοποιήσουμε τις αποστάσεις  $r_{12}$ ,  $r_{13}$ , και  $r_{23}$ , ειδικά για το ζεύγος με τα μεγαλύτερα φορτία ( $3Q$  και  $27Q$ ). Αυτά τα δύο φορτία πρέπει να βρίσκονται στα άκρα του τμήματος  $OL$  (στις θέσεις  $0$  και  $L$ ). Το φορτίο  $Q$  θα βρίσκεται σε μια ενδιάμεση θέση  $x$ .

Εξετάζουμε τις επιλογές όπου τα  $3Q$  και  $27Q$  βρίσκονται στις θέσεις  $0$  και  $L$ :

- A)  $Q$  στο  $L/9$ ,  $3Q$  στο  $0$ ,  $27Q$  στο  $L$ . Οι αποστάσεις είναι  $L/9$ ,  $8L/9$ ,  $L$ .  
B)  $Q$  στο  $L/4$ ,  $27Q$  στο  $0$ ,  $3Q$  στο  $L$ . Οι αποστάσεις είναι  $3L/4$ ,  $L/4$ ,  $L$ .  
Γ)  $Q$  στο  $3L/4$ ,  $3Q$  στο  $0$ ,  $27Q$  στο  $L$ . Οι αποστάσεις είναι  $3L/4$ ,  $L/4$ ,  $L$ .  
Δ)  $Q$  στο  $L$ ,  $3Q$  στο  $L/9$ ,  $27Q$  στο  $0$ . Οι αποστάσεις είναι  $8L/9$ ,  $L$ ,  $L/9$ .

Υπολογίζουμε την ενέργεια (χωρίς τον σταθερό παράγοντα  $kQ^2/L$ ) για τις επιλογές όπου τα  $3Q$  και  $27Q$  βρίσκονται στα άκρα (A και Γ):

$$\text{Για την επιλογή A: } U \propto \frac{3}{1/9} + \frac{27}{8/9} + \frac{81}{1} = 27 + \frac{243}{8} + 81 = 108 + 30.375 = 138.375$$

$$\text{Για την επιλογή Γ: } U \propto \frac{3}{3/4} + \frac{27}{1/4} + \frac{81}{1} = 4 + 108 + 81 = 193$$

Η μικρότερη ενέργεια προκύπτει από την επιλογή A.

Final Answer: The final answer is  $L/9, 0, L$



Στην επιφάνεια ενός φορτισμένου αγωγού (σε ηλεκτροστατική ισορροπία):

Επιλέξτε όλους τους σωστούς ισχυρισμούς.

Αρνητική βαθμολογία

- ☐ Η εφαπτομενική συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου είναι 0
- ☐ Το ηλεκτρικό πεδίο είναι συνεχές στην επιφάνεια
- ☐ Η κάθετη συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου είναι ασυνεχής στην επιφάνεια του αγωγού
- ☐ Το ηλεκτρικό δυναμικό είναι συνεχές στην επιφάνεια του αγωγού
- ☐ Το ηλεκτρικό πεδίο είναι ασυνεχές στην επιφάνεια του αγωγού
- ☐ Το ηλεκτρικό δυναμικό είναι ασυνεχές στην επιφάνεια του αγωγού
- ☐ Το ηλεκτρικό δυναμικό είναι σταθερό στην επιφάνεια του αγωγού

- ☐ Η εφαπτομενική συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου είναι 0. - Σωστό. Σε ηλεκτροστατική ισορροπία, αν υπήρχε εφαπτομενική συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου στην επιφάνεια του αγωγού, τα ελεύθερα ηλεκτρόνια θα κινούνταν, δημιουργώντας ρεύμα, κάτι που αντιτίθεται στην κατάσταση ηλεκτροστατικής ισορροπίας.
- ☐ Το ηλεκτρικό πεδίο είναι συνεχές στην επιφάνεια. - Λανθασμένο. Η κάθετη συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου είναι ασυνεχής στην επιφάνεια ενός αγωγού που φέρει επιφανειακή πυκνότητα φορτίου  $\sigma$ . Η διαφορά δίνεται από  $E_{out} - E_{in} = \sigma / \epsilon_0$ . Εντός του αγωγού, το ηλεκτρικό πεδίο είναι μηδέν.
- ☐ Η κάθετη συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου είναι ασυνεχής στην επιφάνεια του αγωγού. - Σωστό. Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, η κάθετη συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου αλλάζει από  $\sigma / \epsilon_0$  ακριβώς έξω από την επιφάνεια σε 0 ακριβώς εντός του αγωγού.
- ☐ Το ηλεκτρικό δυναμικό είναι συνεχές στην επιφάνεια του αγωγού. - Σωστό. Το ηλεκτρικό δυναμικό είναι συνεχές σε όλο το χώρο, συμπεριλαμβανομένης και της επιφάνειας ενός αγωγού σε ηλεκτροστατική ισορροπία. Αν υπήρχε ασυνέχεια στο δυναμικό, θα υπήρχε άπειρο ηλεκτρικό πεδίο, κάτι που δεν συμβαίνει.
- ☐ Το ηλεκτρικό πεδίο είναι ασυνεχές στην επιφάνεια του αγωγού. - Σωστό. Λόγω της ασυνέχειας στην κάθετη συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου (από  $\sigma / \epsilon_0$  σε 0), το συνολικό ηλεκτρικό πεδίο είναι ασυνεχές στην επιφάνεια.
- ☐ Το ηλεκτρικό δυναμικό είναι ασυνεχές στην επιφάνεια του αγωγού. - Λανθασμένο. Όπως εξηγήθηκε παραπάνω, το ηλεκτρικό δυναμικό είναι συνεχές.
- ☐ Το ηλεκτρικό δυναμικό είναι σταθερό στην επιφάνεια του αγωγού. - Σωστό. Σε ηλεκτροστατική ισορροπία, όλοι οι πόνοι ενός αγωγού βρίσκονται στο ίδιο δυναμικό. Αν υπήρχε διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων, θα υπήρχε ηλεκτρικό πεδίο κατά μήκος της επιφάνειας και επομένως κίνηση φορτίων.

Συνεπώς, οι σωστοί ισχυρισμοί είναι:

- Η εφαπτομενική συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου είναι 0.
- Η κάθετη συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου είναι ασυνεχής στην επιφάνεια του αγωγού.
- Το ηλεκτρικό δυναμικό είναι συνεχές στην επιφάνεια του αγωγού.
- Το ηλεκτρικό πεδίο είναι ασυνεχές στην επιφάνεια του αγωγού.
- Το ηλεκτρικό δυναμικό είναι σταθερό στην επιφάνεια του αγωγού.

Ο ασφαλειοδιακόπτης συνδέεται:

- ☐ παράλληλα με τη συσκευή που προστατεύει
- ☒ σε σειρά με τη συσκευή που προστατεύει
- ☐ ούτε σε σειρά ούτε παράλληλα με τη συσκευή που προστατεύει
- ☐ δεν έχει σημασία αν είναι σε σειρά ή παράλληλα

Η ερώτηση είναι:

Ο ασφαλειοδιακόπτης συνδέεται:

Η σωστή απάντηση, που έχει ήδη επιλεγεί στην εικόνα, είναι:

☒ Σε σειρά με τη συσκευή που προστατεύει

#### Γιατί σε σειρά;

Ο ασφαλειοδιακόπτης (ή ασφάλεια):

- Ελέγχει ολόκληρο το ρεύμα που ρέει προς τη συσκευή.
- Αν συνδεόταν παράλληλα, τότε δεν θα διέκοπτε το ρεύμα προς τη συσκευή σε περίπτωση υπερφόρτισης.
- Με τη σειριακή σύνδεση, οποιαδήποτε υπέρβαση ρεύματος διακόπτει το κύκλωμα και προστατεύει τη συσκευή.

Ο αριθμός ηλεκτρονίων, που πρέπει να αφαιρεθούν από έναν αφόρτιστο σφαιρικό αγωγό ακτίνας 0,3m, ώστε να αποκτήσει δυναμικό 9,60 kV στην επιφάνεια του είναι:

βοήθεια:  $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$ ,  $k_e = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$

- $1,58 \times 10^{12}$
- $4,8 \times 10^{11}$
- $2 \times 10^{12}$

✖ Εξαγωγή

$$V = k_e \frac{Q}{R}$$

όπου  $k_e$  είναι η σταθερά του Coulomb.

Μας δίνονται οι εξής τιμές:

- Ακτίνα της σφαίρας  $R = 0.3 \text{ m}$
- Επιθυμητό δυναμικό στην επιφάνεια  $V = 9.60 \text{ kV} = 9.60 \times 10^3 \text{ V}$
- Στοιχειώδες φορτίο  $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$
- Σταθερά του Coulomb  $k_e = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$

Θέλουμε να βρούμε τον αριθμό των ηλεκτρονίων που πρέπει να αφαιρεθούν από την αρχικά αφόρτιστη σφαίρα για να αποκτήσει αυτό το δυναμικό. Αν αφαιρεθούν  $n$  ηλεκτρόνια, η σφαίρα θα αποκτήσει ένα θετικό φορτίο  $Q = n \cdot e$ .

Μπορούμε να αντικαταστήσουμε αυτή την έκφραση για το  $Q$  στον τύπο για το δυναμικό:

$$V = k_e \frac{n \cdot e}{R}$$

Τώρα, λύνουμε για τον αριθμό των ηλεκτρονίων  $n$ :

$$n = \frac{V \cdot R}{k_e \cdot e}$$

Αντικαθιστούμε τις γνωστές τιμές:

$$n = \frac{(9.60 \times 10^3 \text{ V}) \cdot (0.3 \text{ m})}{(9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \cdot (1.60 \times 10^{-19} \text{ C})}$$

$$n = \frac{2.88 \times 10^3}{14.4 \times 10^{-10}}$$

$$n = \frac{2.88}{14.4} \times \frac{10^3}{10^{-10}}$$

$$n = 0.2 \times 10^{3 - (-10)}$$

$$n = 0.2 \times 10^{13}$$

$$n = 2 \times 10^{-1} \times 10^{13}$$

$$n = 2 \times 10^{12}$$

Ο αριθμός των ηλεκτρονίων που πρέπει να αφαιρεθούν είναι  $2 \times 10^{12}$ .

Final Answer: The final answer is  $2 \times 10^{12}$

Συμπαγής αγωγή φορτισμένη σφαίρα ακτίνας  $r_0$  και φορτίου  $Q$ , περιβάλλεται από ομόκεντρο αγωγίμο σφαιρικό φλοιό ακτίνας  $R$  και φορτίου  $-Q$ . Το ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ εξωτερικής επιφάνειας της σφαίρας και του φλοιού και η αντίστοιχη διαφορά δυναμικού είναι:

- ☐  $E = k_e Q / r^2, r_0 < r < R$   
 $\Delta V = k_e Q (1/R - 1/r)$
- ☐  $E = k_e 2Q / r^2, r_0 < r < R$   
 $\Delta V = -k_e Q (1/R - 1/r)$
- ☐  $E = 0$   
 $\Delta V = \text{σταθερό}$

✖ Εκκθάριση

Ας αναλύσουμε αυτό το πρόβλημα ηλεκτροστατικής. Έχουμε μια συμπαγή αγωγή φορτισμένη σφαίρα ακτίνας  $r_0$  και φορτίου  $Q$ , η οποία περιβάλλεται από ένα ομόκεντρο αγωγίμο σφαιρικό φλοιό ακτίνας  $R$  και φορτίου  $-Q$ . Θέλουμε να βρούμε το ηλεκτρικό πεδίο και τη διαφορά δυναμικού μεταξύ της εξωτερικής επιφάνειας της σφαίρας και του φλοιού, δηλαδή για  $r_0 < r < R$ .

Χρησιμοποιούμε τον νόμο του Gauss. Για μια σφαιρική επιφάνεια Gauss ακτίνας  $r$  όπου  $r_0 < r < R$ , το συνολικό φορτίο είναι το φορτίο της εσωτερικής σφαίρας, το οποίο είναι  $Q$ .

Ο νόμος του Gauss λέει:

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$$

Λόγω της σφαιρικής συμμετρίας, το ηλεκτρικό πεδίο  $\mathbf{E}$  θα είναι ακτινικό και θα έχει σταθερό μέτρο στην επιφάνεια Gauss. Έτσι, η ολοκλήρωση γίνεται:

$$E \cdot (4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Επομένως, το ηλεκτρικό πεδίο στην περιοχή  $r_0 < r < R$  είναι:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} = k_e \frac{Q}{r^2}$$

όπου  $k_e$  είναι η σταθερά του Coulomb. Η κατεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου είναι ακτινικά προς τα έξω αν  $Q > 0$ .

Τώρα, ας βρούμε τη διαφορά δυναμικού  $\Delta V$  μεταξύ της εξωτερικής επιφάνειας της σφαίρας ( $r = r_0$ ) και του φλοιού ( $r = R$ ). Η διαφορά δυναμικού ορίζεται ως:

$$\Delta V = V(R) - V(r_0) = - \int_{r_0}^R \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r}$$

Στην περίπτωση μας, το  $\mathbf{E}$  είναι ακτινικό και το  $d\mathbf{r}$  κατά μήκος της ακτίνας, οπότε  $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = E dr$ .

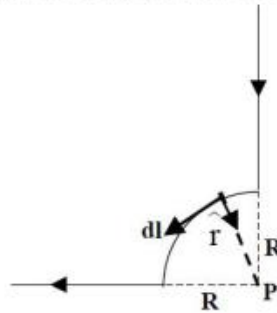
$$\begin{aligned} \Delta V &= - \int_{r_0}^R k_e \frac{Q}{r^2} dr = -k_e Q \int_{r_0}^R r^{-2} dr \\ \Delta V &= -k_e Q \left[ -\frac{1}{r} \right]_{r_0}^R = k_e Q \left[ \frac{1}{r} \right]_{r_0}^R \\ \Delta V &= k_e Q \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{r_0} \right) = -k_e Q \left( \frac{1}{r_0} - \frac{1}{R} \right) \end{aligned}$$

Έτσι, το ηλεκτρικό πεδίο είναι  $E = k_e \frac{Q}{r^2}$  για  $r_0 < r < R$ , και η διαφορά δυναμικού  $V(R) - V(r_0) = -k_e Q \left( \frac{1}{r_0} - \frac{1}{R} \right)$ .

Κατάζοντας τις επιλογές:

- $E = k_e Q / r^2, \Delta V = k_e Q (1/R - 1/r_0)$  - Αυτό ταιριάζει με τους υπολογισμούς μας.
- $E = k_e 2Q / r^2, \Delta V = -k_e Q (1/R - 1/r_0)$  - Το ηλεκτρικό πεδίο δεν είναι  $k_e 2Q / r^2$ .
- $E = 0, \Delta V = \text{σταθερό}$  - Το ηλεκτρικό πεδίο δεν είναι μηδέν μεταξύ των σφαιρών.

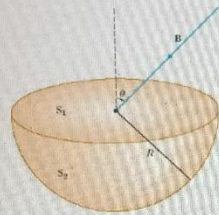
Ο αγωγός του σχήματος διαρρέεται από ρεύμα  $I$ . Τα ευθύγραμμα τμήματα είναι πολύ μεγάλου μήκους, και το τεταρτημόριο περιφέρειας κύκλου έχει ακτίνα  $R$ . Το ολικό μαγνητικό πεδίο στο σημείο  $P$  είναι:



- ☐  $B = \mu_0 \frac{I}{8R}$  κάθετο στο επίπεδο της σελίδα προς τα μέσα  
☐  $B = \mu_0 \frac{I}{4R}$  κάθετο στο επίπεδο της σελίδα προς τα μέσα  
☐  $B = \mu_0 \frac{I}{4R}$  κάθετο στο επίπεδο της σελίδα προς τα έξω  
☐  $B = \mu_0 \frac{I}{8R}$  κάθετο στο επίπεδο της σελίδα προς τα έξω

Ερώτηση 3 / 10 (Πολλαπλής Επιλογής (Μοναδική Απάντηση) – 0.5 βαθμοί)

Η κλειστή ημισφαιρική επιφάνεια του σχήματος βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο που σχηματίζει γωνία  $\theta$  με την κατακόρυφο. Η μαγνητική ροή μέσω της επίπεδης επιφάνειας  $S_1$  είναι:



- ☐  $-B\pi R^2 \cos \theta \text{ T}$
- ☐  $B\pi R^2 \cos \theta \text{ T}$
- ☐  $0 \text{ T}$

× Εκκαθάριση

■ Θεωρία:

Η μαγνητική ροή μέσω μιας επιφάνειας ορίζεται από τον τύπο:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA \cos \theta$$

Όπου:

- $\vec{B}$  είναι το μαγνητικό πεδίο
- $A$  είναι το εμβαδό της επιφάνειας
- $\theta$  είναι η γωνία μεταξύ του διανύσματος του πεδίου και του κανονικού διανύσματος της επιφάνειας

🔍 Ανάλυση:

Η επιφάνεια  $S_1$  είναι επίπεδη και έχει σχήμα κύκλου με ακτίνα  $R$ , άρα:

$$A = \pi R^2$$

Το μαγνητικό πεδίο σχηματίζει γωνία  $\theta$  με την κάθετο (το κανονικό διάνυσμα) της επιφάνειας  $S_1$ .

Άρα:

$$\Phi = B\pi R^2 \cos \theta$$

✅ Σωστή απάντηση:

$$B\pi R^2 \cos \theta \text{ T}$$

Ερώτηση 4 / 10 (Πολλαπλής Επιλογής (Μοναδική Απάντηση) – 0.5 βαθμοί)

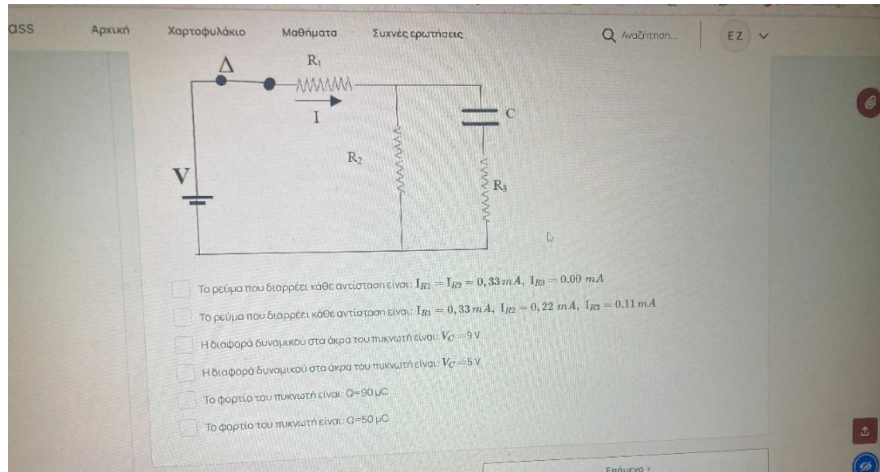
Θεωρώντας ένα ηλεκτρικό δίπολο και τις επιφάνειες Gauss A, B, Γ και Δ που εικονίζονται, ταξινομείστε τις επιφάνειες με αυξουσα σειρά, ανάλογα με την ηλεκτρική τους ροή:



- ☐  $B < \Gamma = \Delta < A$
- ☐  $\Delta < A = B < \Gamma$
- ☐  $\Gamma < \Delta = B < A$

× Εκκοθήριση





Στο κύκλωμα του σχήματος ο πυκνωτής έχει φορτιστεί πλήρως. Δίνονται  $R_1=12\text{ k}\Omega$ ,  $R_2=15\text{ k}\Omega$ ,  $R_3=3\text{ k}\Omega$ ,  $V=9\text{ V}$ ,  $C=10\text{ }\mu\text{F}$   
**Αρνητική βαθμολογία στις λάθος απαντήσεις**

- Γρήγορα φορτισμένος πυκνωτής  $\Rightarrow$  δεν περνά ρεύμα από τον κλάδο του πυκνωτή ( $R_3$ )
- $R_1 = 12\text{ k}\Omega$
- $R_2 = 15\text{ k}\Omega$
- $R_3 = 3\text{ k}\Omega$
- $V = 9\text{ V}$
- $C = 10\text{ }\mu\text{F}$

### 1. Ρεύμα στο κύκλωμα

Αφού ο πυκνωτής είναι πλήρως φορτισμένος:

- Δεν περνά ρεύμα από τον κλάδο  $R_3$
- Άρα το κύκλωμα είναι αμικτικό  $R_1-R_2$

Ολική αντίσταση:

$$R_{\text{ολ}} = R_1 + R_2 = 12\text{ k}\Omega + 15\text{ k}\Omega = 27\text{ k}\Omega$$

Ολικό ρεύμα:

$$I = \frac{V}{R_{\text{ολ}}} = \frac{9}{27000} = 0.000333\text{ A} = \boxed{0.33\text{ mA}}$$

### Ρεύματα σε κάθε αντίσταση:

- $I_{R1} = I_{R2} = 0.33\text{ mA}$
- $I_{R3} = 0\text{ A}$  (δεν περνά γιατί ο πυκνωτής είναι φορτισμένος)

✓ Άρα σωστή επιλογή:

- ☒ Το ρεύμα που διαρρέει κάθε αντίσταση είναι:  $I_{R1} = I_{R2} = 0.33\text{ mA}$ ,  $I_{R3} = 0.00\text{ mA}$

### 2. Τάση στα άκρα του πυκνωτή

Ο πυκνωτής βρίσκεται παράλληλα με την  $R_3$

$\Rightarrow$  έχει ίδια τάση με την  $R_2$

Τάση:

$$V_C = V_{R2} = I \cdot R_2 = 0.33\text{ mA} \cdot 15\text{ k}\Omega = 0.00033 \cdot 15000 = \boxed{5\text{ V}}$$

✓ Άρα σωστή επιλογή:

- ☒ Η διαφορά δυναμικού στα άκρα του πυκνωτή είναι:  $V_C = 5\text{ V}$

### 3. Φορτίο του πυκνωτή:

$$Q = C \cdot V_C = 10\text{ }\mu\text{F} \cdot 5\text{ V} = \boxed{50\text{ }\mu\text{C}}$$

✓ Άρα σωστή επιλογή:

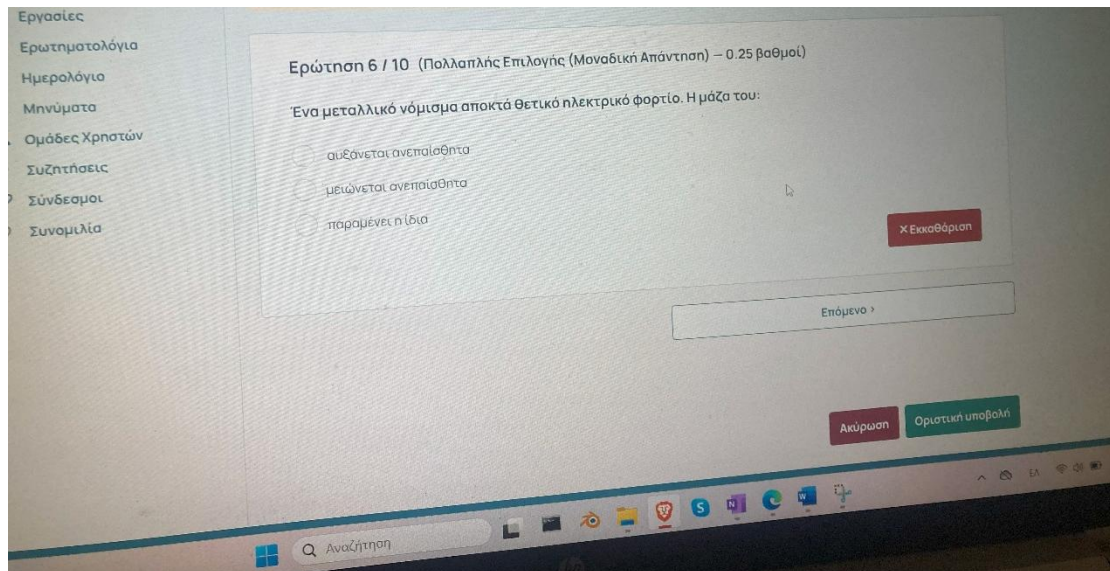
- ☒ Το φορτίο του πυκνωτή είναι:  $Q = 50\text{ }\mu\text{C}$

### ✓ Τελικές σωστές απαντήσεις:

- ☒ Το ρεύμα που διαρρέει κάθε αντίσταση είναι:  $I_{R1} = I_{R2} = 0.33\text{ mA}$ ,  $I_{R3} = 0\text{ mA}$
- ☒ Η διαφορά δυναμικού στον πυκνωτή είναι:  $V_C = 5\text{ V}$
- ☒ Το φορτίο του πυκνωτή είναι:  $Q = 50\text{ }\mu\text{C}$

Αν θές, μπορεί να στο σχεδιάσω και στον ισοδύναμο κύκλωμα για να το βλέπεις πιο εύκολα. Θες;





Η ερώτηση είναι:

Ένα μεταλλικό νόμισμα αποκτά θετικό ηλεκτρικό φορτίο. Η μάζα του:

✓ Σωστή απάντηση:

**Μειώνεται ανεπαίσθητα**

🔍 Εξήγηση:

Όταν ένα σώμα αποκτά θετικό φορτίο, αυτό σημαίνει ότι χάνει ηλεκτρόνια (αφαιρείται αρνητικό φορτίο).

Κάθε ηλεκτρόνιο έχει μικρή μάζα:

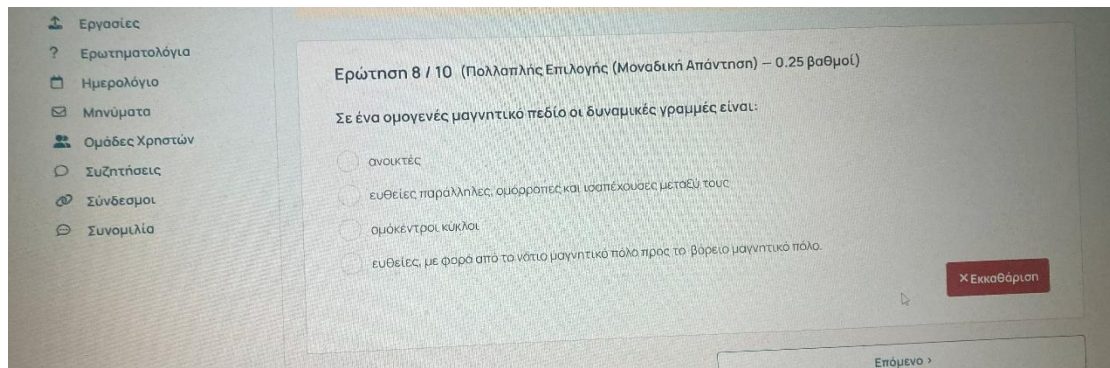
$$m_e \approx 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

Επομένως, αν φύγουν λίγα ηλεκτρόνια:

- Η μάζα μειώνεται, αλλά τόσο ανεπαίσθητα που είναι πρακτικά αμελητέο.

Άρα:

μειώνεται ανεπαίσθητα



## Ευθείες, παράλληλες, ομοιόρροπες και ισαπέχουσες μεταξύ τους

### 🔍 Εξήγηση:

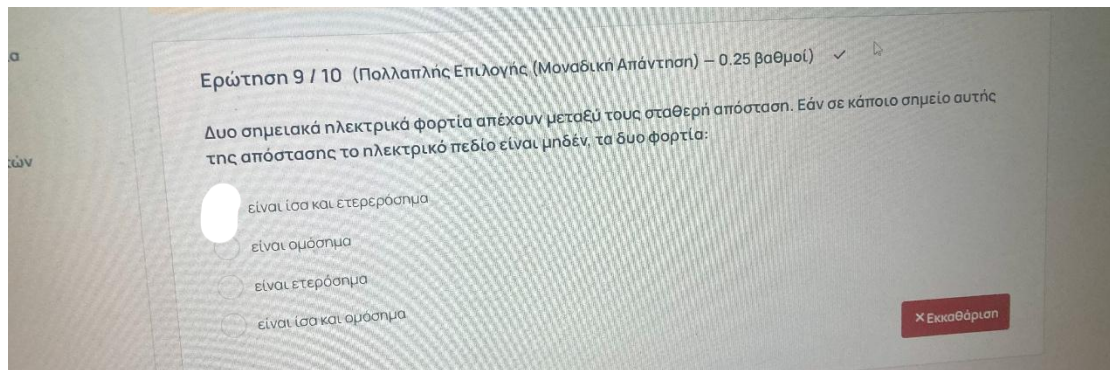
- Ομογενές μαγνητικό πεδίο σημαίνει ότι:
  - Η ένταση του πεδίου είναι ίδια σε κάθε σημείο του χώρου.
  - Η διεύθυνση και φορά του πεδίου δεν αλλάζει.
- Οι δυναμικές γραμμές μαγνητικού πεδίου:
  - Δείχνουν τη φορά του πεδίου (από βόρειο προς νότιο πόλο).
  - Η πυκνότητα των γραμμών δείχνει την ένταση του πεδίου.

Άρα, για σταθερό (ομογενές) πεδίο, έχουμε:

- ✓ Ευθείες γραμμές
- ✓ Παράλληλες
- ✓ Ομοιόρροπες (ίδια κατεύθυνση)
- ✓ Ισαπέχουσες (ίδια ένταση)

### ✗ Λανθασμένες επιλογές:

- "Ανοικτές" → Οι μαγνητικές γραμμές είναι πάντα κλειστές καμπύλες (δεν έχουν αρχή και τέλος).
- "Ομόκεντροι κύκλοι" → Σωστό για αγωγούς με ρεύμα, όχι για ομογενές πεδίο.
- "Ευθείες με φορά από νότιο σε βόρειο πόλο" → είναι αντίθετη της φυσικής φοράς (σωστή φορά: από βόρειο προς νότιο).



### 1. Ομόσημα φορτία ίσου μέτρου

Έστω δύο θετικά (ή δύο αρνητικά) φορτία,  $+Q$  και  $+Q$ , σε απόσταση  $d$ .

- Σε οποιοδήποτε σημείο μεταξύ τους, το πεδίο από το αριστερό φορτίο «σπρώχνει» (αν είναι θετικό) ή «τραβάει» (αν είναι αρνητικό) το θετικό δοκιμαστικό φορτίο προς τα δεξιά, και το πεδίο από το δεξί φορτίο σπρώχνει/τραβάει προς τα αριστερά.
- Στο **μέσον ακριβώς** (απόσταση  $d/2$  από κάθε φορτίο) τα δύο πεδία έχουν **ίσο μέτρο** (λόγω ίσων αποστάσεων και ίσων φορτίων) αλλά **αντίθετη κατεύθυνση**, οπότε αθροιστικά δίνουν μηδέν:

$$\vec{E}_{\text{σύνολο}} = \vec{E}_{\text{αριστερό}} + \vec{E}_{\text{δεξί}} = E\hat{i} + (-E\hat{i}) = 0.$$

Ερώτηση 10 / 10 (Πολλαπλής Επιλογής (Μοναδική Απάντηση) – 0.5 βαθμοί)

Η ισοδύναμη χωρητικότητα C μεταξύ των άκρων a και b του κυκλώματος που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα είναι:

☐ C=1,62 μF  
☐ C=15,00 μF

### 1. Σειρά

Οι δύο πυκνωτές των 10 μF (ο ένας κάθετα στο σκίτσο και ο άλλος στην κάτω διακλάδωση) συνδέονται **σε σειρά** μεταξύ a και b.

$$C_{10\parallel 10} = \frac{10 \cdot 10}{10 + 10} = \frac{100}{20} = 5 \mu\text{F}.$$

### 2. Παράλληλα

Αυτό το ισοδύναμο 5 μF το βλέπουμε από την a προς τη b **παράλληλα** με τους δύο «διαγώνιους» πυκνωτές των 4 μF και 6 μF:

- 4 μF (άνω αριστερά)
- 6 μF (κάτω δεξιά)
- 5 μF (το ισοδύναμο των δύο των 10)

Άρα συνολικά:

$$C_{\text{ισοδ.}} = 4 + 6 + 5 = 15 \mu\text{F}.$$

Έτσι καταλήγουμε στην τιμή **15 μF**.

Τα ηλεκτρομαγνητικά πεδία δημιουργούνται από  
2 απαντήσεις, αρνητική βαθμολογία

- ☐ Στάσιμα φορτία
- ☐ Σταθερά ηλεκτρικά ρεύματα αγωγιμότητας
- ☐ Από ηλεκτρικά ρεύματα μετατόπισης
- ☐ Από μεταβαλλόμενα ηλεκτρικά ρεύματα
- ☐ τις κεραίες

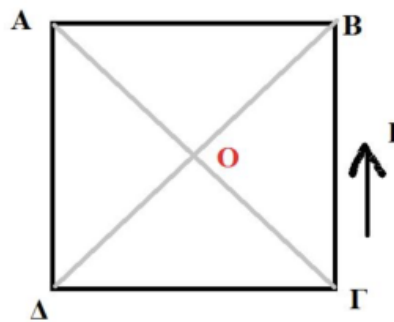
✓ Σωστές απαντήσεις:

1. Από ηλεκτρικά ρεύματα μετατόπισης
  - Τα ρεύματα μετατόπισης (displacement currents) παίζουν κρίσιμο ρόλο στις εξισώσεις του Maxwell και εξηγούν πώς αλλάζοντα ηλεκτρικά πεδία δημιουργούν μαγνητικά πεδία.
2. Από μεταβαλλόμενα ηλεκτρικά ρεύματα
  - Τα μεταβαλλόμενα (ή εναλλασσόμενα) ρεύματα παράγουν μεταβαλλόμενα μαγνητικά πεδία, που με τη σειρά τους παράγουν ηλεκτρικά πεδία – δηλαδή ηλεκτρομαγνητικά κύματα.

✗ Λανθασμένες απαντήσεις:

- Στάσιμα φορτία → δημιουργούν στατικά ηλεκτρικά πεδία, όχι ηλεκτρομαγνητικά.
- Σταθερά ηλεκτρικά ρεύματα αγωγιμότητας → δημιουργούν σταθερά μαγνητικά πεδία, όχι ηλεκτρομαγνητικά.
- Τις κεραίες → οι κεραίες εκπέμπουν ηλεκτρομαγνητικά κύματα, αλλά δεν τις δημιουργούν οι ίδιες· το ρεύμα που διαρρέει τις κεραίες δημιουργεί τα πεδία.

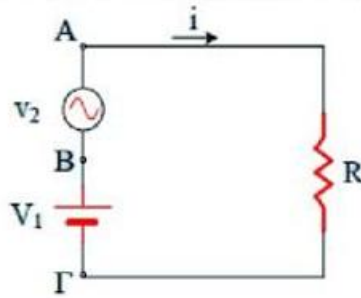
Το τετράγωνο πλαίσιο ΑΒΓΔ με πλευρά 2L, διαρρέεται από ρεύμα I, όπως στο σχήμα. Το μαγνητικό πεδίο στο σημείο Β είναι:



- ☐  $B = \frac{\mu_0 I}{L}$  πάνω στο επίπεδο της σελίδας με φορά προς το Ο
- ☐  $B = \frac{\mu_0 I}{8\pi L} \sqrt{2}$  κάθετο στη σελίδα με φορά προς τα έξω
- ☐  $B = \frac{\mu_0 I}{8\pi L}$  κάθετο στη σελίδα με φορά προς τα έξω
- ☐  $B = \frac{\mu_0 I}{8\pi L}$  κάθετο στη σελίδα με φορά προς τα μέσα



Δίνεται το κύκλωμα του σχήματος, στο οποίο μια πηγή συνεχούς τάσης  $V_1=10V$  συνδέεται με γεννήτρια με τάση:  $v_2=15\sin\omega t$  V και τροφοδοτούν ωμική αντίσταση  $R=5\Omega$ . Η ενεργός ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα είναι:



- ☐  $\frac{\sqrt{34}}{2}$  A  
☐  $2 + \frac{3}{\sqrt{2}}$  A  
☐  $\frac{5}{\sqrt{2}}$  A

### Βήμα 1: Γενική μορφή της συνολικής τάσης

Η συνολική τάση που εφαρμόζεται στην αντίσταση είναι:

$$v(t) = V_1 + v_2(t) = 10 + 15 \cdot \sin(\omega t)$$

### Βήμα 2: Ρεύμα στο κύκλωμα

Το ρεύμα που διαρρέει την αντίσταση είναι:

$$i(t) = \frac{v(t)}{R} = \frac{10 + 15 \cdot \sin(\omega t)}{5} = 2 + 3 \cdot \sin(\omega t)$$

### Βήμα 3: Ενεργός τιμή του ρεύματος

Για ένα σήμα της μορφής:

$$i(t) = I_{DC} + I_{AC} \cdot \sin(\omega t)$$

Η ενεργός τιμή του ρεύματος δίνεται από:

$$I_{rms} = \sqrt{I_{DC}^2 + \frac{I_{AC}^2}{2}} = \sqrt{2^2 + \frac{3^2}{2}} = \sqrt{4 + \frac{9}{2}} = \sqrt{\frac{17}{2}} = \frac{\sqrt{34}}{2} \text{ A}$$

Άρα, η σωστή απάντηση είναι:

$\frac{\sqrt{34}}{2} \text{ A}$

Πηνίο με αυτεπαγωγή  $L = 13.33\text{mH}$  , διαρρέεται από ρεύμα  $i = 3.2\cos(1500t)$  [A]

- ☐ η τάση στα άκρα του πηνίου είναι:  $v_L = -64\sin(1500t)$  [V]
- ☐ η τάση στα άκρα του πηνίου είναι:  $v_L = 64\sin(1500t)$  [V]
- ☐ η τάση στα άκρα του πηνίου είναι:  $v_L = 64\sin(1500t + \pi/2)$  [V]
- ☐ η τάση στα άκρα του πηνίου είναι:  $v_L = -64\sin(1500t + \pi/2)$  [V]

Για να υπολογίσουμε την τάση στα άκρα του πηνίου, χρησιμοποιούμε τον τύπο για την αυτεπαγωγή:

$$v_L(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

Μας δίνεται:

- $L = 13.33\text{mH} = 13.33 \times 10^{-3}\text{H}$
- $i(t) = 3.2\cos(1500t)$  [A]

Υπολογίζουμε την παράγωγο του ρεύματος:

$$\frac{di(t)}{dt} = -3.2 \cdot 1500 \cdot \sin(1500t) = -4800\sin(1500t)$$

Άρα:

$$v_L(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} = 13.33 \times 10^{-3} \cdot (-4800\sin(1500t)) = -64\sin(1500t) \text{ [V]}$$

✔ Άρα η σωστή απάντηση είναι:

η τάση στα άκρα του πηνίου είναι:  $v_L = -64\sin(1500t)$  [V]

(Είναι η πρώτη επιλογή στη λίστα του ερωτήματος.)



Κύκλωμα RL σε σειρά έχει  $R=4\ \Omega$ ,  $L=10\text{mH}$  και τροφοδοτείται από γεννήτρια πλάτους  $10\text{ V}$  και κυκλικής συχνότητας  $\omega=300\text{ rad/s}$ . Τότε:

Να επιλέξετε τις 2 σωστές απαντήσεις. (Αρνητική βαθμολογία)

- ☐ Η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος είναι  $Z=5\Omega$
- ☐ Το ρεύμα προηγείται της τάσης κατά  $37^\circ$
- ☐ Η τάση προηγείται του ρεύματος κατά  $36^\circ$
- ☐ Η στιγμιαία τιμή του ρεύματος είναι  $i = 2\sin(300t - 36)$
- ☐ Η στιγμιαία τιμή του ρεύματος είναι  $i = 2\sin(300t - 0,65)$

#### ✓ Δεδομένα:

- $R = 4\ \Omega$
- $L = 10\text{ mH} = 0.01\text{ H}$
- $\omega = 300\text{ rad/s}$
- $V(t) = 10\sin(300t)$

#### ♦ 1. Υπολογισμός σύνθετης αντίστασης $Z$

Η αυτεπαγωγική αντίσταση είναι:

$$X_L = \omega L = 300 \cdot 0.01 = 3\ \Omega$$

Οπότε η συνολική σύνθετη αντίσταση είναι:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5\ \Omega$$

✓ Άρα σωστή απάντηση:

- ✓ Η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος είναι  $Z = 5\Omega$

#### ♦ 2. Υπολογισμός φάσης ρεύματος

Η φάση ( $\phi$ ) δίνεται από:

$$\tan \phi = \frac{X_L}{R} = \frac{3}{4} \Rightarrow \phi \approx \tan^{-1}(0.75) \approx 36.87^\circ \approx 37^\circ$$

Σε κύκλωμα RL, το ρεύμα υστερεί της τάσης κατά  $\phi$ .

Άρα:

- ✗ Το ρεύμα δεν προηγείται
- ✗ Η τάση προηγείται
- ✓ Άρα σωστή απάντηση:
- ✓ Η τάση προηγείται του ρεύματος κατά  $36^\circ$

#### ♦ 3. Στιγμιαία τιμή του ρεύματος

Από:

$$i(t) = \frac{V_m}{Z} \sin(\omega t - \phi) = \frac{10}{5} \sin(300t - 36.87^\circ) = 2\sin(300t - 36^\circ)$$

✓ Άρα σωστή μορφή:

- ✓  $i(t) = 2\sin(300t - 36)$

Η άλλη απάντηση με "0.65" είναι λάθος (ίσως στροφές σε rad, αλλά δεν αντιστοιχεί σωστά).

Ποια είναι η ενεργός τιμή του δυναμικού με την «τετραγωνική» κυματομορφή της εικόνας;



- ☐  $\sqrt{2}\Delta V_{\max}$
- ☐  $\Delta V_{\max}$
- ☐  $\Delta V_{\max}/\sqrt{2}$
- ☐  $\Delta V_{\max}/2$
- ☐  $\Delta V_{\max}/4$



✓ Για τετραγωνική κυματομορφή πλάτους  $\Delta V_{\max}$ :

Η ενεργός τιμή (rms) ορίζεται ως:

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T V(t)^2 dt}$$

Για τετραγωνική κυματομορφή:

- Η τιμή του σήματος είναι **σταθερή**: είτε  $+\Delta V_{\max}$  είτε  $-\Delta V_{\max}$
- Και στις δύο φάσεις, το τετράγωνο είναι:

$$V(t)^2 = (\Delta V_{\max})^2$$

- Άρα:

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot T \cdot (\Delta V_{\max})^2} = \sqrt{(\Delta V_{\max})^2} = \Delta V_{\max}$$

Όταν ένα συγκεκριμένο πηνίο συνδέεται σε μια πηγή ημιτονοειδώς μεταβαλλόμενης ΗΕΔ με σταθερό πλάτος και συχνότητα 60,0 Hz, το ενεργό ρεύμα είναι 3,00 A. Ποιο είναι το ενεργό ρεύμα όταν η συχνότητα της πηγής διπλασιάζεται;

Βοήθεια: το πηνίο θεωρείται ιδανικό

- ☐ 12,0 A
- ☐ 6,00 A
- ☐ 4,24 A
- ☐ 3,00 A
- ☐ 1,50 A

✖ Εκκαθάριση

### ✓ Δεδομένα:

- Το πηνίο είναι ιδανικό, δηλαδή  $R = 0$ , μόνο αυτεπαγωγή  $L$
- Πηγή: ημιτονοειδής ΗΕΔ με σταθερό πλάτος
- Συχνότητα αρχικά:  $f = 60 \text{ Hz}$
- Ενεργό ρεύμα:  $I_1 = 3.00 \text{ A}$
- Η συχνότητα διπλασιάζεται  $\Rightarrow f_2 = 120 \text{ Hz}$

### ♦ Θεωρία – Ιδανικό Πηνίο σε AC

Για ιδανικό πηνίο:

$$X_L = \omega L = 2\pi fL \quad \text{και} \quad I = \frac{V}{X_L} = \frac{V}{2\pi fL}$$

Από αυτό προκύπτει:

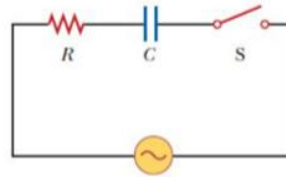
$$I \propto \frac{1}{f} \quad \Rightarrow \quad \frac{I_2}{I_1} = \frac{f_1}{f_2}$$

### ♦ Εφαρμογή:

$$\frac{I_2}{3.00} = \frac{60}{120} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad I_2 = \frac{3.00}{2} = 1.50 \text{ A}$$

### ✓ Τελική απάντηση:

Έχουμε συνδέσει έναν πυκνωτή και έναν αντιστάτη σε σειρά με μια πηγή εναλλασσόμενου ρεύματος. Αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη ποιος από τους παρακάτω ισχυρισμούς είναι αληθής;



- ☐ Η τάση στα άκρα του πυκνωτή προηγείται του ρεύματος κατά  $90^\circ$ .
- ☐ Η τάση στα άκρα του αντιστάτη έχει διαφορά φάσης με το ρεύμα.
- ☐ Η τάση στα άκρα του πυκνωτή υστερεί του ρεύματος κατά  $90^\circ$ .
- ☐ Όσο αυξάνεται η συχνότητα της πηγής, το ρεύμα μειώνεται.
- ☐ Κανένας από τους προηγούμενους ισχυρισμούς δεν είναι σωστός.

### ✓ Δεδομένα:

- Σειριακό κύκλωμα RC (αντίσταση R και πυκνωτής C)
- Τροφοδοτείται από εναλλασσόμενη πηγή (AC)
- Ερώτηση: Ποιος ισχυρισμός είναι σωστός αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη;

### ■ Θεωρία – Φασικές Σχέσεις:

Σε κύκλωμα RC σε σειρά:

- Το ρεύμα είναι το ίδιο σε όλα τα στοιχεία
- Η τάση στον πυκνωτή υστερεί του ρεύματος κατά  $90^\circ$
- Η τάση στην αντίσταση είναι σε φάση με το ρεύμα

Επίσης:

- Αν αυξάνεται η συχνότητα, η χωρητική αντίσταση μειώνεται:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow \text{Αν } \omega \uparrow, X_C \downarrow \Rightarrow I \uparrow$$

Άρα το ρεύμα αυξάνεται με τη συχνότητα, όχι μειώνεται.

### 🔍 Ανάλυση επιλογών:

1. ✗ Η τάση στα άκρα του πυκνωτή προηγείται του ρεύματος κατά  $90^\circ$   
☐ Λάθος – η τάση υστερεί του ρεύματος σε πυκνωτή.
2. ✗ Η τάση στην αντίσταση έχει διαφορά φάσης με το ρεύμα  
☐ Λάθος – είναι σε φάση (όπως σε κάθε R).
3. ✓ Η τάση στα άκρα του πυκνωτή υστερεί του ρεύματος κατά  $90^\circ$   
☒ Σωστό!
4. ✗ Όσο αυξάνεται η συχνότητα της πηγής, το ρεύμα μειώνεται  
☐ Λάθος – το ρεύμα αυξάνεται καθώς  $X_C \downarrow$ .
5. ✗ Κανένας από τους παραπάνω δεν είναι σωστός  
☐ Λάθος – η 3η είναι σωστή.

### ✓ Σωστή απάντηση:

- Η τάση στα άκρα του πυκνωτή υστερεί του ρεύματος κατά  $90^\circ$   
 (3η επιλογή) ✓

Ένα κύκλωμα RLC τροφοδοτείται από γεννήτρια με συχνότητα  $f < f_0$ , όπου  $f_0$  η συχνότητα συντονισμού. Τότε αν αυξάνουμε συνεχώς την περίοδο της AC τάσης της γεννήτριας, θα αυξάνεται και το πλάτος του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα..

- ☐ Σωστό  
☐ Λάθος

✖ Εγκαθόριση

### ✓ Δεδομένα από την άσκηση:

- Κύκλωμα RLC
- Η συχνότητα της γεννήτριας είναι  $f < f_0$ , όπου  $f_0$  η συχνότητα συντονισμού
- Αυξάνουμε την περίοδο της τάσης  $\Rightarrow$  η συχνότητα μειώνεται περαιτέρω
- Ερώτηση: Αν συνεχίσουμε να αυξάνουμε την περίοδο (δηλαδή να μειώνουμε τη συχνότητα), θα αυξάνεται το πλάτος του ρεύματος;

### ⚠ Θεωρία – Συντονισμός σε RLC:

Η σύνθετη αντίσταση ενός κυκλώματος RLC είναι:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Όπου:

- $X_L = \omega L$ , αυξάνεται με τη συχνότητα
- $X_C = \frac{1}{\omega C}$ , μειώνεται με τη συχνότητα

► Στο **συντονισμό**:  $X_L = X_C \Rightarrow$  ελάχιστο  $Z \Rightarrow$  μέγιστο ρεύμα

► Αν η συχνότητα **μειώνεται** από το  $f_0$ :

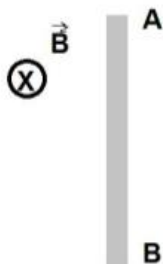
- $X_L \downarrow, X_C \uparrow$
- Η διαφορά  $|X_L - X_C|$  μεγαλώνει
- Άρα  $Z$  αυξάνεται  $\Rightarrow$  ρεύμα μειώνεται

### ✖ Άρα η πρόταση είναι **Λάθος**

Αν μειώνουμε τη συχνότητα κάτω από τη συχνότητα συντονισμού, το πλάτος του ρεύματος μειώνεται, όχι αυξάνεται.

Αγώγιμη ράβδος AB βρίσκεται σε χώρο με κατακόρυφο μαγνητικό πεδίο  $\vec{B}$ , με φορά προς τη σελίδα, το οποίο μειώνεται με σταθερό ρυθμό. Τότε:

Αρνητική βαθμολογία στις λάθος απαντήσεις.



- ☐ Στη ράβδο δεν εμφανίζεται επαγωγική ΗΕΔ
- ☐ Στη ράβδο εμφανίζεται επαγωγική ΗΕΔ και μάλιστα  $V_A > V_B$
- ☐ Στη ράβδο εμφανίζεται επαγωγική ΗΕΔ και μάλιστα  $V_A < V_B$
- ☐ Η ράβδος στη μόνιμη κατάσταση δεν διαρρέεται από ρεύμα

**B** 2

#### ✓ Δεδομένα από την άσκηση:

- Αγωγός AB βρίσκεται σε κατακόρυφο προσανατολισμό.
- Υπάρχει ομογενές μαγνητικό πεδίο  $\vec{B}$  προς τα μέσα (συμβολίζεται με "x").
- Το  $B$  μειώνεται σταθερά  $\Rightarrow$  υπάρχει μεταβαλλόμενη μαγνητική ροή.
- Άρα έχουμε επαγωγή (νόμος Faraday).

#### 📖 Νόμος Faraday – επαγωγική ΗΕΔ

Ο νόμος Faraday προβλέπει:

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Αν το  $B$  μειώνεται, τότε το επαγόμενο ρεύμα τείνει να αντιδράσει και να ενισχύσει το πεδίο προς τα μέσα (κανόνας Lenz).

Για να συμβεί αυτό:

- Το επαγόμενο ρεύμα πρέπει να δημιουργήσει πεδίο προς τα μέσα  $\Rightarrow$  ρεύμα δεξιόστροφο.

#### 📖 Κατεύθυνση επαγόμενου ρεύματος:

Αν η ράβδος AB είναι κάθετη στο επίπεδο του κυκλώματος, τότε η φορά του επαγόμενου ρεύματος στην ράβδο είναι από A προς B, ώστε το ρεύμα συνολικά να είναι δεξιόστροφο.

Άρα:

- $V_A < V_B$
- Η τάση είναι υψηλότερη στο B  $\Rightarrow$  η ΗΕΔ εμφανίζεται και οδηγεί ρεύμα από A προς B

#### ✓ Σωστές απαντήσεις:

- ✓ Στη ράβδο εμφανίζεται επαγωγική ΗΕΔ και μάλιστα  $V_A < V_B$
- ✓ Η ράβδος στη μόνιμη κατάσταση δεν διαρρέεται από ρεύμα (αν δεν υπάρχει εξωτερικό κύκλωμα).

- ✗ Η επιλογή "δεν εμφανίζεται ΗΕΔ" είναι λάθος (εφόσον αλλάζει το πεδίο).
- ✗ Η επιλογή " $V_A > V_B$ " αντιστρέφει τη σωστή φορά.

Υπό ποιες συνθήκες η σύνθετη αντίσταση ενός κυκλώματος RLC σε σειρά είναι ίση με την ωμική αντίσταση του κυκλώματος;

- ☐ Η συχνότητα διέγερσης είναι χαμηλότερη της συχνότητας συντονισμού.
- ☐ Η συχνότητα διέγερσης είναι ίση με τη συχνότητα συντονισμού.
- ☐ Η συχνότητα διέγερσης είναι μεγαλύτερη από τη συχνότητα συντονισμού.
- ☐ Ποτέ.
- ☐ Πάντα.

✖ Εκκαθάριση

✔ Σωστή απάντηση:

Όταν η συχνότητα διέγερσης είναι ίση με τη συχνότητα συντονισμού.

🔍 Εξήγηση:

Σε ένα RLC κύκλωμα σε σειρά, η συνολική εμπίεση είναι:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Όπου:

- $R$ : η ωμική αντίσταση
- $X_L = \omega L$ : η επαγωγική αντίσταση
- $X_C = \frac{1}{\omega C}$ : η χωρητική αντίσταση

Όταν  $\omega = \omega_0$  (συχνότητα συντονισμού):

$$X_L = X_C \Rightarrow X_L - X_C = 0$$

Άρα:

$$Z = \sqrt{R^2 + 0} = R$$

✳ Συμπέρασμα:

Η σύνθετη αντίσταση  $Z$  είναι ίση με την ωμική αντίσταση μόνο στη συχνότητα συντονισμού.

✔ Άρα η σωστή επιλογή είναι:

Η συχνότητα διέγερσης είναι ίση με τη συχνότητα συντονισμού.