ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικόν και Καποδιστριακόν Πανεπιστήμιον Αθηνών
ΙΔΡΥΘΕΝ ΤΟ 1837

Φροντιστήριο Φυσικής

Αλέξανδρος Πίνο
Μέλος Εργαστηριακού Διδακτικού Προσωπικού (ΕΔΙΠ)

Έκδοση 5, Φεβρουάριος 2021

Λίγες συστάσεις

Δρ Αλέξανδρος Πίνο

Εργαστηριακό Διδακτικό Προσωπικό
Τμήμα Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών
Τομέας Επικοινωνιών και Επεξεργασίας Σήματος
Εργαστήριο Φωνής και Προσβασιμότητας
Εργαστήριο Επεξεργασίας Σήματος
Εργαστήριο Ηλεκτρονικής

Διδάκτωρ Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών, Ε.Κ.Π.Α.
MSc Επικοινωνίες και Δίκτυα, Πληροφορική, Ε.Κ.Π.Α.
Ηλεκτρολόγος Μηχανικός, Πολυτεχνική Σχολή, Δ.Π.Θ.

Γραφείο Α25
pino@di.uoa.gr

Διδάσκοντες - Δομή μαθήματος

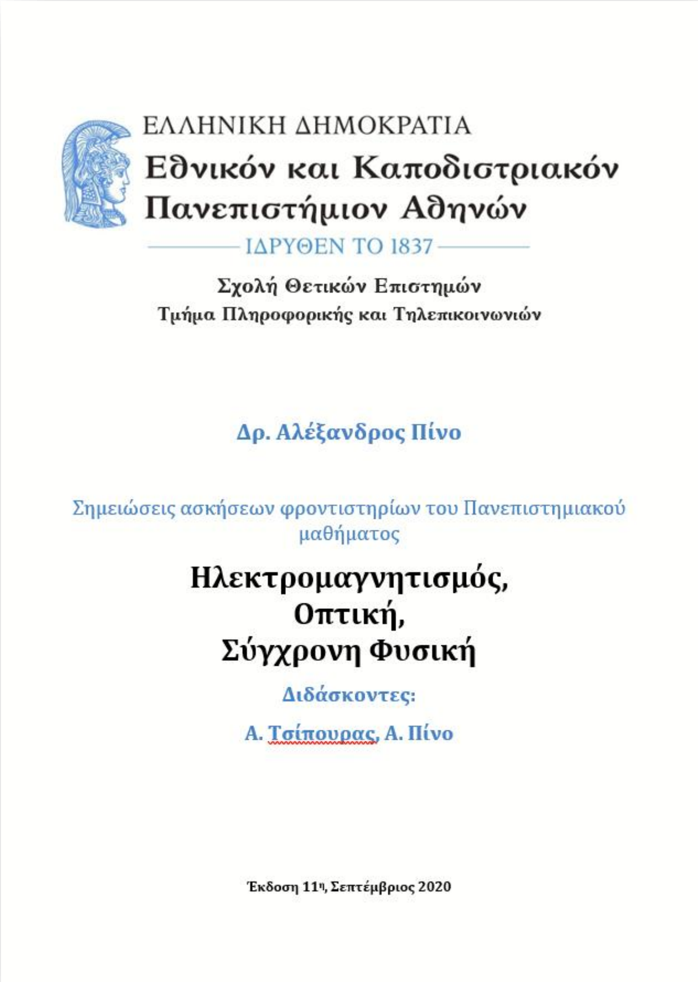
Αριστείδης Τσίπουρας

- Θεωρία
- Εξετάσεις

Αλέξανδρος Πίνο

- Εισαγωγή
- Φροντιστήρια

Βιβλία – Σημειώσεις


ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικόν και Καποδιστριακόν Πανεπιστήμιον Αθηνών
ΙΔΡΥΘΕΝ ΤΟ 1837
Σχολή Θετικών Επιστημών
Τμήμα Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών

Δρ. Αλέξανδρος Πίνο

Σημειώσεις ασκήσεων φροντιστηρίων του Πανεπιστημιακού μαθήματος

Ηλεκτρομαγνητισμός, Οπτική, Σύγχρονη Φυσική

Διδάσκοντες:
Α. Τσίπουρας, Α. Πίνο

Έκδοση 11η, Σεπτέμβριος 2020

Μονάδες SI: Μήκος – Μάζα – Χρόνος

- 1983: Το Μέτρο (**m**) είναι η απόσταση που διανύει το φως στο κενό σε χρόνο 1/299.792.458 δευτερόλεπτα
- 1887: Το Χιλιόγραμμο (**kg**) είναι η μάζα του πρότυπου χιλιόγραμμου, ενός κυλίνδρου από ιριδιούχο λευκόχρυσο που φυλάσσεται στο Διεθνές Γραφείο Μέτρων και Σταθμών των Σεβρών στη Γαλλία. *2019: Το χιλιόγραμμο ορίζεται τώρα σε όρους του δευτερολέπτου και του μέτρου, με βάση σταθερές θεμελιώδεις σταθερές της φύσης (σταθερά του Plank* $6{,}62607015 \times 10^{-34}\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}$*)*
- 1967: Το Δευτερόλεπτο (**s**) είναι η χρονική διάρκεια 9.192.631.770 περιόδων της ταλάντωσης* της ακτινοβολίας του ατόμου του καισίου-133 (^{133}Cs) σε θερμοκρασία 0 K

*που αντιστοιχεί στην μετάβαση δύο υπέρλεπτων ενεργειακών σταθμών της κατάστασης ελάχιστης ενέργειας – ατομικά ρολόγια

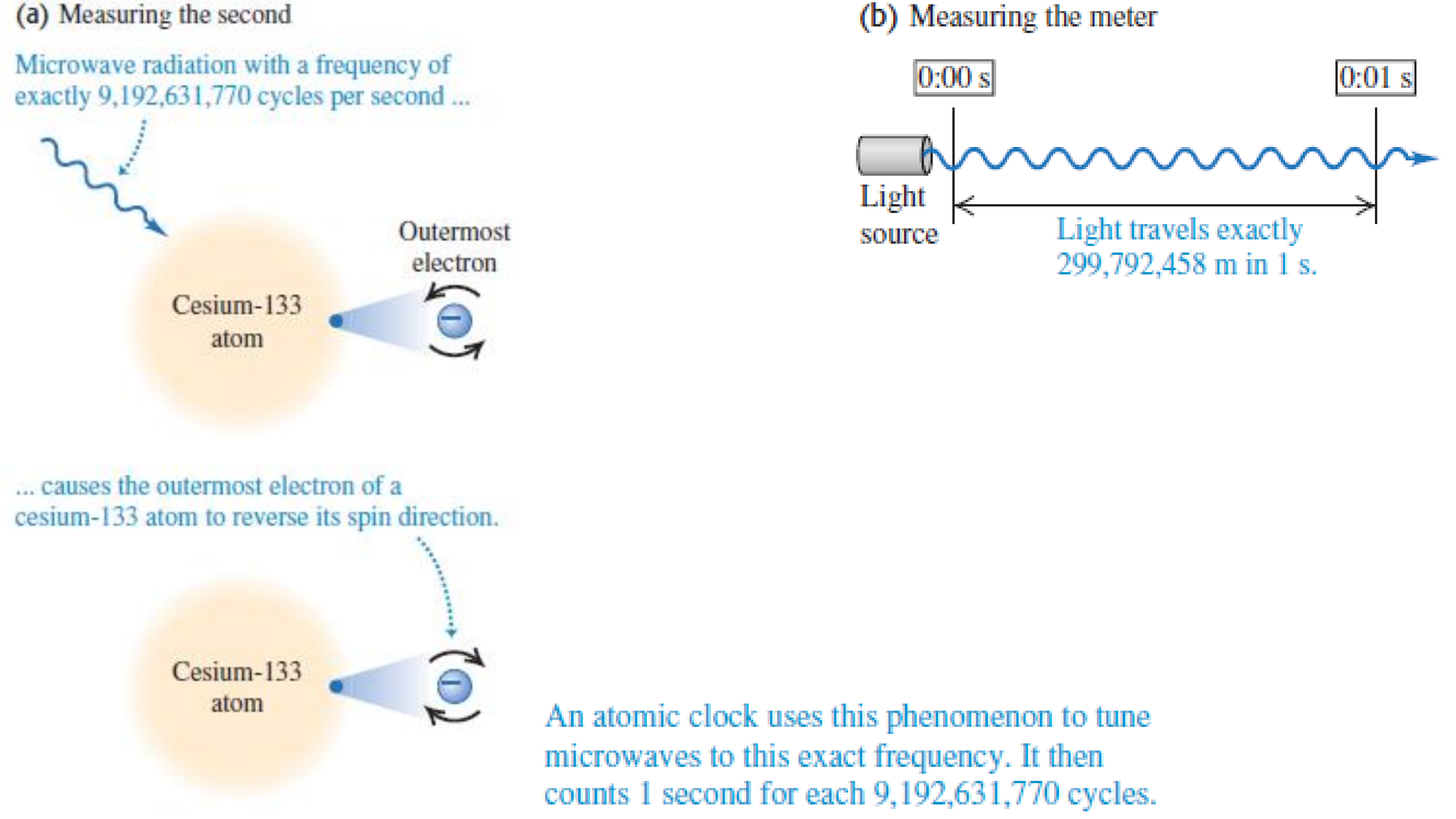

(a) Measuring the second
Microwave radiation with a frequency of exactly 9,192,631,770 cycles per second ...
Outermost electron
Cesium-133 atom
... causes the outermost electron of a cesium-133 atom to reverse its spin direction.
Cesium-133 atom
An atomic clock uses this phenomenon to tune microwaves to this exact frequency. It then counts 1 second for each 9,192,631,770 cycles.
(b) Measuring the meter
0:00 s
0:01 s
Light source
Light travels exactly 299,792,458 m in 1 s.

Table 1.1 **Approximate Values of Some Measured Lengths**

	Length (m)
Distance from the Earth to the most remote known quasar	1.4×10^{26}
Distance from the Earth to the most remote normal galaxies	9×10^{25}
Distance from the Earth to the nearest large galaxy (Andromeda)	2×10^{22}
Distance from the Sun to the nearest star (Proxima Centauri)	4×10^{16}
One light-year	9.46×10^{15}
Mean orbit radius of the Earth about the Sun	1.50×10^{11}
Mean distance from the Earth to the Moon	3.84×10^{8}
Distance from the equator to the North Pole	1.00×10^{7}
Mean radius of the Earth	6.37×10^{6}
Typical altitude (above the surface) of a satellite orbiting the Earth	2×10^{5}
Length of a football field	9.1×10^{1}
Length of a housefly	5×10^{-3}
Size of smallest dust particles	$\sim 10^{-4}$
Size of cells of most living organisms	$\sim 10^{-5}$
Diameter of a hydrogen atom	$\sim 10^{-10}$
Diameter of an atomic nucleus	$\sim 10^{-14}$
Diameter of a proton	$\sim 10^{-15}$

Χαρακτηριστικά μήκη στο σύμπαν

1.5 Some typical lengths in the universe. (f) is a scanning tunneling microscope image of atoms on a crystal surface; (g) is an artist's impression.

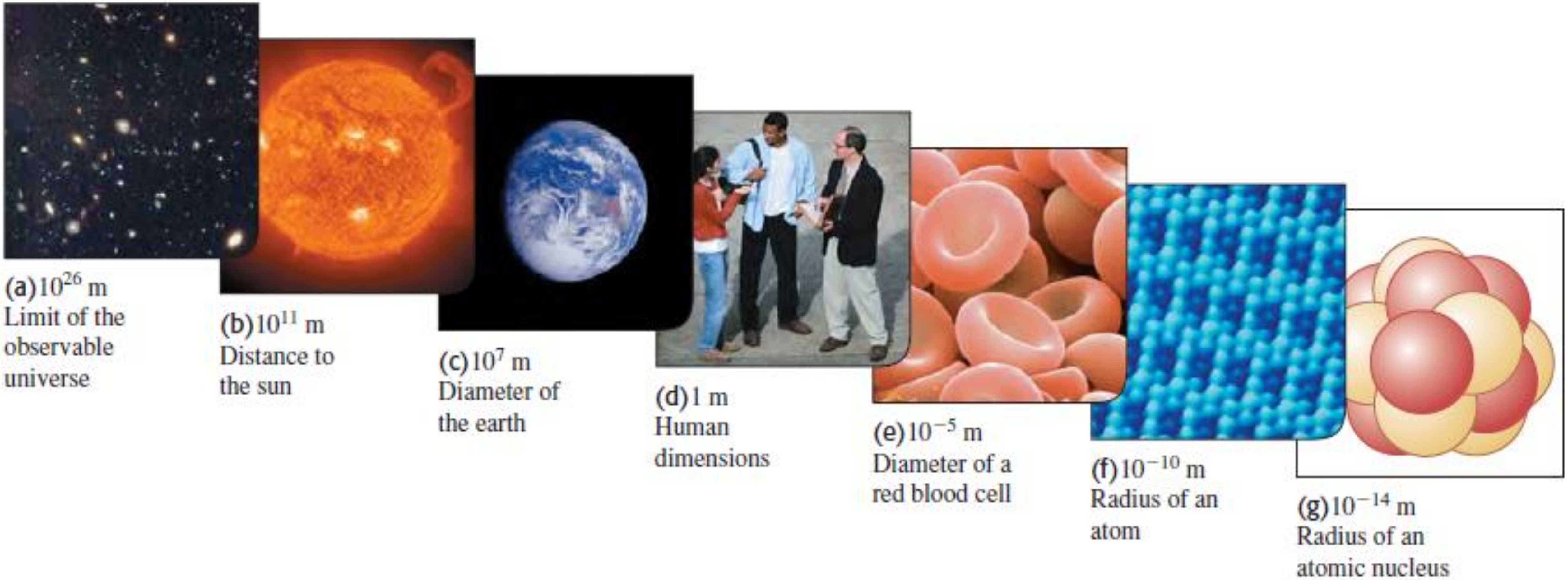


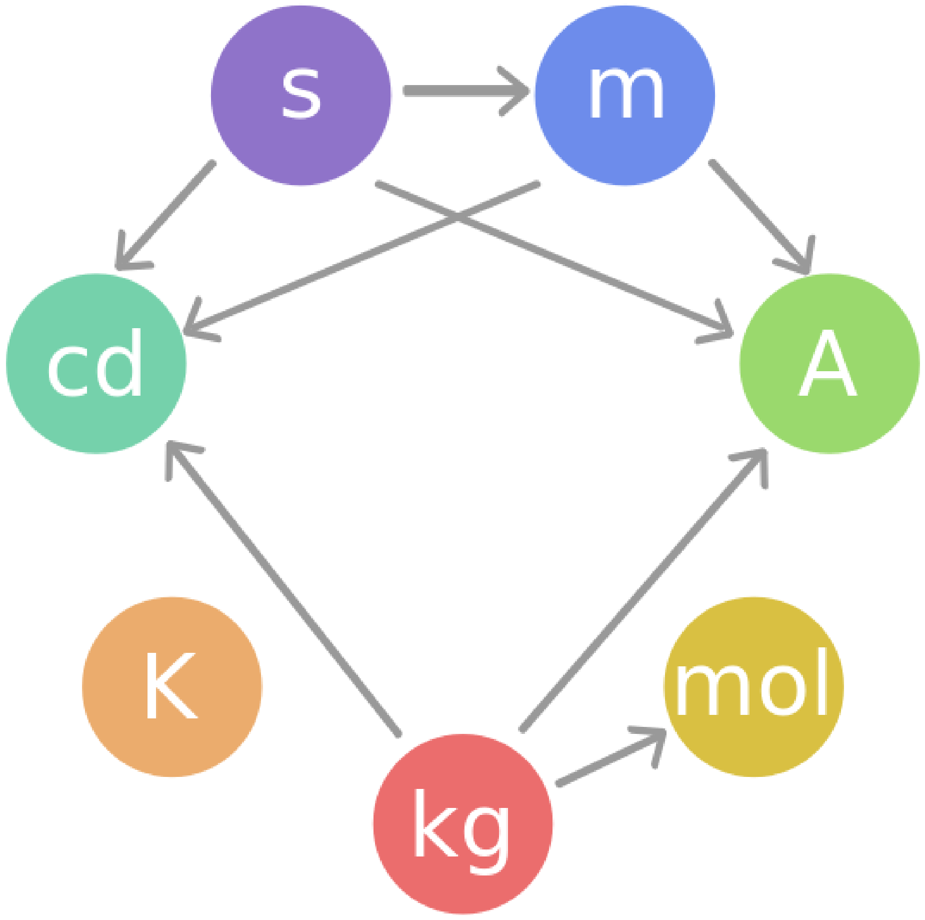
Table 1.2 Approximate Masses of Various Objects

	Mass (kg)
Observable Universe	$\sim 10^{52}$
Milky Way galaxy	$\sim 10^{42}$
Sun	1.99×10^{30}
Earth	5.98×10^{24}
Moon	7.36×10^{22}
Shark	$\sim 10^{3}$
Human	$\sim 10^{2}$
Frog	$\sim 10^{-1}$
Mosquito	$\sim 10^{-5}$
Bacterium	$\sim 1 \times 10^{-15}$
Hydrogen atom	1.67×10^{-27}
Electron	9.11×10^{-31}

Table 1.3 Approximate Values of Some Time Intervals

	Time Interval (s)
Age of the Universe	4×10^{17}
Age of the Earth	1.3×10^{17}
Average age of a college student	6.3×10^{8}
One year	3.2×10^{7}
One day	8.6×10^{4}
One class period	3.0×10^{3}
Time interval between normal heartbeats	8×10^{-1}
Period of audible sound waves	$\sim 10^{-3}$
Period of typical radio waves	$\sim 10^{-6}$
Period of vibration of an atom in a solid	$\sim 10^{-13}$
Period of visible light waves	$\sim 10^{-15}$
Duration of a nuclear collision	$\sim 10^{-22}$
Time interval for light to cross a proton	$\sim 10^{-24}$

Το Διεθνές Σύστημα Μονάδων



- Αμπέρ (**A**): Ένταση ηλεκτρικού ρεύματος. Το Αμπέρ είναι το σταθερό ηλεκτρικό ρεύμα το οποίο όταν διατηρείται σε δύο ευθύγραμμους παράλληλους αγωγούς απείρου μήκους και αμελητέας διατομής, τοποθετημένους σε απόσταση 1 μέτρου στο κενό, θα παρήγαγε μεταξύ αυτών των αγωγών μία δύναμη ίση με 2×10^7 νιούτον ανά μέτρο μήκους.
- Κέλβιν (**K**): Απόλυτη Θερμοκρασία. Το Κέλβιν είναι το κλάσμα 1/273,16 της θερμοδυναμικής θερμοκρασίας του τριπλού σημείου του νερού.
- Μολ (**mol**): Ποσότητα Ουσίας. Το Μολ είναι η ποσότητα μίας ουσίας που περιέχει τόσες στοιχειώδεις οντότητες όσα είναι τα άτομα σε 0,012 χιλιόγραμμα καθαρού άνθρακα-12 (^{12}C).
- Καντέλα (Κηρίο) (**cd**): Ένταση Φωτεινότητας. Η Καντέλα είναι η φωτεινή ένταση, σε μία δεδομένη διεύθυνση, μίας πηγής που εκπέμπει μονοχρωματική ακτινοβολία με συχνότητα $540\text{x}10^{12}$ Hz και έχει ένταση ακτινοβολίας στην κατεύθυνση αυτή ίση με 1/683 Watt ανά στερακτίνιο.

Οι μονάδες επανακαθορίζονται!

SI base units[40]:6[41][42]

Unit name	Unit symbol	Dimension symbol	Quantity name	Definition
second [n 1]	s	T	time	The duration of 9 192 631 770 periods of the radiation corresponding to the transition between the two hyperfine levels of the ground state of the caesium-133 atom.
metre	m	L	length	The distance travelled by light in vacuum in $\frac{1}{299\,792\,458}$ second.
kilogram [n 2]	kg	M	mass	The kilogram is defined by setting the Planck constant h exactly to $6.626\,070\,15 \times 10^{-34}$ J⋅s (J = kg⋅m^2⋅s^{-2}), given the definitions of the metre and the second.[27]
ampere	A	I	electric current	The flow of exactly $\frac{1}{1.602\,176\,634 \times 10^{-19}}$ times the elementary charge e per second. Equalling approximately $6.241\,509\,0744 \times 10^{18}$ elementary charges per second.
kelvin	K	Θ	thermodynamic temperature	The kelvin is defined by setting the fixed numerical value of the Boltzmann constant k to $1.380\,649 \times 10^{-23}$ J⋅K^{-1}, (J = kg⋅m^2⋅s^{-2}), given the definition of the kilogram, the metre, and the second.
mole	mol	N	amount of substance	The amount of substance of exactly $6.022\,140\,76 \times 10^{23}$ elementary entities.[n 3] This number is the fixed numerical value of the Avogadro constant, N_A, when expressed in the unit mol^{-1}.
candela	cd	J	luminous intensity	The luminous intensity, in a given direction, of a source that emits monochromatic radiation of frequency 5.4×10^{14} hertz and that has a radiant intensity in that direction of $\frac{1}{683}$ watt per steradian.

Notes

1. ^ Within the context of the SI, the second is the coherent base unit of time, and is used in the definitions of derived units. The name "second" historically arose as being the 2nd-level sexagesimal division ($^1/_{60^2}$) of some quantity, the hour in this case, which the SI classifies as an "accepted" unit along with its first-level sexagesimal division the minute.
2. ^ Despite the prefix "kilo-", the kilogram is the coherent base unit of mass, and is used in the definitions of derived units. Nonetheless, prefixes for the unit of mass are determined as if the gram were the base unit.
3. ^ When the mole is used, the elementary entities must be specified and may be atoms, molecules, ions, electrons, other particles, or specified groups of such particles.

Θεμελιώδη και Παράγωγα μεγέθη του Διεθνούς Συστήματος Μονάδων

Είδος	**Μέγεθος**	**Μονάδα**	
Θεμελιώδες	Μάζα	χιλιόγραμμο (kg)	kilogram
Θεμελιώδες	Μήκος	μέτρο (m)	meter
Θεμελιώδες	Χρόνος	δευτερόλεπτο (s)	second
Θεμελιώδες	Ένταση ηλεκτρικού ρεύματος	Αμπέρ (A)	Ampère
Θεμελιώδες	Απόλυτη/Θερμοδυναμική Θερμοκρασία	Κέλβιν (K)	Kelvin
Θεμελιώδες	Ποσότητα Ουσίας	μολ (mol)	mole
Θεμελιώδες	Ένταση Φωτεινότητας	καντέλα (κηρίο) (cd)	candela
Παράγωγο	Επίπεδη γωνία	ακτίνιο (rad)	radian
Παράγωγο	Στερεά γωνία	στερακτίνιο	steradian

Παράγωγες μονάδες

Φυσικό μέγεθος	Έκφραση γινομένου ή πηλίκου	Παράγωγη μονάδα	Ιδιαίτερος συμβολισμός	Όνομα της μονάδας
Επιφάνεια	μήκος^2	m^2	-	τετραγωνικό μέτρο
Όγκος	μήκος^3	dm^3	l (liter)	λίτρο, κυβική παλάμη, κυβικό δεκατόμετρο
Ταχύτητα	Μήκος/Χρόνος	m/s	-	μέτρο ανά δευτερόλεπτο
Επιτάχυνση	Μήκος/Χρόνος^2	m/s^2	-	μέτρο ανά δευτερόλεπτο στο τετράγωνο
Δύναμη	Μάζα×Επιτάχυνση	$kg \times m/s^2$	N (Newton)	νιούτον
Πίεση - τάση	Δύναμη/Επιφάνεια	N/m^2	Pa (Pascal)	πασκάλ
Ροπή	Δύναμη×Μήκος	N×m	-	νιούτον επί μέτρο, νιουτόμετρο
Πυκνότητα	Μάζα/Όγκος	kg/m^3	-	χιλιόγραμμο ανά κυβικό μέτρο
Ειδικό βάρος	Δύναμη/Όγκος	N/m^3	-	νιούτον ανά κυβικό μέτρο
Έργο - Ενέργεια	Δύναμη×Μήκος	$kg \times m^2/s^2$	J (Joule)	τζάουλ
Ισχύς	Έργο/Χρόνος	J/s	W (Watt)	βατ

Προθέματα μονάδων

Πολλαπλάσια					
Πρόθεμα	**Σύμβολο**	**Ελληνικά**	**Δύναμη**	**Κλίμακα**	**Παράδειγμα**
yotta	**Y**	γιοττα	10^{24}	επτάκις εκατομμυριάδα	γιοττάμετρο
zetta	**Z**	ζεττα	10^{21}	εξάκις εκατομμυριάδα	ζεττάμετρο
exa	**E**	εξα	10^{18}	πεντάκις εκατομμυριάδα	εξάμετρο
peta	**P**	πετα	10^{15}	τετράκις εκατομμυριάδα	πετάμετρο
tera	**T**	τερα	10^{12}	τρισεκατομμυριάδα	τεράμετρο
giga	**G**	γιγα	10^{9}	δισεκατομμυριάδα	γιγάμετρο
mega	**M**	μεγα	10^{6}	εκατομμυριάδα	μεγάμετρο
kilo	**k**	χιλιο	10^{3}	χιλιάδα	χιλιόμετρο
hecto	**h**	εκατο	10^{2}	εκατοντάδα	εκατόμετρο
deca	**da**	δεκα	10^{1}	δεκάδα	δεκάμετρο

Υποπολλαπλάσια					
Πρόθεμα	**Σύμβολο**	**Ελληνικά**	**Δύναμη**	**Κλίμακα**	**Παράδειγμα**
deci	**d**	δεκατο	10^{-1}	δέκατο	δεκατόμετρο
centi	**c**	εκατοστο	10^{-2}	εκατοστό	εκατοστόμετρο
milli	**m**	χιλιοστο	10^{-3}	χιλιοστό	χιλιοστόμετρο
micro	**μ**	μικρο	10^{-6}	εκατομμυριοστό	μικρόμετρο
nano	**n**	νανο	10^{-9}	δισεκατομμυριοστό	νανόμετρο
pico	**p**	πικο	10^{-12}	τρισεκατομμυριοστό	πικόμετρο
femto	**f**	φεμτο	10^{-15}	τετράκις εκατομμυριοστό	φεμτόμετρο (φέρμι)
atto	**a**	αττο	10^{-18}	πεντάκις εκατομμυριοστό	αττόμετρο
zepto	**z**	ζεπτο	10^{-21}	εξάκις εκατομμυριοστό	ζεπτόμετρο
yocto	**y**	γιοκτο	10^{-24}	επτάκις εκατομμυριοστό	γιοκτόμετρο

Πρόθεμα (Prefix)	Σύμβολο	1000^m	10^n	Αριθμητική αναπαράσταση	Αμερικανική απόδοση του όρου (short scale)	Έτος υιοθέτησης
yotta	Y	1000^8	10^{24}	1000000000000000000000000	septillion	1991
zetta	Z	1000^7	10^{21}	1000000000000000000000	sextillion	1991
exa	E	1000^6	10^{18}	1000000000000000000	quintillion	1975
peta	P	1000^5	10^{15}	1000000000000000	quadrillion	1975
tera	T	1000^4	10^{12}	1000000000000	trillion	1960
giga	G	1000^3	10^9	1000000000	billion	1960
mega	M	1000^2	10^6	1000000	million	1960
kilo	k	1000^1	10^3	1000	thousand	1795
hecto	h	$1000^{2/3}$	10^2	100	hundred	1795
deca	da	$1000^{1/3}$	10^1	10	ten	1795
		1000^0	10^0	1	one	–
deci	d	$1000^{-1/3}$	10^{-1}	0.1	tenth	1795
centi	c	$1000^{-2/3}$	10^{-2}	0.01	hundredth	1795
milli	m	1000^{-1}	10^{-3}	0.001	thousandth	1795
micro	µ	1000^{-2}	10^{-6}	0.000001	millionth	1960
nano	n	1000^{-3}	10^{-9}	0.000000001	billionth	1960
pico	p	1000^{-4}	10^{-12}	0.000000000001	trillionth	1960
femto	f	1000^{-5}	10^{-15}	0.000000000000001	quadrillionth	1964
atto	a	1000^{-6}	10^{-18}	0.000000000000000001	quintillionth	1964
zepto	z	1000^{-7}	10^{-21}	0.000000000000000000001	sextillionth	1991
yocto	y	1000^{-8}	10^{-24}	0.000000000000000000000001	septillionth	1991

Μετατροπή μεταξύ μονάδων μήκους SI (Système international d'unites - διεθνές σύστημα) και U.S. (U.S. customary units - Αγγλοσαξονικό)

- 1 mile = 1.609 m = 1,609 km
- 1 ft = 0,3048 m = 30,48 cm
- 1 m = 39,37 in = 3,281 ft
- 1 in = 0,0254 m = 2,54 cm (ακριβώς)

Μονάδα	Υποδιαιρέσεις	Ισοδύναμο σε SI
1 point (p)		352,777778 μm
1 pica (P̸)	12 p	4,233333 mm
1 inch (in ή ")	6 P̸	25,4 mm
1 foot (ft ή ')	12 in	0,3048 m
1 yard (yd)	3 ft	0,9144 m
1 mile (mi)	5.280 ft ή 1.760 yd	1,609344 km


60
80
40
100
120
140
20
0
mph
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200
220 km/h
miles
total
19972

Επιστημονική σημειογραφία (Scientific notation – SCI)

- Εκφράζουμε τον αριθμό με επιστημονική σημειογραφία γράφοντάς τον ως εξής:
  - έναν πολλαπλασιαστή από το 1 έως το 10 (*m*)
  - επί (×)
  - μια δύναμη του 10 (10^n)
  - και τις κατάλληλες μονάδες

$$m \times 10^n$$

Δεκαδική μορφή	Επιστημονική μορφή
2	2×10^0
300	3×10^2
4.321,768	$4{,}321768\times10^3$
−53.000	$-5{,}3\times10^4$
6.720.000.000	$6{,}72\times10^9$
0,2	2×10^{-1}
0,000 000 007 51	$7{,}51\times10^{-9}$

Υπολογισμοί εκτίμησης τάξης μεγέθους

- **Τάξη μεγέθους είναι μια δύναμη του 10 που καθορίζεται ως εξής:**

1. Εκφράζουμε τον αριθμό με επιστημονική σημειογραφία
2. Αν ο πολλαπλασιαστής είναι μικρότερος από 3,162 (ρίζα του 10), η τάξη μεγέθους του αριθμού είναι η δύναμη του 10 της επιστημονικής σημειογραφίας. Αν ο πολλαπλασιαστής είναι μεγαλύτερος του 3,162, η τάξη μεγέθους είναι μία δύναμη μεγαλύτερη από τη δύναμη του 10 στην προηγούμενη επιστημονική σημειογραφία.

- Χρησιμοποιούμε το σύμβολο ~ που σημαίνει «είναι της τάξης του»

0,0086 m = 8,6 × 10^{-3} m ~ 10^{-2} m	**0,0021 m = 2,1 × 10^{-3} m ~ 10^{-3} m**	**720 m = 7,2 × 10^{2} m ~ 10^{3} m**

Σημαντικά ψηφία

- **Κανόνες για τον χειρισμό των μηδενικών και των υποδιαστολών στον καθορισμό των σημαντικών ψηφίων σε ένα αποτέλεσμα**

1. **Το αριστερότερο μη μηδενικό ψηφίο είναι το πλέον σημαντικό.** Για παράδειγμα, το 1 στον αριθμό 105,8 και το 7 στον αριθμό 0,0073 είναι τα πλέον σημαντικά ψηφία. Τα μηδενικά μπροστά από το 7 απλώς καθορίζουν τη θέση του πρώτου αριθμού.
2. **Αν δεν υπάρχει υποδιαστολή, το δεξιότερο μη μηδενικό ψηφίο είναι το λιγότερο σημαντικό.** Για παράδειγμα, το 4 στον αριθμό 240 είναι το λιγότερο σημαντικό ψηφίο.
3. **Αν υπάρχει υποδιαστολή, το δεξιότερο ψηφίο είναι το λιγότερο σημαντικό, ακόμα κι αν είναι 0.** Για παράδειγμα, το 3 στον αριθμό 1,03 και το 0 στον αριθμό 24,90 είναι τα λιγότερα σημαντικά ψηφία.
4. **Όλα τα ψηφία μεταξύ του λιγότερο σημαντικού και του πλέον σημαντικού θεωρούνται σημαντικά.**

Εφαρμογή

- Όλοι οι παρακάτω αριθμοί έχουν 4 σημαντικά ψηφία:
  - 1000,
  - 2783
  - 0,001230
  - 10,00
  - 11,10
  - 278300
  - 10,01

- Σύμφωνα με τους παραπάνω κανόνες ο αριθμός 4.820 έχει μόνον 3 σημαντικά ψηφία, αλλά το τελευταίο μηδενικό μπορεί να έχει φυσική σημασία σε μια μέτρηση. Με 4 σημαντικά ψηφία ο ίδιος αριθμός θα έπρεπε να γραφεί 4820, (σύμφωνα με τον παραπάνω κανόνα 3). Συνήθως όμως δεν γράφουμε μόνη την υποδιαστολή. Το πρόβλημα αντιμετωπίζεται με την επιστημονική έκφραση του αριθμού $\mathbf{4,820 \times 10^3}$ όπου φαίνεται σαφώς ότι το δεξιότερο ψηφίο (0) είναι σημαντικό.

Σημαντικά ψηφία αποτελέσματος πράξης

- Ο αριθμός των σημαντικών ψηφίων σε μια τιμή που μετρήθηκε είναι μια ένδειξη της αβεβαιότητας ή της αξιοπιστίας της μέτρησης. Επομένως είναι αναμενόμενο ότι το αποτέλεσμα μαθηματικών πράξεων δεν μπορεί να είναι περισσότερο αξιόπιστο από το μέγεθος που χρησιμοποιήθηκε στον υπολογισμό και έχει την μικρότερη αξιοπιστία ή τον μικρότερο αριθμό σημαντικών ψηφίων.

Πολλαπλασιασμός/Διαίρεση

- Όταν πολλαπλασιάζουμε ποσότητες, ο αριθμός των σημαντικών ψηφίων στο τελικό αποτέλεσμα είναι ο ίδιος με τον αριθμό των σημαντικών ψηφίων της ποσότητας που έχει το μικρότερο αριθμό σημαντικών ψηφίων. Ο ίδιος κανόνας ισχύει και για διαίρεση.

Πρόσθεση/Αφαίρεση

- Όταν αριθμοί προστίθενται ή αφαιρούνται, ο αριθμός των δεκαδικών ψηφίων στο αποτέλεσμα θα πρέπει να ισούται με το μικρότερο αριθμό των δεκαδικών ψηφίων των όρων του αθροίσματος ή της διαφοράς.

Στρογγυλοποίηση

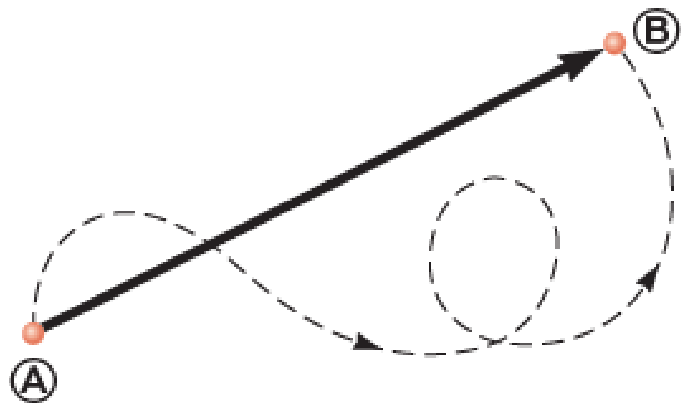
1. **Εντοπίστε τον πρώτο αριθμό στα δεξιά του επιθυμητού αριθμού σημαντικών ψηφίων, ο οποίος είναι το πρώτο ψηφίο από αυτά που θα αφαιρεθούν** (π.χ. όταν στρογγυλοποιείται ο αριθμός 5,247 σε δύο σημαντικά ψηφία, ο αριθμός αυτός είναι το 4).
2. **Αν ο αριθμός αυτός είναι μικρότερος από 5, τότε το προηγούμενο ψηφίο παραμένει ως έχει** (π.χ. ο αριθμός 5,247 στρογγυλοποιείται σε 5,2).
3. **Αν ο αριθμός αυτός είναι μεγαλύτερος από 5, τότε το προηγούμενο ψηφίο αυξάνεται κατά 1 μονάδα** (π.χ. ο αριθμός 2,257 στρογγυλοποιείται σε 2,3)
4. **Αν ο αριθμός αυτός είναι το 5, στρογγυλοποιούμε το προηγούμενο ψηφίο στον κοντινότερο άρτιο για να αμβλύνονται τα αθροιστικά σφάλματα στρογγυλοποίησης**

Βαθμωτοί και διανύσματα

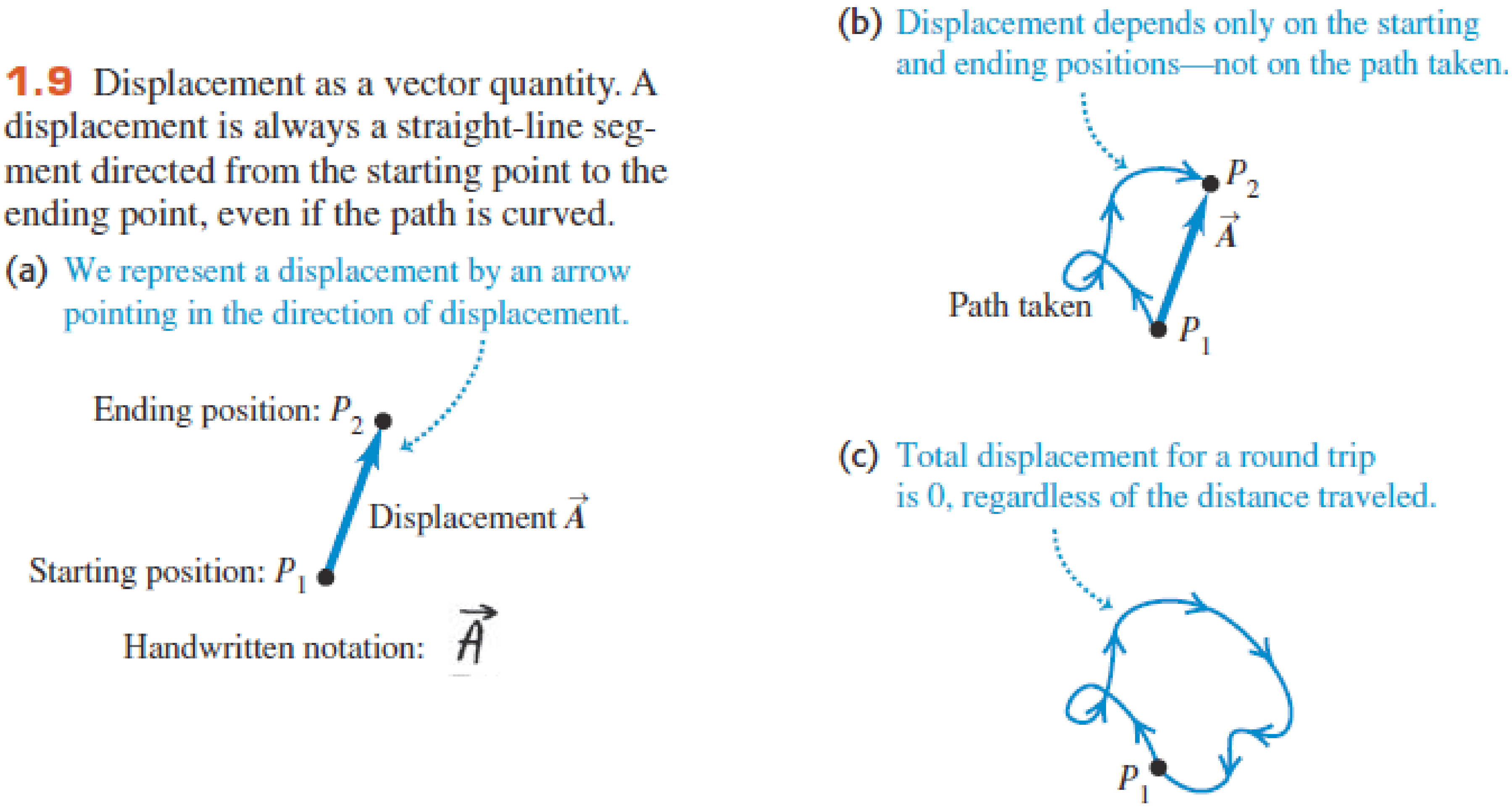
- Μια **βαθμωτή** ποσότητα καθορίζεται εντελώς από μία απλή τιμή με μια κατάλληλη μονάδα και δεν έχει καμία κατεύθυνση.

- Π.χ., μάζα, όγκος, θερμοκρασία

- Μια **διανυσματική** ποσότητα καθορίζεται εντελώς από έναν αριθμό με μια κατάλληλη μονάδα (το *μέτρο* του διανύσματος) συν μια κατεύθυνση.



Μετατοπίσεις



1.9 Displacement as a vector quantity. A displacement is always a straight-line segment directed from the starting point to the ending point, even if the path is curved.

(a) We represent a displacement by an arrow pointing in the direction of displacement.

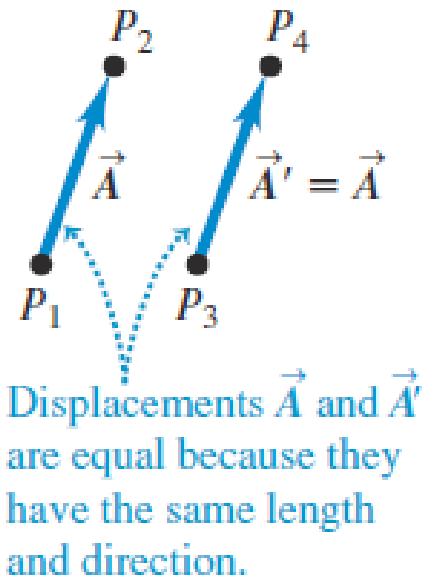
(b) Displacement depends only on the starting and ending positions—not on the path taken.

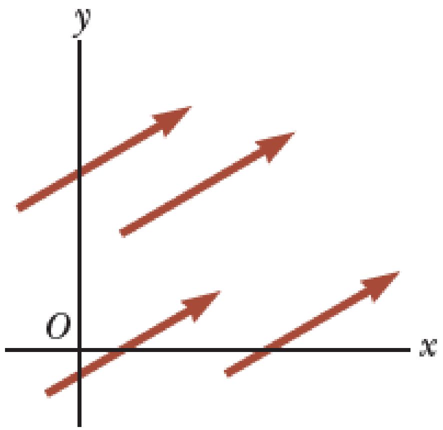
(c) Total displacement for a round trip is 0, regardless of the distance traveled.

Ιδιότητες διανυσμάτων

- Συμβολισμός
  - Από το σημείο Α στο σημείο Β
    - $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$
  - Χωρίς αναφορά σε σημεία
    - $\vec{\mathbf{A}}$ ή $\bar{\mathbf{A}}$ ή $\mathbf{A}$
  - Μέτρο (πάντα θετικό)
    - $|\vec{\mathbf{A}}|$ ή A

- Ισότητα διανυσμάτων
  - Ίδιο μέτρο και ίδια κατεύθυνση
  - Κατεύθυνση=Διεύθυνση και Φορά





Πρόσθεση διανυσμάτων και (αντι)μεταθετική ιδιότητα

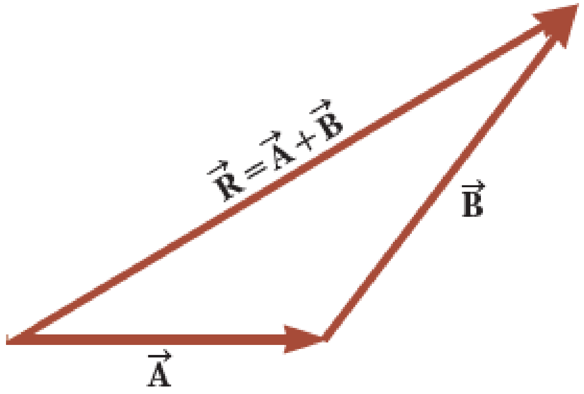


Figure 3.6 When vector $\vec{B}$ is added to vector $\vec{A}$, the resultant $\vec{R}$ is the vector that runs from the tail of $\vec{A}$ to the tip of $\vec{B}$.

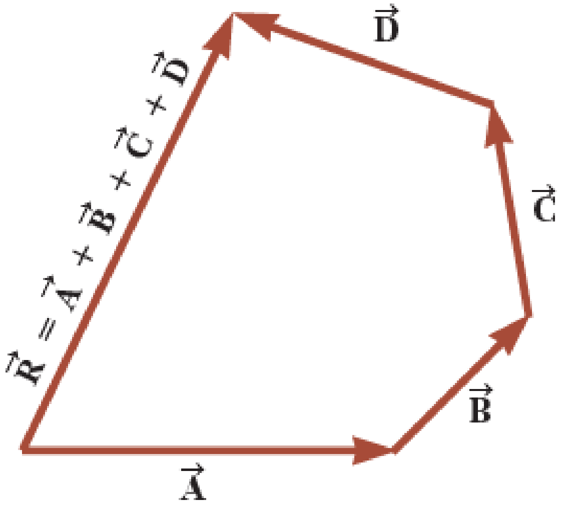


Figure 3.7 Geometric construction for summing four vectors. The resultant vector $\vec{R}$ is by definition the one that completes the polygon.

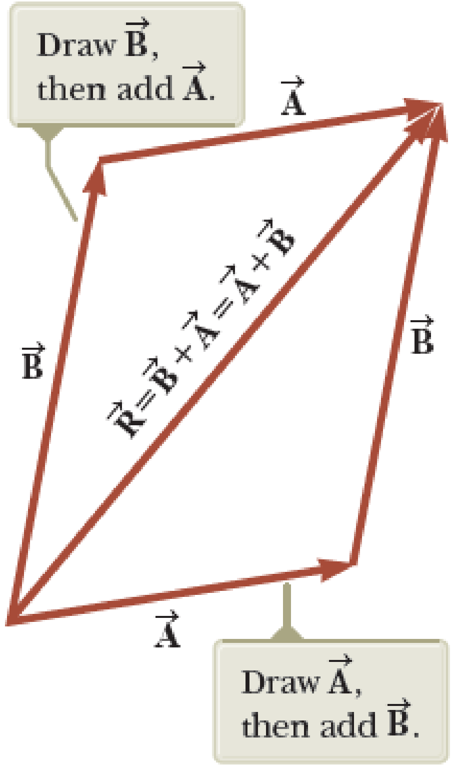
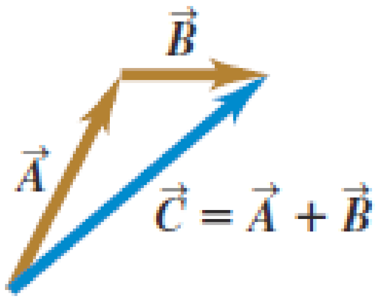


Figure 3.8 This construction shows that $\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A}$ or, in other words, that vector addition is commutative.

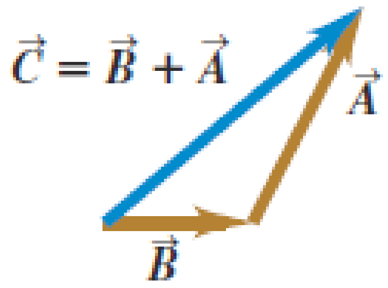
Πρόσθεση

1.11 Three ways to add two vectors. As shown in (b), the order in vector addition doesn't matter; vector addition is commutative.

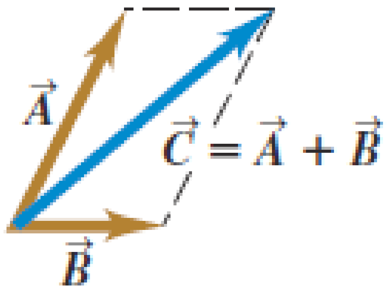
(a) We can add two vectors by placing them head to tail.



(b) Adding them in reverse order gives the same result.



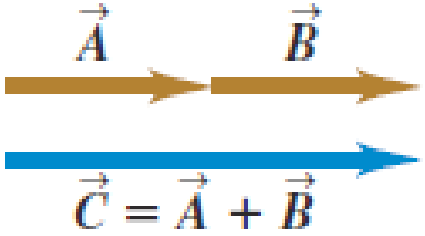
(c) We can also add them by constructing a parallelogram.



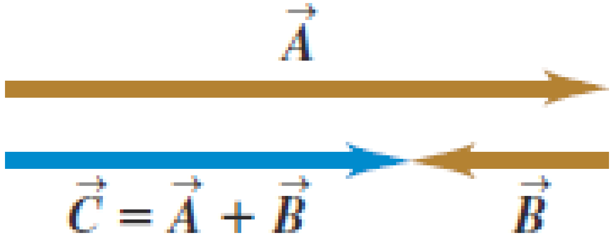
Παράλληλα και αντιπαράλληλα διανύσματα

1.12 (a) Only when two vectors $\vec{A}$ and $\vec{B}$ are parallel does the magnitude of their sum equal the sum of their magnitudes: $C = A + B$. (b) When $\vec{A}$ and $\vec{B}$ are antiparallel, the magnitude of their sum equals the *difference* of their magnitudes: $C = |A - B|$.

(a) The sum of two parallel vectors



(b) The sum of two antiparallel vectors



Προσεταιριστική ιδιότητα στην πρόσθεση

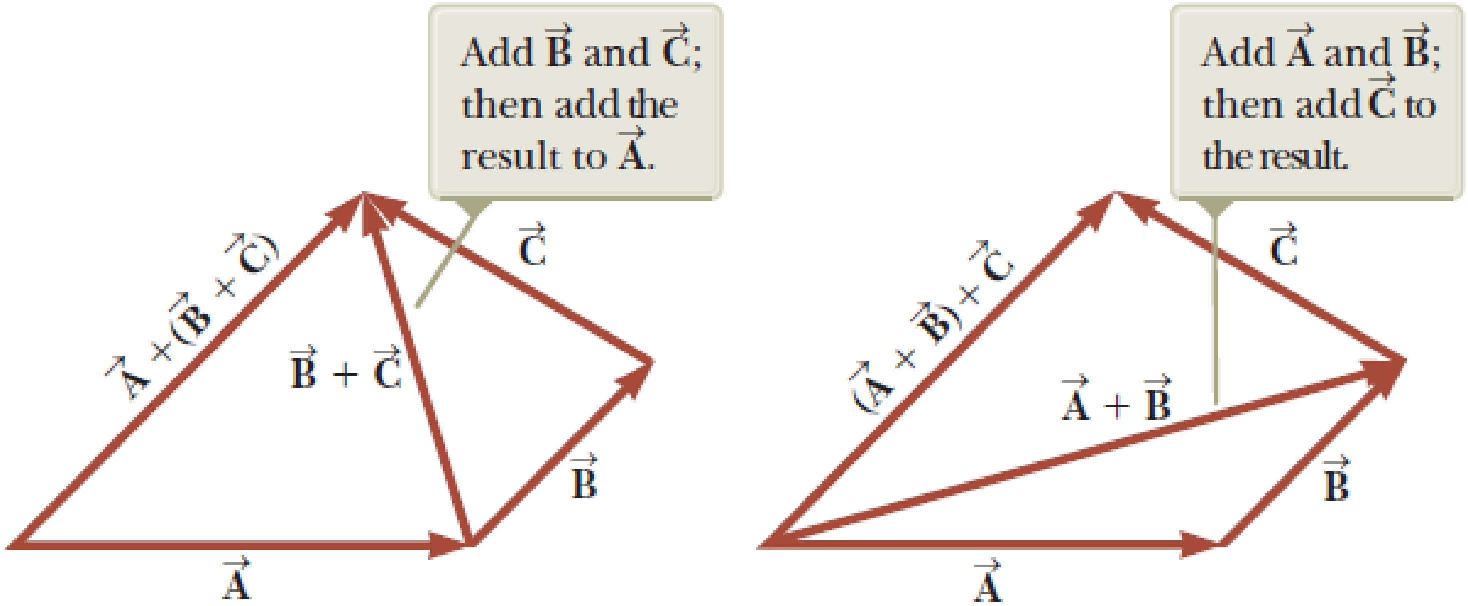


Figure 3.9 Geometric constructions for verifying the associative law of addition.

Πρόσθεση πολλών διανυσμάτων

1.13 Several constructions for finding the vector sum $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$.

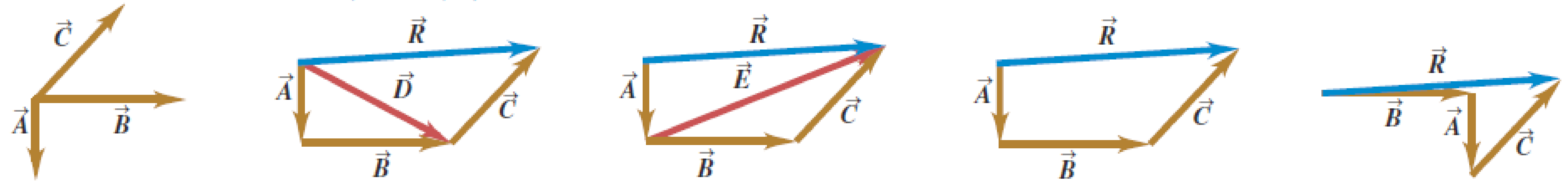
(a) To find the sum of these three vectors ...

(b) we could add $\vec{A}$ and $\vec{B}$ to get $\vec{D}$ and then add $\vec{C}$ to $\vec{D}$ to get the final sum (resultant) $\vec{R}$, ...

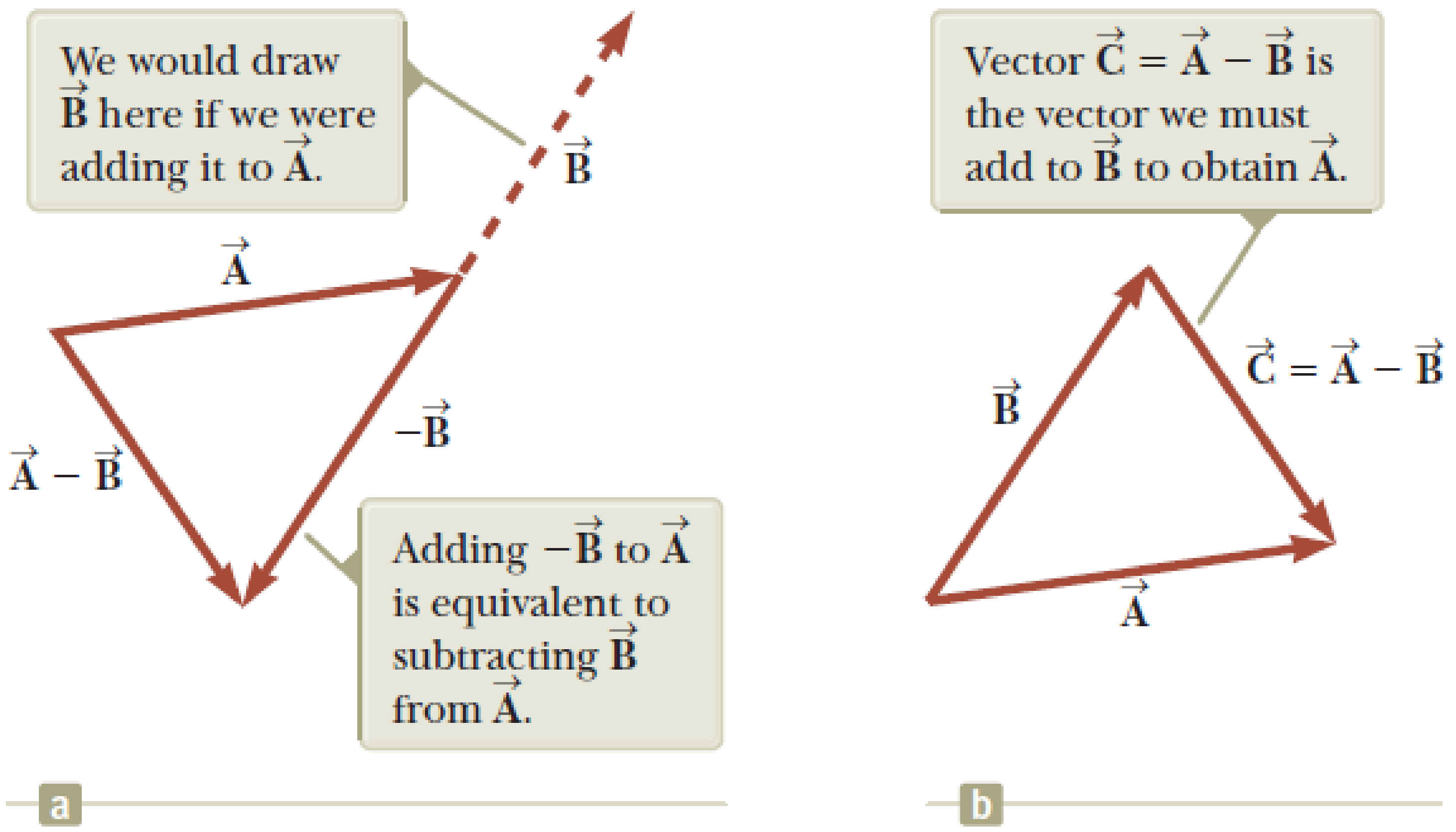
(c) or we could add $\vec{B}$ and $\vec{C}$ to get $\vec{E}$ and then add $\vec{A}$ to $\vec{E}$ to get $\vec{R}$, ...

(d) or we could add $\vec{A}$, $\vec{B}$, and $\vec{C}$ to get $\vec{R}$ directly, ...

(e) or we could add $\vec{A}$, $\vec{B}$, and $\vec{C}$ in any other order and still get $\vec{R}$.



Αντίθετα διανύσματα και αφαίρεση διανυσμάτων



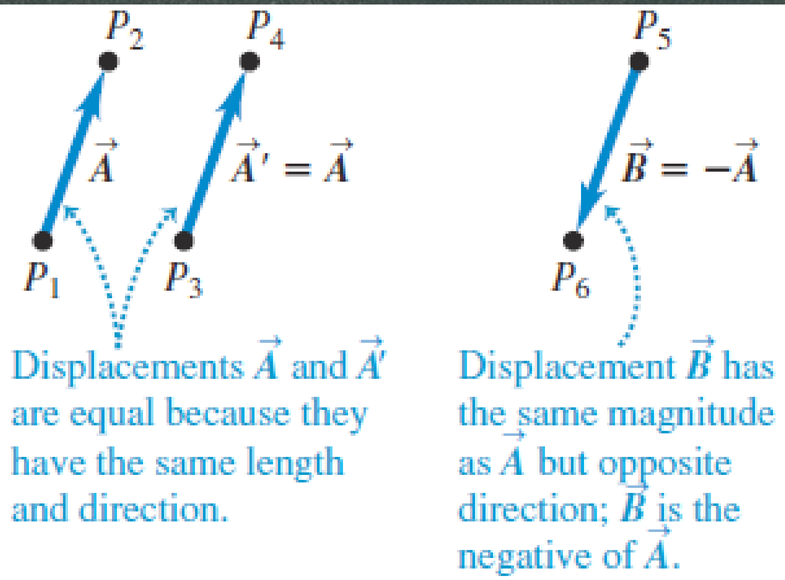
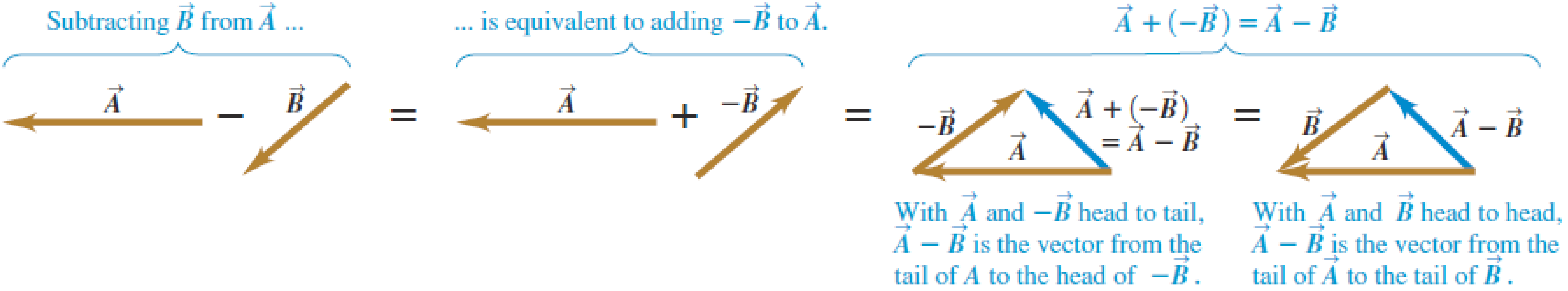


Figure 3.10 (a) Subtracting vector $\vec{B}$ from vector $\vec{A}$. The vector $-\vec{B}$ is equal in magnitude to vector $\vec{B}$ and points in the opposite direction. (b) A second way of looking at vector subtraction.

Αφαίρεση

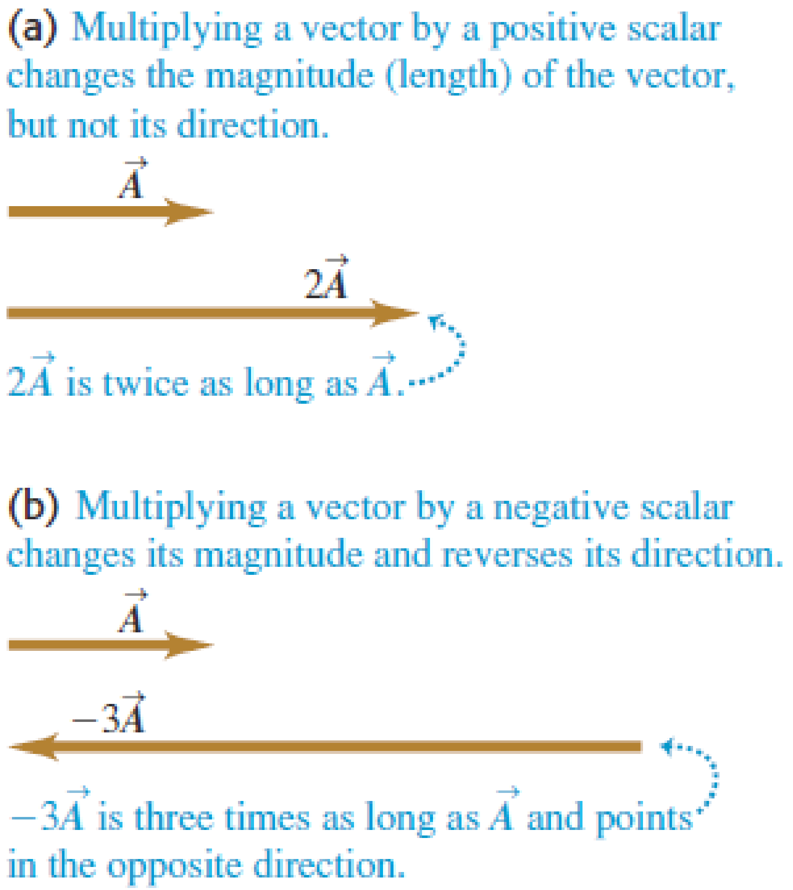
1.14 To construct the vector difference $\vec{A} - \vec{B}$, you can either place the tail of $-\vec{B}$ at the head of $\vec{A}$ or place the two vectors $\vec{A}$ and $\vec{B}$ head to head.



Πολλαπλασιασμός βαθμωτού με διάνυσμα

- Αν το διάνυσμα $\vec{\mathbf{A}}$ πολλαπλασιαστεί με μια θετική βαθμωτή ποσότητα m, το γινόμενο $m\vec{\mathbf{A}}$ είναι ένα διάνυσμα ίδια κατεύθυνσης με το $\vec{\mathbf{A}}$ και με μέτρο mA. Αν το διάνυσμα $\vec{\mathbf{A}}$ πολλαπλασιαστεί με μια αρνητική βαθμωτή ποσότητα $-m$, το γινόμενο $-m\vec{\mathbf{A}}$ έχει κατεύθυνση αντίθετη προς το $\vec{\mathbf{A}}$.

1.15 Multiplying a vector (a) by a positive scalar and (b) by a negative scalar.



Συνιστώσες διανύσματος

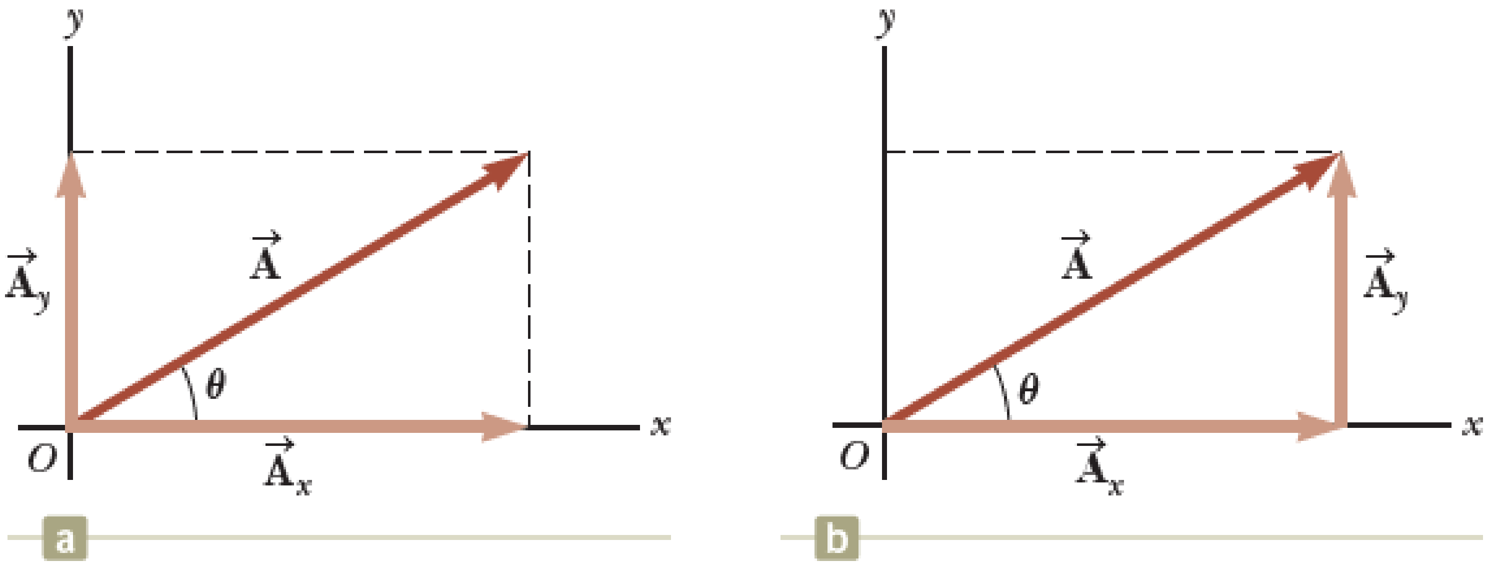


Figure 3.12 (a) A vector $\vec{\mathbf{A}}$ lying in the *xy* plane can be represented by its component vectors $\vec{\mathbf{A}}_x$ and $\vec{\mathbf{A}}_y$. (b) The *y* component vector $\vec{\mathbf{A}}_y$ can be moved to the right so that it adds to $\vec{\mathbf{A}}_x$. The vector sum of the component vectors is $\vec{\mathbf{A}}$. These three vectors form a right triangle.

$$A_x = A\cos\theta$$
$$A_y = A\sin\theta$$

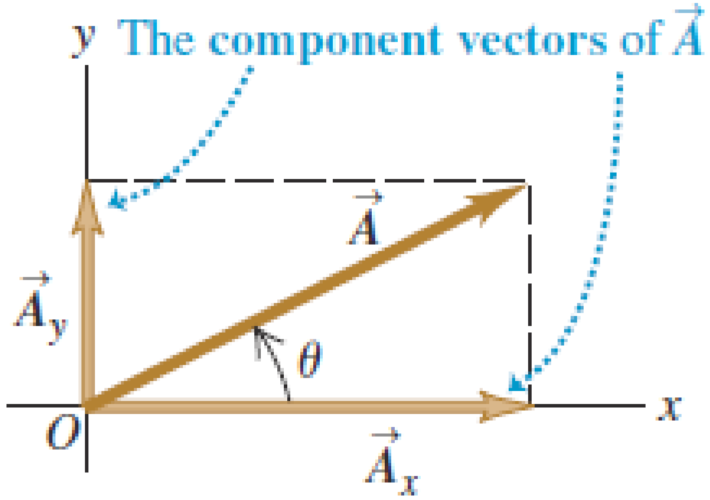
$$A = \sqrt{A_x^{\,2} + A_y^{\,2}}$$
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{A_y}{A_x}\right)$$

Συνιστώσες

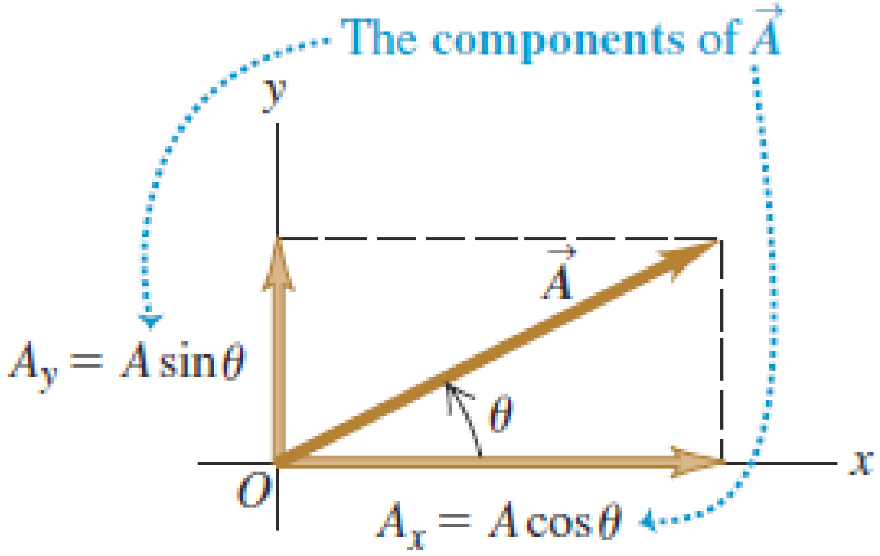
1.17 Representing a vector $\vec{A}$ in terms of (a) component vectors $\vec{A}_x$ and $\vec{A}_y$ and (b) components A_x and A_y (which in this case are both positive).

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y$$

(a)

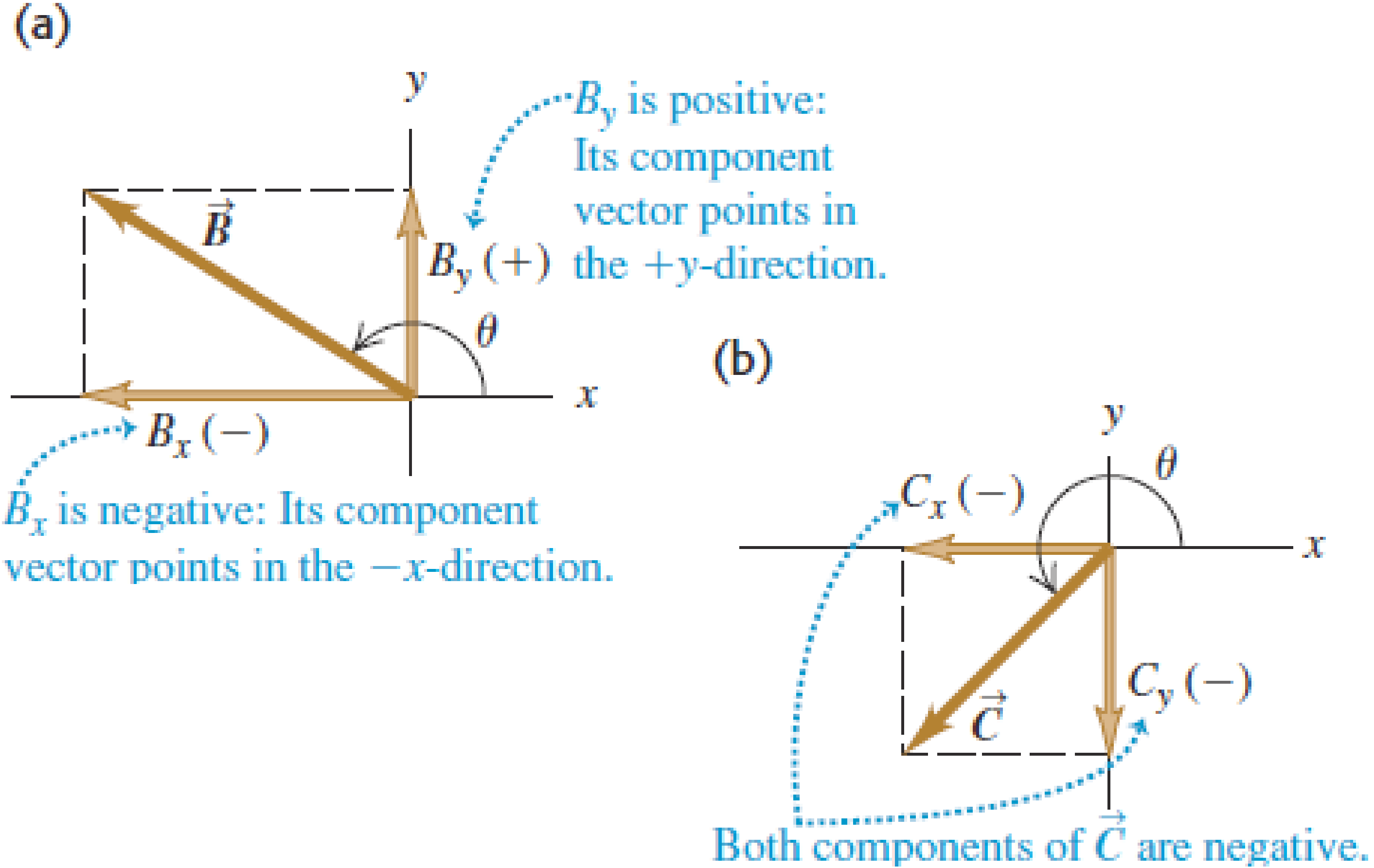


(b)



Πρόσημα συνιστωσών

1.18 The components of a vector may be positive or negative numbers.



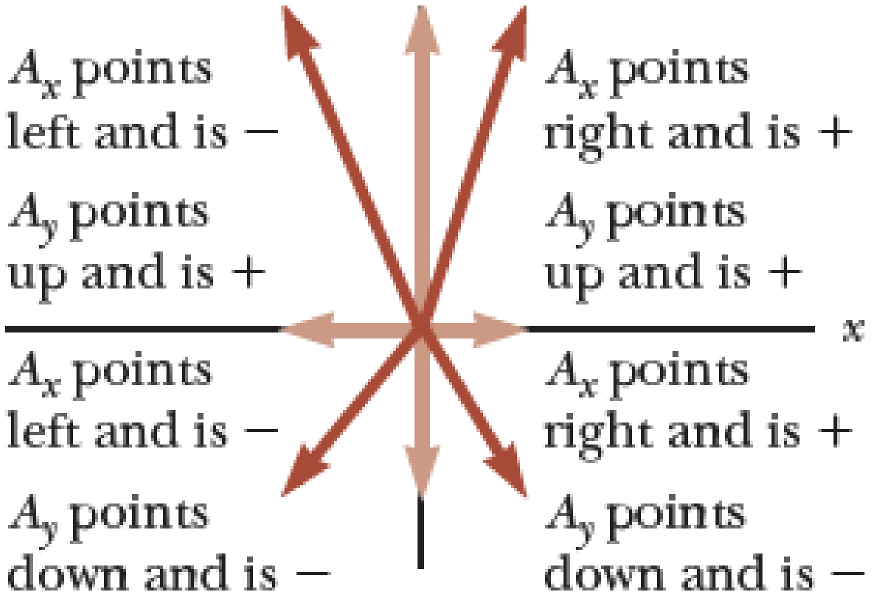


Figure 3.13 The signs of the components of a vector $\vec{\mathbf{A}}$ depend on the quadrant in which the vector is located.

Προσοχή στο τόξο εφαπτομένης

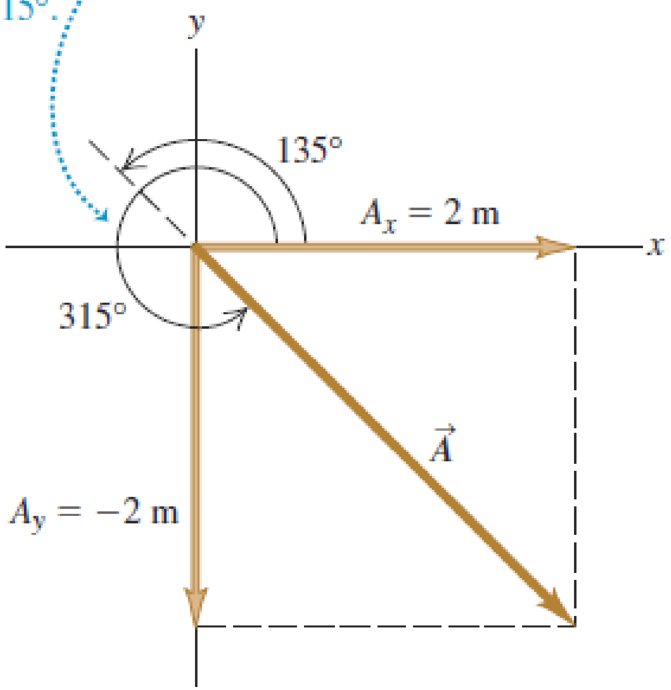
$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\tan\theta = \frac{A_y}{A_x} \qquad \text{and} \qquad \theta = \arctan\frac{A_y}{A_x}$$

1.20 Drawing a sketch of a vector reveals the signs of its x- and y-components.

Suppose that $\tan\theta = \dfrac{A_y}{A_x} = -1$. What is θ?

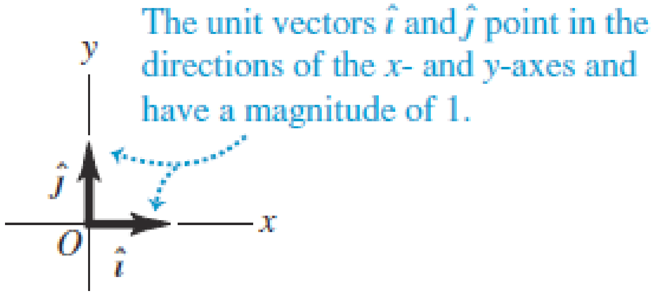
Two angles have tangents of -1: 135° and 315°. Inspection of the diagram shows that θ must be 315°.



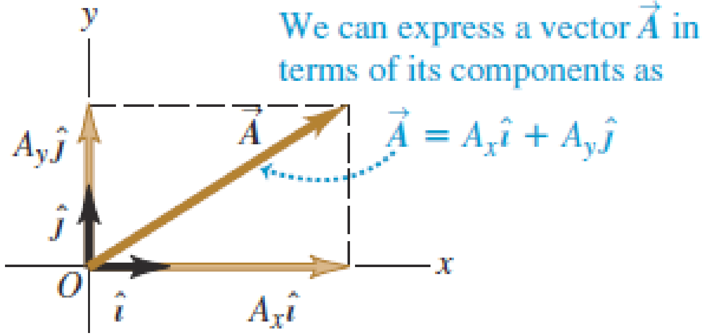
Μοναδιαία διανύσματα

1.23 (a) The unit vectors $\hat{\imath}$ and $\hat{\jmath}$. (b) Expressing a vector $\vec{A}$ in terms of its components.

(a)



(b)



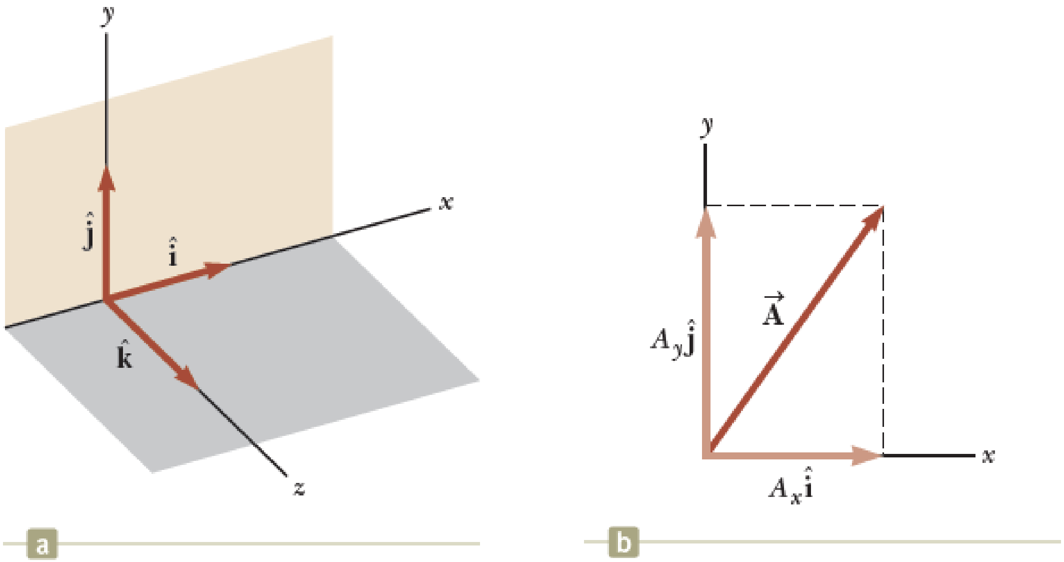
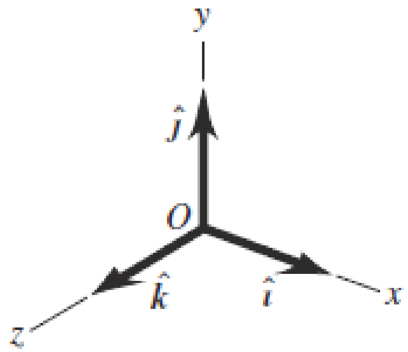


Figure 3.14 (a) The unit vectors $\hat{\mathbf{i}}$, $\hat{\mathbf{j}}$, and $\hat{\mathbf{k}}$ are directed along the x, y, and z axes, respectively. (b) Vector $\vec{\mathbf{A}} = A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}}$ lying in the xy plane has components A_x and A_y.

1.24 The unit vectors $\hat{\imath}$, $\hat{\jmath}$, and $\hat{k}$.



Πρόσθεση με συνιστώσες

$\vec{\mathbf{R}} = \vec{\mathbf{A}} + \vec{\mathbf{B}}$ is

$$\vec{\mathbf{R}} = (A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}}) + (B_x\hat{\mathbf{i}} + B_y\hat{\mathbf{j}})$$

$$\vec{\mathbf{R}} = (A_x + B_x)\hat{\mathbf{i}} + (A_y + B_y)\hat{\mathbf{j}}$$

$$R_x = A_x + B_x$$
$$R_y = A_y + B_y$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(A_x + B_x)^2 + (A_y + B_y)^2}$$

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{A_y + B_y}{A_x + B_x}$$

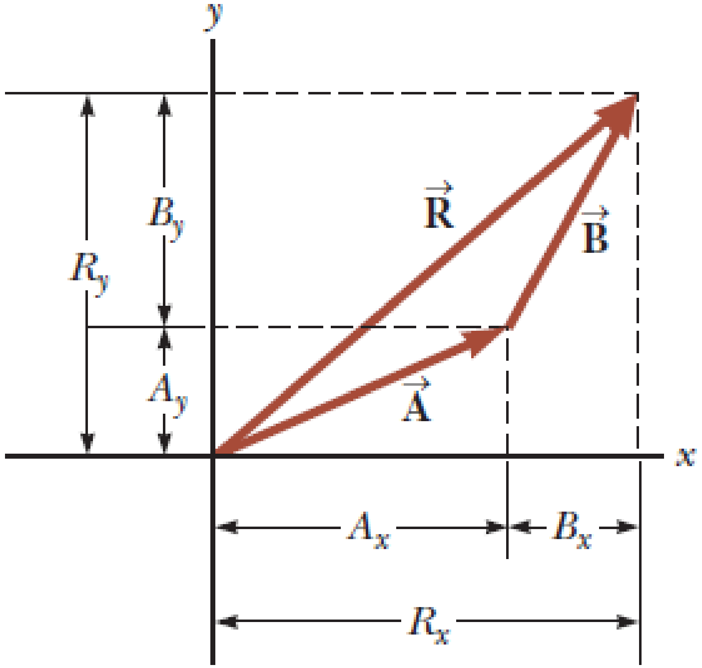
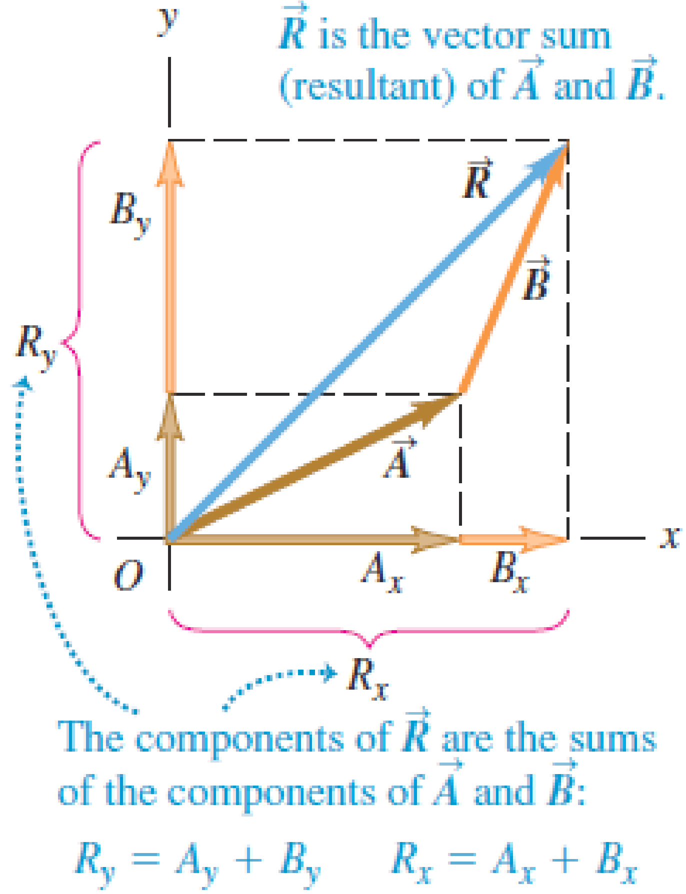


Figure 3.16 This geometric construction for the sum of two vectors shows the relationship between the components of the resultant $\vec{\mathbf{R}}$ and the components of the individual vectors.

Πρόσθεση με συνιστώσες

$$R_x = A_x + B_x \qquad R_y = A_y + B_y \qquad (\text{components of } \vec{R} = \vec{A} + \vec{B})$$

1.21 Finding the vector sum (resultant) of $\vec{A}$ and $\vec{B}$ using components.



Σε τρεις διαστάσεις

$$\vec{\mathbf{A}} = A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}} + A_z\hat{\mathbf{k}}$$

$$\vec{\mathbf{B}} = B_x\hat{\mathbf{i}} + B_y\hat{\mathbf{j}} + B_z\hat{\mathbf{k}}$$

$$\vec{\mathbf{R}} = (A_x + B_x)\hat{\mathbf{i}} + (A_y + B_y)\hat{\mathbf{j}} + (A_z + B_z)\hat{\mathbf{k}}$$

$$R \tilde{=} \sqrt{R_x^{\,2} + R_y^{\,2} + R_z^{\,2}}$$

Εσωτερικό (βαθμωτό) γινόμενο διανυσμάτων (dot product)

$$\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} \equiv AB\cos\theta$$

$$\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = \vec{\mathbf{B}} \cdot \vec{\mathbf{A}}$$

$$\vec{\mathbf{A}} \cdot (\vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{C}}) = \vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{C}}$$

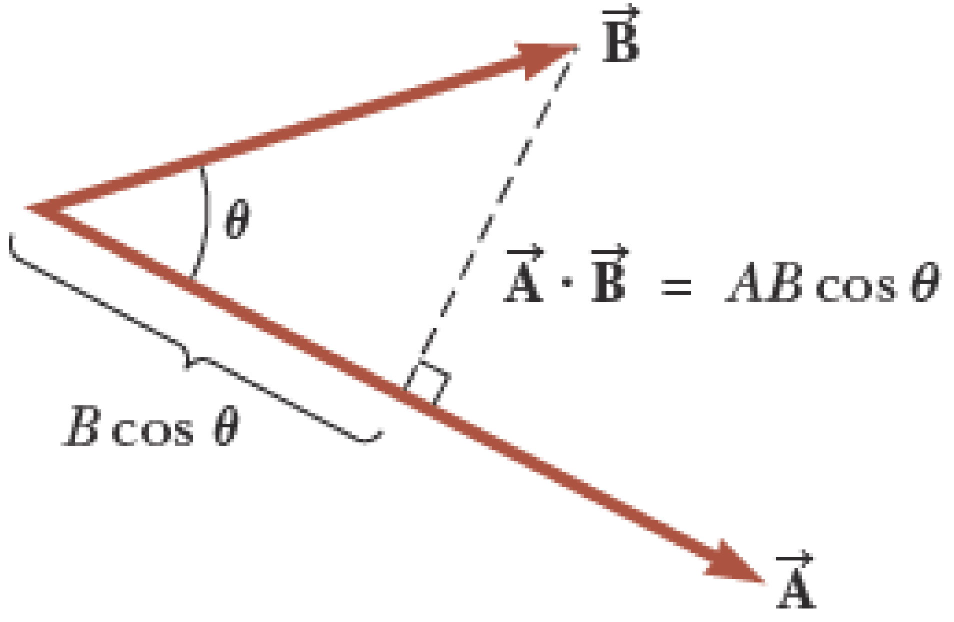
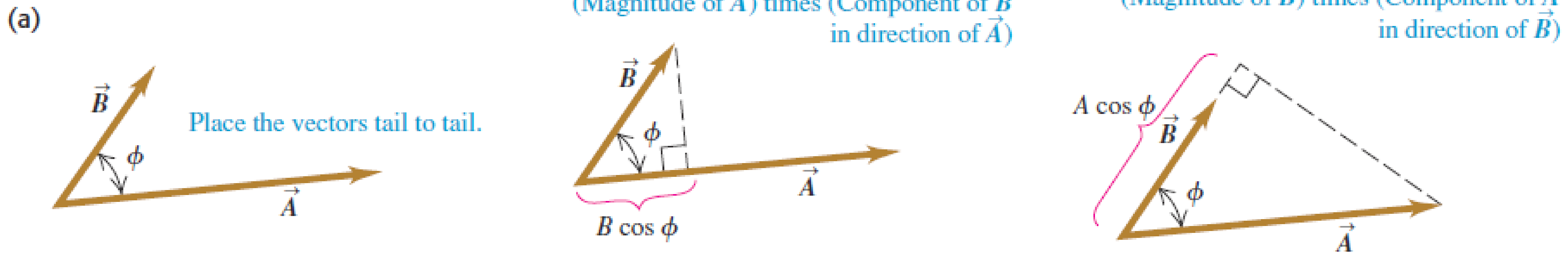


Figure 7.6 The scalar product $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$ equals the magnitude of $\vec{\mathbf{A}}$ multiplied by $B\cos\theta$, which is the projection of $\vec{\mathbf{B}}$ onto $\vec{\mathbf{A}}$.

Εσωτερικό γινόμενο

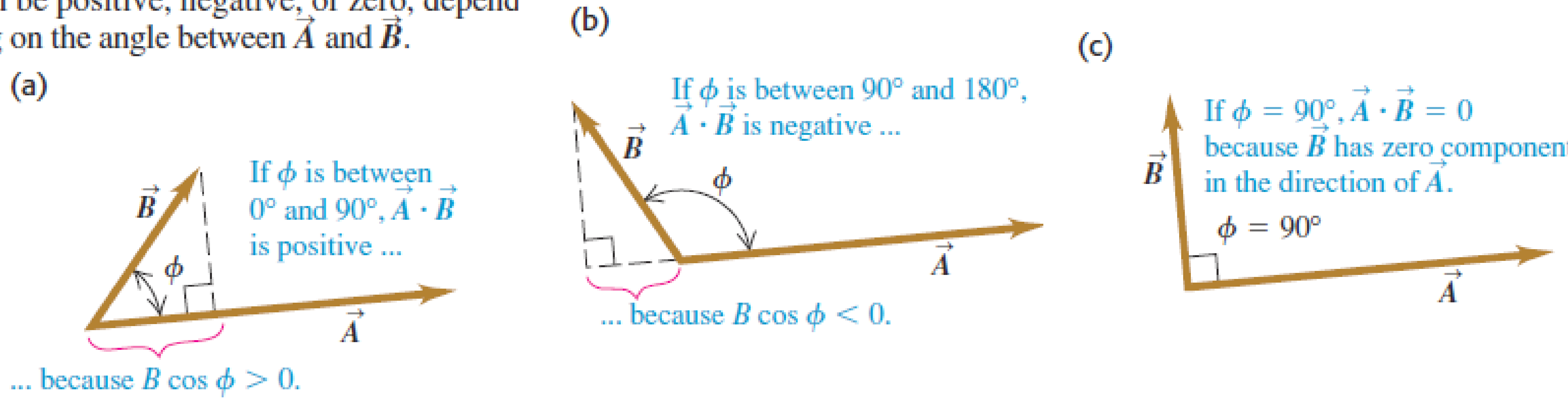
$$\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos\phi = |\vec{A}||\vec{B}|\cos\phi \quad \text{(definition of the scalar (dot) product)}$$

1.25 Calculating the scalar product of two vectors, $\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos\phi$.



Πρόσημο εσωτερικού γινομένου

1.26 The scalar product $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\phi$ can be positive, negative, or zero, depending on the angle between $\vec{A}$ and $\vec{B}$.



Υπολογισμός εσωτερικού γινομένου με συνιστώσες

$$\hat{\imath} \cdot \hat{\imath} = \hat{\jmath} \cdot \hat{\jmath} = \hat{k} \cdot \hat{k} = (1)(1)\cos 0^\circ = 1$$

$$\hat{\imath} \cdot \hat{\jmath} = \hat{\imath} \cdot \hat{k} = \hat{\jmath} \cdot \hat{k} = (1)(1)\cos 90^\circ = 0$$

$$\vec{\mathbf{A}} = A_x \hat{\mathbf{i}} + A_y \hat{\mathbf{j}} + A_z \hat{\mathbf{k}}$$

$$\vec{\mathbf{B}} = B_x \hat{\mathbf{i}} + B_y \hat{\mathbf{j}} + B_z \hat{\mathbf{k}}$$

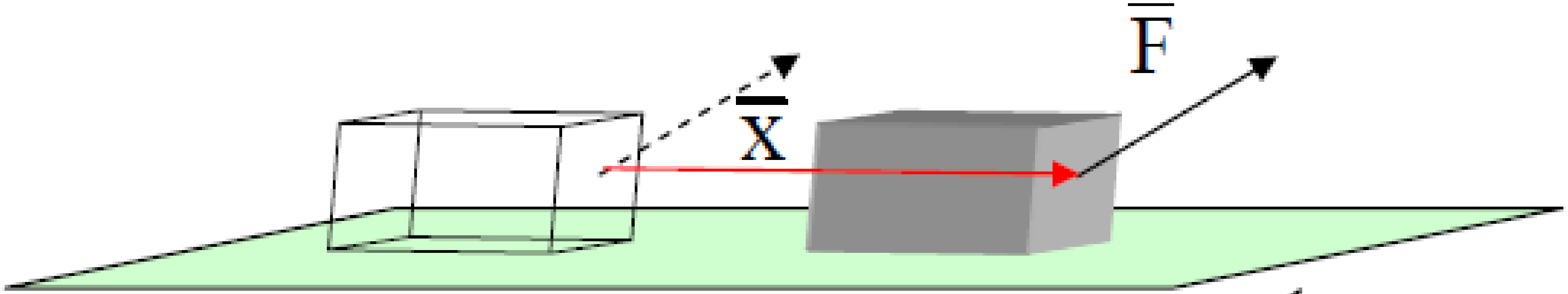
$$\begin{aligned}
\vec{A} \cdot \vec{B} &= (A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k}) \cdot (B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath} + B_z\hat{k}) \\
&= A_x\hat{\imath} \cdot B_x\hat{\imath} + A_x\hat{\imath} \cdot B_y\hat{\jmath} + A_x\hat{\imath} \cdot B_z\hat{k} \\
&\quad + A_y\hat{\jmath} \cdot B_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} \cdot B_y\hat{\jmath} + A_y\hat{\jmath} \cdot B_z\hat{k} \\
&\quad + A_z\hat{k} \cdot B_x\hat{\imath} + A_z\hat{k} \cdot B_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k} \cdot B_z\hat{k} \\
&= A_xB_x\hat{\imath} \cdot \hat{\imath} + A_xB_y\hat{\imath} \cdot \hat{\jmath} + A_xB_z\hat{\imath} \cdot \hat{k} \\
&\quad + A_yB_x\hat{\jmath} \cdot \hat{\imath} + A_yB_y\hat{\jmath} \cdot \hat{\jmath} + A_yB_z\hat{\jmath} \cdot \hat{k} \\
&\quad + A_zB_x\hat{k} \cdot \hat{\imath} + A_zB_y\hat{k} \cdot \hat{\jmath} + A_zB_z\hat{k} \cdot \hat{k}
\end{aligned}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$$ (scalar (dot) product in terms of components)

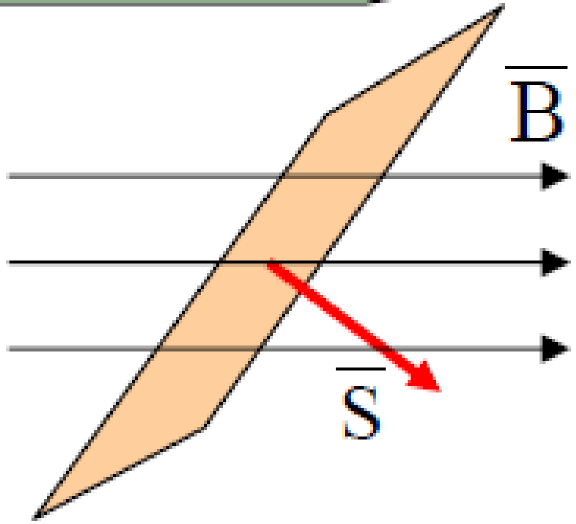
$$\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{A}} = A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 = A^2$$

Εσωτερικό γινόμενο στη φυσική:

- Έργο (σταθερής) δύναμης $\overline{F}$ που μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της κατά $\overline{x}$: $W = \overline{F} \cdot \overline{x}$



- Ροή πεδίου π.χ. μαγνητικού, επαγωγής $\overline{B}$, που διέρχεται από επιφάνεια $\overline{S}$: $\Phi = \overline{B} \cdot \overline{S}$ (το $\overline{S}$ είναι ένα διάνυσμα κάθετο στην κόκκινη επιφάνεια και χρησιμοποιείται για να περιγράψει τον προσανατολισμό της).



Εξωτερικό (διανυσματικό) γινόμενο (cross product)

$$\vec{\mathbf{C}} = \vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}$$

$$C = AB\sin\theta$$

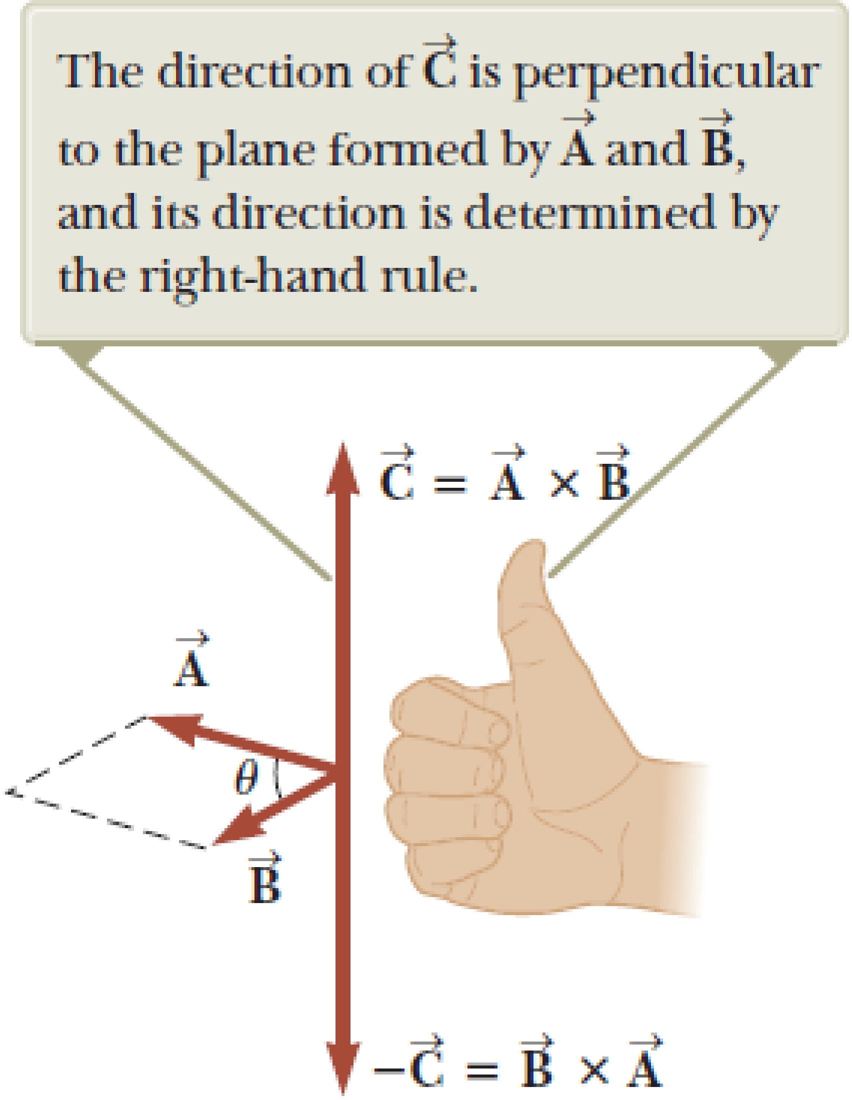


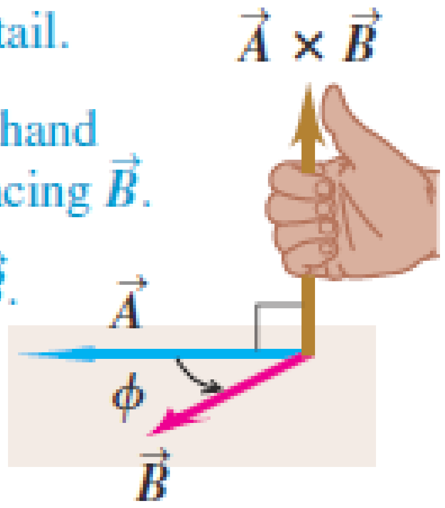
Figure 11.2 The vector product $\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}$ is a third vector $\vec{\mathbf{C}}$ having a magnitude $AB\sin\theta$ equal to the area of the parallelogram shown.

Εξωτερικό γινόμενο

1.29 (a) The vector product $\vec{A} \times \vec{B}$ determined by the right-hand rule.
(b) $\vec{B} \times \vec{A} = -\vec{A} \times \vec{B}$; the vector product is anticommutative.

(a) Using the right-hand rule to find the direction of $\vec{A} \times \vec{B}$

1. Place $\vec{A}$ and $\vec{B}$ tail to tail.
2. Point fingers of right hand along $\vec{A}$, with palm facing $\vec{B}$.
3. Curl fingers toward $\vec{B}$.
4. Thumb points in direction of $\vec{A} \times \vec{B}$.

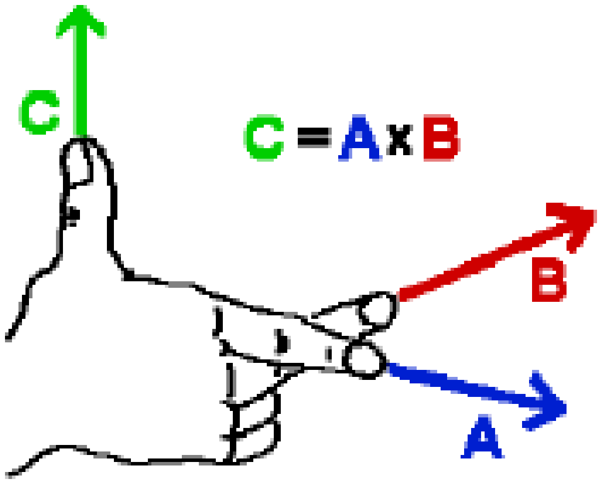


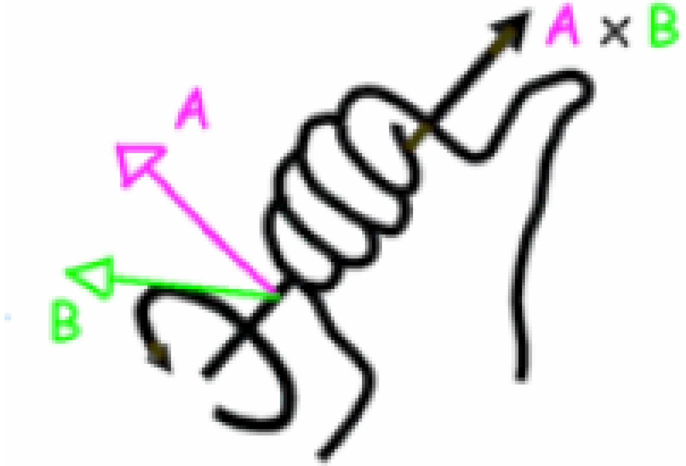
$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$$

$C = AB\sin\phi$ (magnitude of the vector (cross) product of $\vec{A}$ and $\vec{B}$)

Κανόνες του δεξιού χεριού και του δεξιόστροφου κοχλία

- *Το εξωτερικό γινόμενο δύο παράλληλων διανυσμάτων ισούται με μηδέν.*
- $\overline{c} = \overline{a} \times \overline{b} = -(\overline{b} \times \overline{a})$
- Η φορά του διανύσματος $\overline{c}$ καθορίζεται με τον κανόνα δεξιού χεριού ή με τον κανόνα του δεξιόστροφου κοχλία όπως φαίνεται στα διπλανά σχήματα.





Ιδιότητες εξωτερικού γινομένου

1. Unlike the scalar product, the vector product is *not* commutative. Instead, the order in which the two vectors are multiplied in a vector product is important:

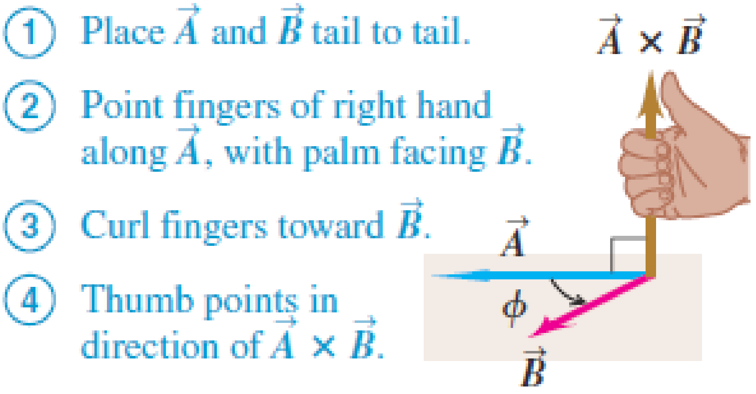
$$\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} = -\vec{\mathbf{B}} \times \vec{\mathbf{A}} \tag{11.4}$$

   Therefore, if you change the order of the vectors in a vector product, you must change the sign. You can easily verify this relationship with the right-hand rule.
2. If $\vec{\mathbf{A}}$ is parallel to $\vec{\mathbf{B}}$ ($\theta = 0$ or $180°$), then $\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} = 0$; therefore, it follows that $\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{A}} = 0$.
3. If $\vec{\mathbf{A}}$ is perpendicular to $\vec{\mathbf{B}}$, then $|\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}| = AB$.
4. The vector product obeys the distributive law:

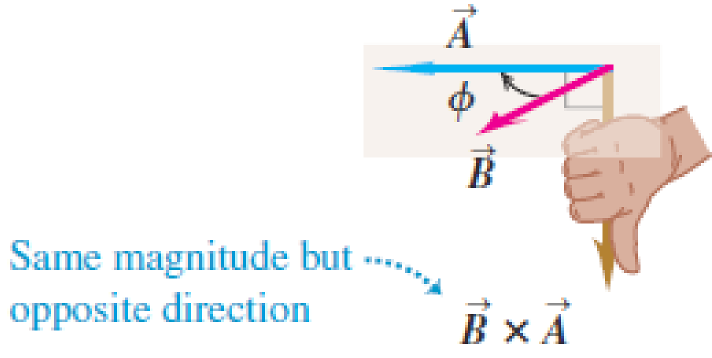
$$\vec{\mathbf{A}} \times (\vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{C}}) = \vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{C}} \tag{11.5}$$

1.29 (a) The vector product $\vec{A} \times \vec{B}$ determined by the right-hand rule.
(b) $\vec{B} \times \vec{A} = -\vec{A} \times \vec{B}$; the vector product is anticommutative.

(a) Using the right-hand rule to find the direction of $\vec{A} \times \vec{B}$



(b) $\vec{B} \times \vec{A} = -\vec{A} \times \vec{B}$ (the vector product is anticommutative)



Εξωτερικά γινόμενα μοναδιαίων διανυσμάτων

$$\hat{\mathrm{i}} \times \hat{\mathrm{i}} = \hat{\mathrm{j}} \times \hat{\mathrm{j}} = \hat{\mathrm{k}} \times \hat{\mathrm{k}} = 0$$

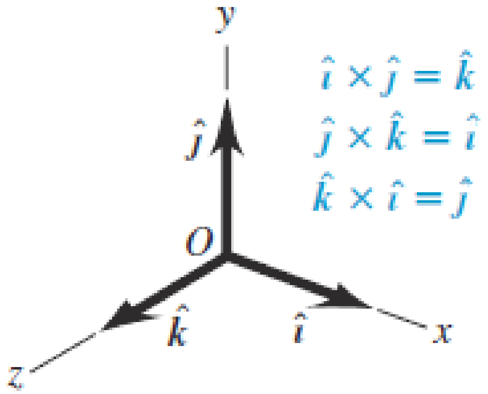
$$\hat{\mathrm{i}} \times \hat{\mathrm{j}} = -\hat{\mathrm{j}} \times \hat{\mathrm{i}} = \hat{\mathrm{k}}$$

$$\hat{\mathrm{j}} \times \hat{\mathrm{k}} = -\hat{\mathrm{k}} \times \hat{\mathrm{j}} = \hat{\mathrm{i}}$$

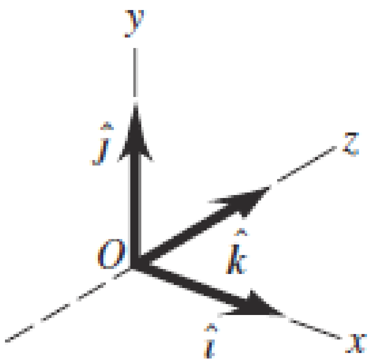
$$\hat{\mathrm{k}} \times \hat{\mathrm{i}} = -\hat{\mathrm{i}} \times \hat{\mathrm{k}} = \hat{\mathrm{j}}$$

1.31 (a) We will always use a right-handed coordinate system, like this one. (b) We will never use a left-handed coordinate system (in which $\hat{\imath} \times \hat{\jmath} = -\hat{k}$, and so on).

(a) A right-handed coordinate system



(b) A left-handed coordinate system; we will not use these.



Υπολογισμός εξωτερικού γινομένου με συνιστώσες

$$\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} = \begin{vmatrix} \hat{\mathbf{i}} & \hat{\mathbf{j}} & \hat{\mathbf{k}} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_y & A_z \\ B_y & B_z \end{vmatrix} \hat{\mathbf{i}} + \begin{vmatrix} A_z & A_x \\ B_z & B_x \end{vmatrix} \hat{\mathbf{j}} + \begin{vmatrix} A_x & A_y \\ B_x & B_y \end{vmatrix} \hat{\mathbf{k}}$$

$$\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} = (A_y B_z - A_z B_y)\,\hat{\mathbf{i}} + (A_z B_x - A_x B_z)\,\hat{\mathbf{j}} + (A_x B_y - A_y B_x)\,\hat{\mathbf{k}}$$

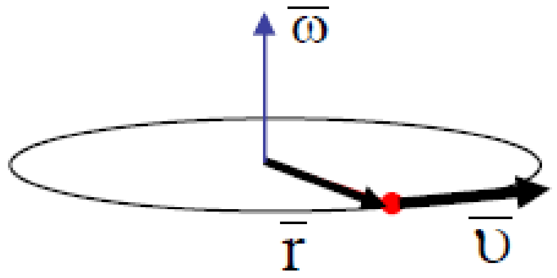
$$C_x = A_y B_z - A_z B_y \qquad C_y = A_z B_x - A_x B_z \qquad C_z = A_x B_y - A_y B_x$$

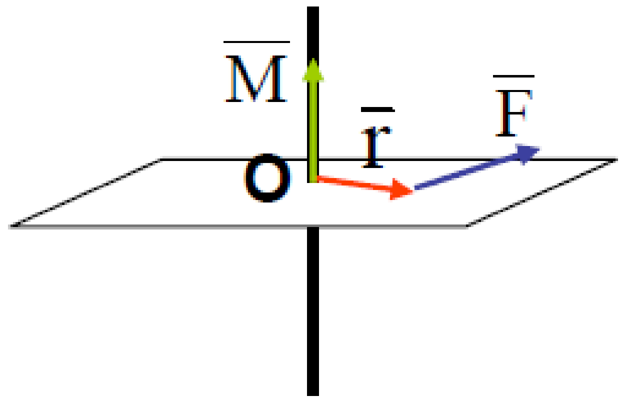
(components of $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$)

$$\begin{aligned} \vec{A} \times \vec{B} &= (A_x \hat{\imath} + A_y \hat{\jmath} + A_z \hat{k}) \times (B_x \hat{\imath} + B_y \hat{\jmath} + B_z \hat{k}) \\ &= A_x \hat{\imath} \times B_x \hat{\imath} + A_x \hat{\imath} \times B_y \hat{\jmath} + A_x \hat{\imath} \times B_z \hat{k} \\ &\quad + A_y \hat{\jmath} \times B_x \hat{\imath} + A_y \hat{\jmath} \times B_y \hat{\jmath} + A_y \hat{\jmath} \times B_z \hat{k} \\ &\quad + A_z \hat{k} \times B_x \hat{\imath} + A_z \hat{k} \times B_y \hat{\jmath} + A_z \hat{k} \times B_z \hat{k} \end{aligned}$$

Εξωτερικό γινόμενο στη φυσική:

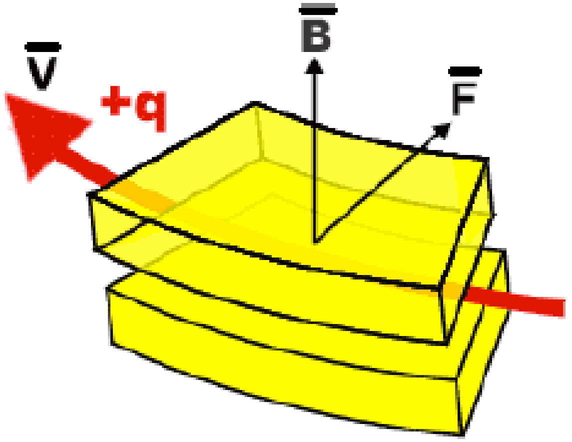
- Όταν ένα σώμα εκτελεί **κυκλική κίνηση** η γωνιακή ταχύτητα, $\overline{\omega}$ (το μέτρο της οποίας είναι ο ρυθμός μεταβολής της γωνίας που διαγράφει το διάνυσμα θέσης $\overline{r}$) είναι ένα διάνυσμα κάθετο στην κυκλική τροχιά. Η γραμμική ταχύτητα $\overline{v}$, το διάνυσμα θέσης του σώματος $\overline{r}$ και η γωνιακή ταχύτητα $\overline{\omega}$ συνδέονται με την εξίσωση $\overline{v} = \overline{\omega} \times \overline{r}$





- Ροπή της δύναμης $\overline{F}$ ως προς το σημείο Ο ονομάζεται το εξωτερικό γινόμενο του διανύσματος θέσης $\overline{r}$ του σημείου εφαρμογής της δύναμης με τη δύναμη: $\overline{M} = \overline{r} \times \overline{F}$

- Η δύναμη $\overline{F}$ που ασκείται σε ένα φορτίο q που κινείται με ταχύτητα $\overline{v}$ μέσα σε μαγνητικό πεδίο επαγωγής $\overline{B}$ δίνεται από την εξίσωση: $\overline{F} = q\left(\overline{v} \times \overline{B}\right)$



Παράδειγμα εξωτερικού γινομένου (ροπή)

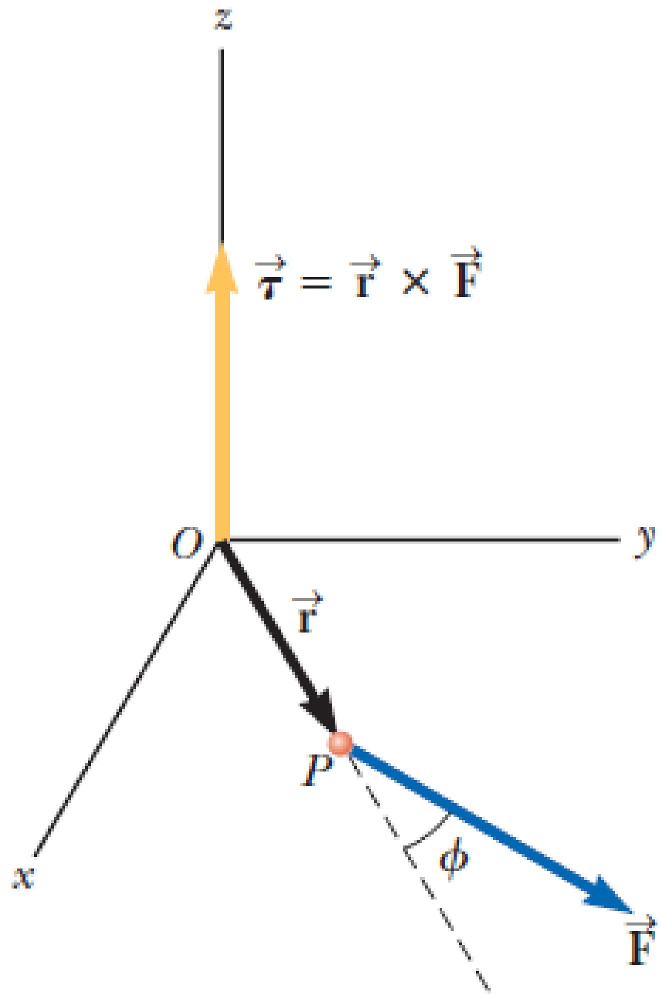


Figure 11.1 The torque vector $\vec{\tau}$ lies in a direction perpendicular to the plane formed by the position vector $\vec{r}$ and the applied force vector $\vec{F}$. In the situation shown, $\vec{r}$ and $\vec{F}$ lie in the *xy* plane, so the torque is along the *z* axis.

Πηγές

- Στις εισαγωγικές διαφάνειες έχει γίνει χρήση υλικού από τα εξής βιβλία:

  - Serway, R. A., & Jewett, W. J. Jr. (2014). *Physics for scientists and engineers with modern physics, 9th ed. (Αμερικανική έκδοση)*. ISBN 9781133954057. Brooks/Cole, Boston.
  - Young H. D., & Freedman R. A. (2012). *University physics with modern physics, 13th ed. (Αμερικανική έκδοση)*. ISBN 9780321696861. Addison-Wesley, San Francisco.
